

Quantenbauelemente als aktive Sensoren zur Ladungsbestimmung in elektronischen Nanostrukturen

Dissertation

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von
Daniel Schefzyk
aus Marburg

Tübingen
2014

Gedruckt mit Genehmigung der Mathematisch Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen.

Tag der mündlichen Qualifikation: 23.02.2015
Dekan: Prof. Dr. Wolfgang Rosenstiel
1. Berichterstatter: Prof. David A. Wharam
2. Berichterstatter: Prof. Dr. Dieter Kern

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	5
2. Theoretischer Hintergrund	7
2.1. Quantenpunktkontakte	7
2.2. Quantenpunkte	11
2.2.1. Einzeldot	12
2.2.2. Gekoppelte Quantenpunkte	24
2.2.3. Angeregte Zustände	27
3. Herstellung	31
3.1. Ausgangsmaterial	31
3.2. Probenherstellung	31
3.2.1. Optische Lithographie	32
3.2.2. Elektronenstrahlithographie	35
3.2.3. Fertigstellung	36
3.3. Charakterisierung des Probenmaterials	37
3.4. Strukturierung der ohmschen Kontakte	39
3.5. Proximity-Effekt	44
3.5.1. Punktspreizfunktion	45
3.5.2. Bestimmung der Punktspreizfunktion	47
3.5.3. Auswertung der Messdaten	52
3.5.4. Zusammenfassung	55
4. Messaufbau	57
4.1. Entmischungskryostat	57
4.2. Messaufbau	58
5. Anormale Leitwertoszillationen eines QDs in der Kennlinie eines QPCs	61
5.1. Probe	61
5.2. Lineare Kennlinie	61
5.3. Nichtlineare Kennlinie	63
5.4. Anregungsspektrum	66
5.5. Temperaturabhängigkeit	69
5.6. Wechselwirkung QD-QPC	72

6. Quantenpunkt mit Elektrometermessung	77
6.1. Elektrometer	77
6.2. Kennlinien	79
6.2.1. QPCs	79
6.2.2. QD2	79
6.2.3. QD1	82
6.3. QPCs als Elektrometer	82
6.3.1. Elektrometermessungen an QD2 ohne Feedback	84
6.3.2. Elektrometermessungen an QDs mit Feedback	85
6.3.3. Rückwirkung des Sensors auf das Messsystem ohne aktives Feedback	89
6.3.4. Rückwirkung bei aktivem Feedback	91
6.4. QD2 als Elektrometer	94
6.4.1. Charakterisierung des Doppeldot-Systems	94
6.4.2. QD-Elektrometer mit Feedback	97
6.4.3. Abgleichpunkt in der Flanke eines Coulomb-Blockade-Peaks	100
6.4.4. Peakspitze als Abgleichpunkt	103
6.5. Anwendungen	104
6.5.1. Nichtlineare Messungen	104
6.5.2. Thermometer	109
6.6. Zusammenfassung	111
7. Zusammenfassung	113
A. Prozessparameter	117
Literaturverzeichnis	119

1. Einleitung

Verschiedene technologische Entwicklungen im vergangenen Jahrhundert haben den Weg bereitet für das große Feld der Halbleiter-Nanostrukturen. Von besonderer Bedeutung war die Entwicklung der Elektronenstrahlolithographie [1] und der Molekularstrahlepitaxie [2]. Gemeinsam ermöglichten diese Technologien die Herstellung von hochreinen Proben mit Strukturierungen im Nanometerbereich. Die Entwicklung des ^3He - ^4He -Mischkryostaten [3] erlaubt heute zudem Messungen, bei denen einzelne quantenmechanische Anregungszustände der Nanostrukturen aufgelöst werden können.

Von besonderer Bedeutung sind Systeme mit zweidimensionalen Elektronengasen (2DEGs). 2DEGs entstehen z.B. in Inversionsschichten in Si-Mosfets oder in GaAs-AlGaAs-Heterostrukturen. Die leichte Strukturierbarkeit durch z.B. Ätzgräben [4] oder Top-Gates [5] ermöglicht die Herstellung von Strukturen von der Größenordnung der Fermiwellenlänge λ_f . Ab dieser Größenordnung ist zu erwarten, dass eine quantenmechanische Beschreibung des Systems erforderlich ist. Als Meilensteine auf diesem Gebiet kann man die Entdeckung des Quanten-Hall-Effekts in 2DEGs durch von Klitzing *et al.* [6] im Jahre 1980, die Entdeckung der Leitwertquantisierung in quasi-eindimensionalen Einschnürungen (quantum point contacts, QPCs) von Wharam *et al.* und van Wees *et al.* [7, 8] im Jahre 1988 und die erste Umsetzung eines Quantenpunkts (quantum dot, QD) von Meirav *et al.* im Jahre 1990 bezeichnen [9]. Die Nanostrukturen entstanden jeweils durch das Verarmen eines 2DEGs unter einer Top-Gate-Struktur.

Weitere Verbesserungen der Prozessschritte und der Messverfahren erlauben heute die Herstellung von Strukturen aus zahlreichen gekoppelten QDs. Dies ermöglicht, zumindest theoretisch, die Verwendung von QD-Arrays in Quantencomputern, wobei z.B. der Elektronenspin als Freiheitsgrad zur Realisierung eines Qbits verwendet wird [10]. Einen Ansatz den Elektronenspin auf dem QD zu messen liefert die Spin-to-Charge-Umwandlung [11]. Ausgelesen wird dabei die Ladung auf einem QD nach der Umwandlung.

Die Messung der Ladung auf einem QD erfolgt dabei häufig über die Kopplung des QDs an einen in der Nähe liegenden QPC. Die Potentialänderung am Ort des QPCs bei einer Ladungsänderung des QDs schlägt sich in einer messbaren Leitwertänderung des QPCs nieder. Meist verwendet man den QPC als passiven Sensor, d.h. gemessen wird direkt die Leitwertänderung. Dies schränkt den dynamischen Bereich des Sensors erheblich ein, da der Leitwert des Sensors früher oder später auf einem Leitwertplateau landet und damit seine Funktionalität verliert. Eine Nanostruktur, die dazu geeignet ist die Ladung in ihrer Umgebung zu messen, wird in dieser Arbeit auch als Elektrometer bezeichnet.

In dieser Arbeit wurden insbesondere aktive Ladungssensoren aus QPCs und QDs untersucht. Um den Sensor auch bei großen Potentialänderungen nutzen zu können, wurde die den Leitwert definierende Gatespannung nachgeregelt, so dass der Leitwert konstant blieb. Die hierfür notwendige Spannungsänderung war ein direktes Maß für die Ladung auf dem benachbarten QD: Eine Änderung der Ladung um eine Elementarladung führte zu einer Stufe in der notwendigen Sensorspannung.

Für die akkurate Herstellung der Nanostrukturen mittels Elektronenstrahlithographie ist eine Korrektur des Proximity-Effekts zwingend erforderlich. Dieser stellt den wesentlichen Beitrag zur Auflösungsbegrenzung bei der Elektronenstrahlithographie dar. Ebenso ist es notwendig das 2DEG für Messungen niederohmig zu kontaktieren. In diesem Sinne waren weitere Themen dieser Arbeit die Strukturierung der ohmschen Kontakte zur besseren Kontaktierung und eine neue Methode zur Bestimmung der Punktspreizfunktion für die Korrektur des Proximity-Effekts.

2. Theoretischer Hintergrund

Zunächst soll in diesem Kapitel kurz der theoretische Hintergrund zu den verwendeten Nanostrukturen erläutert werden. Dabei handelt es sich insbesondere um Quantenpunktkontakte (Kap. 2.1) und Quantenpunkte (Kap. 2.2). Ausgangspunkt ist dabei ein zweidimensionales Elektronengas (2DEG), wie es sich z.B. in Inversionsschichten in Si-Mosfets oder GaAs-AlGaAs-Heterostrukturen bildet. Details zur Herstellung und Vermessung der Strukturen finden sich dann in den Kapiteln 3 und 4.

2.1. Quantenpunktkontakte

Bei Quantenpunktkontakten (quantum point contacts, QPCs) handelt es sich um quasi-eindimensionale Einschnürungen eines ansonsten ausgedehnten zweidimensionalen Elektronengases (2DEGs). Die geometrische Ausdehnung der Einschnürung ist dabei von der Größenordnung der Fermiwellenlänge λ_f . Der Strom, der durch die Einschnürung fließt, wird dann durch Quantisierungseffekte im Kanalbereich bestimmt. Abhängig von der Geometrie unterscheidet man zwischen Quantendrähten und QPCs. Ist die Kanallänge l größer als der Kanaldurchmesser d , spricht man eher von einem Quantendraht, ansonsten von einem QPC. Bereits der einfache Ansatz für das Potential, wie er in Abb. 2.2 A) dargestellt ist, liefert eine Leitwertquantisierung mit Leitwertstufen der Höhe $2e^2/h$ in Abhängigkeit von d , wie sie ähnlich in Abb. 2.2 C) zu sehen ist. Die Änderung von d wird dabei über eine Änderung des einschließenden Potentials erreicht. Diesen Ansatz nennt man die Wide-Narrow-Wide-Geometrie (Breit-Schmal-Breit-Geometrie).

Ist die mittlere freie Weglänge l_0 deutlich größer als die Kanallänge l , bezeichnet man das System als ballistisch, es gilt:

$$l_0 = v_f \tau \gg l \quad (2.1)$$

mit der Fermigeschwindigkeit v_f und der mittleren Streuzzeit τ . In einem ballistischen System kann also die Streuung der Ladungsträger an Störstellen bei der Berechnung des Stroms vernachlässigt werden.

Um eine solche Struktur quantenmechanisch zu beschreiben, verwendet man den Landau-Büttiker-Formalismus [12, 13, 14]. Beschrieben wird das Verhalten eines Streuzentrums bzw. einer Probe ohne Elektron-Elektron-Wechselwirkung, welche über M quasi-1D-Drähte mit idealen Reservoirs verbunden ist. D.h. Elektronen werden nur in der Probe phasenkohärent in die M quasi-1D-Drähte gestreut. Dort werden sie thermalisiert, wobei sämtliche Phaseninformation verloren geht. Eine schematische Darstellung

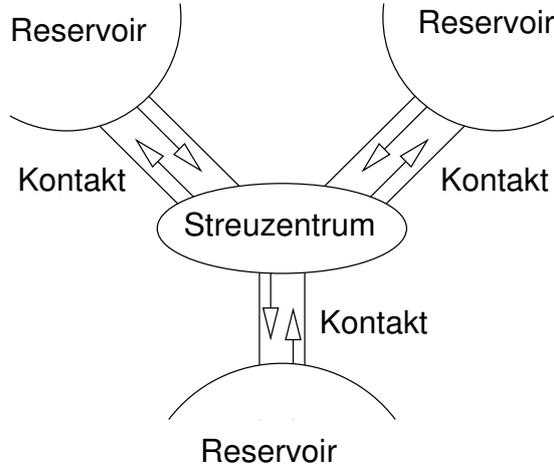


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung des Landau-Büttiker-Formalismus. Die Probe ist mit idealen 1D-Kontakten mit drei Reservoirs verbunden.

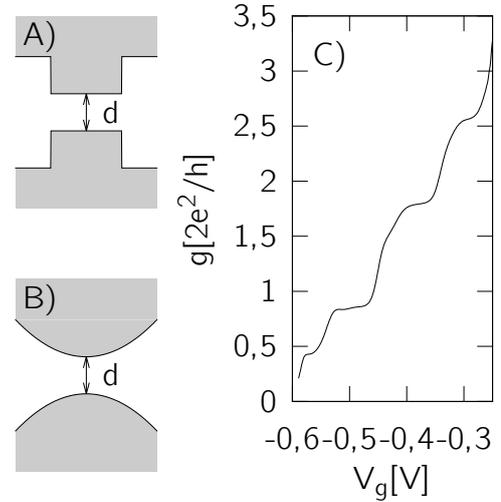


Abbildung 2.2: A) Schematische Darstellung eines QPCs in der WNW-Geometrie, B) Schematische Darstellung eines QPCs im adiabatischen Modell. C) Gemessene Kennlinie eines QPCs mit Leitwertquantisierung.

findet sich in Abb. 2.1. Für den Strom I_m durch den Draht m erhält man

$$I_m = \frac{2e^2}{h} \left[(N_m - R_m)V_m - \sum_{n \neq m} T_{mn} V_n \right]. \quad (2.2)$$

Dabei ist N_m die Anzahl der 1D-Subbänder bzw. Moden in Draht m und V_m das Potential des Reservoirs. Die Transmissionsmatrix T_{mn} berechnet sich aus den Wahrscheinlichkeiten $t_{mn\alpha\beta}$, mit denen ein Elektron aus Draht m und Mode α in Draht n und Mode β gestreut wird. Für T_{mn} gilt

$$T_{mn} = \sum_{\alpha\beta} t_{mn\alpha\beta}. \quad (2.3)$$

Entsprechend berechnet sich R_m aus den Wahrscheinlichkeiten $r_{m\alpha\beta}$, mit denen ein Elektron aus Draht m und Mode α in Draht m und Mode β zurückgestreut wird.

Im einfachen Fall mit nur zwei Reservoirs, bei dem eines als Masse gewählt wird, erhält man für den Leitwert G die Zwei-Terminal-Landauergleichung [14]

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{\alpha=1} \sum_{\beta=1} |t_{\alpha\beta}|^2 \quad (2.4)$$

mit der Übergangswahrscheinlichkeit $t_{\alpha,\beta}$ von Mode α in Draht 1 in Mode β in Draht 2.

Das adiabatische Modell [15] zur Berechnung des Leitwerts eines QPCs verwendet Gl. 2.4 zusammen mit der Annahme, dass sich der Kanaldurchmesser $d(x)$ auf einer Längenskala vergleichbar mit der Fermiwellenlänge $\lambda_f = 2\pi k_f^{-1}$ nur langsam mit dem Ort ändert. Eine entsprechende Skizze findet sich in Abb. 2.2 B). In diesem Fall ist eine Separation der Variablen in der Schrödingergleichung möglich:

$$\Psi(x, y) \rightarrow \Psi(x)\phi_x(y) \quad (2.5)$$

Für den Fall eines 'Hard-Wall'-Potentials erhält man

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dy^2} \phi_x(y) + \epsilon_n(x)\phi_x(y) = E\phi_x(y) \quad (2.6)$$

mit den Lösungen

$$\phi_{xn}(y) = \sqrt{\frac{2}{d(x)}} \sin\left(\frac{\pi n}{d(x)}y + \frac{\pi n}{2}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.7)$$

und

$$\epsilon_n(x) = \frac{\pi^2 n^2 \hbar^2}{2m d^2(x)}. \quad (2.8)$$

Die Lösung $\Psi(x, y)$ erhält man aus dem Produkt von $\phi_{xn}(y)$ mit einer laufenden Welle:

$$\Psi(x, y) = \phi_{xn}(y)e^{ik(x)x} \quad (2.9)$$

mit

$$k(x) = \frac{1}{\hbar} \sqrt{(E - \epsilon_n(x))2m_{\text{eff}}} \quad (2.10)$$

mit E der Energie und m_{eff} der effektiven Masse der Elektronen. Zum Ladungstransport tragen nur Elektronen nahe des Fermi-niveaus bei, d.h. $E = E_f$. Für $\epsilon_n(d_{\text{min}}) > E_f$, mit d_{min} , dem minimalen Durchmesser des Kontakts, wird $k(d_{\text{min}})$ imaginär und die einlaufende Welle wird im Kontaktbereich exponentiell gedämpft. Zusammen mit der im Ansatz geforderten Adiabaticität folgt für ausreichend breite Kontakte, dass Zustände mit $E < \epsilon_n(d_{\text{min}})$ praktisch perfekt reflektiert bzw. mit $E > \epsilon_n(d_{\text{min}})$ praktisch perfekt transmittiert werden. In der Praxis wird diese Bedingung immer durch Tunnelprozesse aufgeweicht.

Man erhält eine maximale Anzahl von Moden, die für den Ladungstransport zur Verfügung stehen, gegeben durch

$$n_{\text{max}}(k_f d_{\text{min}}) = k_f d_{\text{min}} / \pi. \quad (2.11)$$

Aus der Adiabaticität folgt zusätzlich, dass es keine Übergänge zwischen unterschiedlichen Moden gibt. Für die Transmissionsmatrix ergibt sich also

$$T_{n,m} \approx \begin{cases} 1 & \text{für } m = n < n_{\text{max}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.12)$$

und somit aus Gl.2.4

$$G(k_f d_{\min}) = \frac{2e^2}{h} n_{\max}. \quad (2.13)$$

Eine Vergrößerung der Breite d_{\min} führt also zu einem stufenweise ansteigenden Leitwert. Diese Leitwertstufen wurden 1988 erstmals experimentell nachgewiesen [7, 8].

Das Modell lässt sich auch für endliche Drain-Source-Spannungen V_{ds} erweitern. Glazman *et al.* [16] verwendet hierzu für die Beschreibung ein Sattelpunktpotential. Bei steigender Spannung V_{ds} werden die Leitwertstufen schmaler und verschwinden schließlich ganz. Gleichzeitig tauchen neue Plateaus bei ca. $(2n + 1)e^2/h$ auf. Dieses Modell funktioniert gut für Leitwertstufen oberhalb des ersten Leitwertplateaus [17].

Unterhalb des ersten Leitwertplateaus beobachtet man häufig eine zusätzliche Stufe bei $0,7 \cdot 2e^2/h$, die so genannte 0,7-Anomalie [18]. Bei endlichem Magnetfeld entwickelt sich diese Stufe zu der typischen Stufe bei $(n+0,5) \cdot 2e^2/h$ mit $n=0$, wie sie bei einer Aufhebung der Spinartung zu erwarten ist. Die 0,7-Anomalie wird mit steigender Temperatur ausgeprägter. Die Details zur Entstehung der 0,7-Anomalie sind noch nicht endgültig verstanden. Einen Ansatz zum Verständnis liefert die Analogie des, mit der 0,7-Anomalie verknüpften, Zero-Bias-Peaks mit dem Kondo-Effekt, wie er in Quantenpunkten beobachtet wird [19, 20]. Die Rolle einer magnetischen Störstelle wird bei Quantenpunkten vom Spin der Elektronen übernommen, die sich auf dem Quantenpunkt befinden. Da es bei QPCs keine gebundenen Zustände im Kanalbereich gibt, ist unklar was hier die Rolle der magnetischen Störstelle, wie sie für den Kondo-Effekt benötigt wird, übernimmt.

Es gibt viele verschiedene Methoden und Materialien um QPCs herzustellen. Die Methode, die in dieser Arbeit verwendet wird, ist, ein 2DEG in einer GaAs-AlGaAs-Heterostruktur unter Topgate-Elektroden elektrostatisch zu verarmen. Die Gatestruktur auf der Oberfläche wird auf diese Weise auf das 2DEG übertragen. Je negativer die anliegende Spannung V_g wird, desto breiter wird auch die Verarmungszone unter dem Gate. Eine Variation der Kanalbreite ist also einfach möglich.

Eine markante Stufe im Leitwert erhält man bei der Spannung, bei der das 2DEG unter dem Gate gerade vollständig verarmt ist. Diese Stufe, die nichts mit der Leitwertquantisierung zu tun hat, nennt man die Definitionsstufe. Der plötzlich abnehmende Querschnitt der für den Ladungstransport zur Verfügung stehenden Probenfläche, führt zu einem sprunghaften Anstieg des Widerstands.

In dieser Arbeit werden QPCs hauptsächlich als empfindliche Ladungssensoren verwendet. Dabei werden auch QPCs wechselseitig vermessen, wobei der eine QPC als Ladungssensor für den anderen verwendet wird. Dabei sollte eine gebundene Ladung im Bereich des QPCs, wie sie für den Kondo-Effekt notwendig wäre, sichtbar sein.

2.2. Quantenpunkte

Als Quantenpunkte (quantum dots, QDs) bezeichnet man kleine leitende Inseln in einer ansonsten isolierenden Umgebung, welche über Tunnelkontakte mit Elektronenreservoirs verbunden sind. Die Gesamtkapazität C_Σ der Insel kann dabei so klein werden, dass einzelne Elektronen die notwendige Ladeenergie $E_C = e^2/C_\Sigma$ nicht mehr aufbringen können und der Stromtransport über die Insel somit blockiert ist. Kann man das Potential der Insel, z.B. über ein Steuergate, kontinuierlich verändern, so erhält man periodische Peaks im differentiellen Leitwert immer dann, wenn das chemische Potential der Insel mit dem der Kontakte übereinstimmt. Diese Peaks nennt man Coulomb-Blockade-Oszillationen [9].

Damit solche Effekte beobachtet werden können, muss die Linienbreite der einzelnen Coulomb-Blockade-Peaks gegenüber der Periodendauer klein sein. Hieraus ergeben sich zwei Bedingungen an das System: Sowohl die thermische Verbreiterung als auch die natürliche Linienbreite ΔE , gegeben durch die endliche Lebensdauer der Zustände bei endlichem Strom, müssen beide gegenüber der Periode der Peaks klein sein. In Formeln ausgedrückt:

$$\begin{aligned} E_C = e^2/C_\Sigma &\gg k_B T & (2.14) \\ \Delta E_C \Delta t = e^2/C_\Sigma \cdot RC_\Sigma > \Delta E \Delta t &> h \\ &\Leftrightarrow R > h/e^2 \approx 25 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Dabei wurde für Δt die Ladezeit der Kapazität angenommen.

Die Realisierungsmöglichkeiten für einen QD sind vielfältig. Es genügt z.B. eine kleine metallische Insel schwach an zwei äußere Kontakte zu koppeln. Der erste experimentelle Nachweis einer Coulomb-Blockade gelang in einer solchen Struktur [21].

Meistens erfolgt die Messung in flüssigem Helium oder in einem Mischkryostaten. Bei Raumtemperatur sind die Coulomb-Blockade-Oszillationen nur dann messbar, wenn die Insel ausreichend klein ist. Für eine metallische Insel entspricht das einer Ausdehnung von unter 10 nm, wodurch dann $C_\Sigma \ll 1,5 \text{ aF} \approx e^2/4.4k_B T$ wird (vgl. Gl. 2.28). Der Peakabstand ist somit größer als die thermische Verbreiterung der einzelnen Peaks [22].

Während man QPCs als eindimensionale Systeme betrachtet, entsprechen QDs null-dimensionalen Systemen. Die Bewegungsfreiheit der eingeschlossenen Elektronen ist in allen drei Raumrichtungen beschränkt. Aus diesem Grund zeigen QDs ähnliche quantenmechanische Phänomene wie Atome und werden daher auch häufig als künstliche Atome bezeichnet.

In Halbleiterstrukturen entsteht die leitende Insel z.B. aus Schichtstrukturen [23] oder indem man ein 2DEG über Top-Gates verarmt oder mit Ätzgräben vollständig entfernt. Als Ausgangsmaterial werden z.B. Inversionsschichten in Si oder GaAs-AlGaAs-Heterostrukturen verwendet. Derartige QDs sind insbesondere deshalb interessant, weil der Experimentator Zugriff auf viele Eigenschaften des QDs, wie z.B. Größe und Ankopplung an die Reservoirs, hat. In kleinen QDs lassen sich auch quantenmechanische

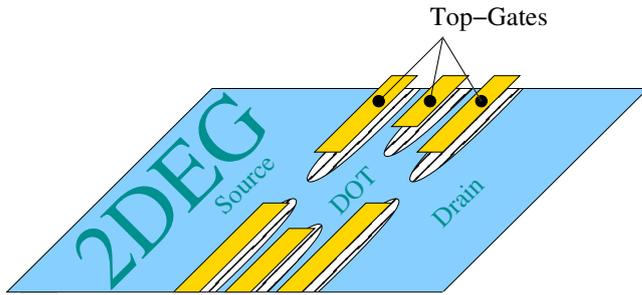


Abbildung 2.3: Schematischer Aufbau eines QDs in GaAs-AlGaAs. Liegen die Top-Gates auf einem negativen Potential, wird das 2DEG unter ihnen verarmt und der QD definiert. Die Ankopplung an Drain und Source kann kontinuierlich verändert werden.

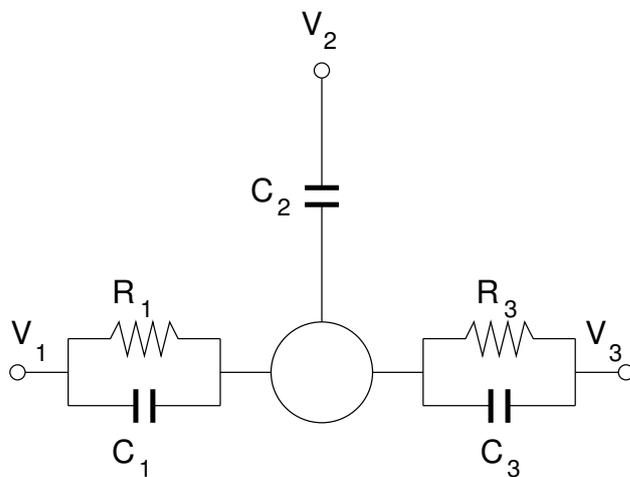


Abbildung 2.4: Ersatzschaltbild eines QDs. V_1 bzw. V_3 entsprechen Drain und Source. Der Widerstand zum Gate V_2 wird in diesem Bild vernachlässigt, ebenso wie die Ankopplung $C_0 := C_{Rest}$ an die Umgebung.

Effekte, wie z.B. ein Anregungsspektrum, beobachten. In Halbleiterstrukturen ist es zudem möglich, aufgrund der wesentlich größeren Fermiwellenlänge, die Coulomb-Blockade in geometrisch größeren QDs zu beobachten [9].

In dieser Arbeit werden nur QDs betrachtet, die durch Top-Gates elektrostatisch definiert werden. Über die angelegten Spannungen an den Gates lassen sich die Eigenschaften des QDs, wie Größe oder Ankopplung an die Zuleitungen kontinuierlich verändern. Eine solche Struktur ist in Abb. 2.3 schematisch dargestellt.

2.2.1. Einzeldot

Das Ersatzschaltbild eines einfachen QDs, wie z.B. in Abb. 2.3, findet sich in Abb. 2.4. Die Kontakte, die aus R_1 und C_1 bzw. R_3 und C_3 gebildet werden, entsprechen hier den Tunnelkontakten zu Drain und Source. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die Ankopplung an das Gate rein kapazitiv ist. Typischerweise wird bei einer Messung nur die Spannung des mittleren Gates verändert, während die äußeren so eingestellt wer-

den, dass sie Tunnelbarrieren bilden. Diese äußeren Gates können mit der Umgebung zusammengefasst werden und über eine weitere Kapazität als C_{Rest} berücksichtigt werden. Die tatsächlich anliegenden Spannungen führen nur noch zu einer Verschiebung des Ergebnisses.

Elektrostatistische Betrachtung des QDs

Zur Berechnung des Stroms über einen QD wurde ein Programm geschrieben. Dieses basiert auf der 'orthodoxen' Theory von Averin und Likharev [24] bzw. deren Herleitung für Einzeldots aus *Introduction to Superconductivity* [25], welche im Folgenden kurz wiedergegeben wird.

Der QD wird bei diesem Ansatz als Kondensator betrachtet. Das Potential des QDs berechnet sich aus den Spannungsabfällen über alle angeschlossenen Kapazitäten. Die einzige Quantisierungsbedingung ist, dass die Gesamtladung auf dem QD ein Vielfaches der Elementarladung ist. Für jede Konfiguration von anliegenden Spannungen kann der Ladezustand des QDs und auch der Strom über den QD unabhängig von dessen Vorgeschichte berechnet werden. Dieser einfache Ansatz erklärt bereits eine Vielzahl der bei QDs beobachteten Effekte.

Die elektrostatistische Energie des QDs ist die Summe über die Ladeenergien der einzelnen Kapazitäten.

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N q_i \varphi_i = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N C_i \varphi_i^2 \quad (2.15)$$

Dabei ist q_i die Ladung, mit der die Kapazität C_i geladen ist. φ_i ist die Spannungsdifferenz über C_i , N die Anzahl der berücksichtigten Kontakte. φ_i erhält man aus der Lösung des linearen Gleichungssystems

$$V_b - V_a = \varphi_a - \varphi_b \quad (2.16)$$

für $a, b = 1..N$, wenn man zusätzlich noch berücksichtigt, dass die Gesamtladung des QDs ein Vielfaches der Elementarladung e sein muss, also

$$\sum_{i=0}^N q_i = \sum_{i=0}^N C_i \varphi_i = ne. \quad (2.17)$$

Als Lösung erhält man

$$U = \frac{1}{2C_\Sigma} \sum_{i=0}^N \sum_{j>i}^N C_i C_j (V_i - V_j)^2 + \frac{(ne)^2}{2C_\Sigma} \quad (2.18)$$

mit der Gesamtkapazität

$$C_\Sigma = \sum_{i=0}^N C_i \quad (2.19)$$

des QDs. Bei der Summe über i bzw. j muss immer über alle Kontakte bzw. Kapazitäten summiert werden, d.h. insbesondere auch über C_{Rest} . Die Energie $E_C = \frac{e^2}{2C_\Sigma}$ bezeichnet man als Ladeenergie des QDs.

Will man die Energiedifferenz berechnen, die benötigt wird, um den QD mit einem weiteren Elektron zu laden, muss man zusätzlich die Arbeit berücksichtigen, die die äußeren Spannungsquellen verrichten. Beim Übergang von $n \rightarrow n + 1$ ändert sich die Ladung q_i . D.h. jede Spannungsquelle muss die Arbeit

$$w_i = V_i(q_i(n+1) - q_i(n)) \quad (2.20)$$

verrichten. Ausgenommen davon ist nur die Spannungsquelle, aus der das Elektron entnommen wurde. Für sie gilt

$$w_i = V_i(e - (q_i(n+1) - q_i(n))). \quad (2.21)$$

Die Gesamtarbeit W_i , die verrichtet werden muss, um n_i Elektronen aus dem Kontakt i auf den QD zu befördern, erhält man aus $W_i = n_i \sum_j w_j$. Für den einfachen Fall aus Abb. 2.4 erhält man

$$W_i = n_i e \sum_j (V_i - V_j) \frac{C_j}{C_\Sigma}. \quad (2.22)$$

Linearer Transport

Ein einfacher Grenzfall ergibt sich, wenn man bei linearem Transport das Drain- und das Sourcepotential auf Null legt, d.h. $V_1 = V_3 = 0 = V_{ds}$. Dabei identifiziert man V_1 und V_3 als Drain- bzw. Sourcespannung. Eingesetzt in Gl. 2.22 erhält man für die verrichtete Arbeit

$$W = -n_1 e \frac{V_2 C_2}{C_\Sigma} - n_3 e \frac{V_2 C_2}{C_\Sigma} = -n e \frac{V_2 C_2}{C_\Sigma}. \quad (2.23)$$

Da der Kontakt zu V_2 als isolierend angenommen wird, können keine Elektronen über R_2 auf den QD gelangen, d.h. $n_2 = 0$. V_2 wird üblicherweise als Gatespannung bezeichnet, da sie nur das Potential des QDs steuert. Im Folgenden ist daher auch $V_g := V_2$ und entsprechend $C_g := C_2$.

Für die Gesamtenergie erhält man damit aus Gl. 2.18 und Gl. 2.22

$$E = U - W = \frac{1}{2C_\Sigma} (C_g V_g - n e)^2 + X. \quad (2.24)$$

Da der Term X für alle n gleich ist, kann er bei der Berechnung der Ladung auf dem QD vernachlässigt werden.

Das Ergebnis ist in Abb. 2.5 zu sehen. Damit ein Strom über den QD fließen kann, muss sich die Ladung auf dem QD ändern können. Für einen Ladungstransport muss die Sequenz $n \rightarrow n + 1 \rightarrow n$ wiederholt durchlaufen werden. Bei $T = 0$ wird sich der QD aber immer im energetisch günstigsten Zustand befinden. Im Allgemeinen heißt das,

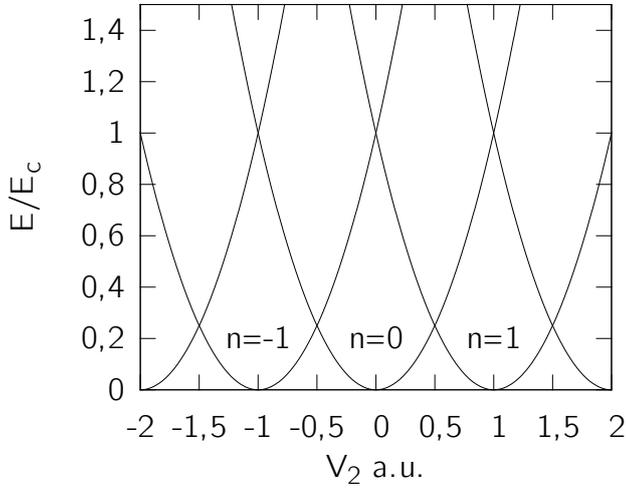


Abbildung 2.5: Gesamtenergie eines QDs in Abhängigkeit von der Gatespannung V_g . Für jede Ladungszahl n erhält man eine Parabel. An den Schnittpunkten ist die Energiedifferenz $\Delta E = 0$. Der von n unabhängige Term X in Gl. 2.24 wurde für eine übersichtlichere Darstellung abgezogen.

dass die Ladung ne auf dem Dot nicht fluktuieren kann. An den Schnittpunkten der Parabeln ist die Energiedifferenz $\Delta E = E(n+1) - E(n) = 0$. Die Ladung im QD kann an diesen Stellen also zwischen den Werten n und $n+1$ schwanken. Somit ist auch ohne Energiezufuhr ein Ladungstransport über den QD möglich.

Bereiche, in denen kein Strom über den QD fließen kann, nennt man Coulomb-Blockade-Bereiche. An den Schnittpunkten der Parabeln ist das chemische Potential des QDs gleich dem chemischen Potential von Drain und Source, die Blockade ist aufgehoben und ein Strom kann fließen (Abb. 2.6). Für die Periodizität der Peaks erhält man aus $\Delta E = 0$ und Gl. 2.24 $\Delta V_g = e/C_g$. Der Strom über den QD wird im nächsten Abschnitt berechnet.

Strom-Spannungs-Kennlinie

Um den Strom über den QD berechnen zu können, benötigt man zunächst die Tunnelraten, mit der Elektronen aus den Reservoirs auf den QD gelangen. Die Tunnelrate $\Gamma_j^+(n)$, mit der ein Elektron aus dem Reservoir j auf den QD tunnelt, d.h. für den Übergang $n \rightarrow n+1$, und die Rate $\Gamma_j^-(n)$, für den Übergang $n \rightarrow n-1$, mit der es den QD verlässt, sind bei endlicher Temperatur gegeben durch

$$\Gamma_j^\pm(n) = \frac{1}{R_j e^2} \left(\frac{-\Delta E_j^\pm}{1 - \exp(\Delta E_j^\pm / k_B T)} \right). \quad (2.25)$$

Dabei ist $\Delta E_j^\pm = E_j(n \pm 1) - E_j(n)$ die Energiedifferenz, wenn ein Elektron über den Kontakt j dem QD zugefügt bzw. entnommen wird und R_j der Widerstand, den der Kontakt j hätte, wenn die Coulomb-Blockade keine Rolle spielen würde, also z.B. bei $T \rightarrow \infty$.

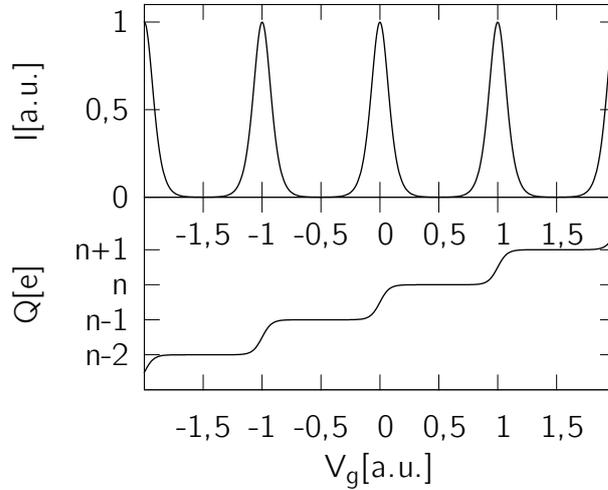


Abbildung 2.6: Coulomb-Blockade-Oszillationen eines QDs. Immer wenn sich die Ladung Q des QDs um ± 1 ändert, kann ein Strom fließen und die Coulomb-Blockade ist aufgehoben.

Im thermischen Gleichgewicht erhält man aus Gl. 2.25 den Strom I , indem man über alle möglichen Besetzungszustände des QDs summiert, gewichtet mit deren Besetzungswahrscheinlichkeiten $\sigma(n)$:

$$I(V) = e \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma(n) [\Gamma_1^-(n) - \Gamma_1^+(n)] = e \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma(n) [\Gamma_3^+(n) - \Gamma_3^-(n)] \quad (2.26)$$

Das zweite Gleichheitszeichen ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung, wenn der Strom über das Gate vernachlässigt werden kann.

Die Besetzungswahrscheinlichkeit $\sigma(n)$ erhält man über die Bedingung, dass im Gleichgewicht die Nettoübergangsrate von n nach $n+1$ Null sein muss bzw.

$$\sigma(n) [\Gamma_1^+(n) + \Gamma_3^+(n)] = \sigma(n+1) [\Gamma_1^-(n+1) + \Gamma_3^-(n+1)]. \quad (2.27)$$

Zusammen mit der Normierungsbedingung $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma(n) = 1$ ist Gl. 2.27 numerisch lösbar. Eingesetzt in Gl. 2.26 erhält man die Strom-Spannungs-Kennlinie, wie sie in Abb. 2.6 zu sehen ist.

Auch die Temperaturabhängigkeit der Strom-Spannungs-Kennlinie ist über Gl. 2.25 in Gl. 2.26 bereits enthalten. Mit zunehmender Temperatur werden die Strukturen zunehmend verbreitert. Kennt man die Kapazitäten des QDs, so lässt sich aus der Verbreiterung der Coulomb-Blockade-Peaks die Temperatur berechnen. Hierauf wird im folgenden Abschnitt näher eingegangen. In Abb. 2.7 ist die Temperaturabhängigkeit der Linienbreite eines QDs dargestellt.

Verschiedene Effekte führen zu Abweichungen von der hier berechneten idealen Kennlinie. Beispielsweise führt die endliche Lebensdauer der Zustände auf dem QD zu einer weiteren Linienverbreiterung. Dies wird insbesondere bei weit geöffneten Tunnelbarrieren ($R \approx 25 \text{ k}\Omega$) relevant.

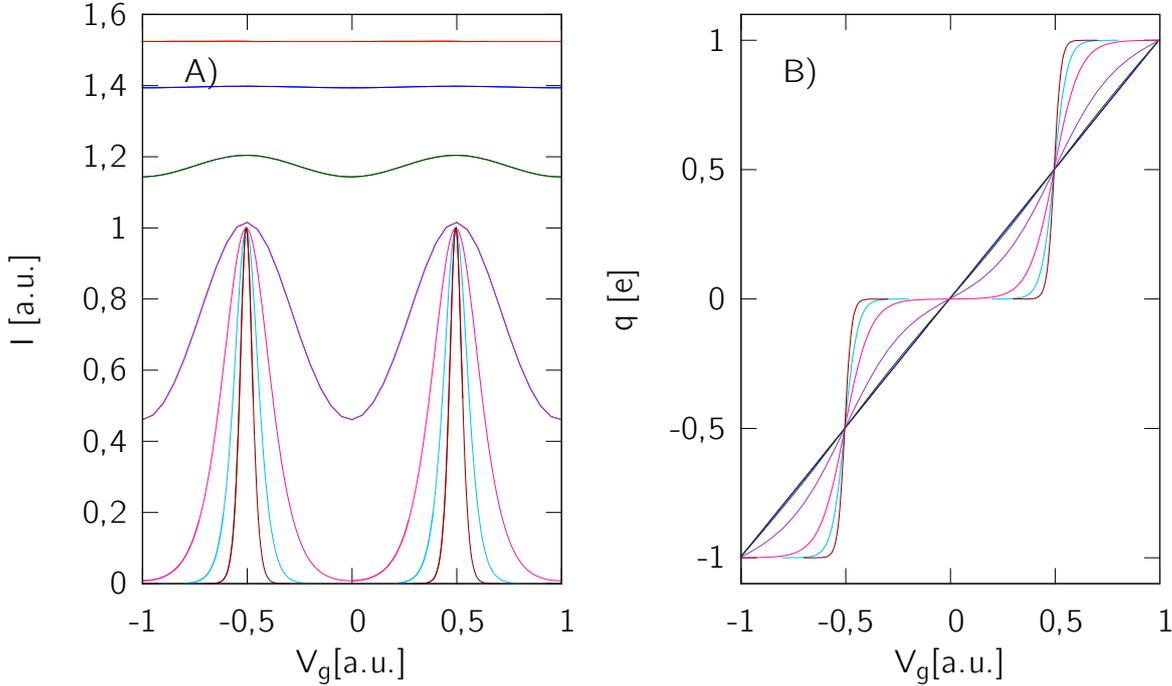


Abbildung 2.7: A) Berechnete Temperaturabhängigkeit der Coulomb-Blockade-Peaks für einen symmetrischen QD mit $\alpha = 1/3$. Mit jeder Linie steigt die Temperatur von $0,05 \cdot k_B$ bis $0,2 \cdot k_B$. B) Zu A) gehörende mittlere Ladung des QDs. Das Ergebnis der Simulation stimmt mit Gl. 2.28 überein solange die einzelnen Peaks nicht überlappen.

Einen weiteren Beitrag zum Strom liefert das Cotunneling. Darunter versteht man Prozesse, an denen mehrere Elektronen beteiligt sind, z.B. wenn gleichzeitig ein Elektron den QD verlässt, während ein anderes auf den QD übergeht. Da bei solchen Prozessen die Ladeenergie nicht extra aufgebracht werden muss, können sie zu einem endlichen Strom im eigentlich verbotenen Coulomb-Blockade-Bereich führen [26]. Cotunneling ist erst bei großen V_{ds} und bei weit geöffneten Tunnelkontakten, d.h. $g \rightarrow 2e^2/h$ von Bedeutung. In den meisten Messungen in dieser Arbeit spielt es eine untergeordnete Rolle.

Temperaturabhängigkeit

Die in Abb. 2.7 dargestellte Temperaturabhängigkeit gilt nur im metallischen Limes. D.h. der Abstand $\Delta\mathcal{E}$ der Energieniveaus im QD (vgl. Kap. 2.2.3) ist viel kleiner als die thermische Energie $k_B T$.

Man kann insgesamt drei Temperaturbereiche unterscheiden [27]:

- $\Delta\mathcal{E}, E_C \ll k_B T$: Keine Coulomb-Blockade. Der Widerstand ergibt sich aus der Reihenschaltung der Widerstände der beiden den QD begrenzenden QPCs, wobei diese wie klassische Widerstände behandelt werden.

- $\Delta\mathcal{E} \ll k_B T \ll E_C$: Klassische Coulomb-Blockade. Mehrere Energieniveaus sind am Stromtransport beteiligt. Man erhält:

$$\frac{g(\delta, T)}{g_{\max}} = \frac{\delta/(k_B T)}{2 \sinh(\delta/(k_B T))} \simeq \frac{1}{2} \frac{1}{\cosh^2(\delta/(2,5 k_B T))} \quad (2.28)$$

Für die mittlere Ladung auf dem QD ergibt sich eine invertierte Fermiverteilung:

$$Q(\delta, T) = e \frac{\exp\left(\frac{\delta}{k_B T}\right)}{\exp\left(\frac{\delta}{k_B T}\right) + 1} \quad (2.29)$$

- $k_B T \ll \Delta\mathcal{E} \ll E_C$: Quanten-Coulomb-Blockade. Der Strom fließt nur noch durch einzelne Energieniveaus. Man erhält:

$$\frac{g(\delta, T)}{g_{\max}(n)} \simeq \frac{\Delta\mathcal{E}}{4k_B T} \frac{1}{\cosh^2(\delta/(2k_B T))} \quad (2.30)$$

Dabei ist $\delta = e \frac{C_g}{C_\Sigma} (V_g - V_{\max})$ die Energiedifferenz zum Maximum.

Während im klassischen Bereich die Coulomb-Blockade-Peaks alle ungefähr gleich hoch sind, ist die Peakhöhe im Quanten-Coulomb-Blockade-Bereich abhängig von der Ankopplung der einzelnen Energieniveaus an Drain bzw. Source, welche von Peak zu Peak stark unterschiedlich sein kann. Auch erhält man im quantenmechanischen Bereich eine Abhängigkeit der Peakhöhe von der Temperatur [28]. So nimmt die Peakhöhe hier mit steigender Temperatur ab, während sie im klassischen Bereich konstant bleibt (vgl. Vorfaktoren in Gl. 2.28 bzw. Gl. 2.30). Der Übergang vom quantenmechanischen in der klassischen Bereich ist auch in Messungen sichtbar [29]. Der scheinbare Anstieg der Peakhöhe im klassischen Bereich in Abb. 2.7 kommt dadurch zustande, dass sich benachbarte Peaks überlappen.

Die Linienbreite der Coulomb-Blockade-Peaks hängt nur von der Temperatur, von C_g und von C_Σ ab. Da C_g und C_Σ , wie im folgenden Abschnitt (*Nichtlineare Kennlinie*) beschrieben, bestimmt werden können, eignet sich ein idealer QD als primäres Thermometer. Die Temperatur kann direkt aus der Linienform bestimmt werden, d.h. die Messung muss nicht bei einer bekannten Temperatur kalibriert werden.

Gl. 2.28 und Gl. 2.30 gelten allerdings nur, wenn die natürliche Linienbreite bei 0 K im Vergleich zur thermisch verbreiterten Linie vernachlässigbar ist.

In Abb. 2.8 ist die Linienbreite eines quantenmechanischen QB-Peaks mit bzw. ohne Berücksichtigung der natürlichen Linienbreite dargestellt. Als natürliche Linienbreite wurde eine Lorenzverteilung

$$L(\delta)|_{T=0} = \frac{L_0}{2\pi} \frac{1}{(L_0/2)^2 + \delta^2} \quad (2.31)$$

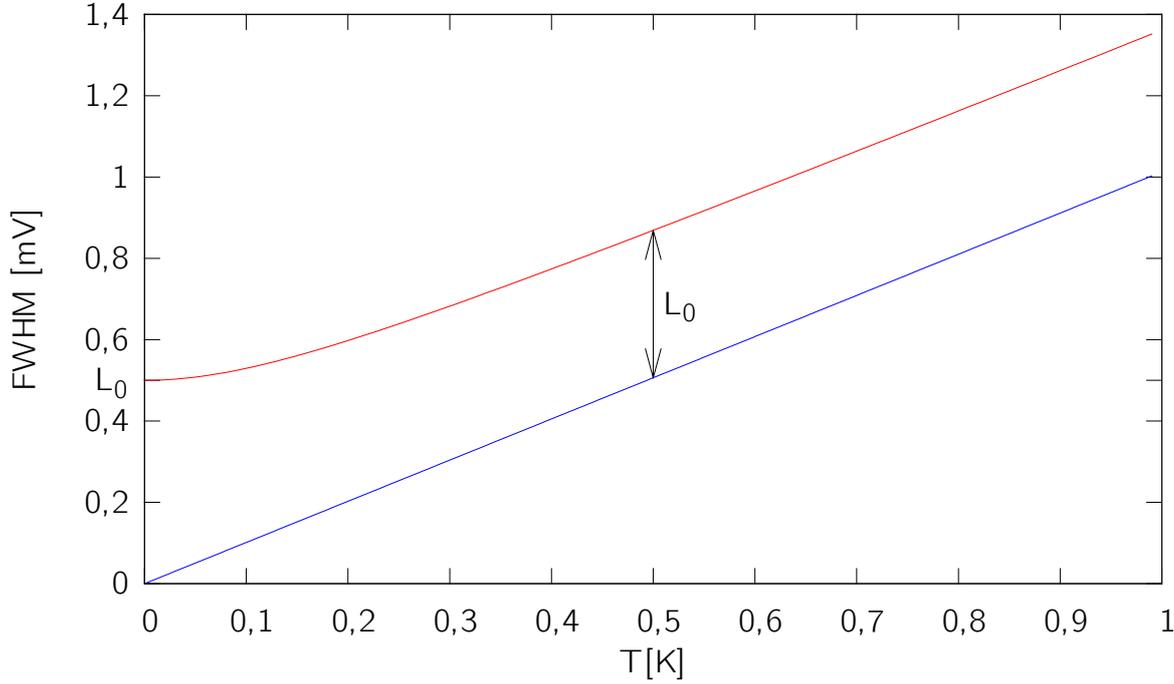


Abbildung 2.8: Linienbreite eines quantenmechanischen Coulomb-Blockade-Peaks für $\alpha := C_g/C_\Sigma = 0,3$ mit bzw. ohne Berücksichtigung der natürlichen Linienbreite.

mit einer Normierungskonstanten L_0 angenommen [30]. Die Linienform $\tilde{g}(\delta, T)$ bei endlicher Temperatur erhält man dann aus der Faltung von Gl. 2.31 mit Gl. 2.28 bzw. Gl. 2.30.

$$\tilde{g}(\delta, T) = L(\delta) * g(\delta, T) \quad (2.32)$$

Bei hohen Temperaturen nähern sich die Steigungen der beiden Kurven in Abb. 2.8 an. Sie bleiben aber um die Halbwertsbreite L_0 der Lorenzverteilung verschoben [29].

Bei tiefen Temperaturen geht die verbreiterte Kurve bei L_0 in Sättigung. In diesem Bereich kann die Linienbreite nicht mehr zur Temperaturbestimmung verwendet werden.

Nichtlineare Kennlinie

Die Gleichungen 2.15-2.27 behalten ihre Gültigkeit auch bei einer endlichen Spannungsdifferenz zwischen Drain und Source. Weiterhin ist ein Ladungstransport über den QD möglich, wenn das chemische Potential des QDs zwischen denen von Drain und Source liegt. Das chemische Potential bei endlicher anliegender Spannung ist

$$\mu(n) = U(n+1) - U(n) - e \sum_{i=0}^N V_i \frac{C_i}{C_\Sigma}. \quad (2.33)$$

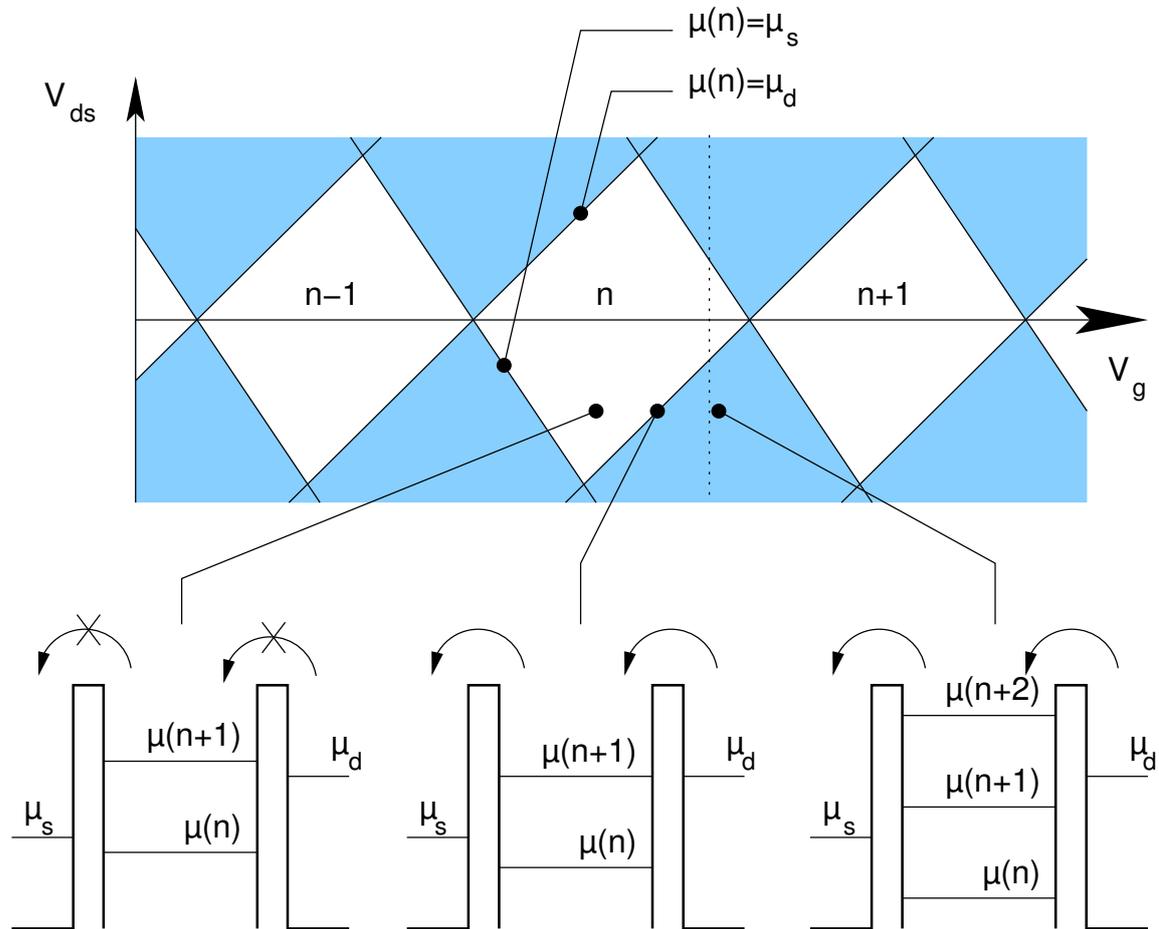


Abbildung 2.9: Schematische Darstellung des Ladungstransports über einen QD bei einer endlichen anliegenden Spannung V_{ds} zwischen Drain und Source. In den blauen Bereichen kann Strom fließen, da hier das chemische Potential des QDs zwischen denen von Drain und Source liegt. Die weißen Rauten markieren den Coulomb-Blockade-Bereich. Die Begrenzungslinien entstehen, wenn $\mu_{QD} = \mu_d$ bzw. $\mu_{QD} = \mu_s$ ist. In der unteren Bildhälfte ist die Konfiguration von Drain und Source, sowie die des QDs schematisch dargestellt. Außerdem ist zu sehen, ob Elektronen den QD passieren können. In Abb. 2.10 findet sich eine Simulation des Stroms über den QD entlang der gestrichelten Linie.

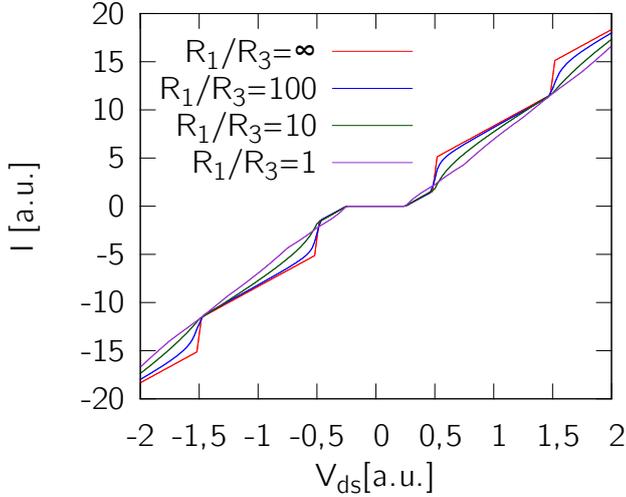


Abbildung 2.10: Berechnete Kennlinie I gegen V_{ds} bei konstantem V_{gate} . Die Coulomb-Blockade wird aufgehoben, wenn $\mu(n)$ zwischen μ_d und μ_s liegt. Man erhält immer dann eine Stufe, wenn diese Bedingung für mehrere n erfüllt ist, also z.B. $\mu_d > \mu(n+1) > \mu(n) > \mu_s$. Diese Simulation entspricht einem vertikalen Schnitt durch Abb. 2.9.

μ setzt sich also zusammen aus der elektrostatischen Energie des QDs und der Arbeit, die in den Reservoirs verrichtet werden muss, um die Teilladungen q_i auf das jeweilige Potential V_i zu bringen. Die für den Stromtransport erlaubten Bereiche sind in Abb. 2.9 schematisch dargestellt. Liegt das chemische Potential des QDs nicht zwischen den Potentialen von Drain und Source, so müsste Energie aufgewendet werden, damit ein Elektron auf den QD gelangen kann. Bei ausreichend tiefen Temperaturen steht diese Energie nicht zur Verfügung und der Strom über den QD ist somit gesperrt.

In Abb. 2.10 ist die Strom-Spannungs-Kennlinie bei konstanter Gatespannung dargestellt. Außerhalb des Blockadebereichs steigt der Strom zunächst linear mit der Spannung an. Bei steigender Spannung bilden sich jedoch Sprünge in der Kennlinie aus. Diese werden umso ausgeprägter je stärker sich die Widerstände R_1 und R_3 unterscheiden. Eine neue Stufe im Strom über den QD erhält man immer dann, wenn $\mu_d > \mu(n) > \mu_s$ für zwei oder mehr n erfüllt ist, d.h. z.B. $\mu_d > \mu(n+1) > \mu(n) > \mu_s$ (bei negativer Spannung V_{ds} entsprechend umgekehrt). Eine entsprechende Messung findet sich bei Kouwenhoven *et al.* in [31].

Aus der nichtlinearen Messung, wie sie in Abb. 2.9 und Abb. 2.11 skizziert ist, kann man die Kapazitäten C_Σ und C_s bestimmen. Bei allen nichtlinearen Messungen in dieser Arbeit wurde die Spannung von Drain nach Source stets asymmetrisch angelegt, d.h. das Sourcepotential wurde auf Masse gelegt, also $V_1 = V_{ds}$ und $V_3 = 0$. Für die Begrenzungslinien der Rauten erhält man in diesem Fall aus Gl. 2.33 für die Begrenzungslinien

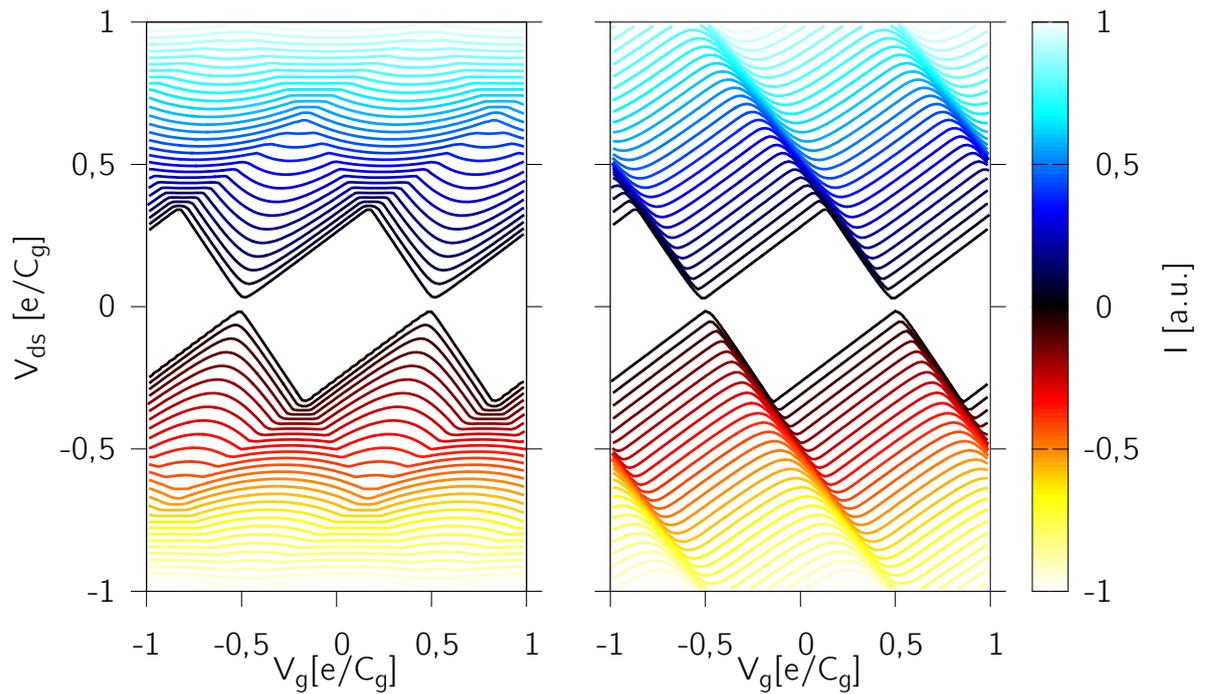


Abbildung 2.11: In der Abbildung ist die berechnete nichtlineare Kennlinie eines QDs mit $C_d = C_s$ dargestellt. In der linken Bildhälfte ist $R_d = R_s$, in der rechten $R_d = 100 \cdot R_s$. Die Coulomb-Blockade-Rauten, sowie teilweise auch die ersten Nebenrauten, sind in beiden Fällen erkennbar. Aufgrund der unterschiedlichen Tunnelbarrieren sind die Begrenzungslinien der Coulomb-Blockade-Rauten in der rechten Bildhälfte unterschiedlich stark ausgeprägt. Der schlechtere Kontakt bestimmt die Leitfähigkeit des QDs. Die Spannung V_{ds} wurde asymmetrisch angelegt, d.h. $V_d = V_{ds}$ und $V_s = 0$.

mit negativer Steigung:

$$\begin{aligned}
 \mu_s &= \mu(n) \\
 &= [(n+1)^2 - n^2] \frac{e^2}{2C_\Sigma} - e \sum_{i=0}^N V_i \frac{C_i}{C_\Sigma} \\
 &= (2n+1) \frac{e^2}{2C_\Sigma} - eV_{ds} \frac{C_s}{C_\Sigma} - eV_g \frac{C_g}{C_\Sigma} - \sum_{i=Rest} V_i \frac{C_i}{C_\Sigma} \\
 &= 0 \\
 \Leftrightarrow V_g &= -V_{ds} \frac{C_s}{C_g} + \left[(2n+1) \frac{e^2}{2C_\Sigma} - e \sum_{i=Rest} V_i \frac{C_i}{C_\Sigma} \right] \frac{C_\Sigma}{eC_g} \\
 \Leftrightarrow \frac{dV_g^-}{dV_{ds}} &= -\frac{C_s}{C_g}
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

bzw. entsprechend für die positiven Steigungen:

$$\begin{aligned}
 \mu_d &= \mu(n) \\
 &= -eV_{ds} \\
 \Leftrightarrow V_g &= V_{ds} \frac{C_\Sigma - C_s}{C_g} - \left[(2n+1) \frac{e^2}{2C_\Sigma} - e \sum_{i=Rest} V_i \frac{C_i}{C_\Sigma} \right] \frac{C_\Sigma}{eC_g} \\
 \Leftrightarrow \frac{dV_g^+}{dV_{ds}} &= \frac{C_\Sigma - C_s}{C_g}.
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

Dabei ist $\mu_s = 0$ und $\mu_d = -eV_{ds}$, da bei diesem Ansatz die Sourceelektrode geerdet ist und die Spannung an Drain angelegt wird. Ist der Messaufbau z.B. symmetrisch, d.h. $V_s = -V_d = V_{ds}/2$, erhält man einen anderen Zusammenhang zwischen Steigung und Kapazitäten.

Die Kapazität C_g erhält man einfach aus

$$C_g = \frac{e}{\Delta V_g}. \tag{2.36}$$

Mit Hilfe dieser Parameter ist es nun möglich, die Spannungsdifferenzen ΔV_g in Energiedifferenzen umzurechnen. Es gilt

$$\Delta E_g = e \frac{C_g}{C_\Sigma} \Delta V_g =: e\alpha \Delta V_g \tag{2.37}$$

bzw.

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{dV_g^+}{dV_{ds}} - \frac{dV_g^-}{dV_{ds}}. \tag{2.38}$$

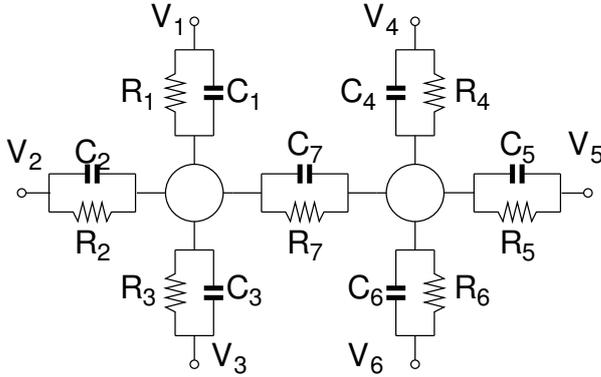


Abbildung 2.12: Ersatzschaltbild eines allgemeinen Doppeldots. Die Wahl der Parameter C_i und R_i entscheidet darüber, ob es sich um einen parallelen oder einen seriellen Doppeldot handelt. In der Praxis müssen zur Beschreibung des Systems weitere Kapazitäten eingeführt werden, um z.B. auch die Kopplung des zweiten QDs an das Gate des ersten QDs, sowie beider QDs an die Umgebung zu berücksichtigen.

2.2.2. Gekoppelte Quantenpunkte

Liegen zwei QDs räumlich nah beieinander, so spricht man von gekoppelten QDs. D.h. eine Änderung des Ladungszustandes des einen QDs wirkt sich über eine Koppelkapazität auch auf den zweiten QD aus. In Abb. 2.12 ist das allgemeine Ersatzschaltbild eines Doppel-QDs gezeigt.

Die über die Kapazitäten C_i abfallenden Spannungsdifferenzen φ_i erhält man analog zu Gl. 2.16 über die Kirchhoffschen Regeln, zusammen mit der zusätzlichen Bedingung, dass die Ladung auf beiden QDs jeweils quantisiert ist. Diese Bedingung ist jedoch nicht immer erfüllt: Bei stark gekoppelten QDs bilden sich, ähnlich wie bei Molekülen, Orbitale, die über beide QDs verteilt sind [32]. In diesem Fall ist nur die Gesamtelektronenzahl quantisiert und der hier beschriebene Ansatz kann nicht verwendet werden. Im Grenzfall sehr starker Kopplung geht das Doppeldotssystem in einen Einzeldot über [33]. Bei den in dieser Arbeit verwendeten gekoppelten QDs handelt es sich jedoch immer um schwach gekoppelte Systeme, sodass die Annahme gerechtfertigt ist.

Nimmt man die Ladung auf beiden QDs als quantisiert an, so ist das Gleichungssystem analytisch lösbar. Den Beitrag der Spannungsquellen zur Gesamtenergie erhält man weiterhin aus Gl. 2.20 und Gl. 2.21.

Die Gleichgewichtsbedingung in Gl. 2.27 muss erweitert werden zu

$$\sigma(\eta) \sum_{\kappa \in K} \Gamma(\eta, \kappa) = \sum_{\kappa \in K} \sigma(\kappa) \Gamma(\kappa, \eta). \quad (2.39)$$

η bezeichnet einen Zustand mit n Elektronen auf QD1 und m Elektronen auf QD2. Entsprechend ist K die Menge aller möglichen Zielzustände η für die die Übergangswahrscheinlichkeit $\Gamma(\eta, \kappa)$ von einem Zustand η in einen Zustand κ endlich ist.

Für die numerische Lösung von Gl. 2.39 kann man annehmen, dass die Besetzungswahrscheinlichkeit $\sigma(\eta) = 0$ für alle Zustände weit weg vom Maximum ist. Bei tie-

fen Temperaturen und kleinen Spannungen, d.h. $eV_{ds}, k_B T \ll E_c$, gilt das schon für Zustände, die ein Elektron mehr oder weniger enthalten als der energetisch günstigste Zustand. Auf diesem beschränkten Bereich kann die Verteilung $\sigma(\eta)$ schnell durch rekursives Anwenden von Gl. 2.39 bestimmt werden.

Zur weiteren Vereinfachung wurde, wie auch schon bei Einzeldots, angenommen, dass Cotunneling-Prozesse, d.h. Prozesse bei denen mehrere Elektronen gleichzeitig tunneln, vernachlässigt werden können. Die Menge K beschränkt sich dadurch auf Zustände, bei denen sich die Gesamtelektronenzahl und die Elektronenzahl auf jedem QD um maximal $\pm e$ vom Ausgangszustand unterscheiden.

In Abb. 2.13 A) findet sich das Stabilitätsdiagramm eines gekoppelten Systems für den Fall kleiner Ströme. In Abhängigkeit von den beiden Gatepotentialen bilden sich sechseckige Bereiche, in denen die Ladung auf beiden QDs quantisiert ist. Wie auch bei einem einzelnen QD kann unter den hier verwendeten Voraussetzungen nur dann ein Strom fließen, wenn sich die Gesamtelektronenzahl des Systems um ± 1 ändern kann. Dies ist entlang der roten (QD2 \pm ein Elektron) und grünen Linien (QD1 \pm ein Elektron) in Abb. 2.13 A) der Fall. Man unterscheidet im Wesentlichen zwei Fälle: Serielle bzw. parallele QDs. Diese werden im Folgenden näher beschrieben.

Serielle QDs

Setzt man die Widerstände R_2 , R_3 , R_5 und R_6 in Abb. 2.12 auf unendlich und legt V_1 und V_4 auf Drain bzw. Source, so kann nur dann ein Strom fließen, wenn sich die Ladung auf beiden QDs gleichzeitig ändern kann. Dies ist in Abb. 2.13 A) nur in den Tripelpunkten, d.h. den Punkten, in denen sich die roten (QD2 \pm ein Elektron) und grünen (QD1 \pm ein Elektron) Linien in den Ecken der Rauten treffen, der Fall. Der Strom, der dann fließt, ist in Abb. 2.13 B) dargestellt.

Vermisst man einen seriell gekoppelten Doppeldot, indem man nur ein Gatepotential verändert, so entspricht dies einem horizontalen bzw. vertikalen Schnitt durch Abb. 2.13 B). Im Gegensatz zu der Simulation in Abb. 2.13 ist bei einer realen Messung jeder QD auch direkt an das Gate des jeweils anderen gekoppelt. Der entsprechende Schnitt verläuft dann nicht mehr parallel zu den Koordinatenachsen, sondern hat eine Steigung, die vom Verhältnis der Gatekapazitäten abhängt. Eine Coulomb-Blockade-Oszillation erhält man aber nur dann, wenn dieser Schnitt zufällig einen Punkt trifft, an dem die Blockade aufgehoben ist, d.h. der Abstand des Schnitts zum entsprechenden Tripelpunkt muss kleiner als die thermisch verbreiterte Linienbreite sein. Aufgrund dieser Zufälligkeit spricht man von einer stochastischen Coulomb-Blockade [34].

Parallele QDs

Legt man in der in Abb. 2.12 dargestellten Anordnung V_1 und V_3 auf Drain bzw. Source, so erhält man einen parallelen Doppeldot. R_2 , R_4 , R_5 und R_6 werden in diesem Fall als unendlich angenommen. Wie auch bei einem einzelnen QD kann immer dann Strom

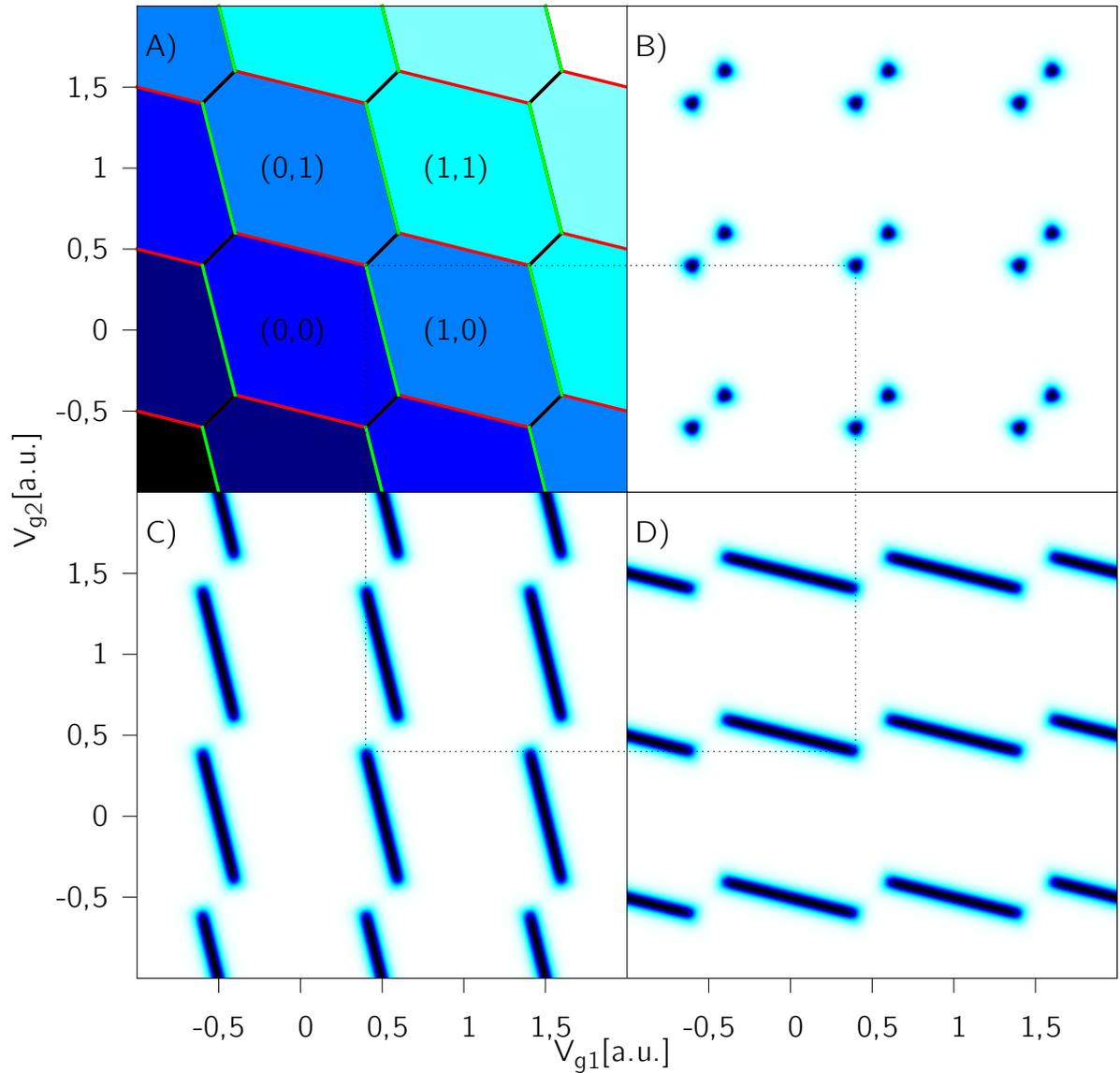


Abbildung 2.13: In Teil A) ist das Stabilitätsdiagramm für zwei identische gekoppelte QDs dargestellt. In Bereichen gleicher Färbung ist die Gesamtelektronenzahl des Systems konstant. An den grünen bzw. den roten Grenzlinien ändert sich die Besetzung des ersten bzw. zweiten QDs. Innerhalb der Sechsecke ist die Besetzungszahl der beiden QDs fest. (Die jeweilige Elektronenzahl steht in Klammern.) Die Spannung V_{gate2} (V_{gate1}) wirkt nur indirekt über den QD₂ (QD₁) auf den QD₁ (QD₂).

In Teil B)-D) ist der Strom durch ein solches System dargestellt. In B) sind beide QDs in Reihe geschaltet. Strom kann nur fließen, wenn sich die Besetzungszahl von beiden beteiligten QDs gleichzeitig ändern kann. In C) findet sich ein entsprechendes Bild für eine parallele Anordnung, wenn Drain und Source an den ersten QD gekoppelt sind. In diesem Fall kann immer dann Strom fließen, wenn sich die Besetzungszahl des ersten QDs ändern kann. Eine Ausnahme bilden die braunen Linien. An diesen bleibt die Gesamtladung des Systems konstant, sodass kein Strom fließen kann. D) zeigt das gleiche wie C), nur für den zweiten QD, dann mit $V_{ds} = V_4 - V_6$. Das eingezeichnete Quadrat dient nur der Orientierung.

über den QD fließen, wenn sich die Elektronenzahl um ± 1 ändern kann. Dies ist in Abb. 2.13 A) entlang der durchgezogenen grünen Linien der Fall. Man erhält periodische Coulomb-Blockade-Oszillationen, die je nach Ladungszustand des zweiten QDs verschoben werden [35]. Je stärker die beiden QDs aneinander gekoppelt sind, desto größer ist auch der Versatz bei den Oszillationen. Dieser Effekt soll später genutzt werden, um den Ladungszustand eines QDs zu vermessen (Kap. 6.4).

Die Bedingung, dass die Ladung auf beiden QDs jeweils quantisiert ist, ist nur für schwach gekoppelte QDs erfüllt. Dies trifft für alle in dieser Arbeit verwendeten Konfigurationen zu. Bei stärker gekoppelten Systemen von QDs verteilen sich die Elektronenzustände über beide QDs [36]. In Analogie zu künstlichen Atomen bei einzelnen QDs spricht man hier von künstlichen Molekülen.

2.2.3. Angeregte Zustände

Im QD befinden sich die Elektronen in einem einschließenden Potential. Die Lösung der Schrödingergleichung führt daher zu einem diskreten Energiespektrum. In der bisherigen Betrachtung wurde angenommen, dass der QD metallische Eigenschaften hat, d.h., dass das Energiespektrum der Elektronen auf dem QD kontinuierlich ist bzw. die Aufspaltung $\Delta\mathcal{E} \ll k_B T$ ist. Diesen Bereich nennt man den klassischen Coulomb-Blockade-Bereich. Bei QDs in GaAs-AlGaAs-Heterostrukturen im ^3He - ^4He -Mischkryostaten erreicht man Temperaturen, bei denen $\Delta\mathcal{E} > k_B T$ ist. Bei einer Transportmessung können einzelne Energieniveaus aufgelöst werden. Diesen Bereich nennt man den quantenmechanischen Coulomb-Blockade-Bereich.

Bisher wurde bei der Berechnung des Stroms nur die Wahrscheinlichkeit berücksichtigt den QD in einem Zustand mit n Elektronen zu finden. Für eine vollständige Beschreibung in einem System mit M angeregten Zuständen muss man aber alle Übergänge $(n_1, m_1) \leftrightarrow (n_2, m_2)$ auf alle möglichen Besetzungen m berücksichtigen. Das Problem lässt sich etwas vereinfachen, wenn man Cotunneling-Prozesse ausschließt, da dann $n_1 - 1 \leq n_2 \leq n_1 + 1$ ist und m_2 und m_1 sich nur in genau einer Besetzung unterscheiden. Bei einem System mit M Zuständen und n Elektronen müssen also M Übergänge berücksichtigt werden, bei denen sich die Elektronenzahl ändert und $(M-n)n$ Übergänge bei konstanter Elektronenzahl. Im Vergleich zur klassischen Coulomb-Blockade, wo nur zwei Übergänge berücksichtigt werden müssen, führt dies bei Simulationen zu einem deutlich höheren Rechenaufwand.

In den Berechnungen zu Abb. 2.14 wurden die Besetzungswahrscheinlichkeiten für alle $\binom{n}{k}$ möglichen Zustände berücksichtigt und die Verteilung $\sigma(\eta)$ entsprechend Gl. 2.39 berechnet. Der einzige Unterschied ist, dass hier η einen Zustand mit keinem oder mit einem Elektron im ersten angeregten Zustand, keinem bzw. einem im zweiten angeregten Zustand etc. beschreibt. Als Modellsystem wurde ein QD mit äquidistantem Energiespektrum und ohne Spinentartung angenommen. Für den nichtlinearen Bereich hätte die Spinentartung nur Einfluss auf die Peakhöhe, würde dabei aber zu einem erheblich größeren Rechenaufwand führen. Sichtbar wäre die Spinentartung in einer periodischen

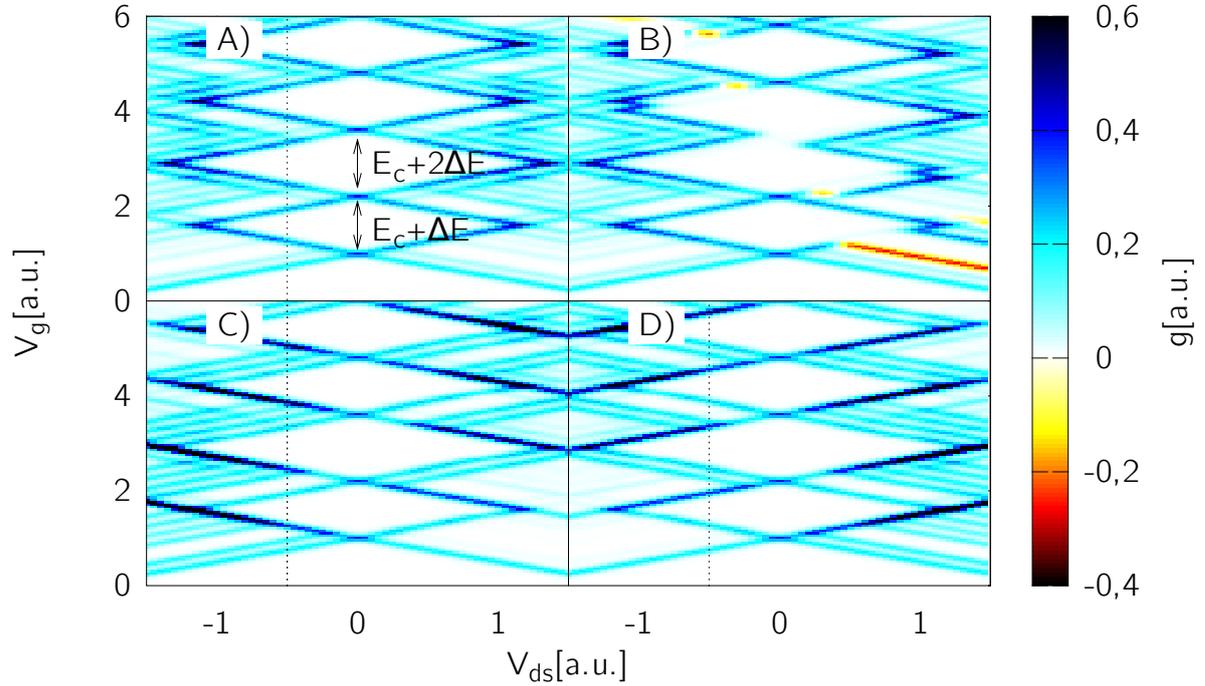


Abbildung 2.14: Dargestellt ist der differentielle Leitwert eines QDs mit angeregten Zuständen. Das Spektrum wurde als äquidistant angesetzt.

In Teil A), C) und D) koppelt der zweite angeregte Zustand nur schlecht an Drain und Source, in B) koppelt er gut an Drain, aber schlecht an Source (Verhältnis 1:10). In Teil A) und B) ist der Tunnelwiderstand zwischen QD und Drain bzw. Source ansonsten gleich groß. In Teil B) entstehen Bereiche mit negativem differentiellem Leitwert. In Abb. C) ist der Widerstand zwischen QD und Drain zehnmal größer als der zwischen QD und Source, in Teil D) ist es umgekehrt.

Die mittlere Ladung des QDs entlang der gestrichelten Linien ist in Abb. 2.15 dargestellt.

Modulation der Abstände der Coulomb-Blockade-Peaks bei $V_{ds} = 0$. Tatsächlich wurde eine solche Modulation in Top-Gate-Strukturen bisher noch nicht gemessen. Zusätzlich wurde angenommen, dass das Energiespektrum über mehrere Rauten hinweg konstant bleibt. Aufgrund von Änderungen des einschließenden Potentials ist dies bei realen QDs im Allgemeinen nicht der Fall.

Im Gegensatz zu einem QD im klassischen Bereich ist der Abstand der Coulomb-Blockade-Oszillationen nicht mehr für alle Peaks gleich. Zusätzlich zur Ladeenergie E_c muss jetzt auch noch die Energiedifferenz $\Delta\mathcal{E}$ überwunden werden, wenn ein Elektron auf den QD tunnelt [37], d.h.

$$\alpha e \Delta V_g = \alpha \frac{e^2}{C_g} + \Delta\mathcal{E}. \quad (2.40)$$

Im nichtlinearen Bereich erscheinen parallel zu den Coulomb-Blockade-Rauten Linien

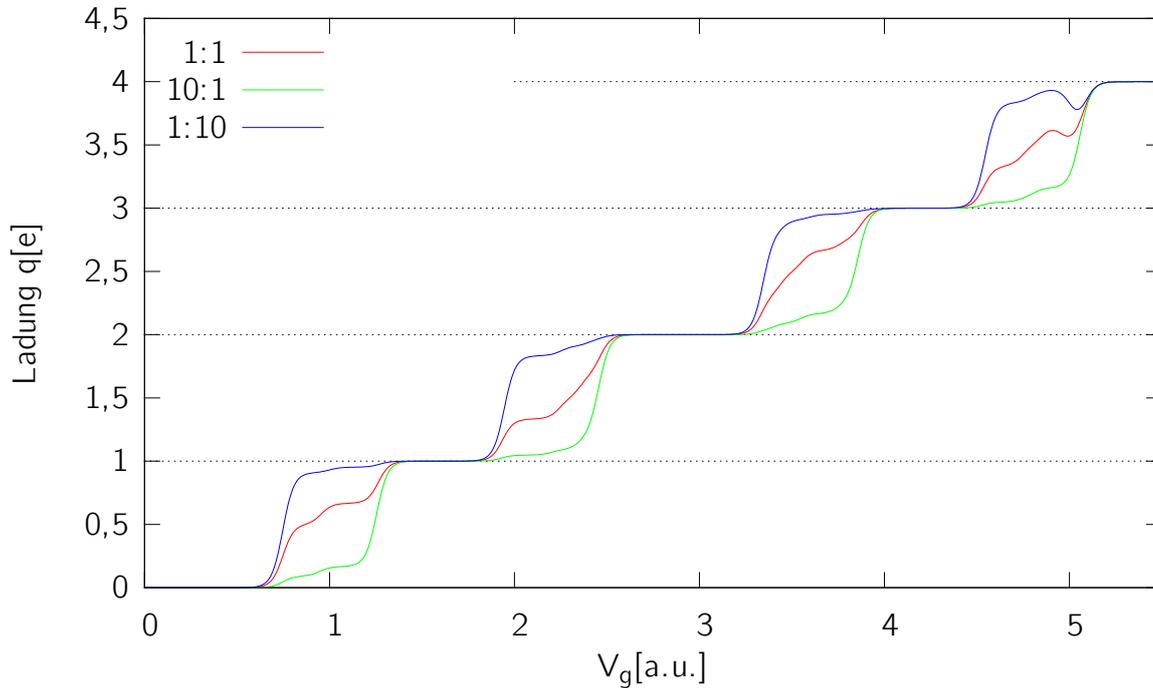


Abbildung 2.15: Mittlere Ladung des QDs bei unterschiedlicher Ankopplung an Drain und Source und endlicher Spannung V_{ds} . Je nach Ankopplung ist der QD im Mittel eher geladen bzw. eher ungeladen.

im differentiellen Leitwert [38, 39, 30]. Die Linien entstehen immer dann, wenn ein zusätzlicher Energiezustand im QD zwischen den Potentialen von Drain und Source liegt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron auf den QD tunnelt ist dann erhöht, was zu einem stärkeren Stromfluß führt.

Welche Linien sichtbar sind, wird über die Ankopplung an Drain und Source entschieden. Sind alle Tunnelwiderstände gleich (Abb. 2.14 A)), sind alle Linien sichtbar. Bei unterschiedlicher Ankopplung (Abb. 2.14 C) und D)) sind jeweils nur die Linien mit positiver bzw. negativer Steigung sichtbar.

Tatsächlich werden wesentlich weniger Linien beobachtet als Anregungszustände in einem wechselwirkenden Vielteilchensystem erwartet werden würden. Stattdessen entsprechen die messbaren Energiedifferenzen denen eines einzelnen Elektrons im einschließenden Potential. Der Grund hierfür sind Quasi-Auswahlregeln, die nur Übergänge in der Anregung des Massenschwerpunktes bevorzugen und ihren Ursprung in der starken Wechselwirkung der Elektronen untereinander haben [40, 41].

In Ausnahmefällen können Bereiche mit negativem differentiellen Leitwert entstehen [39, 42]. Dies ist dann der Fall, wenn ein Zustand gut an Drain, aber überdurchschnittlich schlecht an Source ankopplert (und entsprechend umgekehrt). Ein Elektron, das in diesen Zustand auf dem QD tunnelt wird länger im QD verweilen als in gut angekoppelten

Zuständen. Da solange keine weiteren Elektronen über den Dot fließen können, sperrt sich der Dot selber und der Strom nimmt ab. In Abb. 2.14 B) koppelt der zweite angeregte Zustand schlecht an Source. Es entstehen Linien mit negativem differentiellen Leitwert.

Aus den Linien im nichtlinearen Bereich lassen sich Rückschlüsse auf das Energiespektrum des QDs ziehen. Den Abstand der Energieniveaus erhält man in Gaterichtung aus Gl. 2.40 für den Spezialfall $\Delta n = 0$, d.h. $\Delta \mathcal{E} = e\alpha \Delta V_{gate}$.

Vermisst man den QD mit einem Elektrometer, so spielt nur die mittlere Besetzung bzw. Ladung des QDs eine Rolle. Diese ist in Abb. 2.15 dargestellt. Bei ungleicher Ankopplung an Drain und Source hängt die Ladung auf dem QD davon ab, welche Tunnelrate den Stromfluss beschränkt. Ist die Rate, mit der Elektronen auf den QD gelangen kleiner als die, mit der sie ihn verlassen, so ist der QD im Mittel entladen. Entsprechend umgekehrt ist der QD im Mittel geladen, wenn die Tunnelrate auf den QD größer ist. Mit einem Elektrometer kann man bei unterschiedlicher Ankopplung also jeweils nur entweder die steigende oder die fallende Flanke der Coulomb-Blockade-Rauten vermessen.

Eine Messung des Energiespektrums mit einem Elektrometer ist nur bei ähnlichen Tunnelkonstanten möglich und erfordert ein gutes Signal/Rausch-Verhältnis.

3. Herstellung

3.1. Ausgangsmaterial

Als Ausgangsmaterial wurden zwei Waferstücke mit einer GaAs-Al_xGa_{1-x}As-Heterostruktur verwendet. Diese wurden vom *Cavendish Laboratory* der Universität Cambridge mittels Molekularstrahlepitaxie hergestellt. An der Grenzfläche zwischen GaAs und Al_xGa_{1-x}As bildet sich ein zweidimensionales Elektronengas (2DEG). In beiden Stücken befindet sich dieses in einer Tiefe von 90 nm unter der Oberfläche. Die Wachstumsrichtung des Kristalls ist die [100]-Richtung. Der Aufbau der Heterostruktur und der Verlauf der Leitungsbandkante (E_c) sind in Abb. 3.1 dargestellt.

Die folgenden Prozessschritte wurden jeweils auf einem ca. $5 \times 6 \text{ mm}^2$ großen Teilstück durchgeführt. Auf jedem Teilstück befinden sich vier bis sechs einzelne Proben, welche alle parallel hergestellt und erst unmittelbar vor dem Einkleben in den Chip-Carrier getrennt wurden.

GaAs-Al_xGa_{1-x}As-Heterostrukturen sind für die Realisierung von 2DEGs besonders gut geeignet, da die Gitterkonstanten a von GaAs und AlAs nahezu identisch sind. Die Kristallstruktur ist in beiden Fällen eine Zinkblenden-Struktur. Für die Gitterkonstante $a(x)$ und die Bandlücke $E(x)$ erhält man [43]:

$$a(x)/\text{\AA} = 5,6533 + 0,0078 \cdot x \quad \text{mit } 0 < x < 1 \quad (3.1)$$

$$E_{Al_xGa_{1-x}As}/eV = 1,425 + 1,155 \cdot x + 0,37 \cdot x^2 \quad \text{mit } 0 < x < 0,45 \quad (3.2)$$

In unserem Material ist $x = 0,33$. In diesem Bereich ist die Bandlücke E direkt. Für $x > 0,45$ wird die Bandlücke indirekt.

3.2. Probenherstellung

Die grobe Strukturierung (das Ätzen der Mesa) bzw. Kontaktierung (das Herstellen der ohmschen Kontakte und der Zuleitungen) der Probe erfolgte mittels optischer Lithographie. Die Nanostrukturen wurden anschließend mittels Elektronenstrahlithographie hergestellt und die fertige Probe in einen Chip-Carrier montiert. Vor jedem Arbeitsschritt wurde die Probe mit Aceton und Isopropanol (IPA) gereinigt. In den nächsten Abschnitten wird das Vorgehen bei den einzelnen Schritten genauer behandelt.

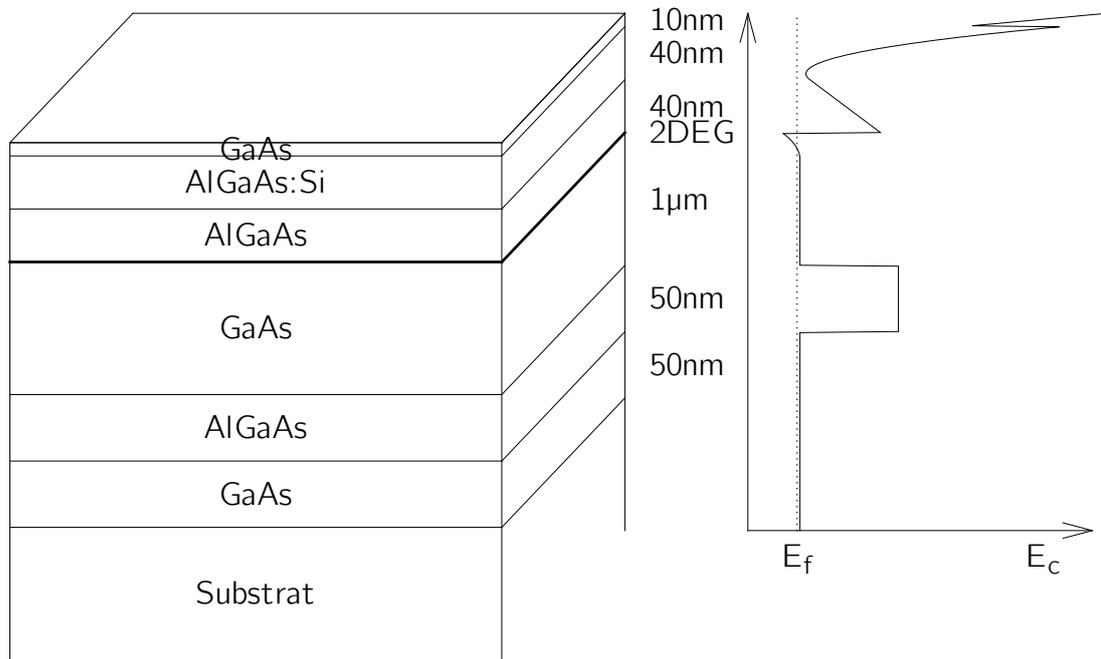


Abbildung 3.1: GaAs-AlGaAs Heterostruktur mit schematischem Verlauf der Bandkante aus der Lösung der Poisson-Gleichung.

3.2.1. Optische Lithographie

Bei der optischen Lithographie wurden sowohl der Positivlack *maP 215* als auch der Negativlack *maN 405* mit Hexamethyldisilazan (HMDS) als Haftvermittler verwendet. Entwickelt wurde mit *maD 371* bzw. *maD 333*.

Ein schematischer Überblick über die Prozessschritte ist in Abb. 3.2 dargestellt. Die dabei verwendeten Chrommasken konnten teilweise aus früheren Arbeiten übernommen werden. Neue Masken wurden mittels Elektronenstrahlolithographie hergestellt. Die genauen Parameter mussten während der Arbeit wiederholt an neue Geräte angepasst werden. Die zuletzt verwendeten Parameter für alle Prozessschritte finden sich in Anhang A.

Nach dem Entwickeln wurde die Probe jeweils im Sauerstoffplasma verascht und für 10s in HCl geätzt. Evtl. verbliebene Lackreste und eine Oxidschicht auf der Oberfläche konnten auf diese Weise entfernt werden.

Mesa

Bei der Probenherstellung wird im ersten Arbeitsschritt außerhalb von einem kleinen aktiven Bereich das 2DEG entfernt. Dazu werden von der Heterostruktur in einer verdünnten $\text{H}_2\text{SO}_4:\text{H}_2\text{O}_2$ -Lösung mindestens 80 nm weggeätzt. Die Donatorschicht wird

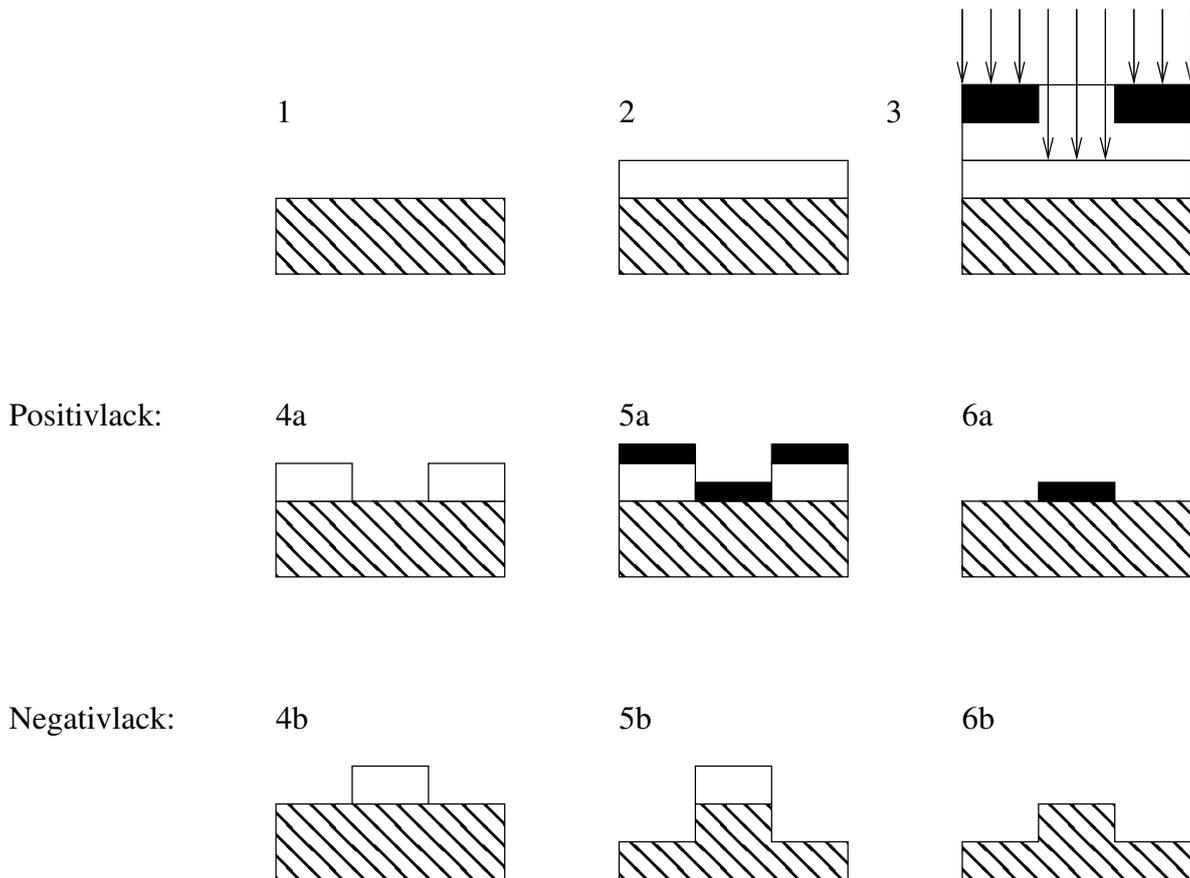


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der Prozessschritte bei der optischen Lithographie. 1) Wafer reinigen/dehydrieren; 2) Lack aufschleudern; 3) Belichtung mit UV-Licht durch Chrommaske; 4a) Entwickeln mit Positivlack; 5a) Metallisierung durch thermisches bzw. Elektronenstrahlverdampfen; 6a) Lift-Off; 4b) Entwickeln mit Negativlack; 5b) Ätzen; 6b) Lack entfernen. Negativlack wurde beim Ätzen der Mesa verwendet, Positivlack für die Strukturierung der ohmschen Kontakte, Zuleitungen, Bondpads und letztlich der Nanostruktur.

so vollständig entfernt. Dies führt zu einer veränderten Bandstruktur und damit verbunden zu einer Verarmung des 2DEG. Den zurückbleibenden unveränderten Bereich nennt man Mesa*.

Aufgrund von Fluktuationen in der Ätzrate schwankte die Ätztiefe in der Praxis zwischen 80-120 nm. Bei einer 2DEG-Tiefe von 90 nm wurde das 2DEG also in manchen Proben vollständig entfernt. Dies hatte jedoch keine weiteren Auswirkungen auf die folgenden Schritte bzw. die Qualität der Proben. Insbesondere erfolgte kein ungewolltes seitliches Kontaktieren des 2DEGs an der Mesakante.

Ohmsche Kontakte

Ein wichtiger Aspekt bei der Herstellung der Proben ist die Erzeugung von ohmschen Kontakten zwischen Bondpads (s.u.) und 2DEG. Insbesondere bei Zwei-Punkt-Messungen ist ein geringer Kontaktwiderstand wichtig.

Zur Kontaktierung wurde die Probe mittels Positivlack strukturiert, es wurde ein Metall auf die Probenoberfläche aufgebracht und dieses in das Material einlegiert. Hierfür wurde die Verwendung von AuGe und Nickel erstmals von Braslau *et al.* [44] vorgeschlagen. Da AuGe in der eutektischen Mischung (88% Au, 12%Ge) einen niedrigen Schmelzpunkt hat, kann es schon bei Temperaturen um die 400 °C einlegiert werden. Zudem vereinfacht der niedrige Schmelzpunkt den Aufdampfprozess. Die optimalen Parameter für Schichtdicke und Zusammensetzung der Kontakte wurden von S. Raiser und M. Fleischer [45, 46], nach einem Rezept von U. Graumann vom *Max Plank Institut* in Stuttgart [47], untersucht und werden in unserer Arbeitsgruppe seither zuverlässig für alle Kontakte verwendet.

Entsprechend dem ermittelten Rezept wurde für eine optimale Kontaktierung eine Schicht AuGe, gefolgt von einer Schicht Nickel im Verhältnis 4:1 auf die Probe aufgedampft. Für die aufzudampfende AuGe-Schichtdicke d_{AuGe} wurde die Formel

$$d_{AuGe} = 1,45 (h_{2DEG} + 30 \text{ nm}) \quad (3.3)$$

verwendet. Dabei ist h_{2DEG} die Tiefe, in der das 2DEG unter der Probenoberfläche liegt.

Zum Schutz der Oberfläche wurde zusätzlich noch eine 20 nm dicke Goldschicht aufgedampft. AuGe und Au wurden mittels thermischer Verdampfung, Ni mittels Elektronenstrahlverdampfung auf die Probe aufgetragen.

In der Praxis wurde eine feste Menge (1,6 g) AuGe in einem Schiffchen vollständig auf die Probe aufgedampft. Bei dieser Menge erhält man die für ein 80 nm tiefes 2DEG benötigte Schichtdicke. Dieses Vorgehen war notwendig, da die Aufdampftrate von Au und Ge unterschiedlich ist und bei einer unvollständigen Verdampfung nicht mehr die eutektische Mischung vorgelegen hätte.

Das Einlegieren erfolgte unter einer Formiergasatmosphäre von 20% H₂ und 80% N₂ bei 300 mbar in drei Schritten: Zunächst wurde die Probe bei 120 °C und einer konstanten

* Von Tafelberg, auch Mesa genannt (spanisch mesa ‚Tisch‘).

Gasströmung für 180 s dehydriert und anschließend für 120 s auf 370 °C vorgeheizt. Im dritten Schritt wurde das AuGe bei 420 °C für 50 s in die Probe einlegiert.

Der Kontaktwiderstand R hängt nur von der Länge l der Grenzlinie zwischen Kontakt und 2DEG ab. Er ergibt sich aus der Formel

$$R(l) = \frac{\rho}{l}. \quad (3.4)$$

Entsprechend hat ρ die Einheit Ωm . Diese Eigenschaft der ohmschen Kontakte wird in Kap. 3.4 näher behandelt. Dort geht es insbesondere um eine mögliche Reduzierung des Kontaktwiderstands mittels einer Strukturierung der Kontaktfläche.

Der Kontaktwiderstand ist abhängig von der Kristallrichtung [48]. Kontakte, deren Grenzlinie zum 2DEG senkrecht zur [011]-Richtung liegt, weisen einen bis zu dreimal geringeren Widerstand auf, als Kontakte senkrecht zur $[01\bar{1}]$ -Richtung. Für unsere ohmschen Kontakte erhalten wir in der „guten“ Richtung einen Widerstand von ca. $\rho_{gut} = 7 \pm 2 \Omega \cdot 100 \mu m$. In der „schlechten“ Richtung steigt dieser Widerstand auf $10,5 \pm 2 \Omega \cdot 100 \mu m$. Andere Gruppen haben bei ihren Kontakten bei ähnlichen Heterostrukturen aber deutlich größere Unterschiede zwischen guter und schlechter Richtung gemessen [47]. Bei unseren Proben wurde bereits beim Design der Chrommasken bzw. der Orientierung der Mesa darauf geachtet, dass alle Kontakte senkrecht zur [011]-Richtung liegen.

Zuleitungen und Bondpads

Um die Probe im letzten Arbeitsschritt auf einen Chipcarrier kleben und mittels Gold- oder Aluminiumdrähten kontaktieren zu können, mussten nun Bondpads und Zuleitungen aufgedampft werden. Die ca. $120 \times 200 \mu m^2$ großen Bondpads bilden dabei das Gegenstück zu den Kontaktflächen auf dem Chipcarrier. Von ihnen ausgehend wurde die Nanostruktur, welche im folgenden Arbeitsschritt hergestellt wurde, über die Zuleitungen verbunden.

Im Gegensatz zu früheren Arbeiten wurden Bondpads und Zuleitungen immer gleichzeitig strukturiert. Die Metallschicht bestand aus 10 nm Chrom und 100-200 nm Gold. Diese Schichtdicke ist ausreichend, um den Höhenunterschied zwischen Bondpads und Mesa zu überwinden und bietet eine gute Haftung für die Bonddrähte. Die Chromschicht verbessert die Haftung des Goldes auf der Oberfläche.

3.2.2. Elektronenstrahlithographie

Die Gatestrukturen für QPCs und QDs sind zu klein, als dass sie noch mittels optischer Lithographie strukturiert werden könnten. Außerdem bietet eine Chrommaske nicht die notwendige Flexibilität, um unterschiedlich große QDs bzw. QPCs zu erstellen. Daher wurde die Nanostruktur mittels Elektronenstrahlithographie geschrieben.

Die Arbeitsschritte unterschieden sich hierbei nur in Punkt 3 aus Abb. 3.2 vom Vorgehen bei der optischen Lithographie mit Positivlack. Statt den Lack mit UV-Licht

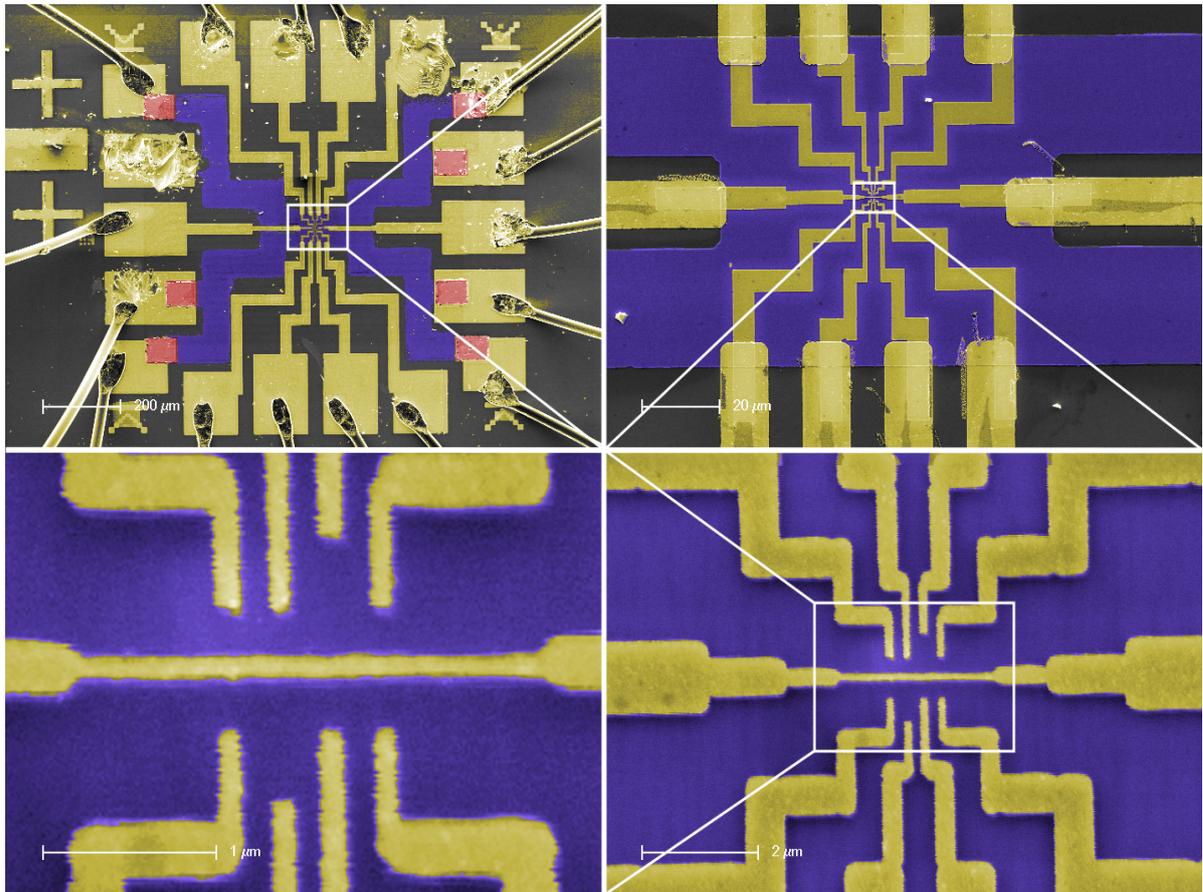


Abbildung 3.3: Eingefärbte REM-Aufnahme der fertigen Probe bei unterschiedlichen Vergrößerungen. Die Mesa ist blau eingefärbt, die ohmschen Kontakte rot und Zuleitungen, Bondpads und Nanostruktur gold.

durch eine Chrommaske zu belichten, wurde der Elektronenstrahl von einem Pattern-generator über die Probe gelenkt und die gewünschte Struktur direkt aus einer Datei auf die Oberfläche geschrieben. Bei dem verwendeten Pattern-generator handelte es sich um ein Vorläufermodell des kommerziell erhältlichen *Xenos XPG 2*, bei dem verwendetes Rasterelektronenmikroskop (REM) um das *Philips XL30*.

Der Fortschritt der Entwicklung wurde unter dem Lichtmikroskop an Testfeldern aus Quadraten mit ansteigender Dosis überprüft. Die Entwicklung war dann abgeschlossen, wenn das mittlere Quadrat aus einem 5×5 -Feld gerade durchentwickelt war.

Die abschließende Metallisierung erfolgte mit 10 nm Chrom und 30 nm Gold.

3.2.3. Fertigstellung

Abschließend wurden die Proben eines Waferstücks voneinander getrennt. Dazu wurde der Wafer entlang der Vorzugsrichtungen mit einem Diamantritzer eingritzelt und

anschließend gebrochen. Jede einzelne Probe wurde mit einem leitenden Zweikomponentenkleber in einen Chipcarrier geklebt. Um eine elektrostatische Beschädigung der Probe zu verhindern, wurden die Anschlüsse des Chipcarriers vor dem Bonden kurzgeschlossen.

Für die Kontaktierung des Wafers wurden die Bondpads mit deren Gegenstücken auf dem Chipcarrier mit einem Golddraht verbunden. Dies erfolgte mittels Ultraschallschweißen bzw. Bonden. Aufgrund einer Funktionsstörung des Bonders, wurde zeitweise Aluminiumdraht an einem anderen Gerät verwendet. Bei allen Messungen war die Temperatur kleiner als die kritische Temperatur von Aluminium für den Übergang vom Normalleiter zum Supraleiter. Eine Auswirkung auf die Probertemperatur oder die Messqualität konnte im Vergleich zu älteren, mit Golddraht gebondeten Proben, jedoch nicht festgestellt werden.

In Abb. 3.3 ist eine REM-Aufnahme einer fertigen Probe abgebildet. Die Mesa ist dabei in blau, die ohmschen Kontakte in rot und Bondpads, Bonddrähte, Zuleitungen und Nanostruktur in gold eingefärbt.

3.3. Charakterisierung des Probenmaterials

Die Bestimmung der typischen Probenparameter wie Elektronendichte, Beweglichkeit und mittleren freien Weglänge, ist über den Quanten-Hall-Effekt [6] möglich.

Vermessen wird die Probe in einer 4-Punkt-Anordnung (Kap. 4.2), bei tiefen Temperaturen und starken Magnetfeldern. Die Probe ist dabei so orientiert, dass das Magnetfeld senkrecht auf dem 2DEG steht. Der Hamiltonoperator in Landau-Eichung für ein Magnetfeld mit der magnetischen Flussdichte B in z -Richtung hat dann folgende Form

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (i\hbar\nabla + exB\hat{e}_y)^2 \quad (3.5)$$

mit Eigenenergien

$$E = E_z + \left(k + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.6)$$

den sogenannten Landauniveaus. $\omega_c = eB/m$ ist dabei die Zyklotronfrequenz. Bei höheren Magnetfeldern führt der Zeeman-Effekt zu einer Aufhebung der Spinentartung. In Abb. 3.4 A) ist die Spinaufspaltung in der Schulter im Hall-Widerstand bei ca. 4,5 T angedeutet.

Liegt die Fermienergie nun zwischen zwei Landauniveaus, so ist ein Ladungstransport nur in Randzuständen möglich. Diese entstehen dort, wo das die Probe beschränkende Potential die Landauniveaus über die Fermienergie hebt. Eine Rückstreuung der Elektronen in diesen Randzuständen ist nicht möglich, da die hierfür notwendigen freien Zustände an der Fermikante fehlen. Es entstehen Nullstellen im Längswiderstand.

Erhöht man das Magnetfeld kontinuierlich, so werden die Landauniveaus nach und nach entvölkert. Man erhält immer dann einen endlichen Längswiderstand, wenn sich

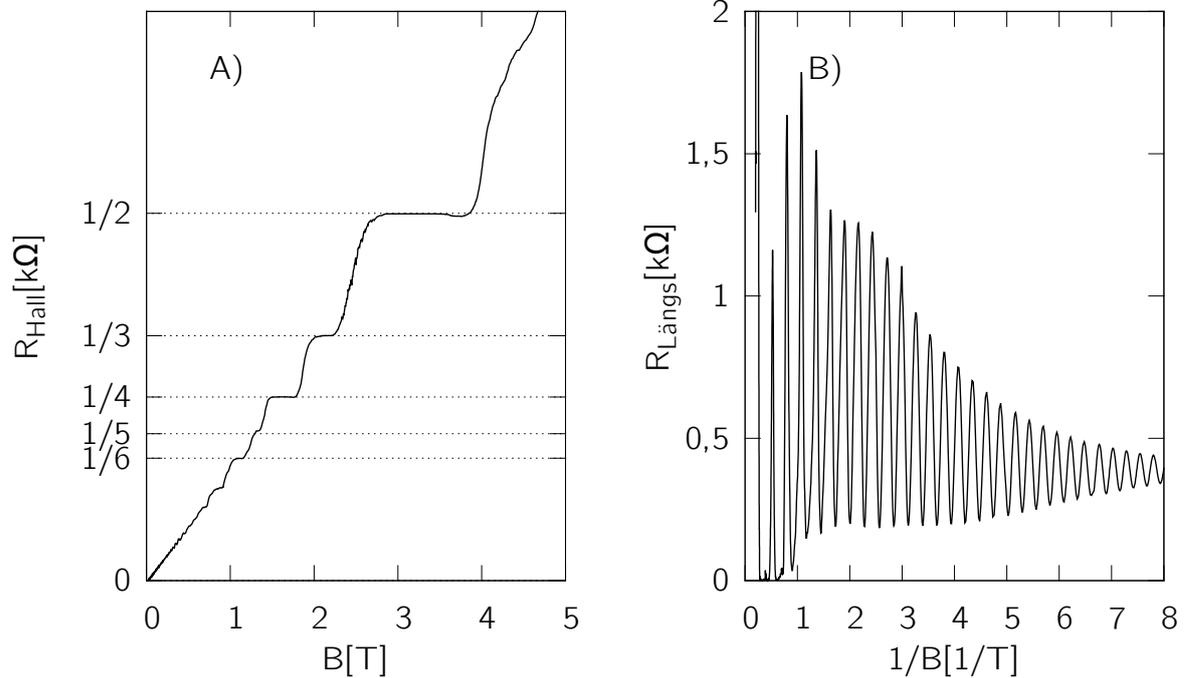


Abbildung 3.4: A) Quanten-Hall-Effekt bei $T = 70 \text{ mK}$. B) Zu A) gehörende Shubnikov-de Haas-Oszillationen. Für die Periodizität der Peaks erhält man $\Delta(1/B) = 0,275 \text{ T}^{-1}$.

die Fermienergie in einem Landauniveau befindet. Die Periodizität der Oszillationen ist durch

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{2e}{h} \frac{1}{n} \quad (3.7)$$

mit der Ladungsträgerdichte n im 2DEG gegeben. Dieses Verhalten wird als Schubnikow-de Haas-Oszillationen bezeichnet [49].

Parallel zu den Oszillationen im Längswiderstand bilden sich Stufen im Hall-Widerstand aus. Für den Widerstand auf den Stufen gilt

$$R_i = \frac{h}{ie^2} = \frac{R_H}{i} = \frac{25812,807 \text{ k}\Omega}{i}, \quad i = 1, 2, 3\dots \quad (3.8)$$

Dieser Widerstand ist unabhängig von den Eigenschaften der Probe und wurde aufgrund der hohen erreichbaren Genauigkeit 1990 als Widerstandsstandard definiert [50]. Bei hohen Magnetfeldern wird die Spinentartung aufgehoben, wodurch die Stufenhöhe halbiert wird.

Bei der in dieser Arbeit verwendeten Probengeometrie kann man den Hall-Widerstand nicht unabhängig vom Längswiderstand messen. Misst man aber gleichzeitig an verschiedenen Kontakten die Spannung, können die Hall-Plateaus aus der gewichteten Summe beider Messungen rekonstruiert werden. Dies ist in Abb. 3.4 A) abgebildet. In Abb. 3.4 B) sind die zugehörigen Schubnikow-de Haas Oszillationen zu sehen.

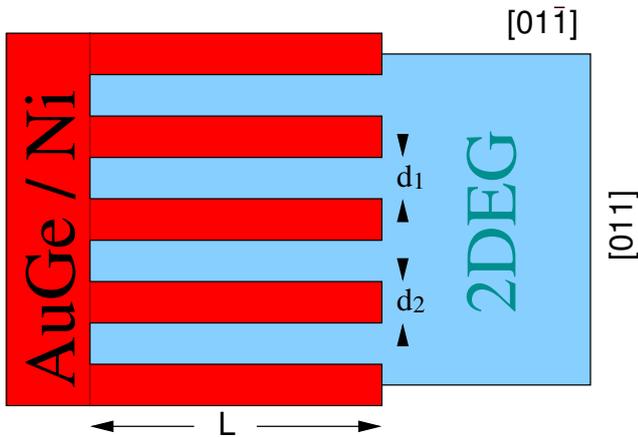


Abbildung 3.5: Mögliche Strukturierung der ohmschen Kontakte für einen besseren Kontaktwiderstand.

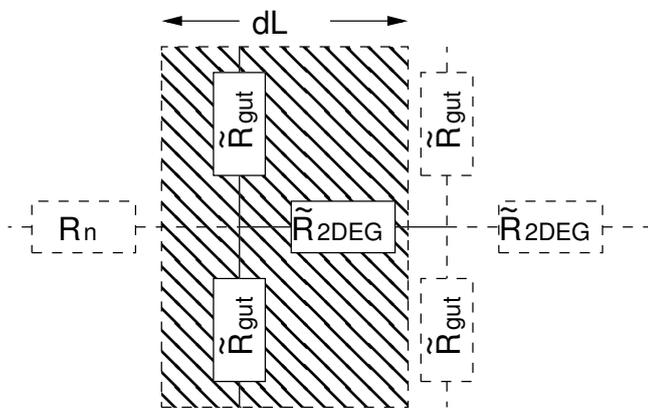


Abbildung 3.6: Zerlegung der einzelnen AuGe/Ni-Finger in ein Widerstandsnetz. Die Orientierung der Probe ist dabei so gewählt, dass der längste Teil der Kontaktlinie zwischen AuGe und 2DEG parallel zur guten und 2DEG parallel zur guten Kontakttrichtung liegt.

Aus der Periodizität der Peaks und Gl. 3.7 erhält man für die gemessene Probe $n = 1,7 \cdot 10^{15} / \text{m}^2$. Zusammen mit der effektiven Masse der Elektronen $m_{\text{eff}} = 0,065 m_e$ im 2DEG, mit m_e als Masse freier Elektronen, erhält man für die Fermiwellenlänge $\lambda_F = 60 \text{ nm}$. Aus dem Längswiderstand bei $B = 0$ und der Probengeometrie erhält man für den Flächenwiderstand $\rho = 26 \Omega / \square$ und damit eine mittlere freie Weglänge $l_0 = 9,5 \mu\text{m}$.

Die typischen Abmessungen der Nanostrukturen liegen im Bereich einiger hundert nm und sind somit deutlich kleiner als l_0 .

3.4. Strukturierung der ohmschen Kontakte

Nach dem Einlegieren bildet sich unter der Kontaktfläche eine niederohmige metallische Verbindung zwischen den Zuleitungen und dem 2DEG. Für den Kontaktwiderstand zwischen Zuleitung und 2DEG spielt die Fläche des Kontakts keine Rolle. Lediglich die Länge der Grenzlinie der Kontaktfläche zum ungestörten 2DEG und die Orientierung

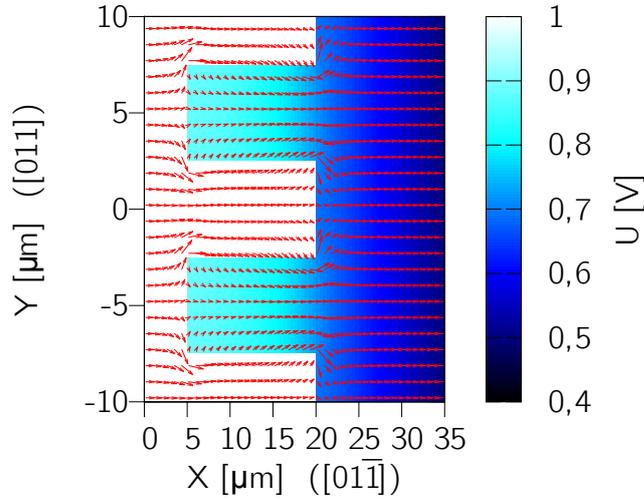


Abbildung 3.7: Berechneter Potentialverlauf in einem ohmschen Kontakt mit Strukturierung. Die Pfeile stellen die lokale Stromstärke dar.

der Probe ist für den Gesamtwiderstand ausschlaggebend.

Üblicherweise werden für die ohmschen Kontakte einfache Rechtecke auf die Probe aufgebracht und einlegiert. Insbesondere die Abhängigkeit des Widerstandes von der Grenzlinie ermöglicht eine theoretische Verbesserung des Kontaktes durch eine Strukturierung mit besonders langer Grenzlinie entlang der guten Kontakttrichtung, wie sie in Abb. 3.5 zu sehen ist.

Vergleicht man den Kontaktwiderstand zwischen 2DEG und Zuleitung aus Abb. 3.5 mit einem Kontakt mit einfacher rechteckiger Geometrie, so erhält man zwei, einander teilweise kompensierende Beiträge. Zum einen wird die Grenzlinie zwischen AuGe und 2DEG größer, was den Kontaktwiderstand reduzieren sollte. Zum anderen muss der Strom durch schmale Kanäle im 2DEG fließen bis er den Kontaktbereich verlässt. Dieser Widerstand steigt je schmaler der Kanal wird und führt somit zu einer Verschlechterung des Gesamtwiderstands.

Will man den Gesamtwiderstand berechnen, so erhält man erste analytische Ergebnisse, wenn man die einzelnen Lücken der Breite d_1 und Länge L in Abb. 3.5 in Segmente der Länge dL zerlegt, wie in Abb. 3.6 dargestellt ist. Ist R_n der Gesamtwiderstand von n Segmenten, so erhält man den Widerstand für einen um ein Segment längeren Finger aus der Rekursionsformel

$$R_{n+1} = \frac{1}{\frac{1}{R_n} + \frac{2}{\tilde{R}_{\text{gut}}}} + \tilde{R}_{2DEG} \quad (3.9)$$

mit $\tilde{R}_{\text{gut}} = \rho_{\text{gut}} \cdot \frac{1}{dL}$ und $\tilde{R}_{2DEG} = \rho_{2DEG} \cdot \frac{dL}{d_1}$. Dies ist die Reihenschaltung von \tilde{R}_{2DEG} mit der Parallelschaltung der beiden Widerstände \tilde{R}_{gut} und R_n . Bei fester Breite d_1 erhält man den minimal erreichbaren Widerstand R_{min} , wenn R_n sich mit L nicht mehr ändert,

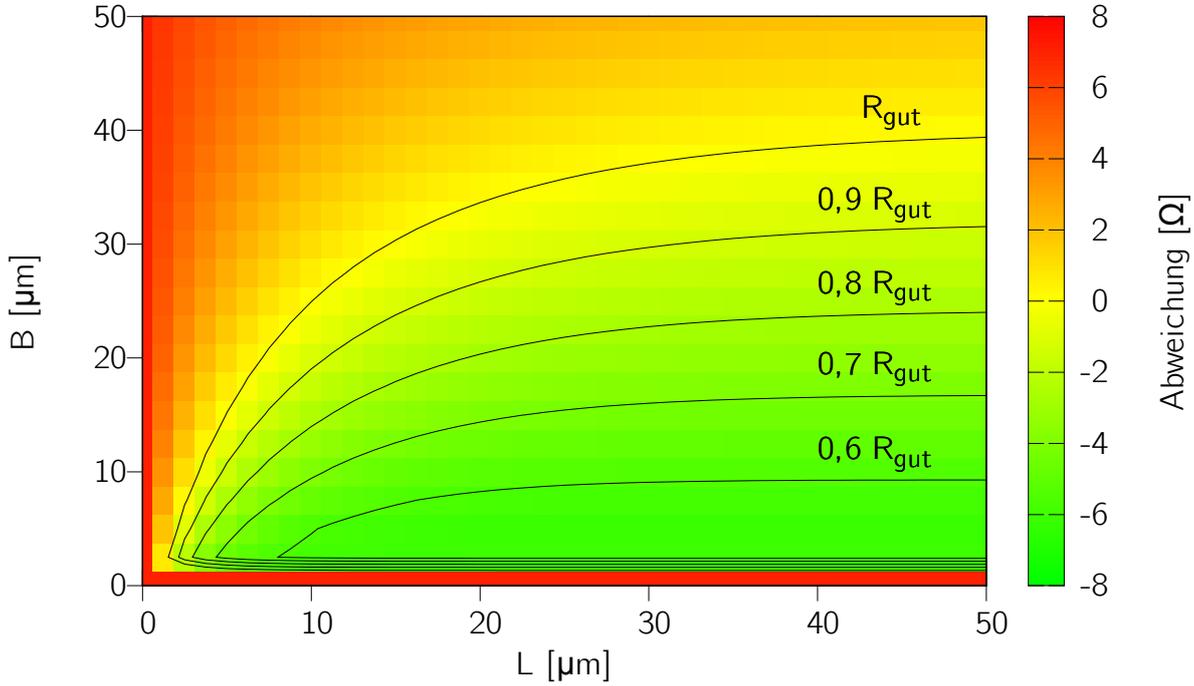


Abbildung 3.8: Veränderung des Widerstandes im Vergleich zu einem rechteckigen Kontakt in guter Richtung. Die Höhenlinien dienen der zusätzlichen Orientierung.

also $R_{n+1} = R_n$ bzw.

$$\begin{aligned}
 R_{\min} &= \frac{1}{\frac{1}{R_{\min}} + \frac{2}{\tilde{R}_{\text{gut}}}} + \tilde{R}_{2DEG} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{R_{\min}} + \frac{2 \cdot dL}{\rho_{\text{gut}}}} + \rho_{2DEG} \frac{dL}{d_1}.
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Nach dem Auflösen nach R_{\min} erhält man

$$\begin{aligned}
 R_{\min} &= \sqrt{\frac{\rho_{2DEG} \rho_{\text{gut}}}{2d_1} - \left(\frac{\rho_{2DEG} dL}{2d_1} \right)^2} \\
 &\quad + \frac{\rho_{2DEG} dL}{2d_1} \\
 \lim_{dL \rightarrow 0} \Rightarrow R_{\min}(d_1) &= \sqrt{\frac{\rho_{2DEG} \rho_{\text{gut}}}{2d_1}}.
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Um den Widerstand aus Gl. 3.10 mit dem Widerstand in einer Probe vergleichen zu können, muss noch die Breite d_2 der Finger berücksichtigt werden. D.h. zu R_{\min}

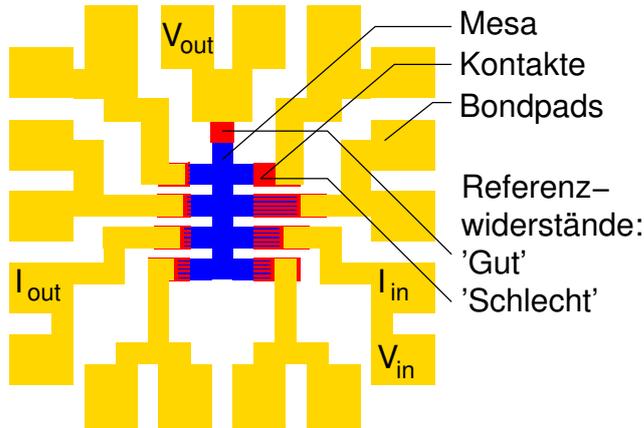


Abbildung 3.9: Probe zur Messung der Kontaktwiderstände von strukturierten Kontakten. An jeden ohmschen Kontakt sind zwei Bondpads angeschlossen. Dies ermöglicht die Vermessung der Kontakte in einer quasi 4-Punkt-Anordnung.

muss noch ein Widerstand $\rho_{\text{schlecht}}/d_2$ parallel geschaltet werden. Eine Verbesserung des Kontaktes kann immer dann erreicht werden, wenn

$$\frac{1}{R_{\min}} + \frac{d_2}{\rho_{\text{schlecht}}} < \frac{d_1 + d_2}{\rho_{\text{gut}}}. \quad (3.12)$$

Da bei größerem d_2 aufgrund der Orientierung der Probe immer die Länge der Grenzlinie in schlechter Richtung auf Kosten der Grenzlinie in guter Richtung zunimmt, führt ein größeres d_2 zwangsläufig zu schlechteren Kontaktwiderständen; d_2 sollte daher immer so klein wie möglich gewählt werden. Um die Kontakte noch einfach mit optischer Lithographie herstellen zu können, wurde in dieser Arbeit eine Kontaktbreite von $d_2 = 5 \mu\text{m}$ gewählt.

Gl. 3.12 sagt nichts über die notwendige Länge L der Finger aus. Um sie zu erhalten, ist eine numerische Lösung notwendig. Dazu wird die Struktur in ein Netz von Widerständen zerlegt und die Feldverteilung anschließend numerisch gelöst.

In Abb. 3.7 ist das Ergebnis einer Simulation für $\rho_{\text{gut}} = 7 \pm 2 \Omega \cdot 100 \mu\text{m}$, $\rho_{\text{schlecht}} = 10,5 \pm 2 \Omega \cdot 100 \mu\text{m}$ und $\rho_{2\text{DEG}} = 26 \Omega/\square$ dargestellt. Ein Großteil des Stroms fließt über die Spitzen der Finger. Dies führt dazu, dass der Kontaktwiderstand mit steigender Länge nur sehr langsam abnimmt.

Im Abb. 3.8 ist, bei gleichen Parametern, der Widerstand eines strukturierten Kontaktes im Vergleich zu einem unstrukturierten in guter Kontakttrichtung dargestellt. Für den Vergleichswiderstand wurde eine Kontaktgeometrie gewählt, bei der die Länge der Kontaktlinie zwischen 2DEG und Kontakt $d_1 + d_2$ ist. Die Kontakte nehmen auf der Probe dann die gleiche Fläche ein, wobei die Zwischenräume zwischen den Fingern beim strukturierten Kontakt zur Fläche dazugezählt werden. Für die Praxis bedeutet das, dass strukturierter und unstrukturierter Kontakt ohne weitere Anpassung der Probengeometrie* ausgetauscht werden können. Man erkennt, dass theoretisch durch die Struktu-

* Abgesehen von der Orientierung der Probe.

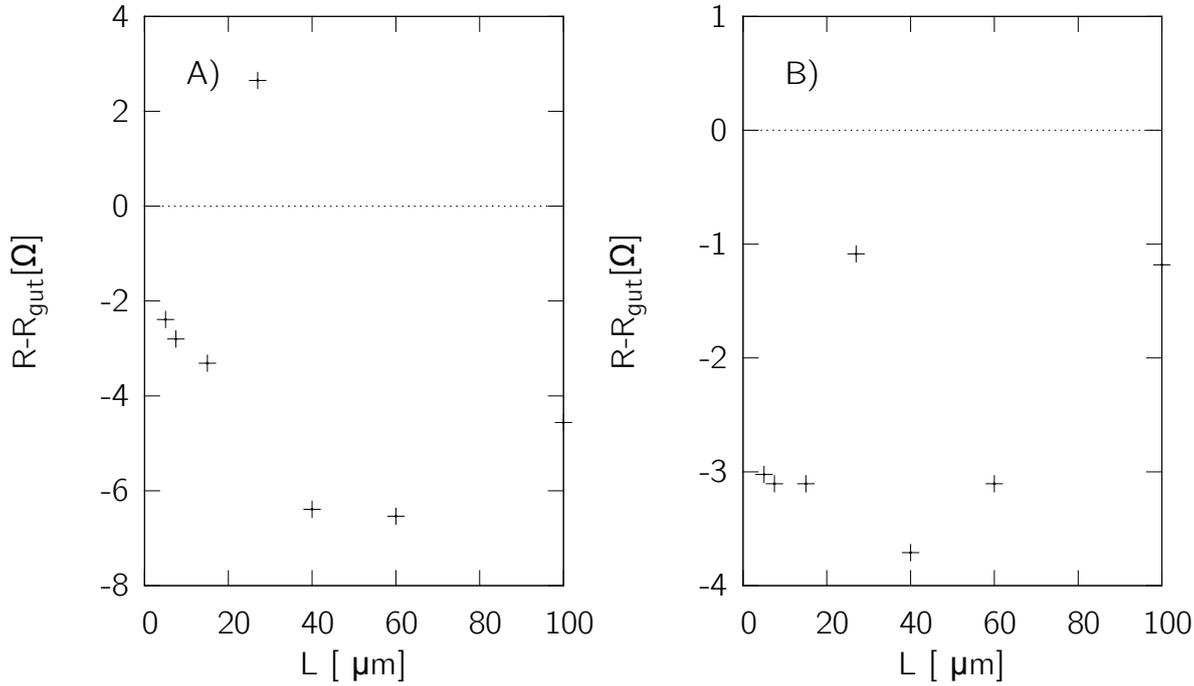


Abbildung 3.10: Kontaktwiderstände in Abhängigkeit von L für $d_1 = d_2 = 5 \mu m$ bei A) einer unbeleuchteten und B) einer beleuchteten Probe mit $R_{gut} = 52 \Omega$ bzw. 22Ω .

rierung eine Verbesserung des Kontaktwiderstandes im Vergleich zum unstrukturierten Kontakt um bis zu 50 %, in diesem Fall 8Ω , möglich ist.

Um den Effekt der Strukturierung zu untersuchen wurden verschiedene Proben wie in Abb. 3.9 hergestellt. Dabei wurde l von $5 \mu m$ - $100 \mu m$ und d_1 von $3 \mu m$ - $40 \mu m$ variiert. Von insgesamt 36 Proben konnten jedoch nur insgesamt sechs Proben untersucht werden, da eine schlechte Haftung der Bondpads eine Kontaktierung verhinderte. Der Aufbau der Proben wurde dahingehend optimiert, dass eine große Menge unterschiedlicher Kontakte auf wenig Probenmaterial passt.

An jeden ohmschen Kontakt wurden zwei Bondpads angeschlossen. Dies ermöglichte eine Vermessung der einzelnen Kontakte in einer 4-Punkt-Anordnung. Der Strom floss jeweils zwischen zwei gegenüberliegenden Kontakten, während die Spannung immer zwischen Kontakt und gutem Referenzkontakt abgegriffen wurde. Gemessen wurde dann jeweils der Kontaktwiderstand plus 1.5 Quadrate des 2DEG. Eine Trennung der beiden Beiträge war nicht möglich.

Die Verbesserung der Kontakte ist in den Messdaten in Abb. 3.10 A) dennoch gut zu erkennen. Die strukturierten Kontakte weisen einen um bis zu 7Ω niedrigeren Widerstand auf als die unstrukturierten.

Bei einer beleuchteten Probe sinkt der 2DEG-Widerstand auf ca. $1/3$ des Ausgangswerts. Nach Gl. 3.10 sollte die Änderung des Widerstandes dadurch weiter anwachsen.

Wie in Abb. 3.10 B) zu erkennen ist, war dies in unseren Proben nicht der Fall. Eine mögliche Erklärung wäre, dass zusammen mit dem 2DEG-Widerstand auch die Kontaktwiderstände abnehmen. Insbesondere ist unklar, wie sich die Beleuchtung in der unmittelbaren Umgebung der Kontaktfläche auswirkt.

Die Strukturierung führte zu einer Verbesserung des Kontaktwiderstandes in der erwarteten Größenordnung. Weitere Messungen sind notwendig, um gute quantitative Daten zu erhalten. Der Kontaktwiderstand kann in unserem Material um 50 % reduziert werden und bei Messungen, in denen ein geringer Kontaktwiderstand benötigt wird, sollten die ohmschen Kontakte strukturiert werden.

3.5. Proximity-Effekt

Eine Begrenzung des Auflösungsvermögens durch Beugungseffekte, wie es bei der Photolithographie der Fall ist, gibt es im Fall der Elektronenstrahlithographie praktisch nicht. Stattdessen wird die Auflösung durch Streuung der Elektronen an den Atomen des Lacks und des Substrats begrenzt. Durch diese Streuung wird ein wesentlich größerer Bereich der Oberfläche belichtet als man aus dem Durchmesser des Primärstrahls erwarten würde.

Bei der Wechselwirkung zwischen Elektronenstrahl und Festkörper, d.h. Lack oder Substrat, finden im Wesentlichen zwei unterschiedliche Streuprozesse statt:

Bei der inelastischen Streuung an der Elektronenhülle der Atome des Festkörpers kommt es nur zu kleinen Richtungsänderungen, d.h. der einfallende Strahl wird nur geringfügig aufgeweitet. Gleichzeitig entstehen durch Ionisation der Hüllenelektronen niederenergetische Sekundärelektronen. Diese haben nur eine kurze Reichweite von wenigen nm, können auf ihrem Weg aber weitere Atome ionisieren. Langkettige Lackmoleküle können dabei zerbrechen und lassen sich so im Entwickler leichter lösen [51]. Dies ist die gewünschte Belichtung des Lacks. Das Aufweiten des einfallenden Strahls kann zu einem Undercut-Profil führen, d.h. der belichtete Bereich ist an der Eintrittsstelle des Strahls etwas kleiner als auf der Substratoberfläche.

Bei der elastischen Streuung der Elektronen an den Atomkernen des Festkörpers kann es zu einer starken Richtungsänderung kommen. Dadurch werden auch Bereiche in großem Abstand zum einfallenden Strahl belichtet. Dies ist der Proximity-Effekt.

Die Verteilung der gestreuten Elektronen im Material kann in Monte-Carlo-Simulationen berechnet werden [52]. In einem Modellversuch, bei dem das Substrat durch ein Ne-Gas ersetzt wird, kann die entstehende 'Streubirne' auch sichtbar gemacht werden [53].

Für die Verteilung der Dosis im Lack wird häufig eine Doppelgaußkurve angenommen. Die schmalere Gaußglocke beschreibt dabei die Verteilung der Primärelektronen, die breitere die der Rückstreuelektronen. Wird nun eine einzelne Linie auf die Probe geschrieben, so bewirkt der Proximity-Effekt ein Aufweichen der Lackkante. Auch im nominell unbeschriebenen Bereich ist die Lackschicht in der Umgebung der Linie nach

dem Entwickeln dünner, als es bei einer idealen Belichtung der Fall wäre.

Besonders deutlich wird der Proximity-Effekt, wenn man z.B. eine Serie von parallelen Linien schreibt. Aufgrund der Hintergrundbelichtung hängt die dafür notwendige Dosis stark davon ab, wie weit die Linien voneinander getrennt sind. Je näher die Linien beisammen liegen, desto niedriger muss die Dosis gewählt werden, da jede einzelne Linie bereits einen Beitrag zur Belichtung ihrer Nachbarn liefert [54] bzw. ohne eine Korrektur wäre die tatsächlich belichtete Breite größer als die beabsichtigte Linienbreite.

Der Bereich, der auf diese Weise mitbelichtet wird, kann mehrere μm groß sein und hängt stark von Beschleunigungsspannung, Schichtdicke des Lacks und Substratmaterial ab. Der Proximity-Effekt führt immer zu einem Abflachen der Lackkanten. Durch eine geschickte Wahl der Dosisverteilung oder eine Variation der geschriebenen Strukturen bzw. einer Kombination aus beidem, kann er aber weitgehend korrigiert werden (z.B. [55, 56]).

3.5.1. Punktspreizfunktion

Für eine effektive Kompensation des Proximity-Effekts ist eine genaue Kenntnis der Punktspreizfunktion (PSF) erforderlich. In der Elektronenstrahlithographie gibt diese Funktion die tatsächliche Dosisverteilung auf der Probenoberfläche im Abstand r vom Zentrum des Elektronenstrahls an, die erreicht wird, wenn ein einzelner Punkt belichtet wird. Die Dosisverteilung $D(\vec{R})$ für komplizierte Geometrien G erhält man dann aus der Faltung der Struktur mit der PSF:

$$D(\vec{R}) = \int_G PSF(\vec{r} - \vec{R}) d\vec{r} \quad (3.13)$$

Werden die Strukturen aus einzelnen Punkten zusammengesetzt, kann man $D(\vec{R})$ leicht berechnen (z.B. [57]).

In Abb. 3.11 ist die Auswirkung der PSF und des Entwicklers auf das Lackprofil dargestellt. Als PSF wurde hier eine Doppelgaußkurve gewählt, wie sie in der Elektronenstrahlithographie in erster Näherung häufig Verwendung findet (Abb. 3.11 C)). Der Entwicklungsprozess wurde für zwei Lack-Entwickler-Kombinationen dargestellt, die sich im Kontrast unterscheiden aber dieselbe Dosis D_0 benötigen, um den Lack vollständig durchzuentwickeln. Je besser der Kontrast des Lackes ist, d.h. je steiler die Kurve verläuft, desto schärfere Lackkanten erhält man nach dem Entwickeln [58]. Dies ist jeweils in Abb. 3.11 G) und H) zu sehen.

In Abb. 3.11 A) und B) ist die Zieldosis dargestellt, welche vom Patterngenerator vorgegeben wird. Da ein Großteil der deponierten Energie sich auf den Hintergrund verteilt, muss eine deutlich größere Dosis D verwendet werden als die Dosis D_0 , die bei einer unendlich großen Fläche notwendig wäre, um den Lack gerade durchzuentwickeln. Die Dosis wurde in beiden Bildern so gewählt, dass die Linienbreite nach dem Entwickeln (Abb. 3.11 G) und H)) bei der mittleren Linie genau der Vorgabe entspricht.

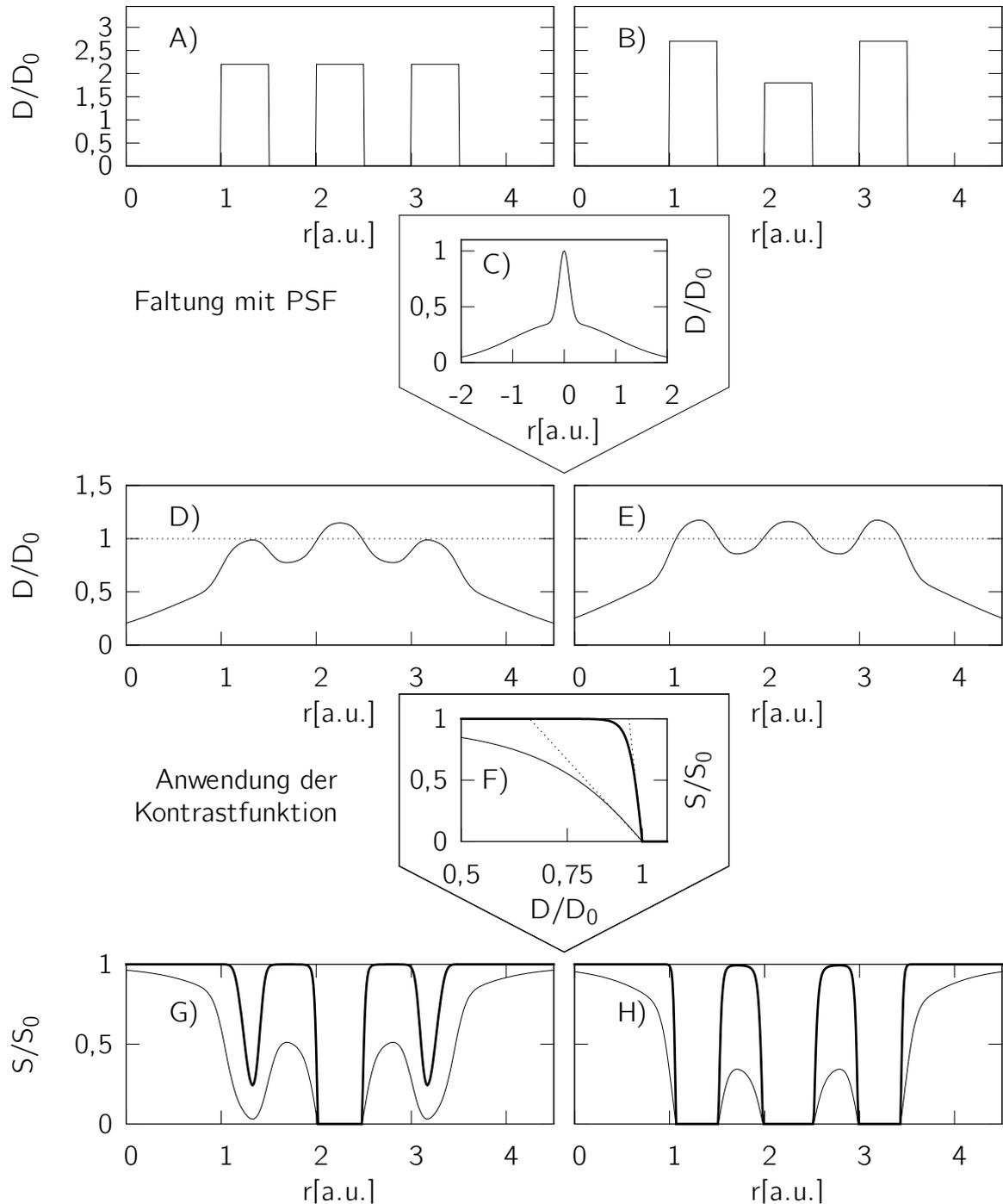


Abbildung 3.11: Belichtung und Entwicklung bei der Elektronenstrahlolithographie. A) Vom Patterngenerator vorgegebene Zieldosis. D_0 ist die Dosis, die bei einer unendlich großen Fläche notwendig wäre, um den Lack gerade durchzuentwickeln; B) Zieldosis, um den Proximity-Effekt zu korrigieren; C) PSF des Elektronenstrahls. Als Beispiel wurde hier eine Doppelgaußverteilung gewählt; D) Dosisverteilung im Lack ohne Korrektur; E) Dosisverteilung mit Korrektur; F) Kontrastfunktion des Photolacks bei unterschiedlich hohem Kontrast. S_0 ist die Lackdicke vor dem Entwickeln; G) Lackdicke S nach dem Entwickeln ohne Korrektur; H) Lackdicke mit Korrektur.

In Abb. 3.11 G) sind die Konsequenzen des Proximity-Effekts besonders deutlich zu sehen: Während die mittlere Linie die gewünschte Breite erreicht, sind die äußeren beiden Linien nicht einmal vollständig durchentwickelt. Um dies auszugleichen wurde die Dosis in Abb. 3.11 B) angepasst: die Zieldosis der äußeren Linien wurde erhöht und die der inneren abgesenkt. Bei dem sich daraus ergebenden Lackprofil in Abb. 3.11 H) sind alle Linien durchentwickelt und haben nahezu die gewünschte Breite.

Vereinfachend wurde in Abb. 3.11 eine von der Lackdicke unabhängige PSF gewählt. Tatsächlich kann es bereits in der Lackschicht zu einer Aufweitung des Primärstrahls kommen, wodurch auf der Lackoberfläche ein kleinerer Bereich belichtet wird als auf der Probenoberfläche. Es entsteht ein Graben, der oben schmaler ist als unten. Insbesondere bei Lift-Off-Prozessen ist diese Kantenform erwünscht, da Metallschichten an ihr besonders leicht abreißen. Durch die Verwendung von zwei unterschiedlich empfindlichen Lackschichten, wobei die untere Schicht empfindlicher ist als die obere, kann diese Grabenform auch gezielt herbeigeführt werden [58].

In Abb. 3.11 erfolgt die Proximity-Korrektur ausschließlich über eine Dosiskorrektur. Ähnliche Ergebnisse können aber auch erzielt werden, indem man z.B. die Breite der Linien, die vom Patterngenerator vorgegeben werden verändert, also die innere Linie etwas schmaler macht, dafür die äußeren Linien etwas breiter. Bei einer optimalen Korrektur werden beide Ansätze, d.h. Dosisanpassung und Strukturanpassung, verwendet.

Im Allgemeinen ist eine vollständige Korrektur des Proximity-Effekts nicht möglich. Eine geschickte Wahl der Parameter erlaubt aber eine weitgehende Korrektur. Ohne eine genaue Kenntnis der PSF ist dies nur mit aufwändigen, meist teuren, Testreihen möglich. Im nächsten Abschnitt wird ein neuer Ansatz vorgestellt um die PSF zu vermessen.

3.5.2. Bestimmung der Punktspreizfunktion

Es gibt verschiedene Methoden zur Bestimmung der PSF. Leider ist es nicht möglich die Dosisverteilung im Photolack direkt zu messen, da die Dosisverteilung erst nach dem Entwickeln sichtbar wird. Aber auch dann ist eine Unterscheidung nur zwischen über- (bzw. durch-) und unterbelichteten Bereichen möglich. Insbesondere der hohe Kontrast, der für hochauflösende Elektronenstrahlithographie notwendig ist, macht eine Analyse der Dosisverteilung aus der Lackdicke nach dem Entwickeln fast unmöglich. Bereits bei geringen Änderungen der Dosis ist der Lack nach dem Entwickeln praktisch unverändert oder schon vollständig durchentwickelt. Bei der Anwendung macht dies den Prozess unempfindlicher gegen geringfügige Schwankungen der Dosis und führt zu scharfen Lackstufen zwischen belichteten und unbelichteten Bereichen. Entsprechend klein ist andererseits auch der Bereich, in dem eine Messung der Lackdicke in Abhängigkeit von der Dosis möglich ist.

Um dieses Problem zu umgehen, wird meist eine einfache Geometrie belichtet. Gemessen wird dann, ab welcher Dosis die Struktur an einer bestimmten Stelle vollständig durchentwickelt ist. Aus dem Vergleich verschiedener Strukturen, die in variablen Abständen zueinander oder mit verschiedenen Dosen geschrieben werden, lassen sich dann

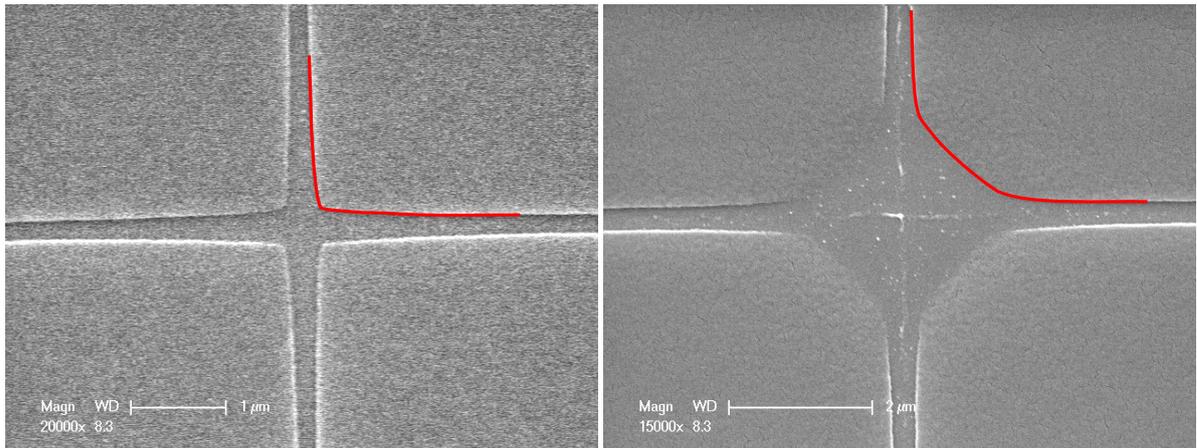


Abbildung 3.12: REM-Aufnahme der Kreuzstruktur bei $C = 25 \text{ nC/cm}$ (links) und $C = 43 \text{ nC/cm}$ (rechts). Die roten Linien markieren jeweils den Übergang von unter- zu überbelichteten Bereichen. Die Verbreiterung der Linien um den Kreuzungspunkt ist deutlich zu erkennen.

Rückschlüsse auf die PSF ziehen. Ein Nachteil dabei ist, dass man für jeden Abstand r eine neue Struktur schreiben und auswerten muss und man daher keine kontinuierliche Beschreibung der PSF erhalten kann. Als Struktur kommen z.B. Punkte [59], Linien [60, 61] oder Donughts [62] infrage. Alternativ erfolgt eine theoretische Berechnung mittels Monte-Carlo-Simulationen [63, 53].

Im Folgenden soll hingegen ein Ansatz beschrieben werden, der es ermöglicht, Daten aus einer Struktur zu verschiedenen Abständen r vom Strahlmittelpunkt zu gewinnen.* Dazu werden mehrere Kreuze aus zwei sich im Winkel von 90° schneidenden Linien geschrieben. Die Länge der Linien wird dabei so gewählt, dass der Einfluss der Enden auf die Dosisverteilung im Zentrum vernachlässigt werden kann und die Linien so als unendlich lang behandelt werden können. Bei dieser Geometrie erhält man im Kreuzungspunkt Informationen über einen kontinuierlichen Bereich von Abständen r .

In Abb. 3.12 sind REM-Aufnahmen von zwei Kreuzen zu sehen, welche mit unterschiedlichen Dosen geschrieben wurden. Auf den roten Linien in Abb. 3.12 ist die Gesamtdosis genau die Dosis D_0 , die mindestens notwendig ist, um den Lack voll durchzuwickeln.

Die Liniendosis kann einfach variiert werden, indem man den Elektronenstrahl schneller oder langsamer über die Probe bewegt. Für jede Liniendosis erhält man einen anderen Verlauf der Grenzlinie zwischen durchbelichteten und unterbelichteten Bereichen. Fügt man mehrere dieser Konturlinien mit unterschiedlicher Liniendosis C_i zu einem Bild zusammen und normiert auf eine Referenzintensität C_0 , so erhält man das Höhenlinienbild der Dosisverteilungsfunktion $D(x, y)$. Dieses ist am Beispiel eines Doppelgauß in

* Veröffentlicht in [64].

Abb. 3.13 A) dargestellt. Die Dosis auf den einzelnen Höhenlinien ist $d_i = \frac{C_0}{C_i} D_0$.

Auswertung der Kreuze

Da die einzelnen Linien als unendlich lang angesehen werden können, ergibt sich die Dosisverteilung $D(x, y)$ der Kreuze aus der Summe über die Dosisverteilungen $D_L(r)$ einzelner Linien mit Abstand r zur Linie:

$$D(x, y) = D_L(x) + D_L(y) \quad (3.14)$$

Die Dosisverteilung $D_L(r)$ erhält man wiederum aus der Integration der gesuchten PSF über eine unendlich lange Linie.

Um die PSF aus zwei Kreuzen zu bestimmen, soll zunächst $D_L(r)$ bestimmt werden. Dazu wird eine Dosisverteilung $\tilde{D}_L(r)$ (s.u.) angenommen, welche eine einzelne Konturlinie korrekt reproduziert. Iterativ wird diese Funktion dann an die tatsächliche Verteilung $D_L(r)$ angenähert, indem zunächst einzelne Punkte der zweiten Konturlinie berücksichtigt werden. Zuletzt wird $PSF(r)$ numerisch aus $D_L(r)$ berechnet.

Bei dem Verfahren wird implizit angenommen, dass die Gesamtdosis eine lineare Funktion der deponierten Ladung ist, d.h. nicht von der Vorgeschichte des Lacks abhängt. Dies ist eine Grundannahme bei allen Ansätzen zur Proximity-Korrektur. Hinzu kommt noch die Annahme, dass die PSF eine monotone Funktion vom Abstand r zum geschriebenen Punkt ist und nicht von der Richtung abhängt. Da die Zahl der gestreuten Elektronen mit dem Abstand zum Strahlmittelpunkt abnimmt, kann diese Annahme leicht erfüllt werden. Abweichungen von diesen Annahmen könnten sich z.B. ergeben, wenn der Strahlstrom den Lack lokal überhitzt oder wenn die Kristallstruktur die Streuung in eine bestimmte Richtung begünstigt.

In dem hier verwendeten Lack beträgt die notwendige Dosis um den Lack durchzuwickeln $D_0 = 160 \mu\text{C}/\text{cm}^2$. Die Liniendosis wurde in Schritten von 20 % variiert, d.h. $C_i = C_0 \cdot 1.2^i$, $i = 0..80$. Als Startdosis wurde $C_0 = 50 \text{ nC}/\text{cm}$ gewählt, da bei niedrigerer Dosis keine Struktur mehr im Lack zu erkennen war.

Entlang der Grenzlinie zwischen unterentwickeltem und durchentwickeltem Bereich beträgt die Gesamtdosis gerade D_0 . Die angenommene Linearität ermöglicht es, diese Linie für die Liniendosis C_i stattdessen als Linie konstanter Dosis mit dem Wert $d_i = \frac{C_0}{C_i} D_0$ für ein Kreuz mit der Liniendosis C_0 zu interpretieren.

Betrachtet man nur die Konturlinie des Kreuzes i , so existieren unendlich viele verschiedene Funktionen $\tilde{D}_L(r)$, die die gleiche Grenzlinie erzeugen. Als Ansatz für die Dosisverteilung einer einzelnen Linie wird hier

$$\tilde{D}_L(r) = \frac{C_0}{C_i} (D_0/2 + \delta(r)) \quad (3.15)$$

gewählt. $\tilde{D}_L(r)$ eingesetzt in Gl. 3.14 ergibt immer dann die korrekte Konturlinie, wenn für alle Punkte $n = (x_i^n, y_i^n)$

$$\delta(x_i^n) = -\delta(y_i^n) \quad (3.16)$$

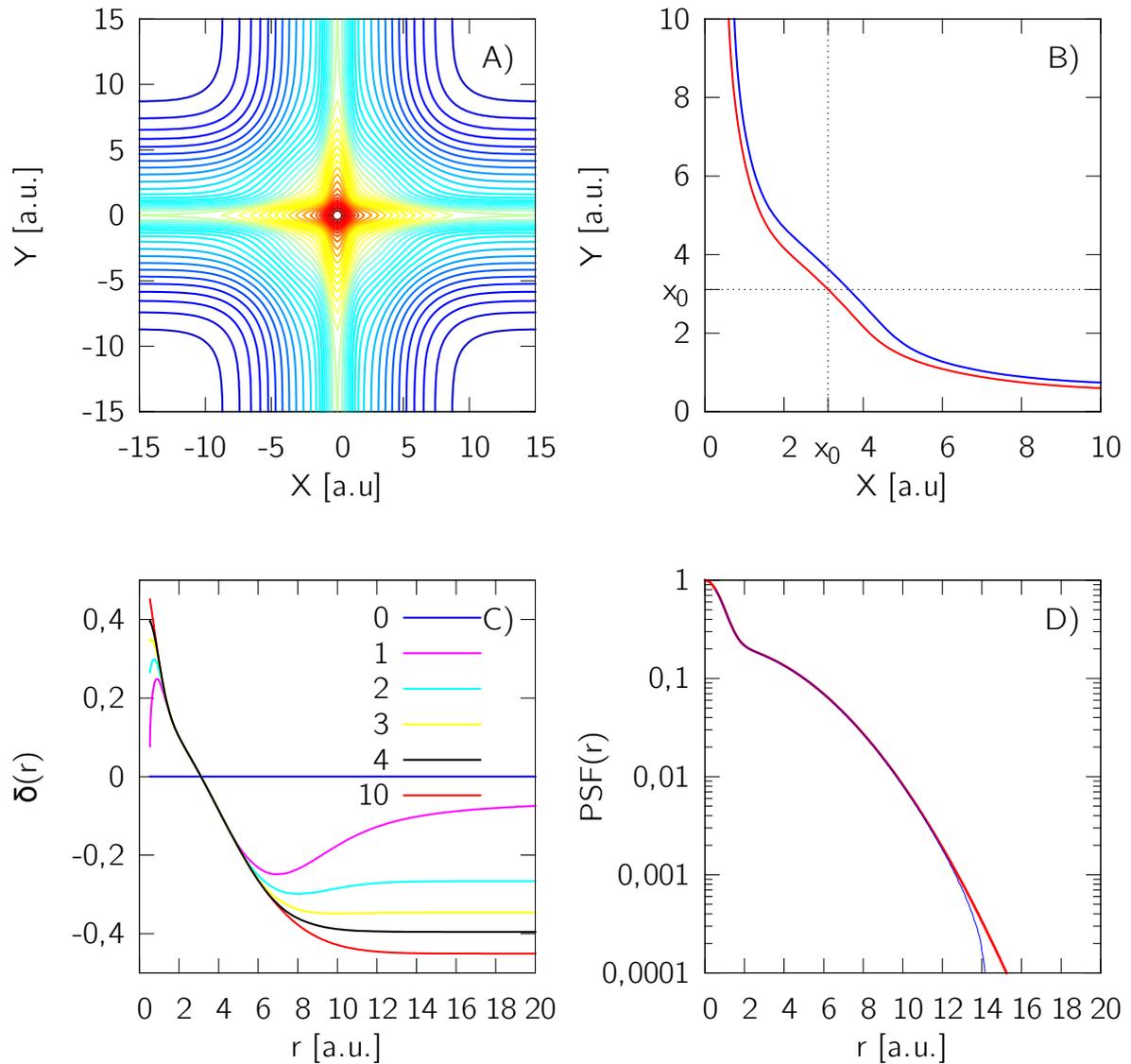


Abbildung 3.13: Beispiel für die Bestimmung der PSF anhand einer angenommenen Doppelgaußverteilung. A) Berechnete Konturlinien von $D(x, y)$ für verschiedene Primärstrahlintensitäten. B) Zwei willkürlich ausgewählte Linien i und j , anhand derer die Berechnung durchgeführt wird. C) $\delta(r)$ nach verschieden vielen Rekursionen. D) Aus C) berechnete PSF (blau) und angenommene PSF (rot). Beide Kurven stimmen über mehrere Größenordnungen hinweg überein.

gilt, wobei die Indices i und n dabei den n ten Punkt auf der i ten Linie bezeichnen. Dass diese Bedingung ausreicht, erkennt man, wenn man Gl. 3.15 in Gl. 3.14 einsetzt. Man erhält

$$\begin{aligned} D(x_i^n, y_i^n) &= \frac{C_0}{C_i} (D_0/2 + \delta(x_i^n) + D_0/2 + \delta(y_i^n)) \\ &= \frac{C_0}{C_i} D_0 = d_i. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Die Dosis ist also auf der gesamten Konturlinie konstant mit Wert d_i . Die Konturlinie wird also reproduziert. $\delta(x)$ ist nur für Punkte auf der Winkelhalbierenden eindeutig definiert. Aus $x_i^n = y_i^n =: x_i^0$ und Gl. 3.16 folgt dann $\delta(x_i^0) = 0$. Eine einzelne Konturlinie ist also nicht ausreichend, um die tatsächliche Liniendosis $D_L(x)$ zu bestimmen.

Die Gleichung

$$\delta(x_i^n) = \begin{cases} f(x_i^n) & : x_i^n \geq x_i^0 \\ -f(y_i^n) & : \text{sonst} \end{cases} \quad (3.18)$$

mit $f(x_i^0) = 0$ und $f(x)$ streng* monoton fallend erfüllt Gl. 3.16 und reproduziert somit die Konturlinie i . Im einfachsten Fall ist $f(x)$ eine Gerade mit negativer Steigung.

Da Gl. 3.16 die einzige von $\delta(x)$ zu erfüllende Bedingung ist, kann $\delta(x)$ zusätzlich so gewählt werden, dass

$$\tilde{D}_L(x_j^m) + \tilde{D}_L(y_j^m) = \frac{C_0}{C_j} D_0 \quad (3.19)$$

für einen Punkt $m = (x_j^m, y_j^m)$ auf einer beliebigen weiteren Linie j gilt.

Zunächst wird dazu $f(x)$ über einzelne Stützpunkte definiert, zwischen denen linear interpoliert wird. D.h. zu jedem Wert x_j^n wird der Funktionswert von $f(x)$ auf $f_j^n = f(x_j^n)$ festgelegt. Um nun Gl. 3.19 zu erfüllen, genügt es, den Wert f_j^m zu ändern und gleichzeitig alle anderen konstant zu halten. D.h. nur der Stützpunkt zu x_j^m wird verändert:

$$f_j^m \rightarrow \left(\frac{C_i}{C_j} - 1 \right) D_0 - \delta(y_j^m). \quad (3.20)$$

Die Stützpunkte für $f(x)$ müssen dabei ausreichend dicht gesetzt sein, sodass die Änderung an f_j^m nicht gleichzeitig eine Änderung an $\delta(y_j^m)$ bewirkt. Dies stellt in der Praxis jedoch keine Einschränkung dar. Mit dieser Änderung ist dann

$$\begin{aligned} \tilde{D}_L(x_j^m) + \tilde{D}_L(y_j^m) &= \frac{C_0}{C_i} \left(\frac{D_0}{2} + \delta(x_j^m) + \frac{D_0}{2} + \delta(y_j^m) \right) \\ &= \frac{C_0}{C_i} (D_0 + f_j^m + \delta(y_j^m)) \\ &= \frac{C_0}{C_i} \left(D_0 + \left(\frac{C_i}{C_j} - 1 \right) D_0 - \delta(y_j^m) + \delta(y_j^m) \right) \\ &= \frac{C_0}{C_j} D_0 = d_j \end{aligned} \quad (3.21)$$

* Sonst wäre $f(y_i^n)$ nicht eindeutig definiert. Die Steigung darf aber infinitesimal klein werden.

und folglich liegt der Punkt m auf der Konturlinie j .

Auf die gleiche Weise können nun alle weiteren Punkte auf der Konturlinie j berücksichtigt werden. Dabei kann es vorkommen, dass sich, durch die Berücksichtigung eines weiteren Punktes, der Wert $f(y_j^m)$ ändert und Gl. 3.21 somit nicht mehr erfüllt ist. Durch rekursives Berücksichtigen aller Punkte auf der Konturlinie j konvergiert $\tilde{D}_L(x)$ jedoch schnell gegen $D_L(x)$. Dies ist in Abb. 3.13 C) dargestellt.

Der letzte Schritt ist die Bestimmung der PSF aus $D_L(r)$. Dazu muss die Integralgleichung

$$D_L(x) = \int_{-\infty}^{\infty} PSF(r)dy \quad (3.22)$$

mit $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ numerisch gelöst werden, wobei $D_L(x)$ bekannt und $PSF(r)$ die gesuchte Funktion ist. Für die numerische Lösung wird das Intervall $[0 : x_N]$ in N Teile mit Breite Δx zerlegt, auf denen $D_L(x)$ bzw. $PSF(x)$ konstant sind. Man kann in guter Näherung annehmen, dass $PSF(r) = D_L(r) = 0$ für alle $r > x_N$. Gl. 3.22 reduziert sich dann zu

$$D_L(x_n) = 2 \sum_{m=0}^N PSF(r_m) \Delta y_m^n \quad (3.23)$$

mit $r_m = \sqrt{x_n^2 + y_m^2}$ und $\Delta y_m^n = \sqrt{(r_m + \Delta x)^2 - x_n^2} - \sqrt{r_m^2 - x_n^2}$. Da $r_m \geq x_n$ ist für x_N nur der Term $m = N$ ungleich Null. Man erhält

$$PSF(x_N) = \frac{1}{2} D_L(x_N) / \Delta y_0^N. \quad (3.24)$$

Dies kann nun verwendet werden, um $PSF(x_{N-1})$ zu berechnen usw. Diese Methode wurde verwendet, um die Daten in Abb. 3.13 D) aus Abb. 3.13 C) zu berechnen.

Die aus Abb. 3.13 A) zurückgerechnete PSF in Abb. 3.13 D) weicht nur minimal von der tatsächlichen als Beispiel gewählten PSF ab. Die einzige Annahme die in die Berechnung einfließt ist, dass die PSF eine monoton fallende Funktion von r ist. Kenntnisse über den funktionalen Zusammenhang sind nicht erforderlich.

Bei idealen Daten lässt sich mit dieser Methode die PSF bis auf numerische Ungenauigkeiten exakt aus dem Höhenprofil berechnen. Bei realen Daten wird das Ergebnis von statistischen und systematischen Fehlern beeinflusst. Diese werden umso bedeutender, je geringer die Steigung der Konturlinien ist*. Bei der Auswertung der Ergebnisse sollten daher nur Bereiche berücksichtigt werden, in denen beide verwendeten Konturlinien eine Steigung aufweisen, die deutlich über dem Rauschlevel liegt. In der folgenden Auswertung wurden daher nur Bereiche berücksichtigt, in denen die Steigung $\geq 0,2$ ist.

3.5.3. Auswertung der Messdaten

Jedes Paar an Konturlinien enthält nur Informationen über einen bestimmten Bereich von Abständen r . Begrenzt wird dieser Wertebereich durch die Linienbreite der Linien

* Für $x_i^n > x_i^0$, ansonsten gilt entsprechendes für Eins durch die Steigung.

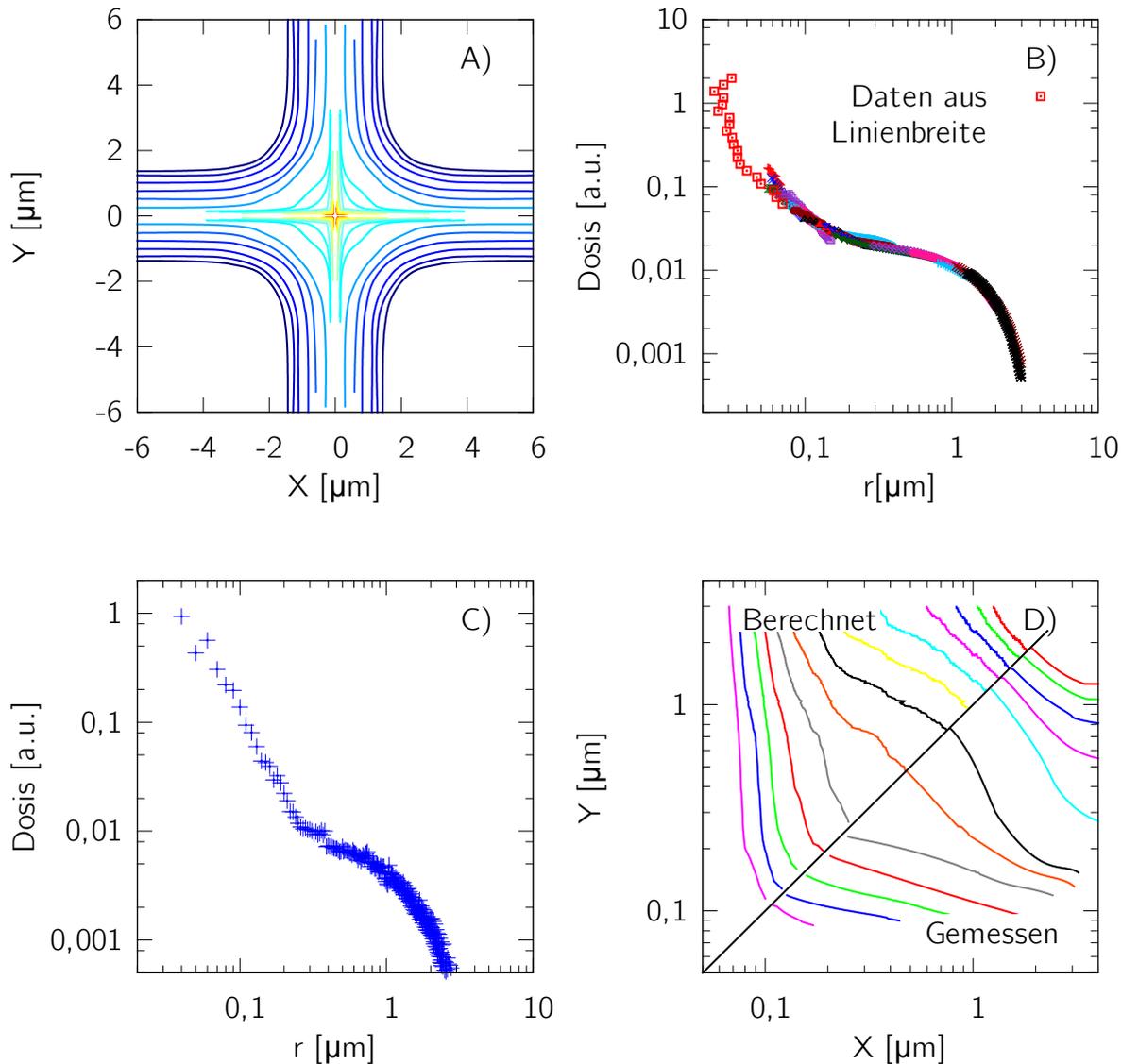


Abbildung 3.14: A) Mit dem REM (siehe Abb. 3.12) vermessene Konturlinien. Von blau bis rot steigt die Dosis mit jeder Linie um 20%. B) Aus je zwei Konturlinien berechnete Dosisverteilungsfunktionen $D_L(r)$ für eine Linie ($r =$ Abstand zur Linie). Jede Farbe entspricht einem anderen Linienpaar. C) Aus Gl. 3.24 berechnete PSF. ($r =$ Abstand zum Strahlmittelpunkt) D) Vergleich der berechneten PSF mit den ursprünglichen Messdaten. Der Verlauf der berechneten Konturlinien stimmt gut mit dem der gemessenen überein.

in großem Abstand zum Kreuzungspunkt, wo der Einfluss der jeweils anderen Linien vernachlässigt werden kann. Für Abstände, die kleiner sind als diese Linienbreite liegen keinerlei Informationen über die PSF vor. Auch nach oben hin wird der Wertebereich durch diese minimale Linienbreite begrenzt. Je nach Dosis konvergiert die Linienbreite bereits nach wenigen nm oder einigen μm vom Kreuzungspunkt entfernt gegen die minimale Breite. Spätestens dann geht die Linienverbreiterung aufgrund der Kreuzstruktur in der Messungenauigkeit unter. Für eine vollständige Beschreibung müssen also mehrere Kreuze mit unterschiedlicher Liniendosis geschrieben werden.

Zunächst wurde ein GaAs-Wafer mit 2% Polymethylmethacrylat (PMMA) in Methylisobutylketon (MIBK) beschichtet und die Probe mit dem REM bei einer Beschleunigungsspannung von 30 kV und einem Strahlstrom vom 40 pA belichtet. Die Dosis wurde dabei von 0,5 nC/cm auf 150 nC/cm erhöht. Die Kreuze bestehen aus je zwei Linien von Länge $L = 200 \mu\text{m}$. Für L muss gelten, dass $PSF(L)$ vernachlässigbar klein wird, die Linien also als unendlich lang betrachtet werden können.

Um die hohe Dosis zu erreichen mussten die einzelnen Linien bis zu achtmal übereinander belichtet werden. Als Entwickler wurde MIBK in Isopropanol (IPA) im Verhältnis 1:2 verwendet. Für die Untersuchung mit dem REM wurde abschließend noch eine 10 nm dicke Goldschicht aufgesputtert.

Die Untersuchung mit dem REM erfolgte bei einer Beschleunigungsspannung von 10 kV. Bei dieser Spannung dringen die Elektronen weniger tief in das Substrat ein. Der Kontrast zwischen durchbelichteten und unterbelichteten Bereichen kann so verbessert werden. Die Grenzlinie wurde mit einem Bildbearbeitungsprogramm markiert. In Abb. 3.12 sind die Kurven für 25 nC/cm und 43 nC/cm dargestellt. Alle Kurven gemeinsam sind in Abb. 3.14 A) zu finden.

In Abb. 3.14 B) sind die verschiedenen Funktionen $D_L(r)$ von je zwei Linien aus Abb. 3.14 A) dargestellt. Dabei wurden nur Bereiche berücksichtigt, bei denen die Steigung der Kurven $\geq 0,2$ ist. Bei großem r stimmen die verschiedenen Kurven gut überein. Bei kleinem r gibt es hingegen deutliche Abweichungen. Die Abweichungen in diesem Bereich lassen sich durch Inhomogenitäten im Lack und die teilweise ungenaue Strahlpositionierung durch den Patterngenerator erklären (Abb. 3.15). Die Linienbreite schwankt stark entlang der Linie. In diesem Bereich wurden die Daten in Abb. 3.14 B) mit der mittleren Linienbreite bei großem Abstand zum Kreuzungspunkt ergänzt.

Zusätzlich erschwert wird die Auswertung durch die relativ scharfen Kanten im Kreuzungspunkt. Der Übergang von einer Linie zur anderen beschränkt sich in Abb. 3.15 auf wenige nm und kann schon aus diesem Grund kaum aufgelöst werden.

Aus den gemittelten Daten in Abb. 3.14 B) lässt sich die PSF in Abb. 3.14 C) mit Gl. 3.24 berechnen. Die erhaltene PSF lässt sich gut als Summe über drei Gaußkurven mit den Halbwertsbreiten 0,11 μm , 0,3 μm und 2,5 μm beschreiben.

Aus der PSF kann man nun die zu erwartende Dosisverteilung für ein Kreuz berechnen. Der direkte numerische Ansatz ist dabei, für jeden Punkt auf der Oberfläche die Beiträge der PSF für jeden Punkt auf den Linien aufzusummieren. Effizienter ist es jedoch die gesamte Struktur in gleiche Unterstrukturen (in diesem Fall z.B. Linienseg-

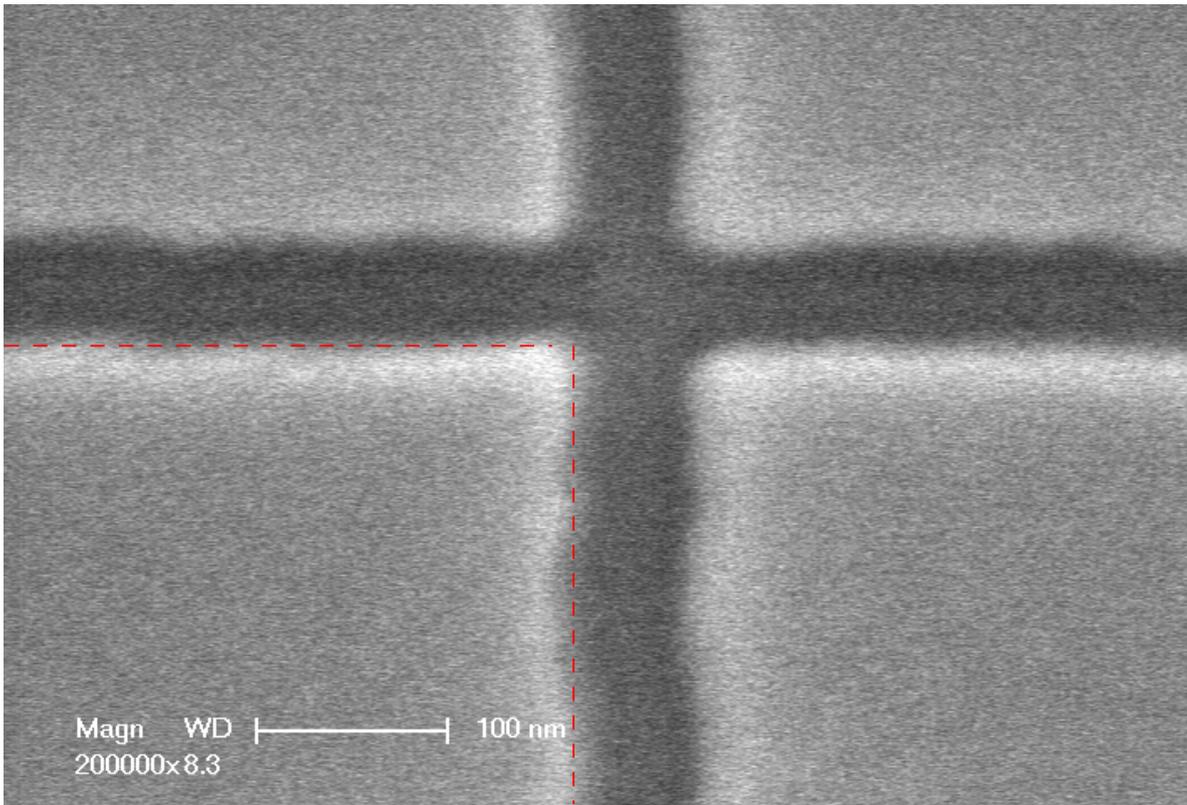


Abbildung 3.15: Schwankungen der Linienbreite bei einer Liniendosis von $0,86 \text{ nC/cm}$.

mente) aufzuteilen. Aufgrund der Linearität erhält man das Gesamtergebnis als Summe über die Beiträge der Unterstrukturen. Die notwendige Rechenzeit kann somit erheblich verkürzt werden. Umgesetzt ist dieses Verfahren z.B. bei dem Programm *Pyramid* [57]. Berechnet man mit dieser PSF den zu erwartenden Verlauf der Konturlinien für eine Kreuzstruktur, wie in Abb. 3.14 D) geschehen, erkennt man eine gute Übereinstimmung über den gesamten Messbereich.

3.5.4. Zusammenfassung

Die Methode ist geeignet, um die PSF über einen großen Bereich hinweg aus wenigen Einzelstrukturen kontinuierlich zu bestimmen. Insbesondere in den Bereichen, in denen die PSF sich nur langsam mit r ändert, kann man schon mit zwei Messungen ein gutes Bild der PSF über einen großen Wertebereich erhalten. Die Berechnung der PSF erfolgt dabei ohne Fit und ohne, dass vorher der funktionale Zusammenhang, z.B. Doppelgauß, für die PSF bekannt sein muss.

Die Kenntnis der PSF ist der erste Schritt für eine erfolgreiche Korrektur des Proximity-Effekts am Computer. Mit Hilfe der PSF lässt sich die Dosisverteilung für jede beliebige

Struktur berechnen und evtl. notwendige Anpassungen können vorgenommen werden, ohne dass jeweils ein aufwendiges Testfeld geschrieben und vermessen werden muss.

4. Messaufbau

4.1. Entmischungskryostat

QDs in GaAs-AlGaAs-Heterostrukturen haben Kapazitäten im Bereich einiger hundert aF (z.B. [31]) und damit verbunden Ladeenergien um 1 meV. Die Energieskala des Anregungsspektrums ist nochmals eine Größenordnung kleiner. Um bei einer Messung des Anregungsspektrums eines QDs, wie z.B. für Abb. 2.14 aus Kap. 2.2, die einzelnen Peaks noch auflösen zu können, muss die Messung bei entsprechend niedrigen Temperaturen durchgeführt werden.

Alle Messungen wurden bei Temperaturen zwischen 70 mK und 1 K in einem ^3He - ^4He -Entmischungskryostaten durchgeführt. Verwendet wurde ein *Kelvinox 25* von *Oxford Instruments*. Der Kryostat ist mit einem supraleitenden Magneten ausgestattet. Die Probe kann so in einem Magnetfeld von maximal 10 T senkrecht zum 2DEG vermessen werden. Der schematische Aufbau des Kryostaten ist in Abb. 4.1 dargestellt.

Bei Temperaturen unterhalb von 0,86 K trennt sich ein $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Gemisch in zwei Phasen mit unterschiedlicher ^3He -Konzentration [65]. Die leichtere, ^3He -reiche Phase erreicht für $T \rightarrow 0$ eine Konzentration von 100 % ^3He . Gleichzeitig bleibt die Löslichkeit von ^3He in der gemischten Phase endlich (ca. 6,5 % bei $T=0\text{K}$). Das Phasendiagramm ist in Abb. 4.2 dargestellt. Im Entmischungskryostaten macht man sich zunutze, dass für den Übergang von ^3He aus der reichen in die gemischte Phase Energie aufgebracht werden muss. Das Funktionsprinzip wurde bereits 1951 von H. London beschrieben [3].

Um eine konstante Kühlleistung zu erhalten, muss die ^3He -Konzentration in der verdünnten Phase unterhalb des Gleichgewichtswerts gehalten werden. Dazu wird das ^3He in der Destille aus dem Gemisch herausdestilliert und abgepumpt (Abb. 4.1). Um einen dauerhaften Kreislauf zu erhalten, wird es anschließend im 1K-Pot vorgekühlt und wieder der ^3He -reichen Phase zugeführt. Die Kühlung des 1K-Pot erfolgt in einem getrennten Kreislauf. Er wird ständig mit ^4He aus dem Heliumbad aufgefüllt. Eine Pumpe reduziert den Gasdruck über der Flüssigkeit, wodurch die Temperatur durch Verdampfungskühlung auf ca. 1,2 K sinkt. Das entstehende Gas wird dabei in die Heliumrückleitung zum Heliumverflüssiger abgeführt. Eine genauere Beschreibung des gesamten Kreislaufs findet sich z.B. in *Practical Cryogenica* [65].

Zur thermischen Isolierung befindet sich der Kreislauf in einer Vakuumkammer, umgeben von flüssigem Helium. Lediglich die Pumpen befinden sich bei Raumtemperatur.

Ein Heizdraht an der Mischkammer ermöglicht eine kontinuierliche Einstellung der Badtemperatur bis zu max. 1,1 K. Erhöht man die Heizleistung weiter, wird der Kreislauf

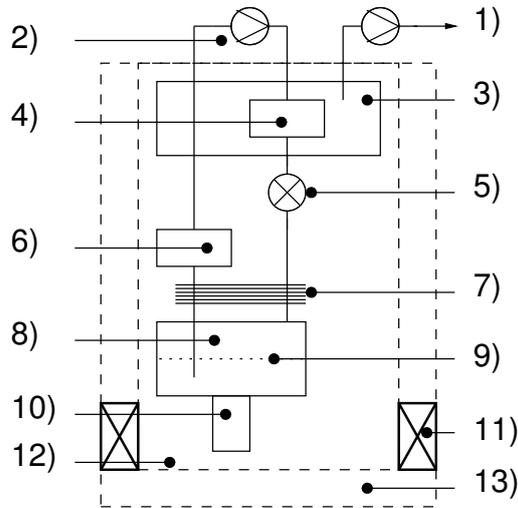


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Kreislaufs nach [65, 66].

1) Rückleitung, 2) Pumpen, 3) 1K Pot (ca. 1,2 K), 4) Kondensator, 5) Flussimpedanz, 6) Destille (ca. 600 mK), 7) Wärmetauscher, 8) Mischkammer (ca. 100 mK), 9) Phasengrenze, 10) Probenhalter, 11) Magnet, 12) Vakuumkammer, 13) He-Bad.

instabil und die Temperatur beginnt zu oszillieren.

Zur Bestimmung der Basistemperatur wurde ein RuO_2 -Thermometer *Rx202* von *Lake Shore Cryotronics* verwendet. Die vom Hersteller angegebene minimale Basistemperatur von 25 mK konnte bei keiner Messung erreicht werden. Die tiefste gemessene Temperatur lag stattdessen bei ca. 70 mK. Zeitweise lag sie sogar noch höher, da ein defektes Überdruckventil zu einer Kontamination des ^3He -Kreislaufs und damit zu einer reduzierten Zirkulationsrate geführt hatte.

Bei tiefen Temperaturen liegt die Elektronentemperatur der Probe häufig deutlich über der Badtemperatur. Die schlechte Ankopplung des Elektronengases an den Kristall bzw. an die Phononen bewirkt bereits bei geringen Störungen auf den Zuleitungen eine Erwärmung des Elektronengases. In unserem Aufbau konnten wir keine Abhängigkeit der Messkurven von der Temperatur mehr erkennen, wenn die Badtemperatur kleiner als ca. 150 mK war. Dies stellt offenbar die niedrigste Temperatur dar, auf die wir das Elektronengas mit diesem Aufbau kühlen können.

4.2. Messaufbau

In Abb. 4.3 ist die schematische Darstellung des typischen Messaufbaus mit Zweipunkt-messung abgebildet. Die Probe wird durch ein Trenngate in zwei Hälften geteilt. Oben ist ein QPC, unten ein QD dargestellt. Die externe Elektronik wird über eine Messbox mit der Probe verbunden. Diese wird auch als zentraler Massepunkt bei der Messung verwendet.

Als Spannungsquellen für Gleichspannung wurden zwei *Keithley 213 Quad Voltage Sources* verwendet. Diese weisen ein geringes Signal/Rausch-Verhältnis auf und haben eine minimale Schrittweite von $250 \mu\text{V}$. In Fällen, in denen diese Schrittweite zu unge-

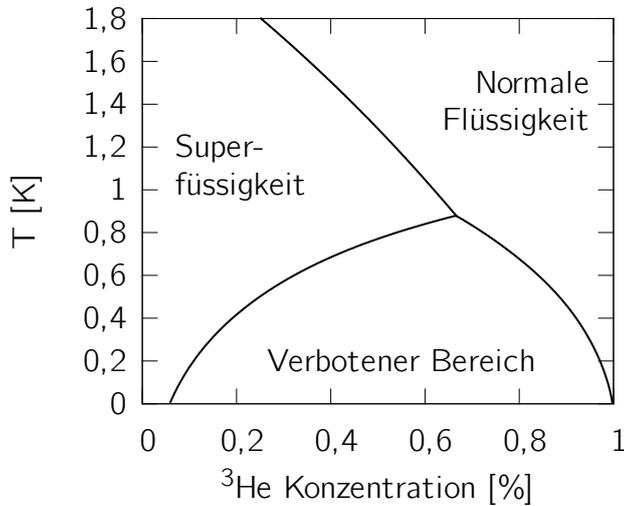


Abbildung 4.2: Phasendiagramm des $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Gemischs [65]. Unterhalb einer kritischen Temperatur von 0,86 K zerfällt das Gemisch in eine ^3He -reiche und eine ^3He -arme Phase.

nau war, wurden zwei Spannungsquellen über einen Spannungsteiler in Reihe geschaltet (Block A in Abb. 4.3).

Die Widerstandsmessung erfolgte im Lock-In-Verfahren mit den Verstärkern *EG&G Instruments 7260* bzw. *7265* bei einer Frequenz von ca. 30 Hz und einer AC-Amplitude von $10\ \mu\text{V}$. Bei dieser Spannung ist die Energie der einzelnen Elektronen vergleichbar mit der thermischen Energie bei 100 mK. Die anliegende Wechselspannung führt somit nicht zu einer weiteren Linienverbreiterung. Als Spannungsquelle für das AC-Signal diente jeweils der interne Oszillator der Lock-In-Verstärker mit einem in Reihe geschalteten Spannungsteiler. Zusätzlich zu den Lock-In-Verstärkern wurde das Messsignal noch mit dem Strom-Spannungs-Wandler *SR 570 Low-Noise Current Preamplifier* von *Stanford Research Systems* vorverstärkt.

In manchen Fällen wurde die Probe auch im 4-Punkt-Verfahren vermessen. Dabei wurde über einen $100\ \text{M}\Omega$ -Widerstand ein AC-Strom von 10 nA aufgeprägt und die Spannung direkt mit dem Lock-In-Verstärker über zwei weitere Kontakte vermessen. Der Vorteil hierbei ist, dass die Widerstände z.B. der Messleitungen und der ohmschen Kontakte nicht mitgemessen werden. Für Coulomb-Blockade-Oszillationen, bei denen der Strom im Coulomb-Blockade-Bereich gegen Null geht bzw. der Widerstand divergiert, ist diese Methode allerdings ungeeignet.

Für nichtlineare Messungen wurde zur AC-Quelle zusätzlich eine DC-Quelle in Reihe geschaltet (Block B in Abb. 4.3). Gemessen wird dann der differenzielle Widerstand.

Grundsätzlich waren alle Spannungsquellen vom PC aus steuerbar. Dazu wurde das Programm *Measkern2* von U. Wilhelm und C. Höppler verwendet. Die Steuerungsdateien für den Messablauf hatten dabei den Charakter einer Programmiersprache, so dass sehr flexible Messabläufe programmiert werden konnten. Die Datenerfassung erfolgte mit demselben Programm.

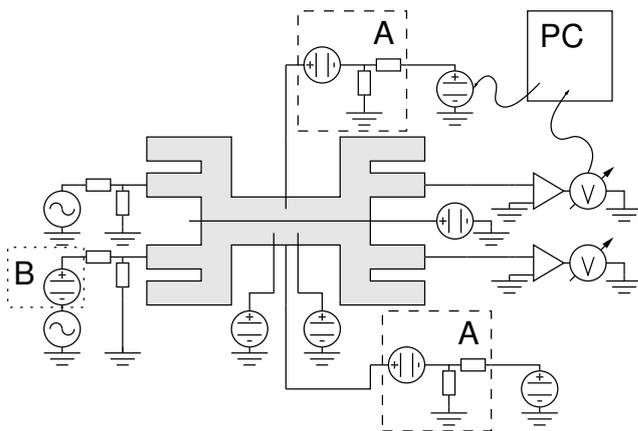


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung des Messaufbaus für einen QPC oben und einen QD unten. Die Blöcke A werden nur benötigt, wenn die Schrittweite der Spannungsquellen kleiner als $250 \mu\text{V}$ sein soll, Block B nur bei nichtlinearen Messungen.

In Abb. 4.3 gesondert dargestellt ist dabei die Rückkopplung des Stroms über den QPC auf dessen Gate. Diese ist für die Messungen in Kap. 6 von besonderer Bedeutung und wird dort behandelt.

5. Anormale Leitwertoszillationen eines QDs in der Kennlinie eines QPCs

Die in diesem Abschnitt behandelte Probe zeigte deutlich ausgeprägte Coulomb-Blockade-Oszillationen in der Kennlinie eines QPCs. Dies ist ungewöhnlich, da ein einzelnes Gate normalerweise nicht ausreicht, um die für einen QD benötigte Potentiallandschaft zu erzeugen. Es ist anzunehmen, dass der QD nicht über die Gatestruktur, sondern durch Inhomogenitäten des Ausgangsmaterials in unmittelbarer Nähe zur Gatestruktur definiert wird. Interessant wird dies dadurch, dass derartige Strukturen in mehreren Proben des gleichen Materials gefunden wurden, an denen in späteren Proben bei nichtlinearen Messungen auch Kondo-Peaks vermessen werden konnten [67].

5.1. Probe

In Abb. 5.1 ist ein Ausschnitt der Gatestruktur der verwendeten Probe abgebildet. Die Gates D_1 und D_2 bilden, gemeinsam mit dem Trenngate T , zwei gegenüberliegende QPCs. An den feinsten Strukturen beträgt die lithographische Breite der Gates 200 nm, der Abstand der QPCs zum Trenngate 250 nm.

Für die Messungen wurde die Probe in zwei gegenüberliegende Hälften unterteilt. Dazu reicht es aus eine negative Spannung von $V_T = -0,28$ V an das Trenngate T anzulegen. Die Verarmungszone unter dem Gate ist dann so breit, dass kein messbarer Strom von der einen Probenhälfte in die andere fließt. Durch den geringen geometrischen Abstand sind Strukturen auf beiden Seiten des Trenngates weiterhin elektrostatisch gekoppelt und entsprechende Abhängigkeiten können vermessen werden.

Um den QD ohne den parallel geschalteten QPC vermessen zu können, wurde V_T in einzelnen Messungen auf bis zu -1 V gefahren. Der QPC, der durch T und D_1 gebildet wird, ist dann bereits unmittelbar nach der Definitionsstufe geschlossen.

Die Probe wurde in unserem Mischkryostaten bei einer Basistemperatur von 64 mK vermessen.

5.2. Lineare Kennlinie

Das ungewöhnliche Verhalten der Probe, d.h. die Coulomb-Blockade-Oszillationen, zeigte sich bereits bei Messungen im linearen Bereich. Die Ankopplung des QDs an D_1

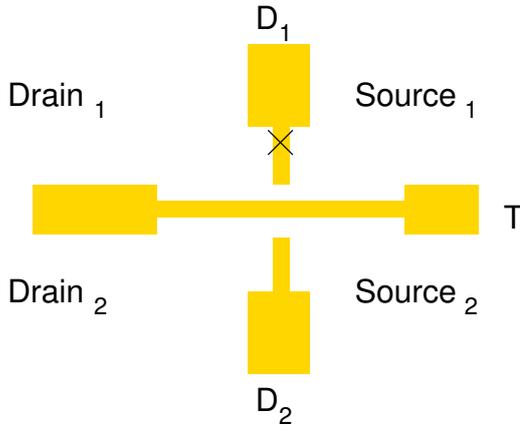


Abbildung 5.1: Gatestruktur der verwendeten Probe. Bei allen Messungen wird an das Trenngate T eine negative Spannung angelegt, die ausreichend ist, um das darunter liegende 2DEG zu verarmen und somit die Probe in zwei Hälften zu teilen. Das X markiert die vermutete Position des QDs.

und T kann aus diesen Messungen bestimmt werden. Der große Unterschied bei diesen Kopplungen deutet bereits darauf hin, dass sich der QD nicht in unmittelbarer Nähe des QPCs befunden hat.

In Abb. 5.2 ist eine Messung der linearen Kennlinie des QPCs, der durch die Gates T und D_1 gebildet wird, in Abhängigkeit von der anliegenden Spannung an Gate D_1 , dargestellt. Die Spannung an T wurde dabei konstant auf $V_T = -0,28\text{ V}$ gehalten. Ab ca. $V_{D_1} = -0,22\text{ V}$ ist das 2DEG unterhalb von Gate D_1 vollständig verarmt und die Kennlinie zeigt die erwarteten Stufen im differentiellen Leitwert. Um eine Stufenhöhe von $2e^2/h$ zu erhalten, muss ein serieller Vorwiderstand von $900\ \Omega$ berücksichtigt werden. Dieser ergibt sich aus dem Widerstand der Mesa zwischen den Kontakten und der Struktur. Lediglich die erste Stufe entspricht dann nicht dem erwarteten Wert.

Auffallend in Abb. 5.2 ist eine Serie von Leitwertoszillationen auf der fünften Leitwertstufe, knapp unterhalb der Definitionsstufe. Dieser Bereich ist im Inset nochmal vergrößert dargestellt. Aufgrund der Form und Periodizität der Oszillationen wurde eine Dot-ähnliche Struktur als Ursache vermutet.

Gemessen wird der Strom von Drain nach Source. Damit Coulomb-Blockade-Oszillationen überhaupt gemessen werden können, muss es eine endliche Tunnelrate von Drain und Source auf einen QD geben. Der damit verknüpfte Tunnelwiderstand muss entsprechend Gl. 2.14 größer als h/e^2 sein.

In Abb. 5.3 sind Messungen der Leitwertoszillationen unter Variation von V_T dargestellt. Wie erwartet, führt eine größere negative Spannung V_T zu einer Reduktion des Leitwertes des QPCs. Die Leitwertplateaus des QPCs sind daran zu erkennen, dass die Linien in Abb. 5.3 A) bei $1, 2, 3$ und $4 \cdot 2e^2/h$ gehäuft auftreten. Das Plateau bei $1 \cdot 2e^2/h$ ist bei negativeren Trenngatespannungen besser ausgeprägt.

Die Veränderungen betreffen jedoch hauptsächlich den Hintergrund, d.h. die QPC-Kennlinie. Die Position und Höhe der Leitwertoszillationen wird durch die Spannung an Gate T nur geringfügig beeinflusst. Dies ist zusätzlich in Abb. 5.3 B) dargestellt. Die

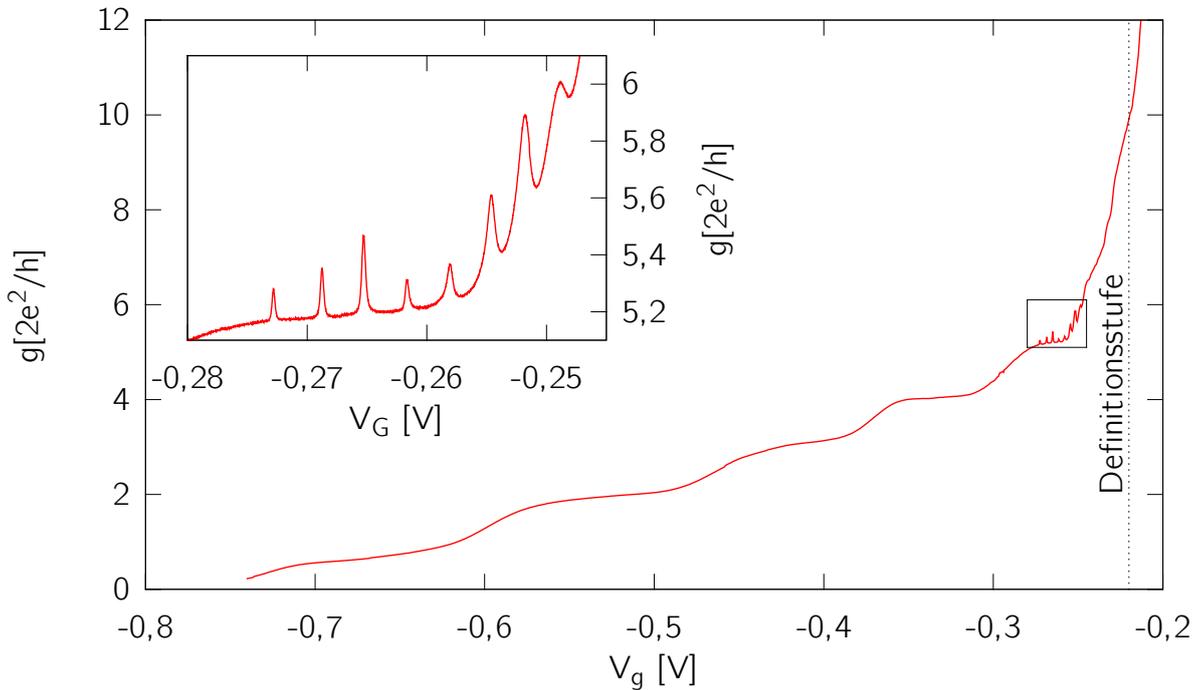


Abbildung 5.2: Kennlinie von Punktkontakt D_1 . Der markierte Bereich ist im Inset vergrößert dargestellt. Eine Serie von Leitwertoszillationen wird sichtbar.

Kopplung zwischen dem Trenngate und dem QD ist also klein im Vergleich zur Kopplung des QDs an D_1 .

Aus der Periodizität der Peaks in V_g - bzw. V_T -Richtung in Abb. 5.3 B) ergibt sich mit Gl. 2.36 für den Dot eine Kapazität C_{D_1} zwischen 40-60 aF und eine Kapazität C_T zwischen 0,7-1,7 aF. Beide Kapazitäten steigen mit abnehmender negativer Spannung an Gate D_1 . Die Ursache hierfür dürfte eine Veränderung der Ausdehnung des QDs bzw. der Ausdehnung der Verarmungszone unter D_1 in Abhängigkeit von V_{D_1} sein. Ersteres erhöht C_{D_1} und C_T gemeinsam, letzteres verändert C_T durch die damit verbundene Änderung der elektrischen Abschirmung von T .

Die Größe des Unterschieds zwischen C_T und C_{D_1} deutet darauf hin, dass der geometrische Abstand zwischen QD und Trenngate wesentlich größer ist als der Abstand zwischen QD und Gate D_1 . Der Dot befindet sich also nicht in unmittelbarer Nähe des QPCs und muss sich, da er Drain und Source verbindet, unter dem Gate D_1 befinden. Die wahrscheinliche Position des QDs ist in Abb. 5.1 mit einem X markiert.

5.3. Nichtlineare Kennlinie

Die wesentlichen Parameter des Systems, wie C_d , C_s und α , lassen sich aus nichtlinearen Messungen bestimmen. Dazu wurde die Spannung an Gate T auf -1 V gefahren. Bei

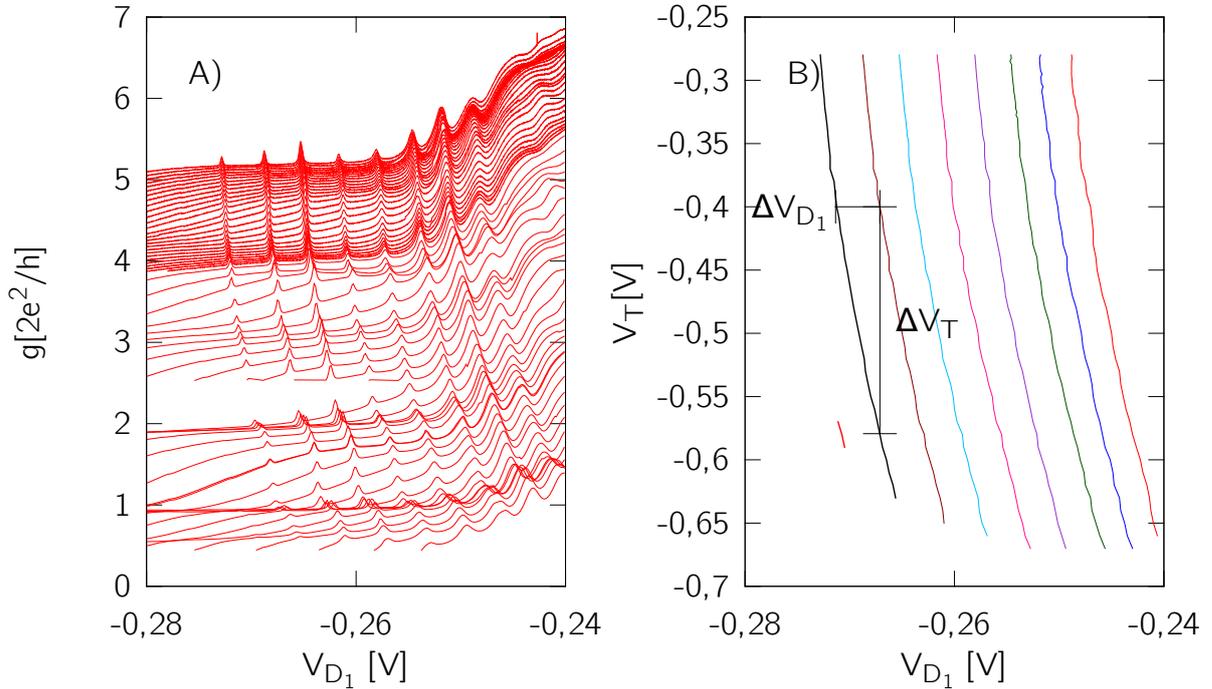


Abbildung 5.3: A) Kennlinie von Punktkontakt D_1 unter Variation von V_T von -0,28 V (oberste Linie) bis -0,67 V (unterste Linie). B) Position der Peaks in Abhängigkeit von V_{D1} und V_T .

dieser Spannung ist der QPC zwischen T und D_1 schon an der Definitionsstufe von D_1 vollständig abgeschnürt und der Strom I_{ds} fließt nur noch über den QD.

Eine Serie von an dem QD gemessenen Coulomb-Blockade-Rauten ist in Abb. 5.4 dargestellt. In V_{ds} ist ein DC-Offset von $-170 \mu\text{V}$ enthalten, dessen Ursache vermutlich eine nicht aufgelöste Erdschleife ist. Der Offset lässt sich aus dem Versatz der Kreuzungspunkte der Rauten bezüglich der erwarteten Position bei 0 V ablesen.

Die Steigungen der Begrenzungslinien und α , entsprechend Gl. 2.38, sind in Abb. 5.5 A) bzw. B) dargestellt. Nach Gl. 2.34, Gl. 2.35 und Gl. 2.36 erhält man die entsprechenden Kapazitäten aus der Steigung der Rautenbegrenzung und dem Peakabstand im linearen Bereich. Die Abhängigkeit der Kapazitäten C_g , C_s und C_{rest} von V_g ist in Abb. 5.5 C) dargestellt.

Die maximale Ausdehnung der Rauten mit V_{ds} nimmt mit steigender Besetzung des QDs stark ab, während die Periode der Peaks leicht abnimmt. Die größere negative Spannung an D_1 führt zu einer breiteren Verarmungszone unter dem Gate bzw. einer breiteren Tunnelbarriere, was gleichzeitig die Leitfähigkeit und die Kapazität der Kontakte reduziert.

In Kap. 2.2 wurden stets alle Kapazitäten als konstant angenommen. Dies ist hier nicht der Fall. Um die Probe zu beschreiben, muss man statt der Gesamtkapazität $C = Q/U$

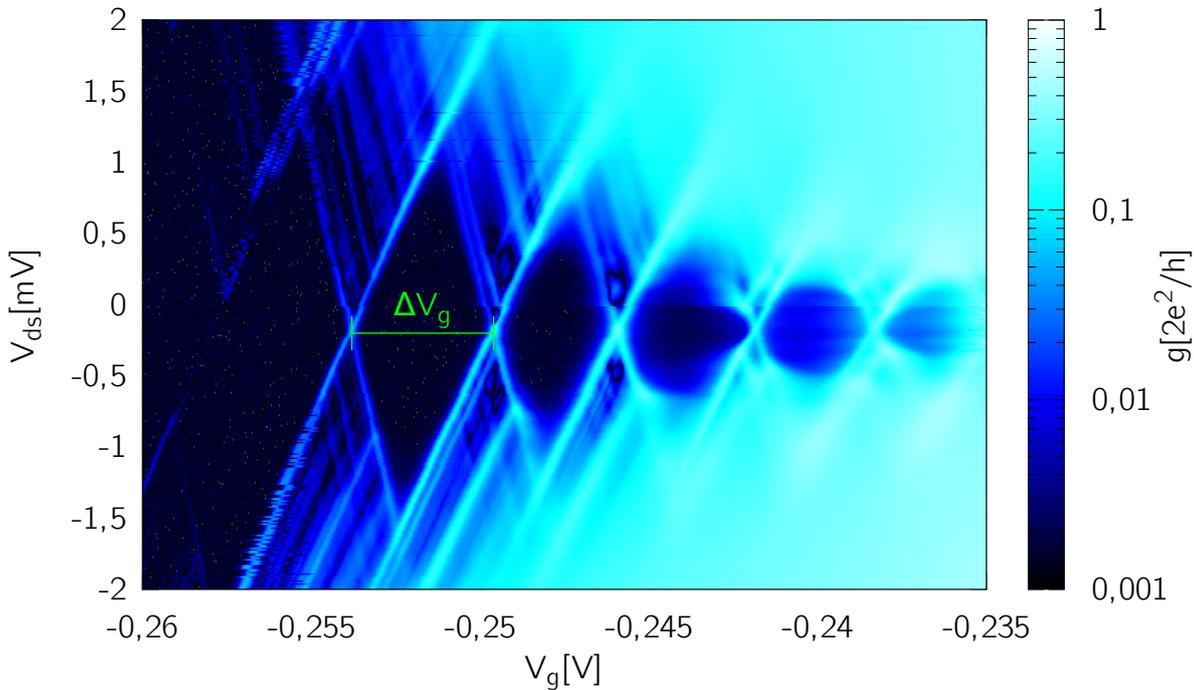


Abbildung 5.4: Coulomb-Blockade-Rauten mit Anregungsspektrum.

die differentielle Kapazität $c = dQ/dU$ verwenden. Dies betrifft insbesondere C_g da C_s und C_{rest} bei $V_{ds} \approx 0$ V bestimmt wurden, und daher $C_s = c_s$ bzw. $C_{rest} = c_{rest}$ ist. Im Folgenden bezeichnet C_g stets die differentielle Gatekapazität.

Da C_g in Abb. 5.4 nur über den Abstand der Peaks ΔV_g zugänglich ist, wurde C_g aus dem Mittelwert der Ergebnisse für beide benachbarten Peaks berechnet. Dabei wurde der Einfluss des Anregungsspektrums auf ΔV_g nach Gl. 2.40 als zusätzliche Fehlerquelle in den Fehlerbalken berücksichtigt. Die Kapazitäten C_s und C_{rest} können, im Gegensatz zu C_g , an jedem Kreuzungspunkt unabhängig aus Gl. 2.34 bzw. Gl. 2.35 bestimmt werden.

Verwendet man die Ausgleichskurven aus Abb. 5.5 in einer Simulation des differentiellen Leitwerts, so ergibt sich Abb. 5.6. Zum Vergleich mit der Messung sind zusätzlich die Peaks im differentiellen Leitwert aus Abb. 5.4 als rote Punkte markiert. Über den gesamten Messbereich erhält man eine gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Daten.

Um diese gute Übereinstimmung zu erzielen, wurden Polynome vierten Grades für den Fit herangezogen, da Polynome niedrigerer Ordnung keine zufriedenstellenden Ergebnisse lieferten. Auch das lokale Minimum der Drainkapazität wurde berücksichtigt. Hängt die Drainkapazität nur über die Verarmungszone von der Gatespannung ab, wäre ein solches Minimum nicht zu erwarten, da eine negativere Gatespannung immer zu einer breiteren Verarmungszone und somit niedrigeren Kapazität führen sollte. Wird dieses Minimum bei der Simulation jedoch nicht berücksichtigt, ergeben sich deutliche Abwei-

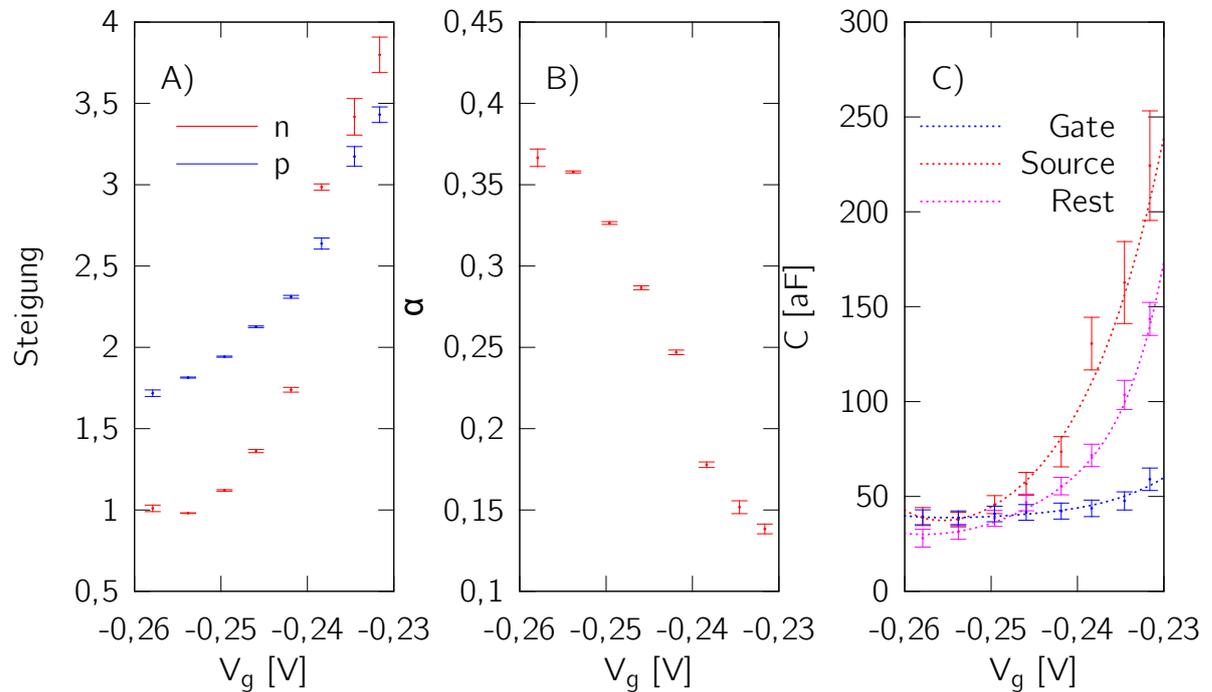


Abbildung 5.5: Aus Abb. 5.4 bestimmte Kapazitäten des QDs. A) Betrag der Steigung der Begrenzungslinien, p mit positiver, n mit negativer Steigung. B) α aus A) nach Gl. 2.38. C) C_g aus dem Peakabstand nach Gl. 2.36. C_s und C_{rest} aus Steigung und C_g . Die gestrichelten Linien sind empirische Ausgleichskurven für Abb. 5.6. Um eine hohe Übereinstimmung mit den Messdaten zu erzielen, wurden Polynome vierten Grades angefitet.

chungen von den Messdaten.

5.4. Anregungsspektrum

In der Simulation in Abb. 5.6 wurde der QD als klassischer Dot betrachtet, d.h. quantenmechanische Effekte wurden vernachlässigt. Dass diese in der Messung aber eine Rolle spielen, erkennt man an den zu den Rautenbegrenzungslinien parallel verlaufenden Linien im nichtlinearen Bereich. Jede Linie entspricht einem Peak im differentiellen Leitwert, der dadurch entsteht, dass ein neuer Kanal über einen angeregten Zustand über den QD für den Stromfluß zur Verfügung steht. Dies ist immer dann der Fall, wenn ein Anregungszustand des QDs mit dem Drain- oder dem Sourcepotential übereinstimmt (Kap. 2.2.3).

Anhand des daraus resultierenden Energiespektrums ist eine Abschätzung der Größe des QDs möglich. Als erste Näherung für das Einschlusspotential bietet sich ein zweisei-

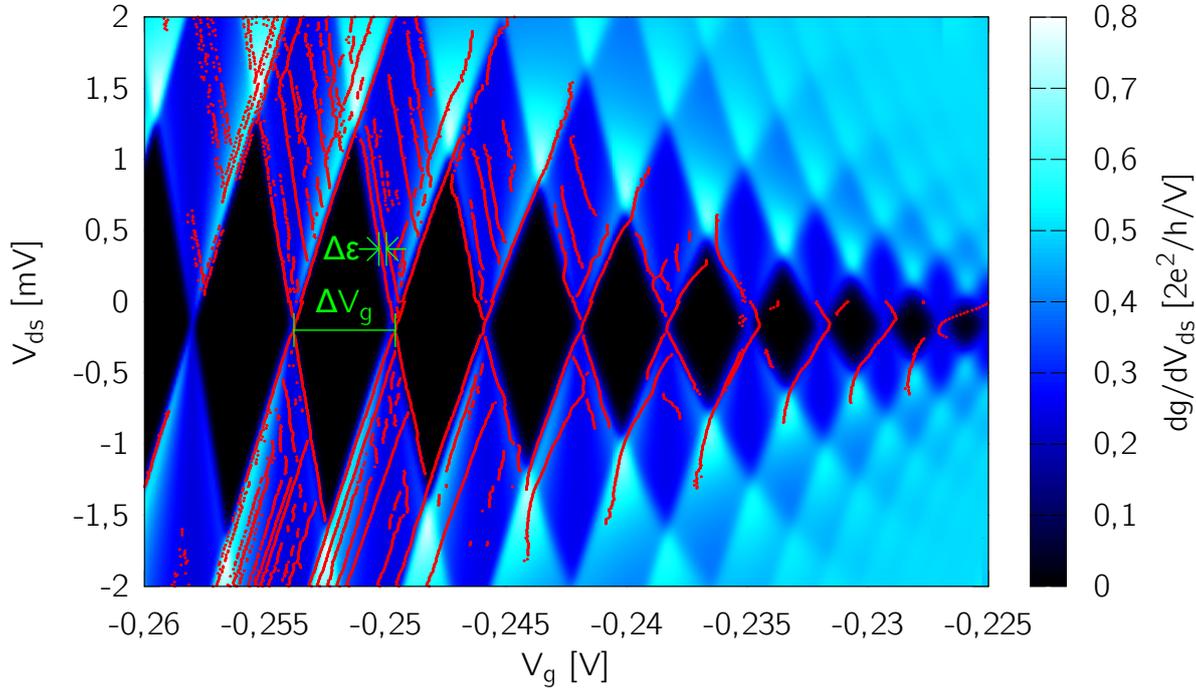


Abbildung 5.6: Simulierter differentieller Leitwert. Für C_g , C_s und C_{rest} wurden die gestrichelten Kurven aus Abb. 5.5 C) und D) verwendet. Zum Vergleich sind die Peaks im Leitwert aus den Messdaten aus Abb. 5.4 rot markiert.

mensionaler harmonischer Oszillator

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2m_{\text{eff}}} + \frac{1}{2}m_{\text{eff}}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2) \quad (5.1)$$

mit Eigenenergien

$$E_{n,m} = \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_y \quad (5.2)$$

an. Dabei ist $m_{\text{eff}} = 0,065 m_e$ die effektive Masse von Elektronen im 2DEG. Das gemessene äquidistante Anregungsspektrum deutet auf einen symmetrischen QD mit $\omega_x \approx \omega_y$ hin. Für $\Delta\mathcal{E}$ erhält man dann

$$\Delta\mathcal{E} = \hbar\omega. \quad (5.3)$$

Bei dem gewählten Ansatz würde auch die Bedingung

$$\omega_x = N\omega_y \quad (5.4)$$

ein äquidistantes Spektrum liefern, wenn N eine ganze Zahl ist. Wahrscheinlicher ist ein stark asymmetrischer QD. Ab $N > 8$ läge der Zustand mit $n_y = 1$ nicht mehr im Messbereich bzw. ginge im Hintergrund unter. Dies würde auch gelten, wenn N nicht

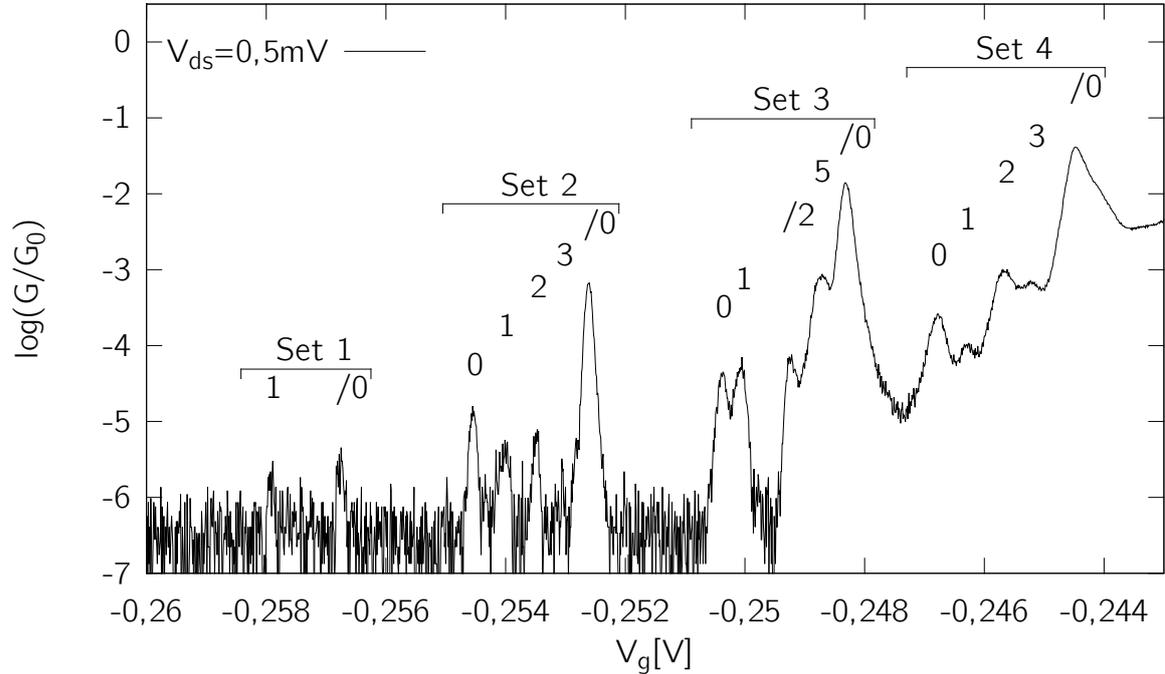


Abbildung 5.7: Schnitt durch Abb. 5.4 bei $V_{ds} = 0,5 \text{ mV}$. Die jeweiligen Leitwertpeaks sind dem entsprechenden angeregten Zustand zugeordnet. Peaks, die zu Linien mit positiver Steigung gehören, ist ein “/” vorgestellt. Jedes Set gehört zu einem neuen Übergang zwischen zwei Rauten.

ganzzahlig ist. Ein stark asymmetrischer QD könnte bei dieser Messung also nicht von einem symmetrischen unterschieden werden.

Betrachtet man $\omega = \min(\omega_x, \omega_y)$, so lässt sich die größte Diagonale dennoch ableiten. Betrachtet man die erste Raute, so erhält man einen Linienabstand $\Delta V_g = 540 \pm 20 \mu\text{V}$. Verwendet man $\alpha = 0,35$ aus Abb. 5.5 B), so ergibt sich daraus $\Delta\mathcal{E} = 189 \pm 7 \mu\text{eV} = 0,17 e^2/C_g$. Mit Gl. 5.3 erhält man sofort $\omega = (2,9 \pm 0,1) 10^{11} \text{ s}^{-1}$.

Definiert man die Ausdehnung des QDs über den klassisch erlaubten Bereich des Einschlusspotentials, so erhält man aus ω und den Eigenzuständen des Hamiltonoperators aus Gl. 5.1 für den Grundzustand einen Durchmesser von $d = 210 \pm 4 \text{ nm}$. Dies spricht für eine Positionierung des QDs unter dem letzten, schmalsten Abschnitt des Gates. An dieser Stelle ist die geometrische Breite des Gates ca. 200 nm. Nur dort ist der geometrische Abstand zwischen Drain und Source klein genug, dass eine Kontaktierung des QDs nach beiden Seiten über Tunnelkontakte möglich ist. Der QD befindet sich daher maximal 700 nm vom QPC entfernt.

Bei dem Hamiltonoperator in Gl. 5.1 handelt es sich um einen Einteilchen-Operator. Tatsächlich befinden sich aber mehrere wechselwirkende Elektronen auf dem QD. Die Betrachtung als Einteilchenproblem ist dennoch zulässig, da nur Anregungen des Massenzentrums bei Transportmessungen beobachtet werden können [40, 41].

In Abb. 5.7 ist ein Schnitt durch Abb. 5.4 bei $V_{ds} = 0,5 \text{ mV}$ dargestellt.

Man erhält mehrere Sets von Peaks, die durch Coulomb-Blockade-Bereiche voneinander getrennt sind. Jedes Set ist dabei dem Übergangsbereich von einer Raute zur nächsten zuzuordnen. Die einzelnen Peaks in jedem Set sind entsprechend ihrer Zugehörigkeit zu einem angeregten Zustand durchnummeriert.

Nicht alle Zustände koppeln gleich gut an Drain bzw. Source an. Beispielsweise fehlen im dritten Set die Peaks, die zu den angeregten Zuständen 2-4 gehören, während der Peak, der dem fünften Zustand zuzuordnen ist, wieder klar zu sehen ist. Dass die fehlenden Zustände existieren, sieht man in Abb. 5.4 bzw. in Abb. 5.6. Bei größeren Drain-Source-Spannungen tauchen diese Zustände wieder auf. Umgekehrt gilt Entsprechendes für Zustand eins im zweiten Satz Peaks. Dieser verschwindet nahezu bei $V_{ds} > 0,6 \text{ mV}$. Die Ankopplung der Zustände an Drain und Source hängt also auch von der anliegenden Spannung V_{ds} ab.

In Set 1 ist der Grundzustand des QDs nicht bzw. nur schwach an Drain und Source gekoppelt. Das Fehlen des Grundzustandes erkennt man, wenn man den Schnittpunkt der zu den Peaks gehörenden Linien in Abb. 5.6 betrachtet. Dieser liegt bei $50 \mu\text{V}$ und damit bei einer deutlich höheren Spannung V_{ds} als dies bei den Grundzuständen aller weiteren Rauten der Fall ist.

Eine eindeutige Identifizierung des zu diesem Peak gehörigen angeregten Zustandes ist nicht möglich. Vergleicht man die Energiedifferenz dieses Zustandes zum Grundzustand mit den Anregungsspektren der anderen Rauten, ergibt sich, dass es sich bei der sichtbaren Linie vermutlich um den ersten angeregten Zustand handelt. Die Position des Grundzustandes erhält man dabei aus dem Schnittpunkt der Interpolation der Rautenbegrenzungslinie mit positiver Steigung mit dem DC-Offset $V_{ds} = -170 \mu\text{V}$.

5.5. Temperaturabhängigkeit

Die Linienform der Coulomb-Blockade-Oszillationen nach Gl. 2.28 bzw. Gl. 2.30 hängt nur von der Temperatur und α ab. Da α unabhängig von der Temperatur aus nichtlinearen Messungen bestimmt werden kann, kann aus der Linienform direkt die Temperatur berechnet werden. Insbesondere ist keine Kalibrierung bei einer bekannten Temperatur notwendig, d.h. dieser Aufbau kann prinzipiell als primäres Thermometer verwendet werden. Die Elektronentemperatur kann direkt aus den Kennlinien der Probe gewonnen werden, ein zusätzliches Thermometer ist nicht notwendig.

Um die Temperaturabhängigkeit der Coulomb-Blockade-Peaks zu messen, wurde eine Heizleistung von $0 \mu\text{W}$ bis $50 \mu\text{W}$ an der Mischkammer angelegt. Die Temperatur am Probenhalter stieg dadurch von 64 mK bis ca. $1,2 \text{ K}$ an. Die dadurch entstehende Verbreiterung der Coulomb-Blockade-Peaks ist in Abb. 5.8 zu sehen, die daraus resultierende Änderung der Halbwertsbreite für die ersten vier Peaks in Abb. 5.9. Die weiteren Peaks wurden nicht betrachtet, da sie sich gegenseitig überlappen und somit nicht mehr einzeln gefittet werden können. Die damit verbundene Zunahme der Zahl der Fitparameter

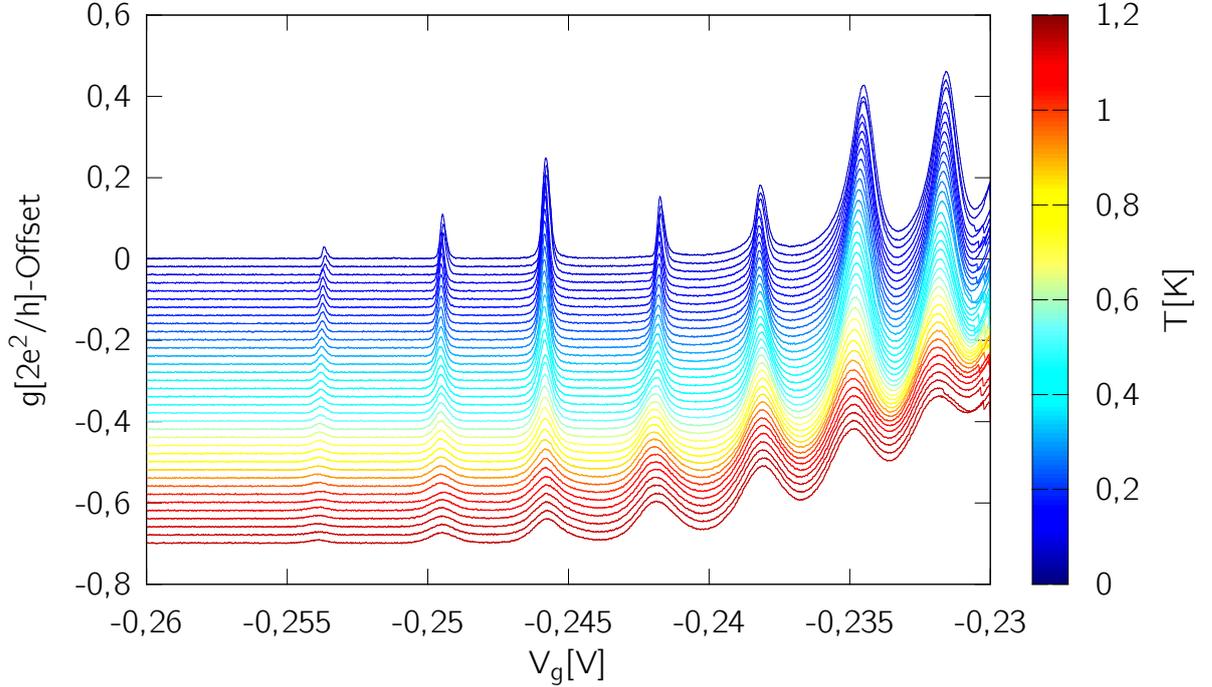


Abbildung 5.8: Temperaturabhängigkeit der Coulomb-Blockade-Oszillationen. Zur Verdeutlichung wurde ein Offset von $0,02 e^2/h$ pro Linie von den Daten abgezogen.

verhindert dann eindeutige Ergebnisse.

Verwendet man für die theoretische Beschreibung der Messdaten bei $T = 0$ eine Lorenzkurve wie bei Foxman *et al.* [29] (vgl. Kap. 2.2.1), so erhält man keine gute Übereinstimmung mit den Messdaten. Eine lorenzförmige Kurve würde man bei einer Verbreiterung der Peaks aufgrund der endlichen Lebensdauer der Zustände erwarten. Bessere Ergebnisse werden jedoch erzielt, wenn man stattdessen als Linienform eine Gaußverteilung

$$G(\Delta V_g)|_{T=0} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta V_g}{\sigma}\right)^2} \quad (5.5)$$

annimmt. ΔV_g beschreibt hier den Abstand zum Maximum. Man erhält die Linienform $\tilde{g}(\Delta V_g, T)$ bei endlicher Temperatur aus der Faltung nach Gl. 2.32:

$$\tilde{g}(\Delta V_g, T) = G(\Delta V_g) * g(\Delta V_g, T) \quad (5.6)$$

mit

$$\frac{g(\delta, T)}{g_{\max}} \simeq \frac{\Delta\mathcal{E}}{4k_B T} \frac{1}{\cosh^2(\delta/(2k_B T))} \quad (5.7)$$

für $\Delta\mathcal{E} \ll k_B T$ bzw.

$$\frac{g(\delta, T)}{g_{\max}} = \frac{\delta/(k_B T)}{2 \sinh(\delta/(k_B T))} \simeq \frac{1}{2} \frac{1}{\cosh^2(\delta/(2,5 k_B T))} \quad (5.8)$$

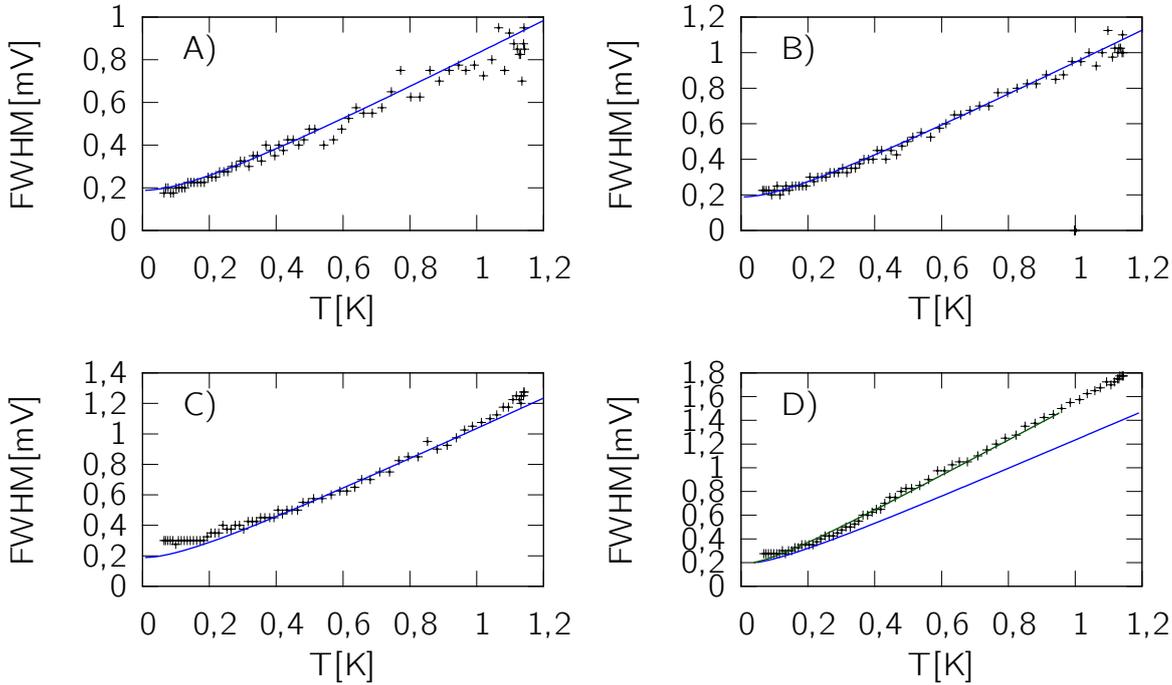


Abbildung 5.9: Temperaturabhängigkeit der Halbwertsbreite der ersten vier sichtbaren Peaks. Die blaue Kurve ist die theoretische Vorhersage für einen thermisch verbreiterten Gauß-Peak bei $\Delta\mathcal{E} \gg k_B T$ mit $\sigma = 80 \mu\text{V}$ und $\alpha = 0,38, 0,33, 0,3, 0,25$ in A), B), C) bzw. D) nach Gl. 5.6. In B) und D) stimmt α gut mit den aus Abb. 5.5 bestimmten Parametern überein. In A) und C) liegt er jeweils leicht darüber. Die grüne Kurve in D) beschreibt den theoretischen Verlauf nach Gl. 5.6 für den klassischen Grenzfall $\Delta\mathcal{E} \ll k_B T$.

für $\Delta\mathcal{E} \gg k_B T$ (vgl. Kap. 2.2.1). Dabei ist $\delta = e \frac{C_g}{C_\Sigma} (\Delta V_g)$ die Energiedifferenz zum Maximum.

Der Fit an die Daten unter Variation von α und σ ergibt für alle Kurven einen ähnlichen Wert von $\sigma = 80 \pm 10 \mu\text{V}$ und kann evtl. auf ein statistisches Rauschen der Gatespannung zurückgeführt werden. Die Lebensdauerverbreiterung scheint hier im Gegensatz zu den Ergebnissen von Foxman *et al.* keine Rolle zu spielen.

Die Werte für α stimmen gut mit den erwarteten Werten aus Abb. 5.5 überein. Abweichungen lassen sich teilweise damit erklären, dass die Probe sich in einem Übergangsbereich von quantenmechanischen zu klassischen Coulomb-Blockade-Peaks befindet. Besonders deutlich ist dieser Übergang in Abb. 5.9 D) zu sehen: Bei ca. 400 mK geht die Kurve vom quantenmechanischen Erwartungswert zum klassischen über.

Dieser Übergang ist zu erwarten, wenn die Halbwertsbreite der Coulomb-Blockade-Peaks ungefähr gleich der Energiedifferenz zwischen den angeregten Zuständen ist. Für Abb. 5.9 D) also bei $FWHM(T) > \Delta V_g \approx 500 \mu\text{V}$. Für einen idealen Peak mit den entsprechenden Parametern, d.h. $\alpha = 0,25$, würde man diese Halbwertsbreite, nach

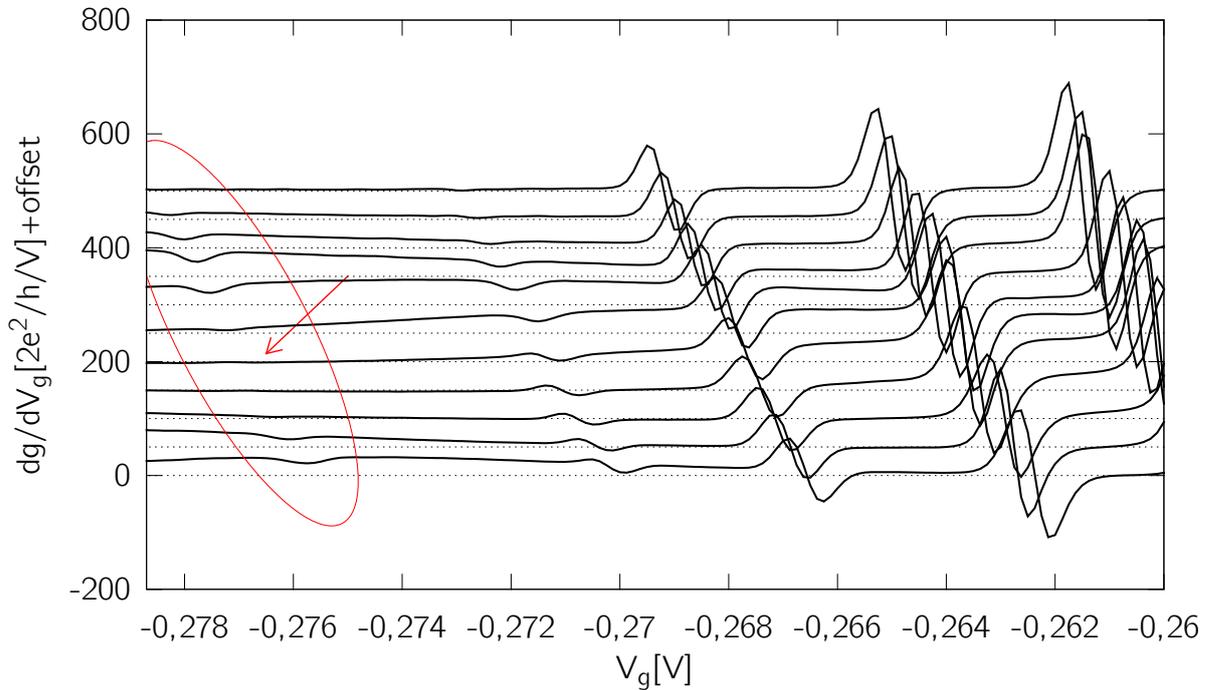


Abbildung 5.10: Ableitung der Messdaten aus Abb. 5.3 für $V_T = -0,5 \text{ V}$ (oben) bis $V_T = -0,6 \text{ V}$ (unten). Die gestrichelte Linie markiert jeweils die Null. An der mit einem Pfeil markierten Stelle verschwinden die eingekreisten Peaks in der Ableitung.

Gl. 2.30, und damit den Übergang, bei 400 mK erreichen. Berücksichtigt man, dass die tatsächliche Linienbreite durch die gaußförmige Verbreiterung um ca. $80 \mu\text{V}$ breiter ist, erwartet man den Übergang bei 330 mK. Dies stimmt gut mit dem Verlauf der Messkurve in Abb. 5.9 D) überein.

Dass der Übergang nur in Abb. 5.9 D) zu sehen ist, zeigt, dass bei den anderen Peaks der Ladungstransport weiterhin hauptsächlich über nur einen oder wenige Zustände stattfindet (vgl. Abb. 5.7). Diese müssen nicht notwendigerweise den Grundzustand einschließen.

Eine Verwendung des QDs als primäres Thermometer, wie es nach Gl. 2.28 bzw. Gl. 2.30 möglich wäre, scheidet aus, da die Kennlinie im Wesentlichen durch die temperaturunabhängige Linienverbreiterung gegeben ist oder die Probe sich im Übergang zwischen klassischer und quantenmechanischer Coulomb-Blockade befindet. Lediglich die Leitwertoszillation bei $-0,242 \text{ V}$ bei $T > 0,6 \text{ K}$ wäre als Thermometer verwendbar.

5.6. Wechselwirkung QD-QPC

Da sich in dieser Probe der QD unter dem Gate eines QPCs befindet, wird bei jeder Messung die Parallelschaltung von QPC und QD vermessen. Vernachlässigt man die

Wechselwirkung zwischen QD und QPC, so erwartet man für die Kennlinie einfach die Summe aus Leitwertoszillationen des QDs und Leitwertstufen des QPCs (vgl. Abb. 5.3).

Eine Wechselwirkung zwischen QPC und QD ist jedoch zu erwarten, wenn der geometrische Abstand zueinander ausreichend klein ist, sodass die Ladung auf dem QD das Potential am Ort des QPCs beeinflusst. Diese Wechselwirkung kann ausgenutzt werden, um mit Hilfe eines QPCs die Ladung auf einem QD zu bestimmen. Dies wird im nächsten Kapitel gezielt angewendet und aus diesem Grund auch schon bei der hier betrachteten Probe untersucht.

Am Ort des QPCs erhält man ein effektives Gatepotential V_{eff} , welches sich aus der direkten Ankopplung an das Gate und dem Beitrag der Elektronen auf dem QD zusammensetzt. Man erhält

$$V_{\text{eff}}(V_g) = \alpha_{QPC} V_g + n \Delta V_{QD} \quad (5.9)$$

mit der Anzahl der Elektronen n auf dem QD und der Potentialänderung ΔV_{QD} , die eine Ladungsänderung des QDs um eine Elementarladung am Ort des QPCs bewirkt. α_{QPC} beschreibt den Hebelarm bzw. das Verhältnis, mit dem eine Potentialänderung des Gates an den QPC weitergegeben wird.

Da die Anzahl der Elektronen auf dem QD stufenweise mit V_g ansteigt, finden sich auch Stufen in der Spannung $V_{\text{eff}}(V_g)$. Hat die QPC-Kennlinie die Steigung a so ergibt sich daraus ein Sprung in der Kennlinie von der Höhe $a \cdot \Delta V_g$. Dieser Versatz ist in den Messdaten immer dann besonders gut zu erkennen, wenn sich die QPC-Kennlinie an einem Punkt mit großer Steigung befindet. Eine kleine Änderung in $V_{\text{eff}}(V_g)$ bewirkt dann eine große Änderung im Leitwert des QPCs. Entsprechend umgekehrt ist der Versatz nicht messbar, wenn sich der QPC auf einem Leitwertplateau mit $a \approx 0$ befindet. Mit steigender Temperatur werden die Stufen in $V_{\text{eff}}(V_g)$ und somit auch die Änderung im Leitwert des QPCs verbreitert.

Um den vergleichsweise kleinen Effekt hervorzuheben, ist in Abb. 5.10 die numerische Ableitung, d.h. die Steigung der Kurven aus Abb. 5.3 dargestellt. Dominierend ist der Beitrag der Coulomb-Blockade-Oszillationen. Die Steigung der Kennlinie, die aus dem QPC resultiert, ist als kleine Verschiebung der Kurve gegenüber den Nulllinien zu sehen.

Während die Peaks in der rechten Bildhälfte nahezu unbeeinflusst von der Steigung der QPC-Kennlinie sind, verschwinden sie in der linken Bildhälfte vollständig, wenn die Steigung gegen Null geht, d.h. der QPC sich auf einem Leitwertplateau befindet. Offensichtlich ist bei diesen Peaks kein endlicher Leitwert über den QD mehr messbar. Sie entstehen nur aus dem Sprung der QPC-Kennlinie aufgrund der Stufen in V_{eff} , wenn sich die Ladung auf dem QD um eine Elementarladung ändert.

Dieses Ergebnis zeigt, dass die Anzahl der Elektronen auf dem QD weiterhin abnimmt, obwohl keine Leitwertoszillationen mehr gemessen werden können. D.h. bei dem ersten Leitwertpeak befindet sich bereits eine unbekannte Anzahl von Elektronen auf dem QD.

Quantitativ wird der Versatz ΔV_{QD} in Abb. 5.11 A) betrachtet. In der oberen Bildhälfte ist die Ableitung des Leitwerts für einen ausgewählten Übergang aus Abb. 5.3 dargestellt. Um die Darstellung in der unteren Bildhälfte zu erhalten, wurde von diesem

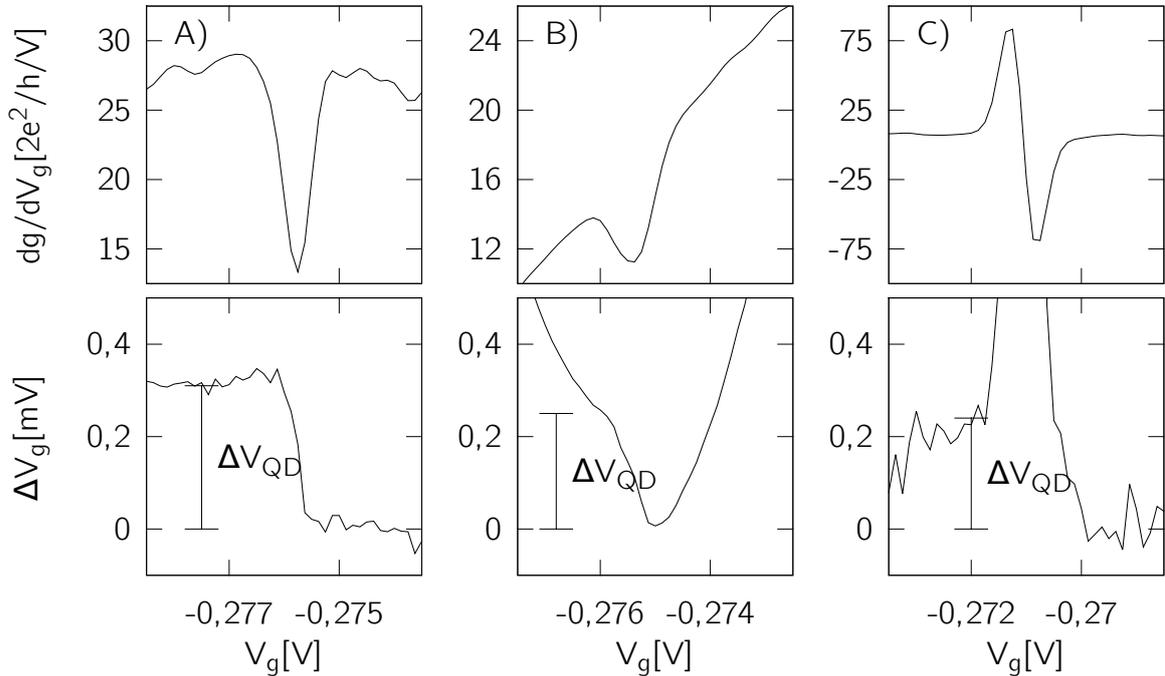


Abbildung 5.11: Einfluss des QDs auf den QPC für verschiedene Konfigurationen. Jeweils oben: numerische Ableitung des Leitwerts, jeweils unten: Versatz der QPC-Kennlinie.

Leitwert eine Gerade $f(V_g) = aV_g + b$ mit a , der mittleren Steigung des Hintergrunds, d.h. der QPC-Kennlinie, abgezogen. b wurde dabei so gewählt, dass der Wert der Kurve unmittelbar nach dem Übergang Null beträgt. Um aus dieser Kurve die Spannungsdifferenz ΔV_g zu bestimmen, wurde sie zusätzlich mit der mittleren Steigung skaliert, d.h. $\Delta V_g(V_g) = (g(V_g) - f(V_g))/a$ mit dem gemessenen Leitwert $g(V_g)$.

Für die QPC-Kennlinie wurde hier in erster Näherung ein linearer Verlauf angenommen. Dies ist global offensichtlich nicht der Fall. Diese Umrechnung funktioniert immer dann, wenn die Steigung der QPC-Kennlinie über den Sprung hinweg konstant ist bzw. groß im Vergleich zur Krümmung. In Abb. 5.11 B) ist dies nicht der Fall. Der Sprung ist qualitativ noch zu erkennen, eine genaue Sprunghöhe lässt sich aber nicht mehr ablesen.

Der Versatz in der QPC-Kennlinie ist auch zu erwarten, wenn ein Coulomb-Blockade-Peak im Leitwert ausgeprägt ist. Weiterhin muss für die Auswertung die Steigung der QPC-Kennlinie über den Übergang hinweg konstant sein. Die Abhängigkeit von α des QDs von V_g führt bei positiveren Spannungen jedoch zu breiteren Übergängen, sodass diese Bedingung, für die Peaks mit endlichem Leitwert über den QD, nur für den Übergang in Abb. 5.11 C) hinreichend gut erfüllt war. Der Versatz der Kennlinie ist auch hier deutlich zu erkennen.

Bestimmt man die Sprunghöhe an allen, nach obigen Kriterien ausgewählten, Übergängen, so erhält man $\Delta V_g = 0,3 \pm 0,05$ mV. Diesen Wert kann man nun mit den

Ergebnissen aus Kap. 6.3.1 vergleichen. Eine entsprechende Stufenhöhe erhält man in Abb. 6.5 C) mit dort $0,23 \pm 0,01$ mV bei einem geometrischen Abstand QPC-QD größer als 500 nm. Die Annahme, dass der QD sich nicht in unmittelbarer Nähe des QPCs befindet, wird somit durch diese Messung bestätigt.

6. Quantenpunkt mit Elektrometermessung

6.1. Elektrometer

Im Folgenden bezeichnet ein Elektrometer eine Nanostruktur (QD oder QPC), deren Kennlinie dazu geeignet ist, die Ladung auf einer weiteren Nanostruktur (in diesem Falle ebenfalls einem QD oder einem QPC) in geringer Entfernung zu bestimmen. Anwendung finden solche Elektrometer insbesondere, wenn Transportmessungen kein messbares Signal mehr liefern. Ein weiterer Anwendungsbereich liegt in der Spin-to-Charge-Umwandlung [11], bei der die Spinpolarisation eines Zustandes auf einem QD mit der Ladung verknüpft wird. Eine mögliche Anwendung einer solchen Umwandlung findet sich im Bereich des Quantencomputers, wo der Elektronenspin ein Kandidat für die Bildung von Qbits ist [10].

Es kommen vier verschiedene Kombinationen Probe \leftrightarrow Sensor infrage, von denen in diesem Kapitel drei genauer untersucht werden. Insbesondere die Kombinationen QD \leftrightarrow QPC und QD \leftrightarrow QD werden genauer betrachtet.

In allen Fällen nutzt man aus, dass die Kennlinie des Sensors stark vom lokalen Potential abhängig ist. Da die Messung in einem parallelen Messkreis erfolgt, ist die Rückwirkung auf die Probe klein und kann im Idealfall vernachlässigt werden. Es ist kein Messstrom durch die untersuchte Struktur nötig und man spricht daher häufig von einem nicht invasiven Messverfahren [68].

Bei der Vermessung eines QDs mit einem Elektrometer lassen sich Ladungsänderungen auf dem QD vermessen, auch wenn bei Leitwertmessungen keine Oszillationen mehr beobachtet werden können. Im Gegensatz zu reinen Transportmessungen [69] ist es bei Elektrometermessungen daher prinzipiell möglich, zu bestimmen, ab wann sich keine Elektronen mehr bzw. wieviele Elektronen sich noch auf dem QD befinden [70, 71].

Das Layout der Gates der Probe ist in Abb. 6.1 dargestellt. Die Breite der Gates an den Endstücken betrug 130-150 nm. Die weiter innen liegenden Gates waren aufgrund des Proximity-Effekts etwas breiter als die äußeren. Die Gates A , B und G bilden gemeinsam mit T jeweils einen QD. Gleichzeitig können alle Gates einzeln als QPCs betrieben werden. Diese Konfiguration ermöglicht mehrere verschiedene Elektrometermessungen auf einer Probe.

Die ursprüngliche Elektrometermessung mit einem unregulierten QPC als Ladungssensor für einen QD [68] erhält man, indem man mit den Gates A_1 , B_1 und G_1 den

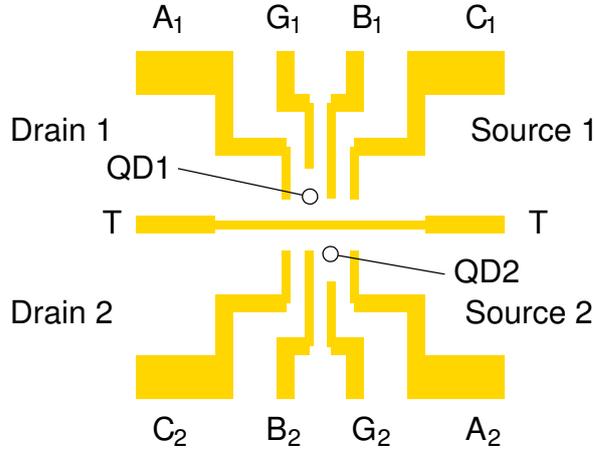


Abbildung 6.1: Ausschnitt aus der Gatestruktur der verwendeten Probe. Das Gate T teilt die Probe in zwei Hälften. Der Durchmesser der Gates beträgt in den dünnsten Bereichen 130-150 nm.

QD₁ bildet und gleichzeitig den Leitwert des QPCs B_2 misst (bzw. umgekehrt). Dieses Verfahren wird in Kap. 6.3.1 behandelt. Bei zeitlich hochaufgelösten Messungen ist es mit dieser Methode möglich, die Ladungsänderung des QDs beim Ladungstransport in Echtzeit zu messen, und somit direkt die Tunnelkonstanten für den Drain- bzw. Sourcekontakt zu bestimmen. So konnten Lu *et al.* das Be- und Entladen eines QDs auf einer μs -Zeitskala auflösen [72].

In Kap. 6.3.2 wird diese Messmethode erweitert, indem der ursprünglich passive QPC über eine Feedbackschleife geregelt wird, wodurch man einen größeren Dynamikbereich und eine über den gesamten Messbereich gleichbleibend hohe Auflösung erhält.

Grundsätzlich eignet sich auch ein QD als Elektrometer. Dies ist insbesondere aufgrund der größeren Steigung $\frac{dq}{dV_g}$ und der damit, bei passiven Messungen, verbundenen größeren Auflösung interessant [73]. In Kap. 6.4 wird diese Konfiguration für einen aktiven Sensor untersucht.

Bei allen Messungen wurde die Spannung am Trenngate T so gewählt, dass gerade kein Strom mehr von der oberen in die untere Probenhälfte fließen konnte bzw. der Leitwert kleiner als $10^{-4} \cdot 2e^2/h$ war. Dazu wurde an Gate T die Spannung $V_T = -0,33 \text{ V}$ angelegt. In Abb. 6.2 entspricht das einem Punkt knapp unterhalb der Definitionsschwelle der QPCs, d.h., dass das 2DEG unter dem Gate gerade vollständig verarmt ist.

Alle Messungen erfolgten im Lock-In-Verfahren mit einer Wechselspannungskomponente von $V_{AC} = 10 \mu\text{V}$. Für nichtlineare Messungen wurde zusätzlich eine Gleichspannungsquelle über einen Spannungsteiler 1:1000 in Serie geschaltet. Die Spannung wurde immer asymmetrisch an die Probe angelegt, d.h. eine Seite (normalerweise Source) wurde geerdet (vgl. Kap. 4.2).

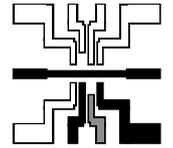
Wenn eine hohe Auflösung bzw. eine kleine Schrittweite (d.h. $< 1,25 \text{ mV}$) in der Gatespannung benötigt wurde, wurden zwei Ausgänge der Gleichspannungsquelle über einen Spannungsteiler 1:100 in Serie geschaltet.

Sofern nicht anders angegeben, erfolgten die Messungen bei einer Badtemperatur von

150 mK*.

QD1 bezeichnet im Folgenden den QD, der durch die Gates A_1 , B_1 und G_1 zusammen mit T gebildet wird. Entsprechendes gilt für QD2. V_g und V_{ds} beziehen sich immer auf den aktuell behandelten QD.

Am Rand findet sich eine schematische Darstellung der Gatekonfiguration für eine Messung an QD2. In schwarz dargestellt sind alle Gates, an denen während der Messung eine negative konstante Spannung anliegt, in Grau entsprechend die Gates, deren Spannung während der Messung verändert wird. Weiße Gates sind geerdet. Im Folgenden sind zur einfacheren Orientierung jeweils die im Abschnitt verwendeten Gatekonfigurationen am Rand dargestellt.



6.2. Kennlinien

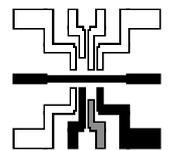
Zunächst wurden die Parameter der Probe bestimmt. Insbesondere wurden die Kapazitäten C_g , C_d und C_s der QDs vermessen und es wurde untersucht, welche QPCs eine ausreichend stabile Kennlinie aufweisen, um später als Elektrometer verwendet werden zu können.

6.2.1. QPCs

In Abb. 6.2 sind die QPC-Kennlinien der Probe dargestellt. Obwohl alle QPCs Leitwertquantisierung zeigen, sind die Stufen nicht besonders gut ausgeprägt. Dies lässt sich am ehesten auf Störstellen im Ausgangsmaterial zurückführen. Alle QPCs weisen jedoch eine ausreichende zeitliche Stabilität auf, um sie als Tunnelbarrieren für einen QD zu verwenden.

6.2.2. QD2

Die nichtlineare Kennlinie von QD2 ist in Abb. 6.3 zu sehen. Während der Messung war der Einfluss von Störstellen sichtbar: Umladungen in der Nähe des QDs führten zu Sprüngen in der Kennlinie. Diese Umladungen erfolgten zwischen wenigen metastabilen Zuständen, in die das System immer wieder zurückgekehrt ist. Prinzipiell war es jedoch möglich, eine vollständige Messung zu einer bestimmten Störstellenkonfiguration aus mehreren Messreihen zusammenzufügen, die zeitlich nicht unbedingt aufeinander folgten und zwischen denen mehrere Umladungen stattgefunden hatten. Im Schnitt war die Probe über einen Zeitraum von ca. 30 min stabil. Da die Messung mehrfach wiederholt wurde, konnten für Abb. 6.3 B) die Daten aus zwei aufeinanderfolgenden Messreihen zusammen verwendet werden, um ein störstellenfreies Bild zu erhalten. Für Abb. 6.3 A) wurde eine sprungstellenfreie Messreihe ausgewählt.



* Die Basistemperatur konnte aufgrund einer teilweisen Blockade der Flussimpedanz und der daraus resultierenden geringen Durchflussrate leider nicht mehr erreicht werden.

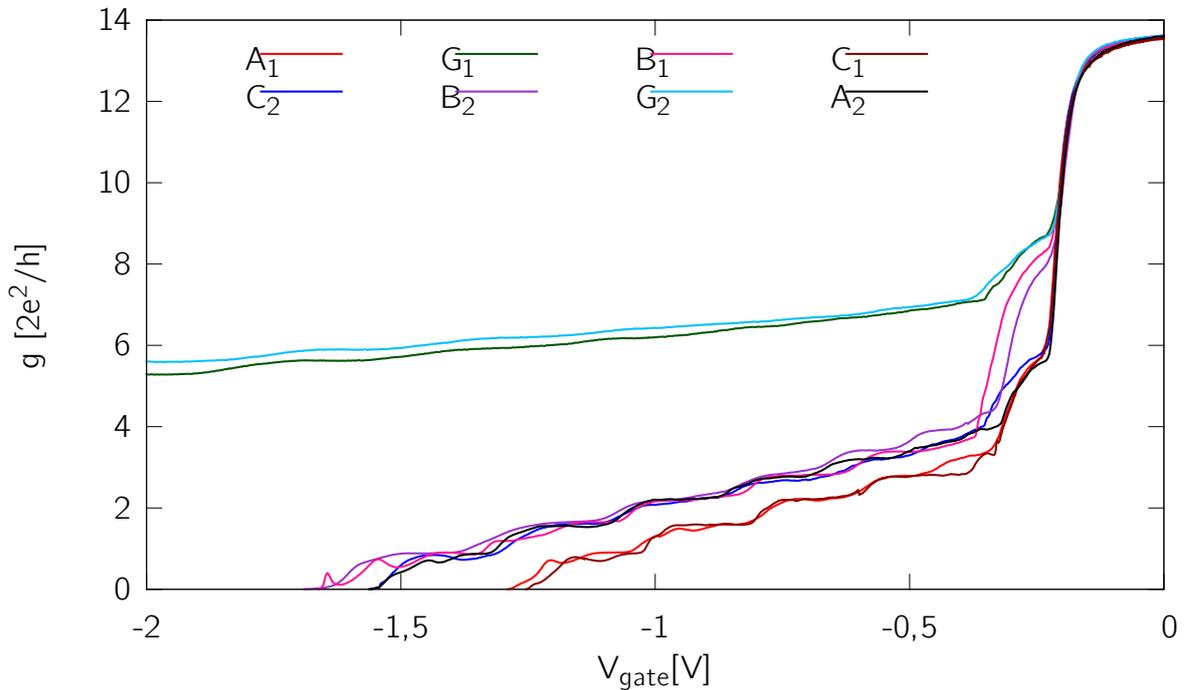


Abbildung 6.2: QPC-Kennlinien der Probe. Die Leitwertstufen sind in allen Punktkontakten vorhanden. Der Einfluss von Störstellen im Ausgangsmaterial ist allerdings deutlich. Alle nicht verwendeten Gates waren bei der Messung jeweils geerdet.

Die Rautenstruktur der Coulomb-Blockade-Bereiche ist gut zu erkennen. Die Linienbreite führt dazu, dass der Leitwert im Inneren der Rauten nur langsam auf Null zurückgeht. Daher ist die Rautengrenze nicht scharf definiert, was zu einem größeren Fehler bei der Bestimmung der Steigungen und damit der Kapazitäten führt. Der Ursprung der Linienverbreiterung konnte nicht abschließend geklärt werden und wird in Abschnitt 6.5.2 erneut aufgegriffen. Eine Linienverbreiterung allein aufgrund der Temperatur kann jedoch ausgeschlossen werden.

Aus Gl. 2.34 und Gl. 2.35 lässt sich die Kapazität C_d aus der Steigung der Rautenbegrenzung nicht unabhängig von C_{Rest} bestimmen. Gl. 2.35 liefert nur ein Ergebnis für $C_\Sigma - C_s = C_d + C_g + C_{Rest}$. Die Kapazität C_g ist aus der Periode der Oszillationen bekannt, C_{Rest} muss aber noch zusätzlich berechnet werden. Um dieses Problem zu umgehen und C_d unabhängig bestimmen zu können, wurden in Abb. 6.3 B) Drain und Source vertauscht, d.h. Drain wurde geerdet und die Spannung an Source angelegt. Aus Gl. 2.34 erhält man nun C_d (s.u.).

Die Rauten in Abb. 6.3 A) und B) sind leicht gegeneinander verschoben. Dies liegt an der unterschiedlichen Konfiguration der Störstellen in beiden Messungen. Da sich bei verschiedenen Störstellenkonfigurationen nur die Position der Rauten entlang der V_g -Achse verschiebt, die Form aber gleich bleibt, lassen sich beide Messungen dennoch

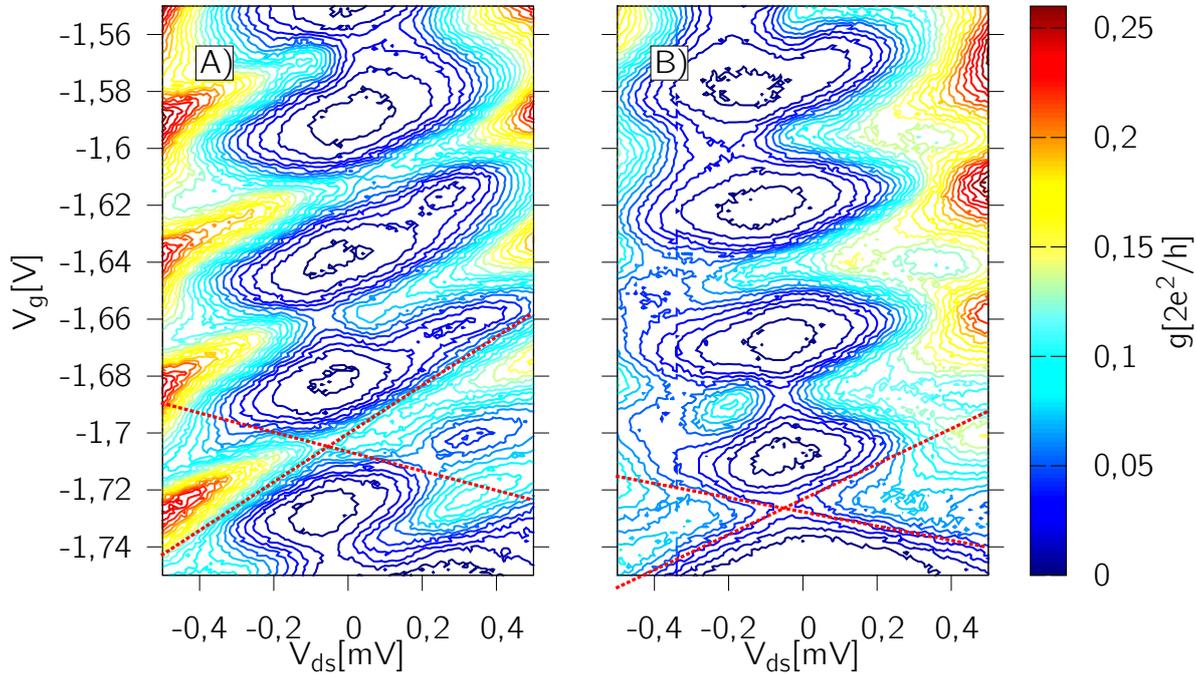


Abbildung 6.3: Nichtlineare Kennlinie des QD2. A) Source geerdet, B) Drain geerdet. Die roten Linien markieren die Grenze für die jeweils unterste gemessene Raute.

vergleichen.

Kapazitäten von QD2

Für die Bestimmung der Kapazitäten wurde jeweils die unterste Coulomb-Blockade-Raute aus Abb. 6.3 verwendet, da diese in beiden Messungen am schärfsten definiert sind. Entsprechend zu Kap. 5.3 können die Kapazitäten des QDs bestimmt werden. Aus Abb. 6.3 A) erhält man $C_g = 3,6 \pm 0,2$ aF. Für die Steigungen erhält man

$$\begin{aligned} \frac{dV_g^+}{dV_{ds}} &= 85 \pm 10 \\ \frac{dV_g^-}{dV_{ds}} &= -35 \pm 10. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Die Fehler der Messgrößen ergeben sich insbesondere aus der Linienverbreiterung und der damit einhergehenden unscharfen Rautebegrenzungen. Es handelt sich bei dieser Abschätzung um eine obere Grenze für den Messfehler.

Man erhält

$$\alpha := C_g/C_\Sigma \quad (6.2)$$

$$= 0,008 \pm 0,0015 \quad (6.3)$$

$$C_s = 125 \pm 40 \text{ aF}$$

$$C_d + C_{Rest} = 300 \pm 50 \text{ aF}$$

und entsprechend aus B) mit Drain und Source vertauscht

$$C_g = 4,1 \pm 0,3 \text{ aF} \quad (6.4)$$

$$\frac{dV_g^+}{dV_{ds}} = 60 \pm 10$$

$$\frac{dV_g^-}{dV_{ds}} = -25 \pm 5$$

$$\alpha = 0,011 \pm 0,002$$

$$C_d = 100 \pm 30 \text{ aF}$$

$$C_s + C_{Rest} = 250 \pm 60 \text{ aF}.$$

Verglichen mit Messungen an älteren Proben ist α ungewöhnlich klein. Dies lässt sich jedoch mit der Probengeometrie erklären. Die Gesamtkapazität des QDs wird durch das zusätzliche lange Trenngate T erhöht. Die Gatekapazität wird hingegen durch ein schmaleres Gate reduziert.

Geht man von einem geringen Einfluss der Störstellen auf C_s und C_g aus, erhält man für die unterste Raute $C_s \approx C_d \approx 110 \text{ aF}$ und für die Ankopplung an die statische Umgebung $C_{Rest} \approx 100 \text{ aF}$ bis 200 aF . Die Restkapazität ist in dieser Anordnung nicht zu vernachlässigen. Sie ergibt sich aus der Summe der Gates, insbesondere des Trenngates, deren Spannung bei der Messung nicht verändert wird.

6.2.3. QD1

Der Einfluss von dynamischen Störstellen im Ausgangsmaterial war bei QD1 stärker ausgeprägt als bei QD2. Nichtlineare Messungen waren aus diesem Grund nicht möglich, da die Zeit zwischen zwei Umladungen deutlich kürzer war als für eine Messung benötigt. Bei der Verwendung von QD1 im Doppeldotsystem im linearen Bereich konnten dennoch gute Messergebnisse erzielt werden. Die in diesem Fall anliegenden Spannungen an den Gates von QD2 führten zu einer veränderten Potentiallandschaft, sodass das Gesamtsystem länger stabil war.

6.3. QPCs als Elektrometer

Außer von der anliegenden Gatespannung hängt der Leitwert über einen QPC auch stark von geladenen Störstellen in der Nähe des Kanals ab. Die Potentialänderung im Falle

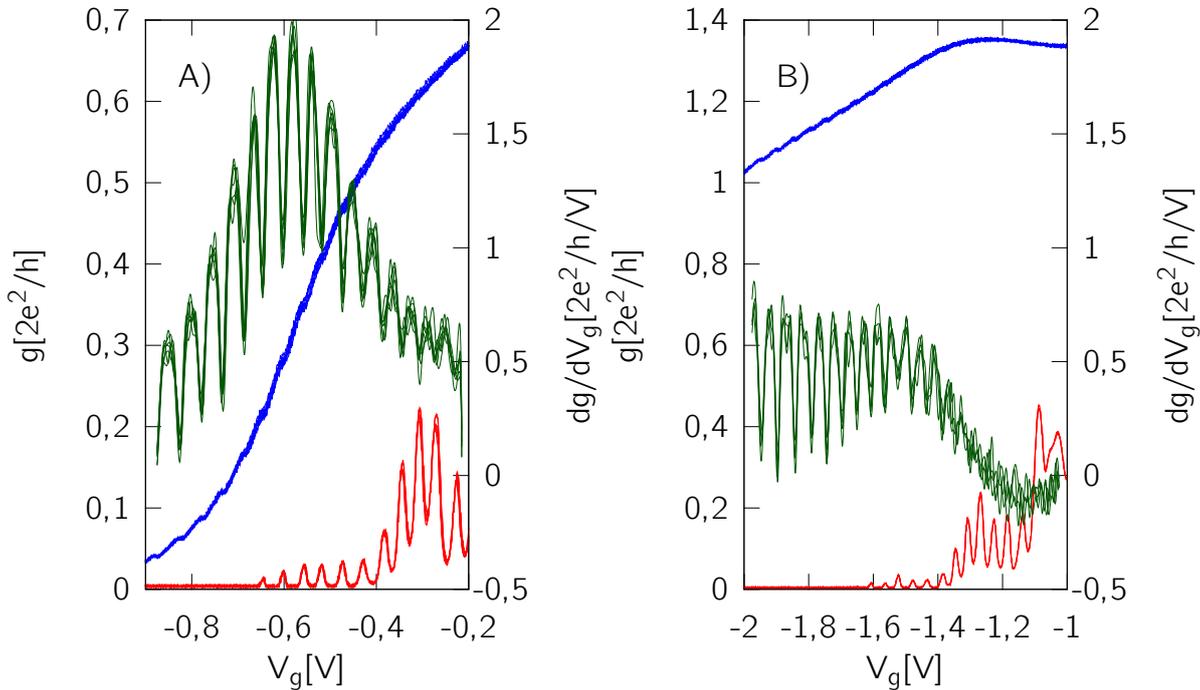


Abbildung 6.4: QPC B_1 als Ladungssensor für QD2. A) In der ersten Leitwertstufe des QPCs, B) in der zweiten. Dabei sind jeweils in rot die Coulomb-Blockade-Oszillationen des QDs dargestellt, in blau der differentielle Leitwert des QPCs und in grün die Ableitung des differentiellen Leitwerts des QPCs. Die Dips in der Ableitung des Leitwerts des QPCs fallen, sofern vorhanden, genau mit den Peaks der Coulomb-Blockade-Oszillationen des QDs zusammen und zeigen somit eine Änderung der Ladung um $\pm e$ an.

der Umladung einer Störstelle führt zu einer Veränderung der Kanalbreite und somit des Leitwerts des QPCs. Auf den Leitwertplateaus ist dieses Rauschen unterdrückt, da hier eine Änderung des Potentials keinen Einfluss auf den Leitwert hat [74]. Die Höhe Δg der Änderung des Leitwerts ist dabei proportional zur Potentialänderung ΔV , die die Störstelle am Ort des QPCs bewirkt, und zur Steigung dg/dV_g der QPC-Kennlinie:

$$\Delta g \propto \Delta V \frac{dg}{dV_g} \quad (6.5)$$

Grundsätzlich kommen zwei Arten von Störstellen infrage. Auf der einen Seite gibt es Störstellen, bei denen es sich um zufällige Änderungen der Ladungsverteilung, insbesondere der Donatoratome, handelt. Diese sind im Wesentlichen unabhängig von den angelegten Spannungen. Mittelt man hier die Messung über einen längeren Zeitraum, verschwindet der Beitrag dieser Störstellen vollständig.

Auf der anderen Seite gibt es Störstellen, die in Abhängigkeit von den äußeren Parametern besetzt oder unbesetzt sind. Bei diesen tritt z.B. ein Sprung in der QPC-Kennlinie

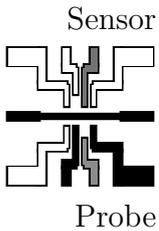
immer bei der gleichen Spannung V_g auf. Er ist nicht mehr zufällig und mittelt sich beim Wiederholen der Messung nicht heraus.

Ein QD kann als eine solche, mehrfach geladene Störstelle betrachtet werden. Ist der Abstand QD-QPC ausreichend gering, wird eine Änderung des Ladezustands des QDs zu einer messbaren Verschiebung des Potentials am QPC führen. Befindet sich der QPC im Anstieg zwischen zwei Leitwertstufen, führt dies zu einem Sprung im Leitwert wie er ähnlich auch von Burstrauschen bekannt ist [68]. Der QPC misst somit die Ladung auf dem QD.

In den folgenden Abschnitten werden zwei unterschiedliche Ansätze untersucht wie dieser Effekt zur Ladungsmessung genutzt werden kann. Die Messungen ohne Feedback entsprechen dabei dem bekannten und verbreitet genutzten Verfahren. Die Messungen mit Feedback sind eine Erweiterung dieses Verfahrens um eine Rückkopplungsschleife, womit der Dynamikbereich des Sensors erweitert wird.

6.3.1. Elektrometermessungen an QD2 ohne Feedback

Bei den ersten Elektrometermessungen an der Probe wurde direkt die Änderung des Leitwerts an QPC B_1 in Abhängigkeit von der Gatespannung an QD2 bzw. Gate G_2 bei konstanter QPC-Spannung an B_1 gemessen.



Die Auflösung bei dieser Methode hängt von der Steigung der dg/dV_g des QPCs im gewählten Arbeitspunkt ab. Die Auflösungsgrenze für eine Potentialänderung ΔV_s ist dann erreicht, wenn die dadurch hervorgerufene Leitwertänderung Δg von gleicher Größenordnung ist, wie das statistische Rauschen des Messwertes. Die Spannung an B_1 wurde daher so gewählt, dass die Steigung der Kennlinie im Messbereich maximal wurde. Da die Spannung an B_1 auch Einfluss auf die Tunnelkontakte A_2 und B_2 hatte, wurden mehrere Messungen durchgeführt bis eine optimale Konfiguration der verschiedenen Spannungen erreicht war. Das ‘Messgerät’ QPC B_1 kann also nicht einfach entfernt werden ohne die Eigenschaften des Systems zu verändern, wie es im Idealfall möglich wäre.

In Abb. 6.4 sind zwei Messungen des Leitwerts des QPCs B_1 in Abhängigkeit von der Gatespannung V_g an G_2 dargestellt. Den größten Beitrag zur Leitwertänderung des QPCs liefert die direkte Kopplung des QPCs an das Gate G_2 . Die Stufen im Leitwert des QPCs aufgrund der quantisierten Ladungsänderung des QDs sind aber trotz dieses Hintergrunds gut zu erkennen.

In der Ableitung der Messdaten nach V_g sind die Stufen als Dips zu erkennen. Diese sind im Bereich größter Leitwertänderung des QPCs am stärksten ausgeprägt. Auf dem Leitwertplateau in Abb. 6.4 B) verschwinden sie hingegen völlig. Dies ist äquivalent zu einer höheren Auflösung des Elektrometers bei größerer Kennliniensteigung, da hier auch kleinere Potentialänderungen gemessen werden könnten (vgl. Gl. 6.5).

Die Dips in der Ableitung, bzw. die Stufen im Leitwert des Sensors, bleiben auch sichtbar, wenn keine Leitwertoszillationen des QDs mehr aufgelöst werden können. Wie schon in Kap. 5.6 befinden sich beim ersten Leitwertpeak bereits N Elektronen auf dem QD.

Die genaue Anzahl kann aus der hier durchgeführten Messung nicht bestimmt werden, da der Punkt an dem der QD leer ist, außerhalb des Dynamikbereichs des Sensors liegt. Diese Problematik wird im folgenden Kapitel mit Hilfe eines aktiven Sensors umgangen, sodass dort die genaue Zahl an Elektronen N bestimmt werden kann.

Wünschenswert ist eine lineare Abhängigkeit der Höhe der Stufen im Leitwert des QPCs von der Ladung auf dem QD. Es ist dann z.B. möglich aus der Linienform Rückschlüsse auf die Temperatur oder α zu ziehen (Kap. 2.2.1). Ein solcher Zusammenhang ist nur in Bereichen konstanter Kennliniensteigung, wie es in Abb. 6.4 B) zwischen -2 V und $-1,4\text{ V}$ der Fall ist, zu erwarten. Obwohl die maximale Steigung bei dieser Messung kleiner ist als in A), ist sie für eine quantitative Auswertung besser geeignet.

Die Ausprägung der Stufen bzw. der Peaks hängt nicht nur von der Kennliniensteigung ab. Vergleicht man in Abb. 6.4 A) die Peaks links und rechts des Maximums, so sind diese bei positiveren Gatespannungen trotz gleicher Kennliniensteigung weniger stark ausgeprägt. Dieser Effekt wird auch bei geregelten Messungen mit Feedback beobachtet und wird im Folgenden behandelt.

6.3.2. Elektrometermessungen an QDs mit Feedback

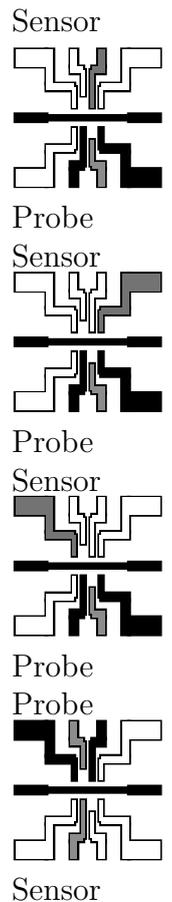
Verwendet man den QPC zur Ladungsmessung, so wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, so wird der Messbereich des Elektrometers durch die Leitwertkurve des QPCs beschränkt. Dies begründet sich darin, dass die Steigung der Leitwertkurve nicht über den gesamten Messbereich konstant ist. Dadurch wird die Auflösungsgrenze entsprechend variieren und im Extremfall eines Leitwertplateaus können keine Stufen im Leitwert des QPCs mehr gemessen werden (vgl. Abb. 6.4 B) bei $V_g > -1,3\text{ V}$).

Um diese Problematik zu umgehen, kann man die Spannung am QPC nach jedem Schritt nachregeln, so dass der Leitwert über den QPC konstant bleibt. Gemessen wird in diesem Fall nicht mehr die Änderung des Leitwerts am QPC, sondern die Spannung an B_1 , die notwendig ist, um diese Änderung zu kompensieren. Der QPC verbleibt somit während der ganzen Messung auf demselben Arbeitspunkt.

Abb. 6.5 zeigt eine solche Messung an verschiedenen QPCs in unterschiedlichem Abstand zum QD. Jede Stufe in der Messkurve entspricht einer Ladungsänderung von e auf dem QD. In Abb. 6.5 C) heben sich die Stufen kaum noch vom Hintergrundrauschen ab.

Um die Stufen in Abb. 6.5 besser hervorzuheben, wurde eine Gerade $f(V_g) = aV_g + b$ abgezogen. $f(V_g)$ berücksichtigt den direkten Einfluss von V_g auf den Leitwert des QPCs. Zieht man $f(V_g)$ von der angelegten Spannung am QPC ab, so bleibt in linearer Näherung nur noch der direkte Beitrag des QDs übrig. Den Parameter a erhält man direkt aus der Steigung der Messdaten bei leerem QD. Der Parameter b ist frei wählbar. Er wurde so gewählt, dass die Kurve bei leerem QD den Wert Null annimmt.

Bei ca. $-1,8\text{ V}$ (bzw. in D) bei $-2,3\text{ V}$) ist ein Übergang von regelmäßigen Stufen zu zufälligen Sprüngen zu erkennen. Dies kennzeichnet den Punkt, an dem sich keine Elektronen mehr im QD befinden. Wiederholt man die Messung, so findet man die



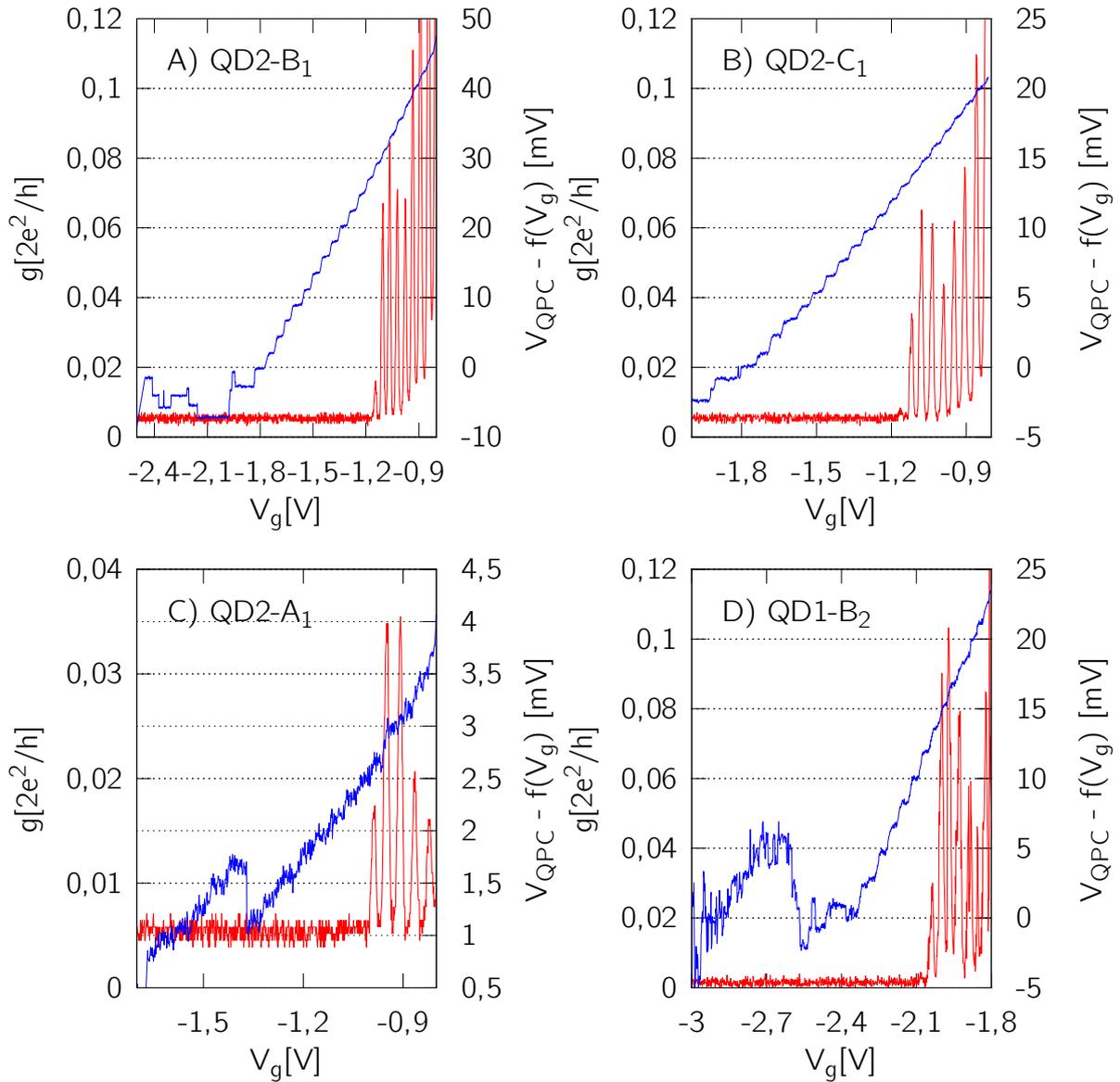


Abbildung 6.5: In rot dargestellt sind jeweils die Leitwertoszillationen von QD1 bzw. QD2. In blau dargestellt ist die Spannung, die notwendig ist, um den Leitwert über verschiedene QPCs mit unterschiedlichem Abstand zum QD konstant zu halten. $f(V_g)$ ist eine lineare Funktion und berücksichtigt die direkte Wirkung des Gates des QDs auf den QPC.

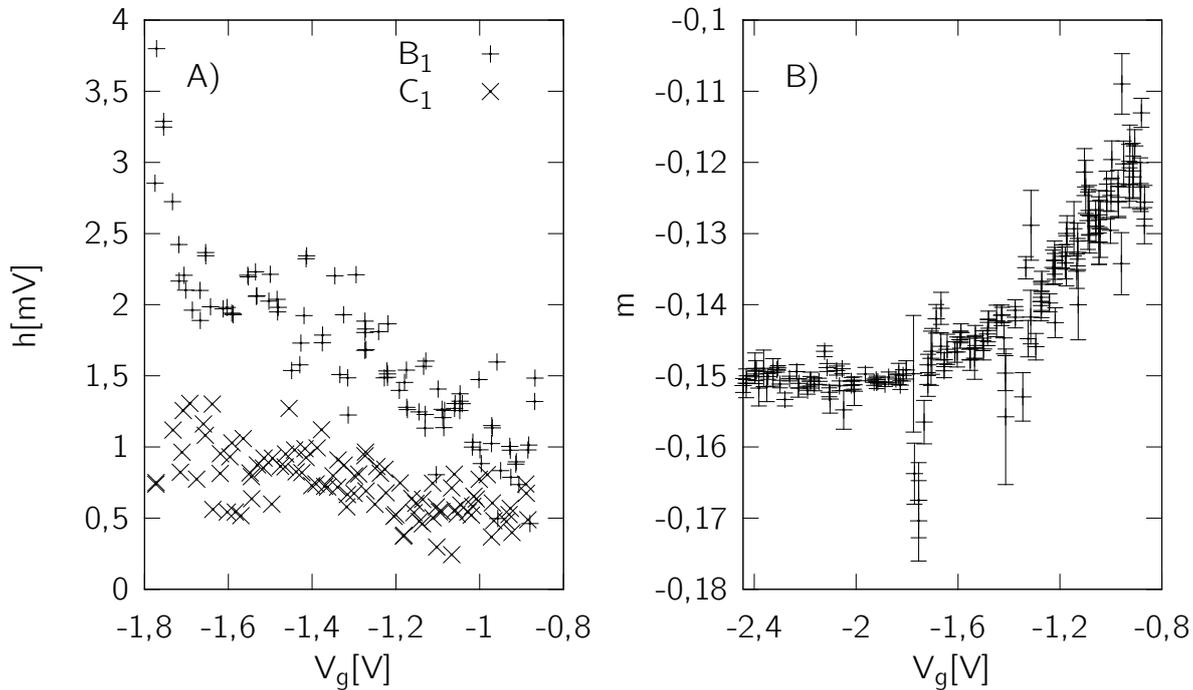


Abbildung 6.6: A) Stufenhöhe h aus Abb. 6.5 A) und Abb. 6.5 B) in Abhängigkeit der Gatespannung V_g . B) Steigung $m = dV_{Sen}/dV_g$ der Messkurve aus Abb. 6.5 A) auf den Stufen bzw. bei leerem QD.

regelmäßigen Stufen nahezu bei denselben Spannungswerten V_g , während sich die zufälligen Sprünge immer an unterschiedlichen Stellen befinden. Ein weiterer Hinweis darauf, dass es sich um Burstrauschen handelt, ist der Verlauf der Kurve an den Sprungstellen. Während die Stufen, die durch die Ladungsänderung des QDs entstehen, stetig über mehrere Messpunkte verbreitert sind, erfolgen die Sprünge beim Burstrauschen von einem Messpunkt zum nächsten.

Erst in diesem Bereich befinden sich keine Elektronen mehr auf dem QD. Einfaches Abzählen der Stufen ergibt für jede Gatespannung die Anzahl der Elektronen auf dem QD. Bei der ersten messbaren Leitwertoszillation befinden sich also bereits 13 Elektronen auf QD2, entsprechend sechs auf QD1.

Die Messmethode erlaubt einen Einblick in das wenig-Elektronen-Spektrum des QDs, wie es bei Leitwertmessungen nicht unbedingt möglich wäre, da meist vorher schon die Tunnelkontakte von der Gatespannung abgeschnürt werden. Insbesondere kann, im Gegensatz zu Leitwertmessungen, die Anzahl der Elektronen auf dem QD eindeutig bestimmt werden.

Die Steigung m auf den Stufen ist nicht unabhängig von der Besetzung des QDs. Eine lineare Korrektur reicht nicht aus, um die Kopplung des QPCs an das Gate des QDs vollständig zu beschreiben. Diese Abhängigkeit ist in Abb. 6.6 dargestellt. Im Bereich des

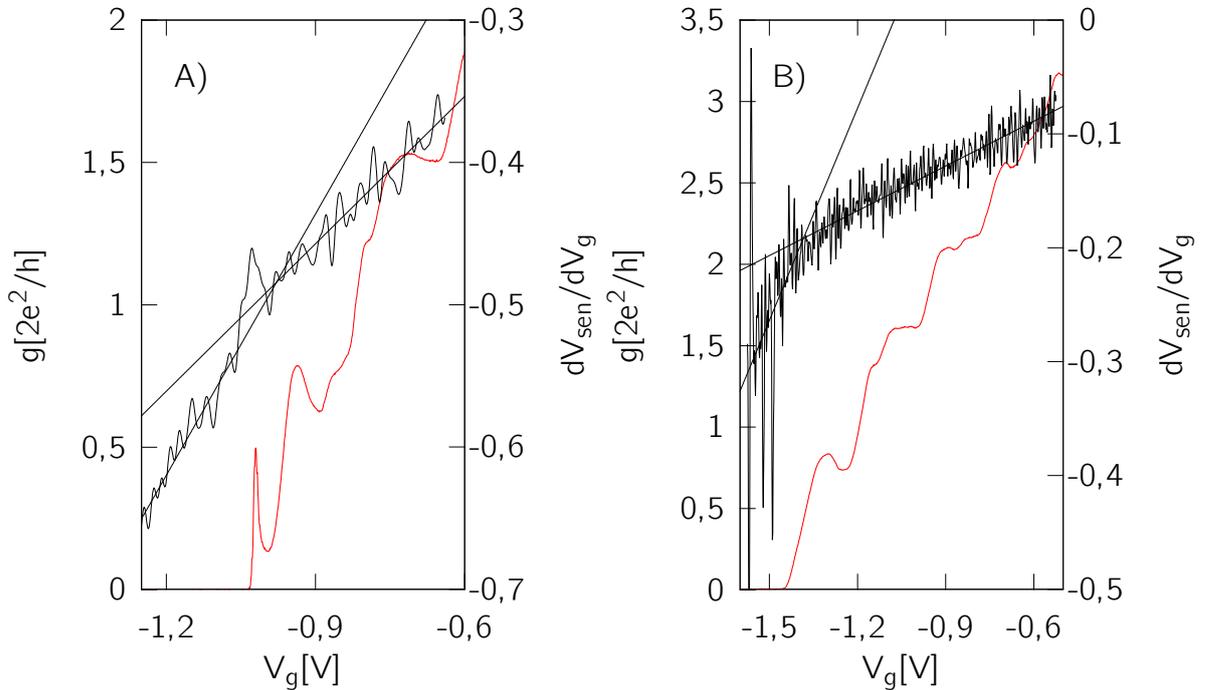


Abbildung 6.7: Elektrometermessung an einer QPC-Kennlinie. A) Vermessung von QPC B_1 mittels QD2, B) Vermessung von QPC A_1 mit QPC C_2 . Dargestellt sind jeweils die QPC-Kennlinie (rot) und die Ableitung der Spannung am Sensor, die notwendig ist, um dessen Leitwert konstant zu halten. An die Ableitung der Sensorspannung sind jeweils zwei Geraden angefügt. Die Steigung m der Geraden ändert sich, wenn der QPC vollständig abgeschnürt ist.

leeren QDs, d.h. unterhalb von $-1,8\text{ V}$, bleibt die Steigung m nahezu konstant. Oberhalb führt die Ladung des QDs zu einer zunehmenden Abschirmung des Gates G_2 und somit zu einer abnehmenden Steigung.

Gleichzeitig wird eine deutliche Abnahme der Stufenhöhe mit der Gatespannung beobachtet. Diese ist für Abb. 6.5 A) und B) in Abb. 6.6 A) dargestellt. Sie kann mit einer Verschiebung des Ladungsschwerpunktes des QDs verknüpft werden. Je weiter G_2 geöffnet wird bzw. je positiver die Spannung V_g wird, desto weiter rückt der Ladungsschwerpunkt des QDs vom Trenngate und damit vom Sensor weg.

Um eine solche Positionsänderung quantitativ zu erfassen, müsste bekannt sein, welche Spannungsänderung am QPC eine Ladungsänderung um e in beliebigem Abstand d zum QPC bewirkt. Dies ist in der gegebenen Geometrie nicht möglich. Zwar kann der QD mit verschiedenen QPCs in unterschiedlichen Abständen vermessen werden, jedoch ist die Position seines Ladungsschwerpunktes bereits abhängig von den anliegenden Spannungen an A_1 , B_1 und C_1 . Jeder QPC misst als Sensor also einen bereits um einen unbekanntem Betrag verschobenen QD. Für eine Kalibrierung wäre eine Probe notwendig, bei der zwei oder mehr QPCs gleichzeitig vermessen werden können.

Betrachtet man einen einzelnen Coulomb-Blockade-Peak bzw. eine einzelne Stufe in der Sensorspannung, so können die eben beschriebenen Korrekturen vernachlässigt werden. Man erhält dann einen linearen Zusammenhang zwischen Sensorspannung und mittlerer Ladung auf dem QD. Da für letztere eine Fermiverteilung mit den Parametern α und T zu erwarten ist, sollten sich diese Parameter aus der Stufenform berechnen lassen. Dieser Ansatz wird in Kap. 6.5.2 behandelt.

Ein ähnliches Verfahren, mit einem aktiven QD als Sensor, wurde parallel zu dieser Arbeit auch von Yang *et al.* in Si-MOS untersucht [75]. Dort wurde die Spannung des Sensors jedoch in festen Schritten in Abhängigkeit von der Spannung am Gate des QDs korrigiert. D.h. bei einer Spannungsänderung am QD um ΔV_{QD} wurde die Spannung am Sensor immer um den Wert $a \cdot \Delta V_{QD}$ korrigiert, wobei der Faktor a so gewählt wurde, dass der QD im gesamten Messbereich näherungsweise im gleichen Arbeitspunkt, d.h. beim gleichen Leitwert verblieb. Als Messwert wurde dann der Leitwert des QPCs, ähnlich wie in Kap. 6.3.1, verwendet.

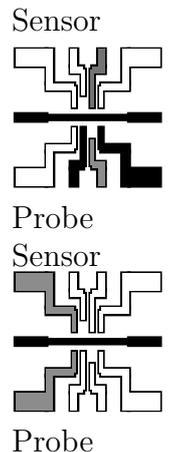
Ein Vorteil der hier vorgestellten Methode gegenüber der von Yang *et al.* ist, dass vor der Messung nicht erst der Parameter a bestimmt werden muss. Die Verwendung eines QDs als Sensor, wie bei Yang *et al.*, wird hier in Kap. 6.4 behandelt. Das zugrundeliegende Messverfahren ist jedoch das gleiche wie in diesem Abschnitt, d.h. mit einem QPC mit Feedback.

6.3.3. Rückwirkung des Sensors auf das Messsystem ohne aktives Feedback

Bei einem idealen Sensor sollte es keine Rückwirkung des Sensors auf das Messsystem geben. Z.B. sollte hier die Ladung auf dem QD unabhängig vom Zustand des Sensor-QPCs sein. Diese Forderung ist offensichtlich schon bei einer Elektrometermessung ohne Feedback nicht erfüllt: Bereits das Definieren des QPCs verändert die Potentiallandschaft im Bereich des QDs erheblich. So müssen z.B. die Spannungen an den Gates A und B der Tunnelkontakte angepasst werden, um auch bei definiertem QPC einen endlichen Leitwert über den QD zu erhalten.

Es bleibt die Frage zu klären, ob zumindest im Gesamtsystem aus definiertem QPC und QD der QPC als idealer Sensor angesehen werden kann. Da die Spannung am Sensor während einer passiven Messung nicht verändert wird, ist von daher keine Rückwirkung auf den QD zu erwarten. Der QPC verbleibt während einer Messung allerdings nicht im selben Zustand. Reizt man den Dynamikbereich maximal aus, wird sich sein Leitwert um eine Leitwertstufe verändern. Führt diese Änderung zu einer Änderung des Potentials am Ort des QDs, so könnte der QPC nicht als rückwirkungsfrei bezeichnet werden. Im ungünstigsten Fall könnten Ladungsfluktuationen im QPC zu einer nichtlinearen Potentialänderung am Ort des QDs führen. Der QPC wäre dann als Ladungssensor ungeeignet.

Um die Potentialänderung am Ort des QDs, die durch eine Leitwertänderung des



QPCs bewirkt wird, abschätzen zu können, wurde ein QPC mit einem aktiven QD und einem aktiven QPC als Sensor vermessen. Das Messverfahren entspricht dem aus Kap. 6.3.2 wobei in einen Fall statt eines QPCs ein QD als Sensor verwendet wurde. Dieses Verfahren wird in Kap. 6.4 weitergehend behandelt. Zwei exemplarische Messungen sind in Abb. 6.7 dargestellt. Die direkte Kopplung der Gates an den Sensor dominierte die Messergebnisse. Um evtl. vorhandene Modulierungen aufgrund von QPC-Eigenschaften hervorzuheben, wurde die Ableitung der Messdaten aufgetragen.

Aus dem Verlauf der Steigung der Messkurve erkennt man, dass eine lineare Änderung der Gatespannung zu einer quadratischen Korrektur der Sensorspannung führt. Diese Steigung ändert sich, sobald der QPC abgeschnürt ist, d.h. sich kein 2DEG mehr zwischen Gate und Sensor befindet. Für eine Verwendung als Sensor hat diese Steigungsänderung allerdings keine Bedeutung, da bei verschwindendem Leitwert auch keine Messung mehr möglich ist.

Darüber hinaus gibt es keinen erkennbaren Zusammenhang zwischen QPC-Kennlinie und Messspannung, d.h. umgekehrt sind auch keine Artefakte aufgrund der QPC-Kennlinie zu erwarten, wenn der QPC als Sensor verwendet wird. Die einzige Ausnahme bildet der Peak um -1 V in der in Abb. 6.7 A) dargestellten Messung. Dieser Peak lässt sich mit einer lokalen Störstelle im Substrat in der Nähe von QPC B_1 erklären, welche auch für den markanten Peak im Leitwert verantwortlich ist. Verwendet man einen QPC als Ladungssensor für einen QD, so ist also aufgrund von Ladungsänderungen im Bereich des QPCs keine Rückwirkung auf den QD zu erwarten.

Übrig bleibt die quadratische Abhängigkeit der Sensorspannung von der Gatespannung des QPCs. Bei einer konstanten kapazitiven Kopplung zwischen dem Gate des QPCs und dem Sensor würde man eine lineare Abhängigkeit erwarten. Diese Abweichung lässt sich durch ein Ausbreiten der Verarmungszone und daraus folgend einer Abnahme der Abschirmung zwischen dem Gate des QPCs und dem Sensor erklären. Auch die markante Änderung der Steigung, wenn der QPC vollständig abgeschnürt ist, passt in dieses Bild.

Wäre die kapazitive Kopplung zwischen QPC und Sensor konstant, so würde man bei der Verwendung des QPCs als passivem Sensor für einen QD keine Rückwirkung auf den QD erwarten, da bei einer passiven Messung die Spannung am Sensor-QPC konstant gehalten wird. Ändert sich während der Messung jedoch die kapazitive Kopplung zwischen QPC und Sensor, so führt auch eine konstante Spannung am Sensor-QPC zu einer Potentialänderung am QD.

Um die obere Grenze für diese Potentialänderung abzuschätzen, kann man davon ausgehen, dass die gesamte Änderung der Kapazität auf eine Änderung der Kanalbreite des QPCs zurückzuführen ist und somit auch bei einer passiven Elektrometermessung auftreten würde.

Quantitativ erhält man für die Abweichung der Sensorspannung um einen Arbeitspunkt V_0 vom idealen, d.h. linearen Verlauf, folgende Gleichung:

$$\Delta V_{sen}(\Delta V_{Gate}) = \frac{m}{2} \Delta V_{Gate}^2. \quad (6.6)$$

Mit der Krümmung $m/2$ der Messkurve bzw. der Steigung m der Daten in Abb. 6.7 und $\Delta V_{Gate} = V_{Gate} - V_0$. Aus Abb. 6.7 A) erhält man $m = 0,349 \pm 0,001 \text{ V}^{-1}$.

Betrachtet man den Übergang des QPCs von einem Leitwertplateau zum nächsten und setzt V_0 auf die Mitte des Übergangs, so erhält man aus Abb. 6.7 A) für ΔV_{Gate} ca. 60 mV. Eingesetzt in Gl. 6.6 ergibt dies $\Delta V_{sen} = 0,6 \text{ mV}$. Dabei ist zu beachten, dass es sich bei ΔV_{sen} um die Abweichung der Sensorspannung von dem für eine konstante kapazitive Kopplung zwischen QPC und Sensor zu erwartenden Wert handelt. D.h. es handelt sich hierbei nur um den Beitrag zur Sensorspannung, der durch die Änderung der Kapazität hervorgerufen wird.

Verwendet man einen QPC als passiven Ladungssensor wie in Kap. 6.3.1, so wird der maximale Dynamikbereich des Sensors dann ausgeschöpft, wenn der Leitwert des QPCs während der Messung gerade von einem Leitwertplateau zum nächsten übergeht. Wie oben gezeigt, sind dabei keine Ladungsfluktuationen im QPC zu erwarten, die den QD beeinflussen könnten. Geht man zunächst von einer konstanten kapazitiven Kopplung des Gates des Sensors an den QD aus, so folgt auch hieraus während der Messung keine Potentialänderung des QDs, da bei einer passiven Messung die Spannung am Gate des Sensors konstant gehalten wird.

Wie oben gezeigt, ist die Annahme einer konstanten Kapazität jedoch nicht gerechtfertigt. Geht man für die Berechnung einer oberen Grenze für diese Rückwirkung davon aus, dass die gesamte Kapazitätsänderung auf eine Änderung der Kanalbreite im QPC zurückzuführen ist, so erhält man aus obiger Betrachtung, dass die Änderung der Kapazität zwischen dem Gate des Sensors und dem QD, über das gesamte Messintervall hinweg, zu einer Potentialänderung des QDs führt, die einer Potentialänderung von 0,6 mV am Gate des QDs entspricht. Bei einer Messauflösung von 1 mV in Abb. 6.4 entspricht dies dem halben Abstand zweier Messpunkte und kann somit vernachlässigt werden.

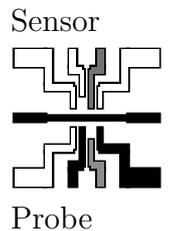
6.3.4. Rückwirkung bei aktivem Feedback

Wie im vorherigen Abschnitt betrachtet, ist das Gate des QPCs kapazitiv an den QD gekoppelt. Die für die Regelung notwendige Anpassung der Gatespannung am QPC führt also zu einer Änderung des Potentials am QD. Dies kann in Form eines effektiven Gatepotentials mit

$$V_{\text{eff}} = V_g + f(V_{QPC}) \quad (6.7)$$

berücksichtigt werden. Auf diese Weise bleibt das Spektrum des QDs auch bei einer geregelten Messung erhalten bzw. $f(V_{QPC})$ ist ein Maß für die Rückwirkung des Sensors auf die Probe.

In Abb. 6.8 sind die Coulomb-Blockade-Oszillationen in Abhängigkeit von V_{QD} und V_{QPC} dargestellt. Auch hier gibt es keine erkennbare Abhängigkeit der Coulomb-Blockade-Oszillationen vom Leitwert des QPCs, d.h. die Position der Peaks ist unabhängig davon, ob sich der QPC auf einem Leitwertplateau oder im Übergang zwischen zwei Plateaus



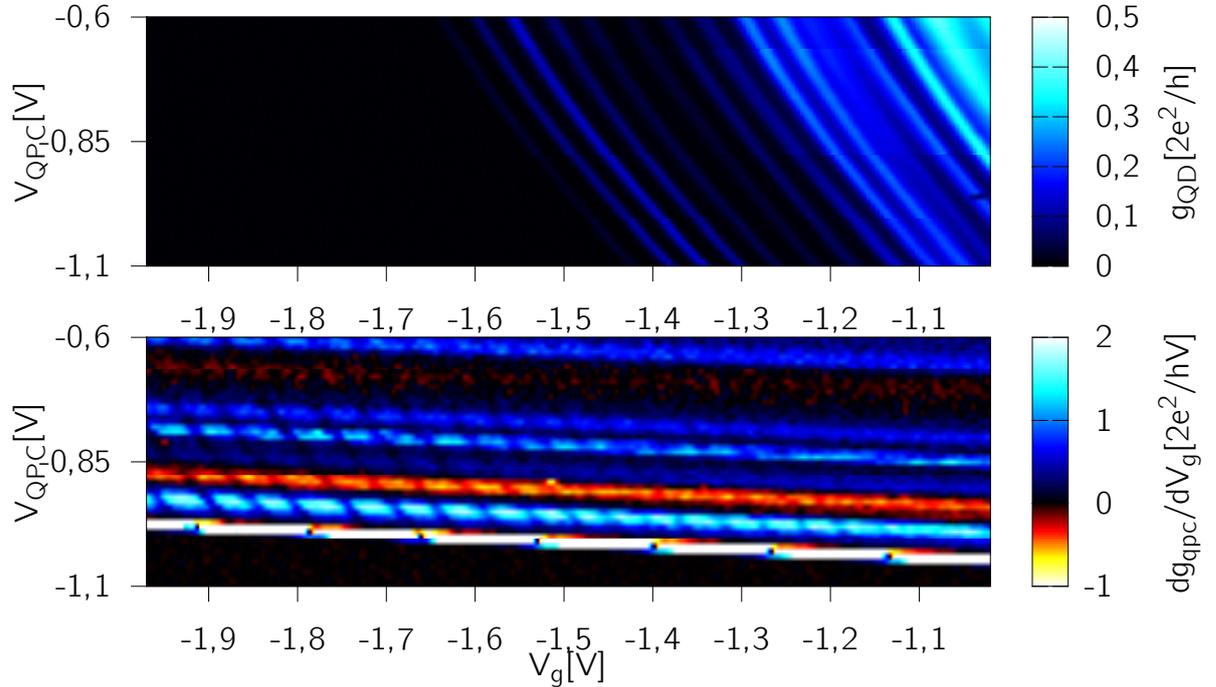


Abbildung 6.8: Kapazitive Kopplung des QPC-Gates an den QD. Oben Leitwertmessung, unten Ladungsmessung mit ungereltem QPC.

befindet. Die Coulomb-Blockade-Oszillationen setzen sich bei größeren Gatespannungen als Stufen im Leitwert des QPCs fort. Hierbei handelt es sich noch um eine ungereltemte Messung.

In Abb. 6.9 A) ist die Position der Coulomb-Blockade-Oszillationen, sowie der Stufen im Leitwert des QPCs dargestellt. Stufen im Leitwert und Coulomb-Blockade-Oszillationen treten immer dann auf, wenn sich die Ladung des QDs ändert und haben somit eine gemeinsame Ursache. In den Bereichen, in denen beide Verfahren Messwerte liefern, liegen die Kurvenscharen, wie erwartet, übereinander.

Alle Kurven lassen sich mit einer Parabelschar

$$F_i(V_g) = a(V_g - c_i)^2 + b \quad (6.8)$$

mit gemeinsamen Parametern a und b fiten. In diesem Fall ergibt sich $a = 2,38 \pm 0,05 \text{ V}^{-1}$ und $b = -1,42 \pm 0,01 \text{ V}$. Das resultierende Spektrum $c_i - c_0$ ist in Abb. 6.9 B) dargestellt.

Aus dieser Kurvenschar erhält man

$$V_{\text{eff}} = V_g - F^{-1}(V_{QPC}, c = 0) + F^{-1}(V_{Ref}, c = 0). \quad (6.9)$$

V_{Ref} kann beliebig festgelegt werden. Es bietet sich z.B. an, für V_{Ref} den niedrigsten gemessenen Wert von V_{QPC} zu wählen. Die Leitwertoszillationen, bezogen auf V_{eff} , entsprechen dann denen, die man messen würde, wenn man die Gatespannung des QPCs

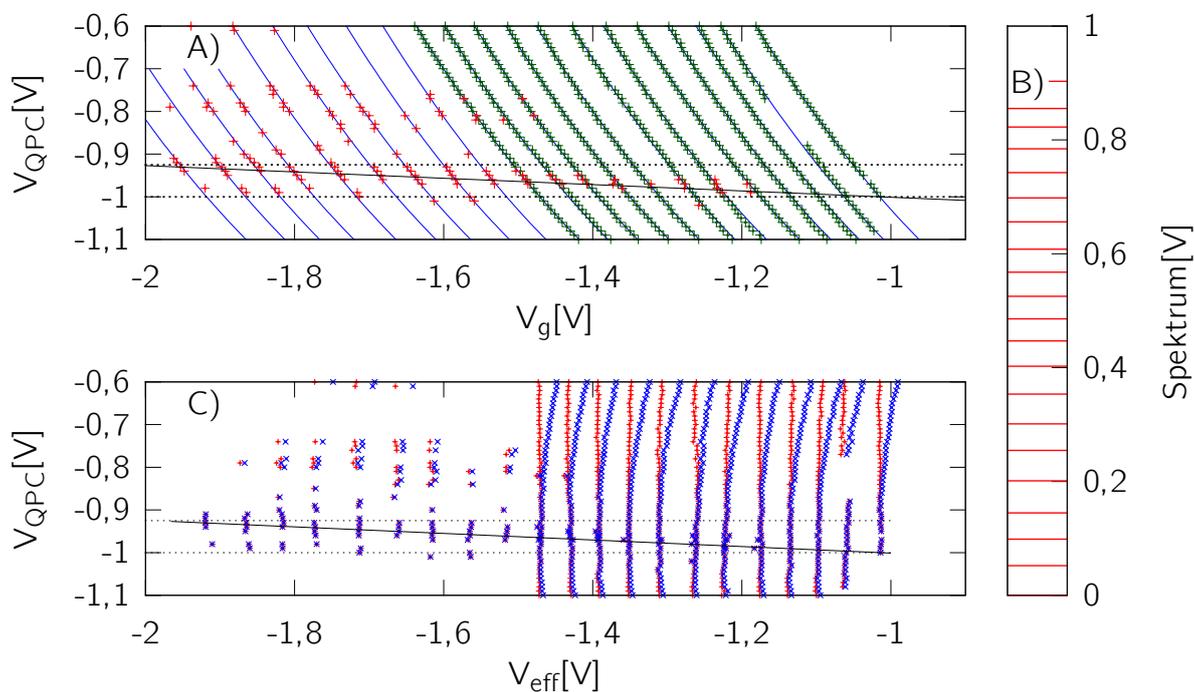


Abbildung 6.9: A) Position der Coulomb-Blockade-Oszillationen aus Abb. 6.8: die roten Punkte stammen aus der Ladungsmessung, die grünen aus den Leitwertoszillationen bei der Transportmessung. Die schwarze Linie markiert den Verlauf von $V_{QPC}(V_{eff})$ bei einer geregelten Messung. Die blaue Kurvenschar bildet einen Fit an die Messdaten mit einer Parabelschar. B) Spektrum des QDs. C) Messwerte in Abhängigkeit von einer effektiven Gatespannung $V_{eff} = V_{QD} + f(V_{QPC})$. Die blauen Punkte wurden linear korrigiert, die roten quadratisch. Im für geregelte Messungen relevanten Band zwischen $V_{QPC} = -1$ V bis $-0,9$ V ist eine lineare Korrektur ausreichend.

konstant auf V_{Ref} gehalten hätte. In Abb. 6.9 C) ist diese Korrektur für $V_{Ref} = -1$ V dargestellt.

In Abb. 6.9 A) ist eine Linie konstanten Leitwerts des QPCs dargestellt. Dies entspricht dem Verlauf der Kurve $V_{QPC}(V_{eff})$ bei einer geregelten Messung. Beschränkt man die bisherige Betrachtung auf den in diesem Fall relevanten Wertebereich von V_{QPC} , ist bereits eine lineare Korrektur in V_{eff} ausreichend (blaue Punkte in Abb. 6.9 C)). Die Steigung entspricht dann einfach dem Verhältnis der Kapazitäten QD- B_1 zu QD- G_2 bzw. C_{B_1} zu C_g .

Betrachtet man die korrigierte Peakposition in Abb. 6.9 C), so erkennt man, dass diese bei einer quadratischen Korrektur unabhängig von V_{QPC} ist. Die Variation der Peakposition in V_g -Richtung beträgt über den gesamten Spannungsbereich V_{QPC} lediglich $\Delta V_{Peak} = 3$ mV. Im für einen aktiven Sensor relevanten Spannungsbereich wird diese Variation bereits mit einer linearen Korrektur erreicht.

Die Verwendung von V_{eff} ermöglicht es also, den Einfluss der veränderlichen Sensor-

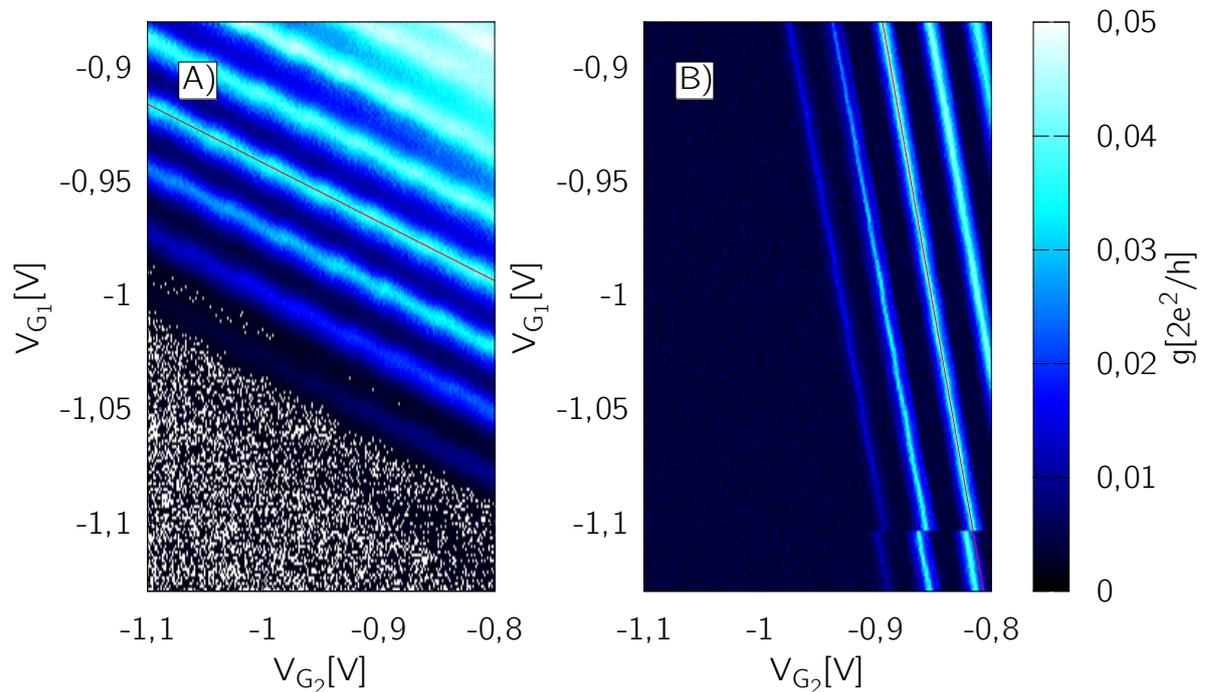
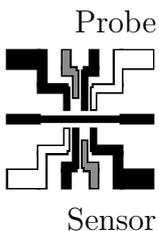


Abbildung 6.10: Leitwertmessung von QD1 und QD2 in Abhängigkeit von V_{G_1} und V_{G_2} . Eingezeichnet ist jeweils ein linearer Fit an die Peaks mit Steigung a_1 in A) bzw. b_1 in B).

spannung aus den Messergebnissen herauszurechnen und somit die Messergebnisse einer passiven Elektrometermessung zu reproduzieren.

6.4. QD2 als Elektrometer

Wie ein QPC zwischen zwei Leitwertplateaus, so weist auch die Kennlinie eines QDs in den Flanken der Coulomb-Blockade-Oszillationen eine starke Abhängigkeit des Leitwerts vom lokalen Potential am Ort des QDs auf. Ebenso wie ein QPC kann daher auch ein QD als Ladungssensor verwendet werden. Die im Vergleich zu QPCs größere Steigung der Kennlinie bei tiefen Temperaturen kann dabei zu einer besseren Auflösung führen als wenn man einen QPC als Sensor verwendet. In diesem Abschnitt wird der QD nur als aktiver Sensor untersucht, da der Dynamikbereich des passiven QDs nicht ausreichend war, um mehrere Coulomb-Blockade-Oszillationen zu vermessen.



6.4.1. Charakterisierung des Doppeldot-Systems

In Abb. 6.10 sind die linearen Kennlinien von zwei gekoppelten QDs dargestellt. Der Versatz in den Linien, der durch die Kopplung an den jeweils anderen QD (Honeycomb-

Struktur) erwartet wird, ist nur schwach ausgeprägt. Das ist in diesem Fall jedoch erwünscht, da der zweite QD als Sensor für den ersten verwendet werden soll, eine Rückwirkung des Sensors auf das Messsystem aber unerwünscht ist.

Zunächst sollen anhand von Abb. 6.10 die Parameter des Systems entsprechend der Beschreibung aus Kap. 2.2.2 bestimmt werden. Dabei beschreiben die Variablen C_{ij} jeweils die Kopplung des QDs i an das Gate von QD j .

Die mittlere Steigung a_1 bzw. b_1 in Abb. 6.11 ist ein Maß für die Kopplung des QDs an das jeweils gegenüberliegende Gate. Man erhält

$$a_1 = -\frac{C_{12}}{C_{11}} \quad (6.10)$$

$$b_1 = -\frac{C_{21}}{C_{22}}. \quad (6.11)$$

Dabei ist a_i die Steigung $\frac{dV_{G1}}{dV_{G2}}$ und b_i entsprechend $\frac{dV_{G2}}{dV_{G1}}$.

Zur einfacheren Auswertung wurde die Scherung der Messdaten mit diesen Steigungen berechnet, d.h.

$$V_{\text{eff1}}(V_{G1}, V_{G2}) = V_{G1} + V_{G2} \cdot b_1 \quad (6.12)$$

$$V_{\text{eff2}}(V_{G1}, V_{G2}) = V_{G2} + V_{G1} \cdot a_1. \quad (6.13)$$

V_{eff1} und V_{eff2} entsprechen dabei Gatespannungen, bei denen die direkte Kopplung an das Gate des jeweils anderen QDs bereits berücksichtigt ist.

In diesem Fall ist die Steigung der Begrenzungslinien

$$a_2 = -\frac{C_{ii} C_{22}}{C_{\Sigma 2} C_{11}} \quad (6.14)$$

$$b_2 = -\frac{C_{ii} C_{11}}{C_{\Sigma 1} C_{22}}. \quad (6.15)$$

Dabei ist C_{ii} die Kapazität der QDs untereinander. C_{11} und C_{22} erhält man wie üblich aus der Periodizität der Coulomb-Blockade-Oszillationen in Abb. 6.11 B).

Zur Ermittlung der Steigungen wurden jeweils die Daten von mehreren Hexagons berücksichtigt. Man erhält:

$$a_1 = -0,258 \pm 5 \cdot 10^{-4} \quad (6.16)$$

$$a_2 = -0,07 \pm 0,01$$

$$b_1 = -0,350 \pm 7 \cdot 10^{-4}$$

$$b_2 = -0,11 \pm 0,01$$

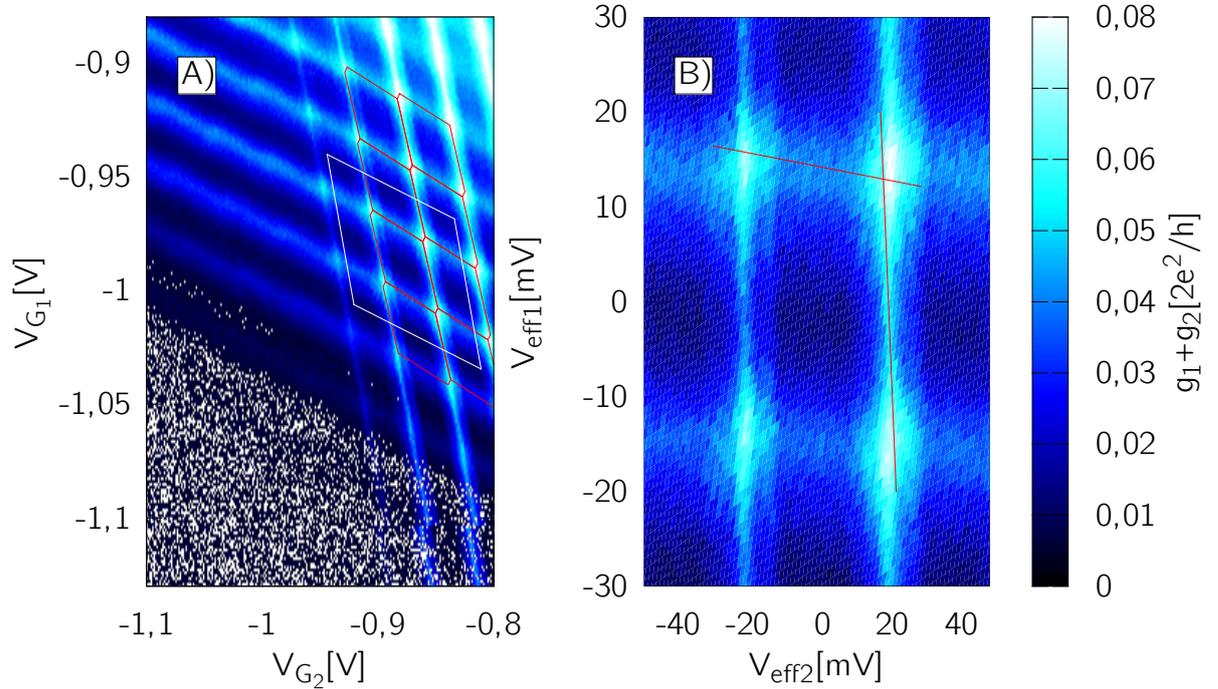


Abbildung 6.11: A) Summe der Leitwerte von QD1 und QD2 aus Abb. 6.10. Die Honeycomb-Struktur ist rot hervorgehoben. In B) ist das weiß umrandete Feld aus A) dargestellt und ist um die Kopplung an das jeweils gegenüberliegende Gate korrigiert. Eingezeichnet sind die Steigungen a_2 (horizontal) und b_2 (vertikal).

Verwendet man Gl. 6.10-6.14 für diesen Doppeldot, so erhält man für die Kapazitäten folgende Werte:

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= 5,60 \pm 0,01 \text{ aF} \\
 C_{22} &= 3,840 \pm 0,008 \text{ aF} \\
 C_{12} &= 1,449 \pm 0,007 \text{ aF} \\
 C_{21} &= 1,344 \pm 0,009 \text{ aF} \\
 C_{ii} &= 0,078 \pm 0,009 \cdot C_{\Sigma_1} = 0,10 \pm 0,01 \cdot C_{\Sigma_2} \\
 \frac{C_{\Sigma_1}}{C_{\Sigma_2}} &= 1,3 \pm 0,3
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

Nutzt man die Daten aus Gl. 6.2 als erste Näherung für die Gesamtkapazität C_{Σ_2} im gekoppelten System, erhält man, dass die Kopplung C_{ii} der QDs untereinander von vergleichbarer Größe ist wie die Kopplung an das entsprechende Gate.

6.4.2. QD-Elektrometer mit Feedback

Die Messmethode ist die gleiche wie für geregelte QPCs. Der Leitwert des Sensor-QDs wird über dessen Gatespannung konstant gehalten und dient als Maß für die mittlere Ladung auf dem zweiten QD.

Der Vorteil bei der Verwendung eines QDs als Sensor, im Vergleich zu einem QPC, liegt in der größeren möglichen Steigung der Kennlinie und der damit verbundenen genaueren Bestimmung des Abgleichpunktes.

Andererseits ist die Rückwirkung eines Sensor-QDs auf den zu vermessenden QD größer als bei einem QPC. Ein endliches Messsignal ist nur in den Tripelpunkten des Stabilitätsdiagramms zu erwarten. Genau an diesen Punkten gibt es jedoch durch die Ladungsänderung auf dem Sensor-QD eine nichtlineare Rückwirkung des Sensors auf das Messsystem.

Um den QD effektiv als Sensor nutzen zu können, ergeben sich daraus zwei einander widersprechende Voraussetzungen: Einerseits sollte die Kopplung des Sensors an den QD möglichst groß sein, um ein möglichst deutliches Messsignal zu erzeugen. Andererseits sollte die Kopplung möglichst klein sein, damit das Messsystem nicht durch den Sensor gestört wird.

Dies lässt sich z.B. in einem asymmetrischen System, bei dem die Gesamtkapazität des Sensors deutlich größer ist als die des Messsystems, erreichen. Bei einer Ladungsänderung um ein Elektron auf dem Sensor entfällt dann eine kleinere Teilladung auf die Koppelkapazität, d.h. die Wirkung auf die Probe ist gering. Umgekehrt entfällt bei einer Ladungsänderung auf dem zu vermessenden QD eine größere Teilladung auf die Koppelkapazität.

Bei der hier verwendeten Probe sind die Kapazitäten von Sensor und Probe annähernd identisch. Da die Halbwertsbreite der Peaks hier deutlich größer ist als der Abstand der Trippelpunkte, lassen sich beide QDs dennoch als Sensor verwenden (zur Halbwertsbreite siehe Kap. 6.5.2).

In Abb. 6.12 ist die Simulation einer Elektrometermessung mit QD2 als Sensor für QD1 mit den Parametern aus Gl. 6.17 zusammen mit Gl. 6.2 für C_{Σ_2} bei verschiedenen Temperaturen dargestellt. In Abb. 6.12 A) und B) ist jeweils der Leitwert über QD1 bzw. QD2. dargestellt.

Zu Beginn einer Messung mit aktiver Rückkopplung wird der Leitwert des Sensors auf den gewünschten Abgleichpunkt eingeregelt. Bei diesem Beispiel wurde dafür $G_0 = \frac{1}{2}G_{\max}$ mit G_{\max} , dem Leitwert im Maximum, gewählt. Grundsätzlich gibt es zwei mögliche Abgleichpunkte, einen auf jeder Seite des Peaks. Um den Abgleichpunkt eindeutig zu definieren, muss man entweder $dG/dV_{G_2} > 0$ oder $dG/dV_{G_2} < 0$ auswählen. In diesem Beispiel wird $dG/dV_{G_2} > 0$ verwendet, die Abgleichpunkte sind prinzipiell aber äquivalent.

Im Verlauf einer Messung wird die Gatespannung V_{G_1} variiert und es werden die Coulomb-Blockade-Oszillationen von QD1 beobachtet. Gleichzeitig wird die Spannung V_{G_2} solange angepasst, bis der Leitwert über QD2 wieder den Wert G_0 hat. Die Messung

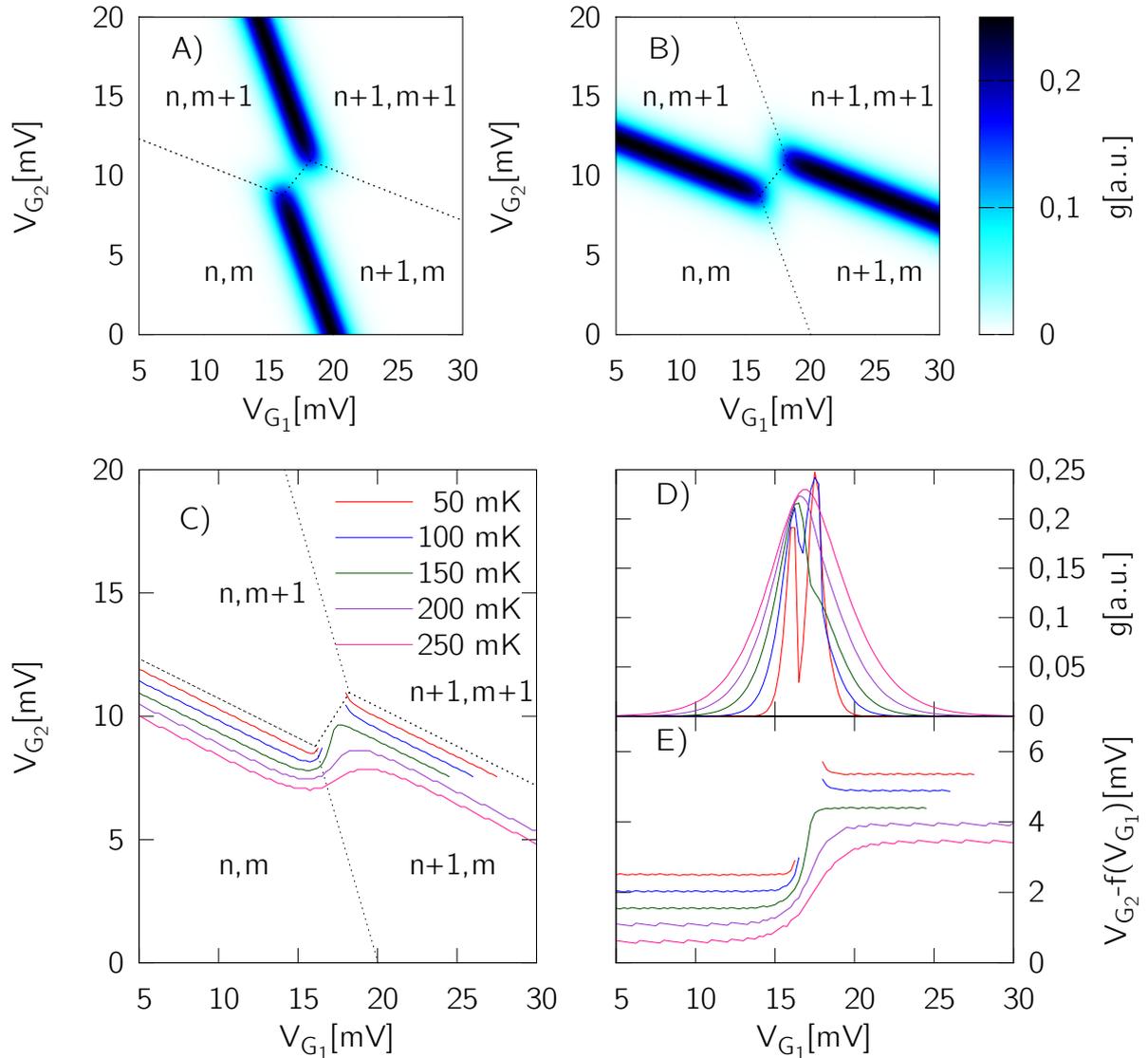


Abbildung 6.12: Simulation einer Elektrometermessung mit einem QD als Sensor für verschiedene Temperaturen zwischen 50 mK und 250 mK. A) Leitwert von QD1 (Probe) bei 100 mK; B) Leitwert von QD2 (Sensor) bei 100 mK; C) Stabilitätsdiagramm mit Linien konstanten Leitwerts, jeweils bei der halben Peakhöhe für unterschiedliche Temperaturen; D) Coulomb-Blockade-Oszillation von QD1 entlang der Linien konstanten Leitwerts. E) Spannungsänderung an G_2 aufgrund der Ladungsänderung auf QD1, wenn der Leitwert über QD2 konstant gehalten wird.

folgt also einer Linie konstanten Leitwerts über QD2 mit der zusätzlichen Bedingung $dG/dV_{G2} > 0$.

In Abb. 6.12 C) sind diese Linien konstanten Leitwerts für unterschiedliche Temperaturen aufgetragen. Bei steigender Temperatur werden die Coulomb-Blockade-Oszillationen des Sensors thermisch verbreitert. Der Abgleichpunkt wandert somit weiter vom Peakmaximum weg. Dies ist in Abb. 6.12 C) deutlich zu erkennen. Zusätzlich fällt auf, dass es nicht zu jedem Wert für V_{G1} für alle Temperaturen einen entsprechenden Abgleichpunkt gibt. Bei rein elektrostatisch gekoppelten QDs bildet sich im Übergang $(n, m + 1) \rightarrow (n + 1, m)$ zwischen den Tripelpunkten kein Coulomb-Blockade-Peak aus bzw. ist dieser aufgrund von Cotunneling-Prozessen deutlich schwächer ausgeprägt. Erst wenn die thermische Verbreiterung beide Tripelpunkte verbindet, erhält man durchgängig einen Abgleichpunkt.

In Abb. 6.12 D) ist für verschiedene Temperaturen der Leitwert über QD1 in Abhängigkeit von V_{G1} dargestellt, wenn gleichzeitig der Leitwert über QD2 konstant gehalten wird. D.h. dargestellt ist der Leitwert von QD1 entlang der Linien konstanten Leitwerts aus Abb. 6.12 C). Bei tiefen Temperaturen lassen sich deutliche Abweichungen von der idealen Peakform beobachten. Der einzelne Peak spaltet sich auf. Erst bei höheren Temperaturen nähert sich die Peakform dem zu erwartenden Verlauf für einen thermisch verbreiterten Peak an. Die Ursache hierfür ist, dass ebenso wie beim Sensor auch bei dem zu untersuchenden QD zwischen den Tripelpunkten kein Coulomb-Blockade-Peak ausgebildet wird.

Für niedrige Temperaturen bzw. scharfe Peaks wäre dieser Doppelpunkt nicht als Elektrometer geeignet. Da die Peakbreite bei den Messungen deutlich über der thermischen Verbreiterung liegt, kann das System aber dennoch verwendet werden.

In Abb. 6.12 E) wurde eine Gerade von den Kurven aus Abb. 6.12 C) abgezogen. Dadurch wird die Kopplung C_{12} herausgerechnet und die eigentlich interessante Stufe in den Kurven besser erkennbar. Wie auch bei QPCs, erwartet man die Position des Sprungs an der Position des Coulomb-Blockade-Peaks im zu vermessenden QD. Die Stufe ist für alle Temperaturen gleich hoch und ein Maß für die Kopplung der QDs untereinander.

Bei genauer Betrachtung stellt man fest, dass die Stufe bei höheren Temperaturen nach rechts, also zu höheren Spannungen V_{G1} , verschoben ist. Diese Temperaturabhängigkeit der Coulomb-Blockade-Oszillation wäre bei einem einfachen QD nicht zu erwarten. Die Ursache liegt in der Asymmetrie der Messung, die daher rührt, dass nur eine Flanke des Coulomb-Blockade-Peaks des Sensors vermessen wird, und dass die Linienbreite der Coulomb-Blockade-Oszillation des Sensors endlich ist. Würde man beide Flanken vermessen, läge der Mittelwert der Stufenpositionen immer in der Mitte zwischen den Tripelpunkten. Statt einer kleinen Korrektur der Sensorspannung müsste dazu allerdings der ganze Coulomb-Blockade-Peak aufgenommen werden, was mit einer erheblich höheren Messzeit verbunden wäre.

Der Fehler, der aufgrund der endlichen Linienbreite des Sensors entsteht, ist von der gleichen Größenordnung wie der Abstand des Abgleichpunktes vom Maximum. Da es

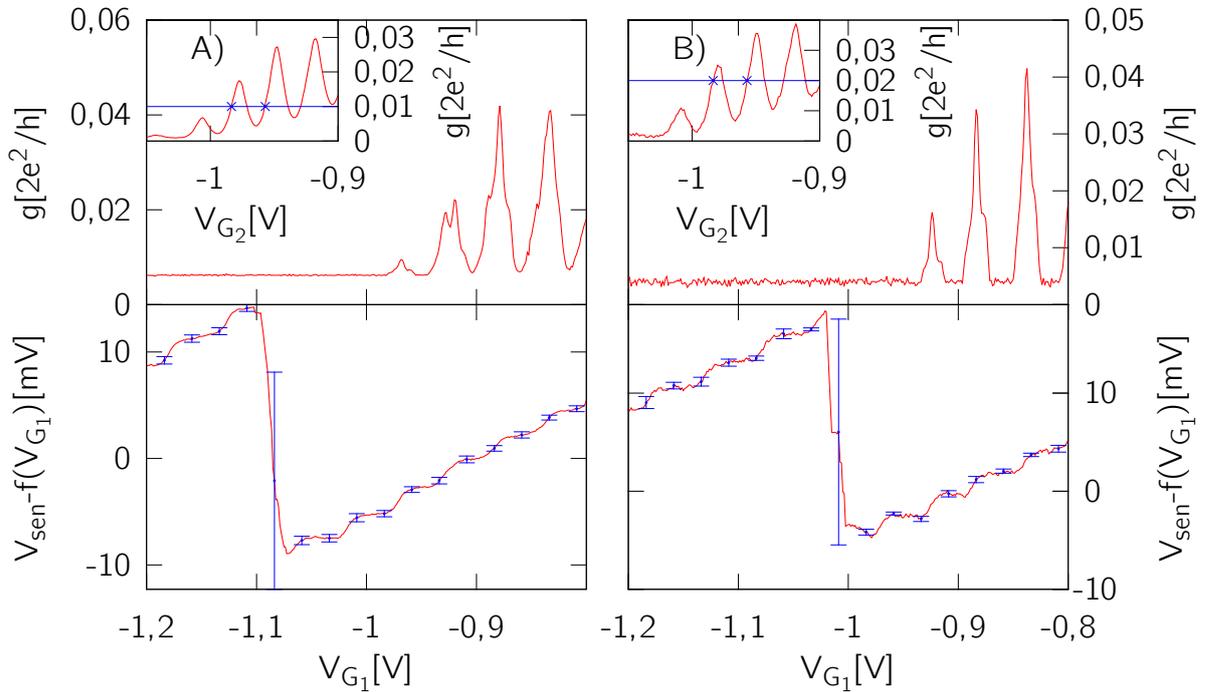


Abbildung 6.13: Messung entsprechend Abb. 6.12 B) und C) für unterschiedliche Abgleichpunkte, jeweils auf dem zweiten messbaren Coulomb-Blockade-Peak. Vermessen wurde jeweils QD1 mit QD2 als Sensor. Oben: Coulomb-Blockade-Oszillation von QD1; Inset: Abgleichpunkte und Coulomb-Blockade-Oszillation des Sensors bei Messbeginn. Unten: Spannung an G_2 nach Abzug einer Geraden. Die Daten wurden über mehrere Messreihen gemittelt. Die Fehlerbalken sind nur für einzelne Punkte dargestellt.

sich um einen systematischen Fehler handelt und dieser bei konstanter Linienbreite bei allen Peaks gleich ist, ergibt sich hierdurch nur eine Verschiebung der Messkurve. Die Periodizität der Peaks bzw. das Spektrum wird nicht verändert.

6.4.3. Abgleichpunkt in der Flanke eines Coulomb-Blockade-Peaks

In Abb. 6.13 und Abb. 6.14 sind verschiedene Messungen mit einem QD als Sensor dargestellt. Als Sensor wurde jeweils QD2 verwendet, da die Kennlinie von QD1 für diese Anwendung nicht stabil genug war.

Dargestellt ist jeweils die Spannung, die notwendig war, um den Leitwert an QD2 konstant zu halten. Von dieser wurde eine Gerade als Korrektur der direkten Kopplung von QD2 an das Gate G_1 abgezogen.

Die Ergebnisse in Abb. 6.13 ergeben sich als Mittelung über mehrere Messungen. In Abb. 6.14 wurden vier aufeinanderfolgende Messungen ausgewählt, da in dem vermessenen Spannungsbereich Störstellen offenbar einen größeren Einfluss haben. Hier erhält man mehrere kurzfristig stabile Konfigurationen, die untereinander nur eingeschränkt

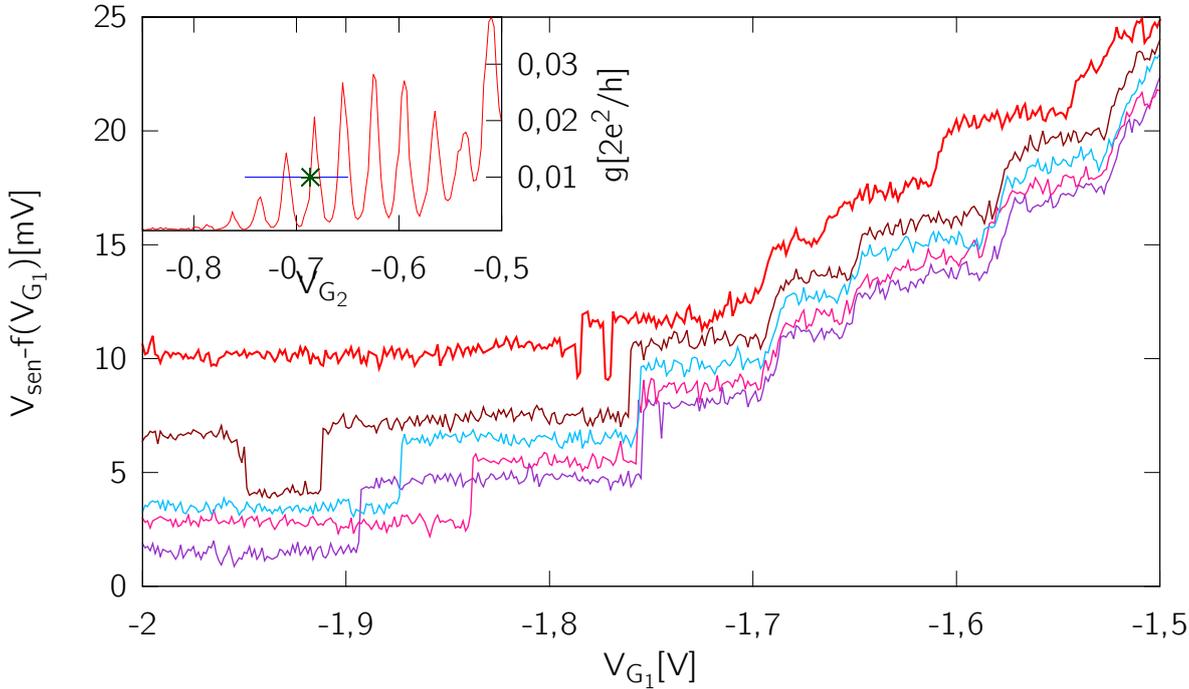


Abbildung 6.14: Messung entsprechend Abb. 6.12 C). Der letzte kontinuierliche Übergang befindet sich bei $-1,7\text{ V}$. Darunter gibt es nur noch Burstrauschen; Inset: Abgleichpunkt und Coulomb-Blockade-Oszillation des Sensors.

vergleichbar sind.

In allen Messungen mit QD2 als Ladungssensor sind die Stufen in der Sensorspannung, die sich aus den Ladungsänderungen in QD1 ergeben, deutlich zu erkennen. In Abb. 6.13 ist auch die Korrelation mit den Coulomb-Blockade-Oszillationen von QD1 deutlich zu sehen. Wie auch schon bei QPCs als Sensor erstrecken sich die Stufen bis weit in den Bereich hinein, in dem bereits keine Coulomb-Blockade-Oszillationen über die Bestimmung des Leitwerts gemessen werden können.

In Abb. 6.14 erkennt man, dass sich die Ladung auf dem QD unterhalb von $-1,7\text{ V}$ nicht mehr ändert. Auf dem QD befinden sich keine Elektronen mehr. Alle Sprünge im Messwert unterhalb von $-1,7\text{ V}$ lassen sich auf Umladungen von Störstellen in der Umgebung des QDs zurückführen. Dafür spricht insbesondere, dass sich in diesem Spannungsbereich die Breite der Sprünge nur über einen Messpunkt erstreckt, während sie bei positiveren Spannungen kontinuierlich sind (vgl. Kap. 6.3.2).

Wie auch in den in Abb. 6.5 dargestellten Messungen setzen die Umladungen der Störstellen im Substrat erst ein, wenn der QD leer ist. Außerdem ist die Höhe der Stufen vergleichbar mit den Stufen, die sich bei einer Ladungsänderung des QDs ergeben, d.h. der Abstand der Störstellen zum Sensor ist vergleichbar mit dem Abstand zwischen Sensor und QD. Man kann davon ausgehen, dass es sich in beiden Fällen um eine Ladungsänderung von $\pm e$ handelt. Dies spricht dafür, dass sich die Störstellen in

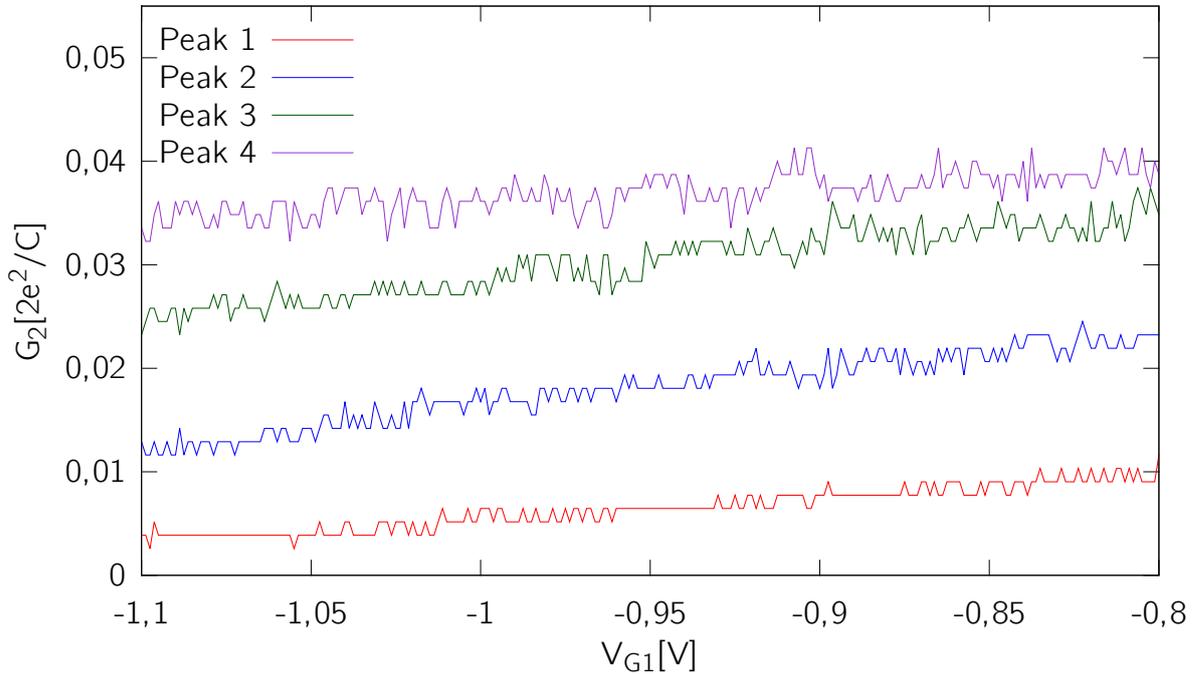


Abbildung 6.15: Höhe der Coulomb-Blockade-Oszillationen von QD2 in Abhängigkeit der Gatespannung von QD1 aus Abb. 6.10 B). Die untere Kurve beschreibt die Peakhöhe der letzten sichtbaren Coulomb-Blockade-Oszillation, die zweitunterste die der vorletzten Coulomb-Blockade-Oszillation usw.

unmittelbarer Nähe zum QD befinden.

Die Störstellen scheinen ihren Ladungszustand zu behalten, wenn der QD wieder gefüllt wird, weshalb in Abb. 6.14 keine Mittelung über mehrere Messreihen möglich war.

In Abb. 6.13 findet sich in beiden Messungen eine große Stufe, die nicht auf Ladungsänderungen im QD zurückgeführt werden kann. Hierbei handelt es sich um ein Artefakt, das sich aus einer systematischen Änderung des Leitwerts des Sensors in Abhängigkeit von der Gatespannung des Messsystems ergibt. Die steigende Gatespannung führt zu einem Abschnüren der Tunnelkontakte zwischen QD2 und Drain bzw. Source. Durch das Abschnüren der Tunnelkontakte verringert sich die absolute Peakhöhe. Diese Abhängigkeit ist in Abb. 6.15 zu sehen. Da für den Abgleichpunkt ein konstanter Leitwert, nämlich der Wert der halben Peakhöhe bei Messbeginn, gewählt wurde, bewegt sich der Abgleichpunkt immer näher an die Spitze des Peaks heran. Wird diese überschritten, wandert der Abgleichpunkt zur nächsthöheren Coulomb-Blockade-Oszillation. Dies führt zu der großen Änderung der Sensorspannung, ohne dass dafür eine Änderung im Messsystem notwendig ist. Dies ist in Abb. 6.13 zu sehen.

Wie auch bei QPCs bewirkt das Abgleichen des Sensors eine Änderung des effektiven Potentials des Messsystems. Verglichen mit einer Messung ohne Sensor wird die Peri-

ode der Coulomb-Blockade-Peaks bezüglich der Gatespannung gestreckt. Will man die ursprüngliche Periodizität erhalten, muss man eine effektive Gatespannung berücksichtigen. Diese ergibt sich als

$$V_{\text{eff}}(V_{G_1}, V_{G_2}) = V_{G_1} - b * V_{G_2} \quad (6.18)$$

mit $b = (b_1 + b_2)/(1 - a_1) = -0,366 \pm 0,008$ der Steigung der Honeycomb-Grenzen.

In den Betrachtungen zu Abb. 6.12 wurde gezeigt, dass unterschiedliche Abgleichpunkte zu unterschiedlichen Positionierungen der Sprünge in der Sensorspannung führen. Bei konstantem Abgleichpunkt führt dies zu einem konstanten Versatz der Sprünge bzgl. der Coulomb-Blockade-Oszillationen. Eine kontinuierliche Änderung des Abgleichpunktes führt entsprechend zu einem variablen Versatz der Sprünge. Von Beginn der Messungen in Abb. 6.13 an bis zum Übergang des Abgleichpunktes auf den nächsten Coulomb-Blockade-Peak reduziert sich der Abstand des Abgleichpunktes zur Peakspitze von 3-5 mV auf Null. Geht man davon aus, dass sich der Versatz der Sprünge um den gleichen Betrag ändert und berücksichtigt, dass sich diese Änderung über einen Spannungsbereich von 250-300 mV erstreckt, so erhält man bei der Bestimmung der Periodizität einen Fehler von ca. 1-2 %.

Die Größe dieses Fehlers hängt nur von der Abhängigkeit der Peakhöhe des Sensors von der Gatespannung des Messsystems ab. Wie in Abb. 6.15 zu sehen ist, ist diese Abhängigkeit nicht für alle Peaks gleich. Dieser Fehler lässt sich also durch eine geschickte Wahl des Peaks reduzieren und spielt dann keine Rolle mehr.

6.4.4. Peakspitze als Abgleichpunkt

Der Fehler, der durch die Verschiebung des Abgleichpunktes durch die Änderung der Peakhöhe entsteht, kann insgesamt vermieden werden, wenn man den Abgleichpunkt statt in die Flanke auf die Peakspitze verlegt. Eine solche Messung ist in Abb. 6.16 dargestellt. Statt den Sensor auf einen festen Leitwert einzustellen wurde für jeden Punkt der Messkurve das Maximum des Coulomb-Blockade-Peaks des Sensors ermittelt. Dazu wurde die Sensorspannung um ± 5 mV um das vorherige Maximum variiert. Die Daten wurden in erster Näherung mit einer Parabel gefittet und so das neue Maximum ermittelt. Der Vorteil der großen Steigung der Sensorkennlinie im Abgleichpunkt geht bei diesem Aufbau verloren. Dies wird jedoch dadurch ausgeglichen, dass ca. 20 Messpunkte der Sensorkennlinie um den Peak herum für den Fit berücksichtigt wurden.

Diese Genauigkeit erkaufte man sich mit einer längeren Messzeit pro Punkt. Während für das Abgleichen des Leitwerts im Schnitt ca. fünf Punkte der Sensorkennlinie aufgenommen werden mussten, wurden für Abb. 6.16 ca. 20 Punkte aufgenommen. Im Vergleich zu dieser Messung wurde die Messzeit also vervierfacht.

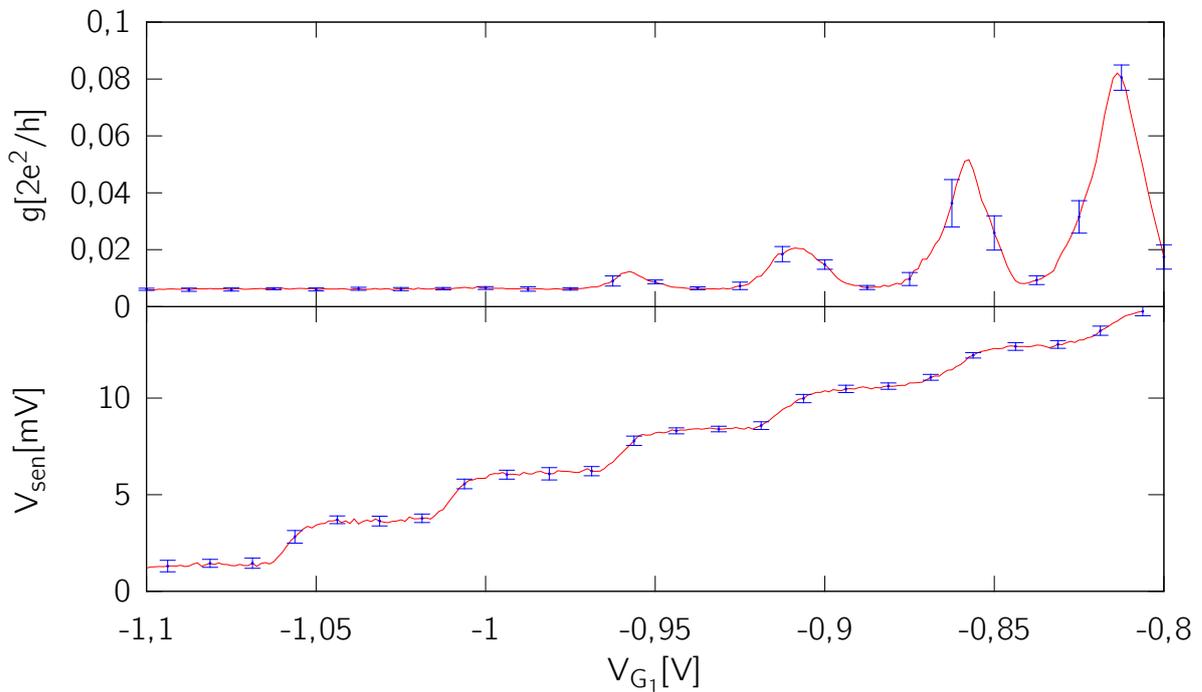
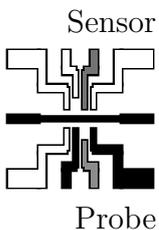


Abbildung 6.16: Elektrometermessung mit Peakspitze als Abgleichpunkt über mehrere Messreihen gemittelt. Die Fehlerbalken sind nur für einzelne Punkte dargestellt.

6.5. Anwendungen

In den folgenden Abschnitten werden zwei mögliche Anwendungen eines aktiven QPCs als Ladungssensor untersucht.

6.5.1. Nichtlineare Messungen



In Kap. 5.3 wurde besonders deutlich, dass die Kapazitäten des QDs nicht unabhängig von V_g sind. Bestimmt man daher z.B. α aus nichtlinearen Transportmessungen, so ist man bei der Auswertung auf Coulomb-Blockade-Rauten beschränkt, bei denen die Coulomb-Blockade-Peaks einen endlichen, messbaren Leitwert aufweisen. Um α für alle Rauten bestimmen zu können, wurden nichtlineare Messungen mit einem QPC als Elektrometer durchgeführt.

Für Messungen bei endlicher Spannung V_{ds} wurde QD2 zusammen mit QPC B_1 als Sensor verwendet. Der Widerstand über QPC B_1 wurde für jeden Punkt in Abb. 6.17 auf $40 \text{ k}\Omega$ geregelt.

Die Instabilität der Probe bzw. die Lebensdauer der Störstellenzustände beschränkte die Zeit, die maximal für eine Messreihe zur Verfügung stand. Die Auflösung der Messungen in Abb. 6.17 bis Abb. 6.20 wurde zusätzlich durch die relativ lange Messzeit pro Punkt (ca. 5 s) begrenzt. Nur die Kombination QD2-QPC B_1 lieferte Messungen mit

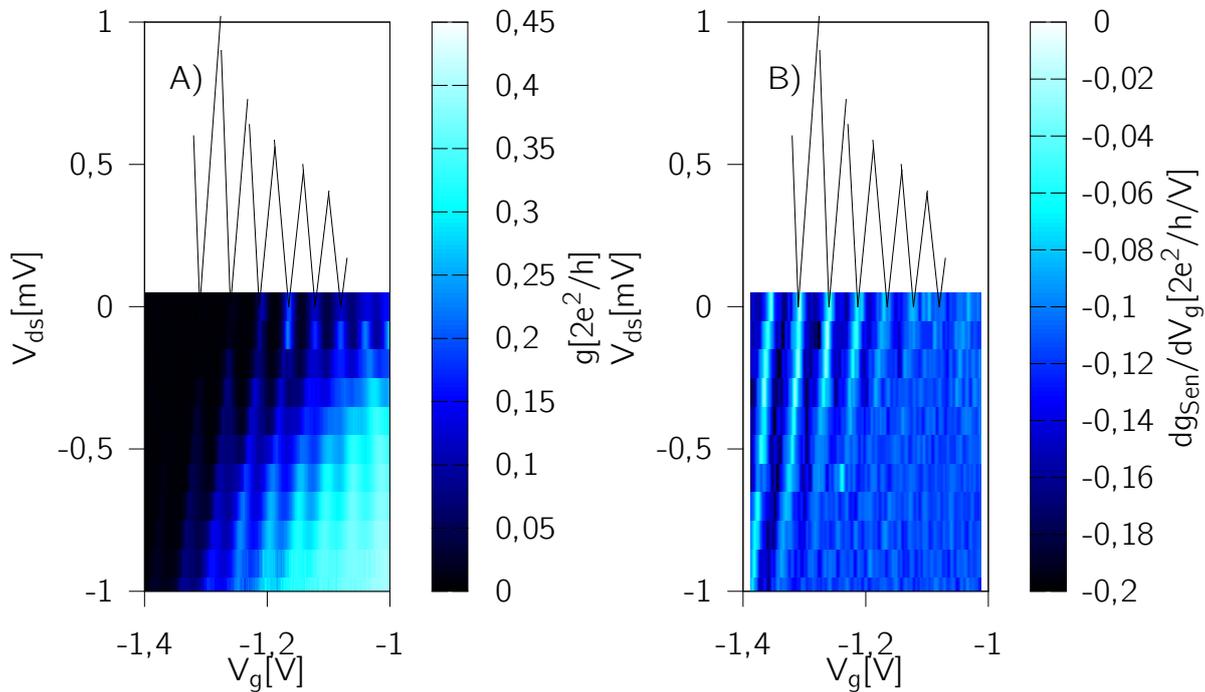


Abbildung 6.17: A) Coulomb-Blockade-Rauten von QD2. B) Ableitung der Sensorspannung an QPC B_1 .

ausreichend hoher Auflösung.

In Abb. 6.17 A) sind die Coulomb-Blockade-Rauten von QD2 für negative V_{ds} dargestellt. In Abhängigkeit von V_g erkennt man eine deutliche Änderung der Ausdehnung der Rauten in V_{ds} . Dies entspricht nach Gl. 2.34 und Gl. 2.35 einer Änderung der Kapazitäten C_s und C_{Rest} .

In Abb. 6.17 B) ist die Ableitung der Sensorspannung an QPC B_1 für die Messung aus A) dargestellt. Jede Linie entspricht einer Änderung der mittleren Ladung im QD von $1e$. Die Linien folgen den Begrenzungen der Coulomb-Blockade-Rauten mit positiver Steigung.

Die Ankopplung des QDs an Drain bzw. Source lässt sich über die Spannung am entsprechenden Gate einstellen. Abb. 6.18 zeigt den QD in zwei unterschiedlichen Konfigurationen: In Abb. 6.18 A) begrenzte die Ankopplung an Source den Strom über die Probe, die Rautenbegrenzungen mit positiver Steigung dV_g/dV_{ds} wurden sichtbar. Die andere Konfiguration ist in Abb. 6.18 B) dargestellt. Hierfür wurde die Spannung an Gate A2 reduziert und somit die Ankopplung an Source verbessert. Dadurch drehten sich die Verhältnisse um und die Rautenbegrenzungen mit negativer Steigung dV_g/dV_{ds} konnten vermessen werden. Ob die positive oder die negative Flanke in der Sensorspannung abgebildet wird, hängt also davon ab, welche der beiden Tunnelbarrieren den Stromfluss begrenzt.

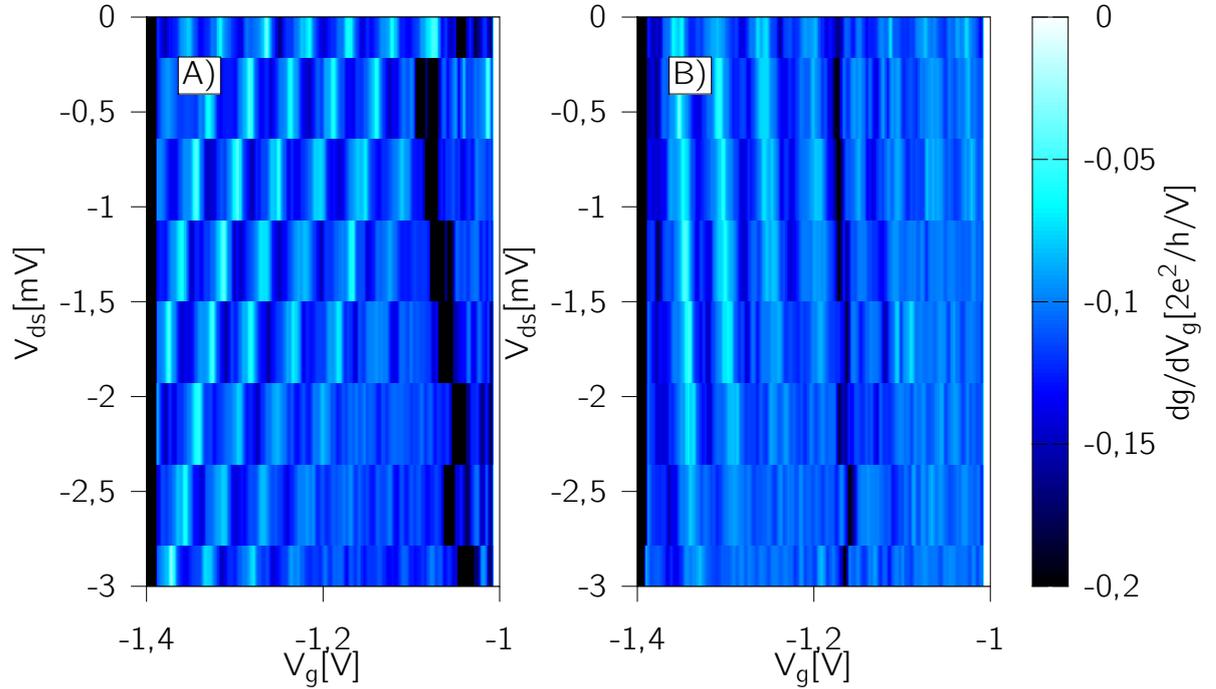


Abbildung 6.18: Nichtlineare Elektrometermessung bei unterschiedlichen Konfigurationen. A) Bei $V_{A_2} = -1,05$ V. B) Bei $V_{A_2} = -1,0$ V

In keiner Konfiguration des QDs waren beide Rautenbegrenzungen gleichzeitig in den Ladungsmessungen sichtbar. Zu erwarten wäre dies, wenn die Ankopplung an Drain und Source genau gleich ist. Ein Herantasten an diesen Zustand wurde durch wiederholte Umladungen von Störstellen in der Nähe des QDs verhindert. Die Informationen der einzelnen Messungen reichten daher nicht aus, um die Kapazitäten des QDs zu bestimmen, da hierfür beide Steigungen benötigt werden.

Aus Abb. 6.18 A) erhält man

$$\frac{dV_g^+}{dV_{ds}} = \frac{C_s}{C_g} = 31 \pm 6 \quad (6.19)$$

bzw. aus B)

$$\frac{dV_g^-}{dV_{ds}} = -\frac{C_\Sigma - C_s}{C_g} = -7 \pm 3. \quad (6.20)$$

Geht man jedoch davon aus, dass eine Änderung der Ankopplung an Source nur einen vernachlässigbaren Einfluss auf C_s und C_g hat, kann man die Daten aus beiden Messungen zusammenführen. Man erhält mit Gl. 2.38

$$\alpha = 0,026 \pm 0,006. \quad (6.21)$$

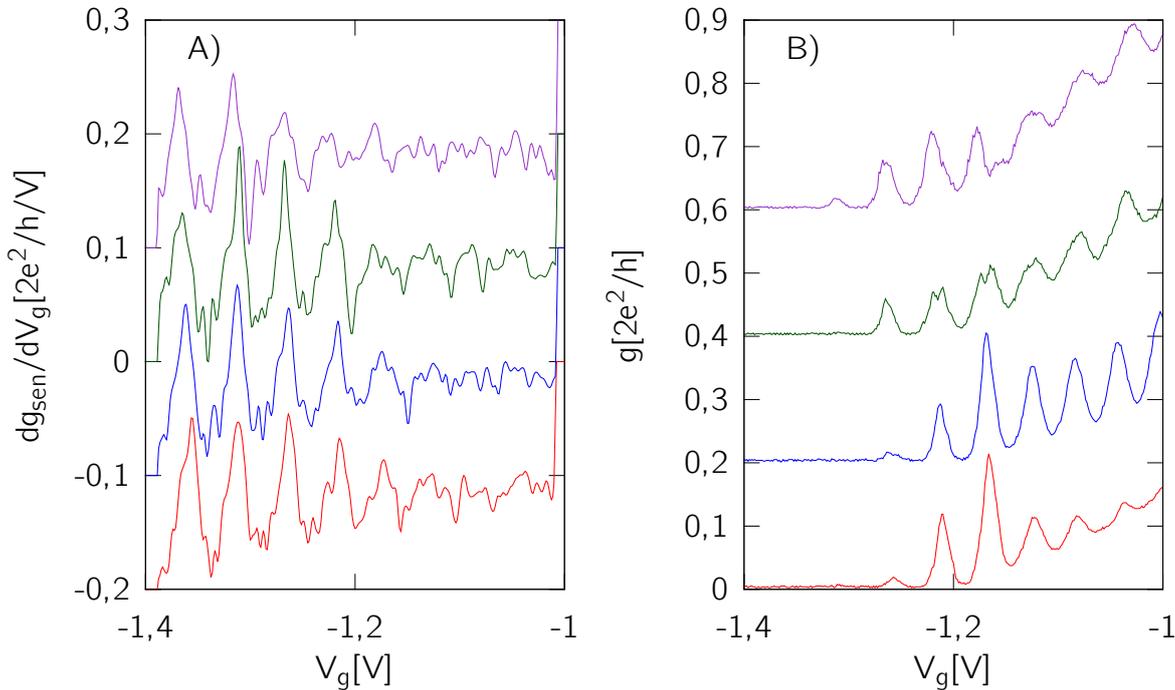


Abbildung 6.19: Nichtlineare Elektrometermessung bei Spannungen $V_{ds} = 0 - 0,3$ mV. Die Kurven wurden für eine bessere Darstellung jeweils um 0,1 bzw. 0,2 Einheiten in y-Richtung verschoben. A) Ableitung der Sensorspannung. B) Leitwert des QDs.

In diesem Fall muss zusätzlich angenommen werden, dass Umladungen von Störstellen in der Nähe des QDs keinen relevanten Einfluss auf die Kapazitäten haben (wie bereits in Kap. 6.2.2). Bei einem anderen Ausgangsmaterial wäre diese Annahme nicht unbedingt notwendig gewesen.

Die scharfen Übergänge im nichtlinearen Bereich, die in Abb. 6.17 bis Abb. 6.19 zu sehen sind, lassen sich nur mit einer abrupten Änderung der mittleren Ladung des QDs erklären. Bei negativem V_{ds} ist der QD im Mittel geladen, wenn die Tunnelrate von Drain auf den QD größer ist als die vom QD nach Source. Insbesondere in Abb. 6.18 A) sieht man, dass diese Betrachtung auch weit von den Coulomb-Blockade-Rauten entfernt gültig ist. Diese enden in Abb. 6.18 A) bei max. -1 mV* während die Ladungsquantisierung noch bis -3 mV sichtbar ist.

Verswinden der Stufen

Sowohl bei $V_{ds} \rightarrow 0$ als auch bei endlichem V_{ds} verschwinden die Stufen in der Sensorspannung, obwohl weiterhin Leitwertoszillationen gemessen werden können. Dies ist insbesondere in Abb. 6.19 dargestellt, zeigt sich aber auch schon in Abb. 6.5. In Abb.

* Da die minimale Steigung $\frac{dV_g^-}{dV_{ds}} = 0$ ist.

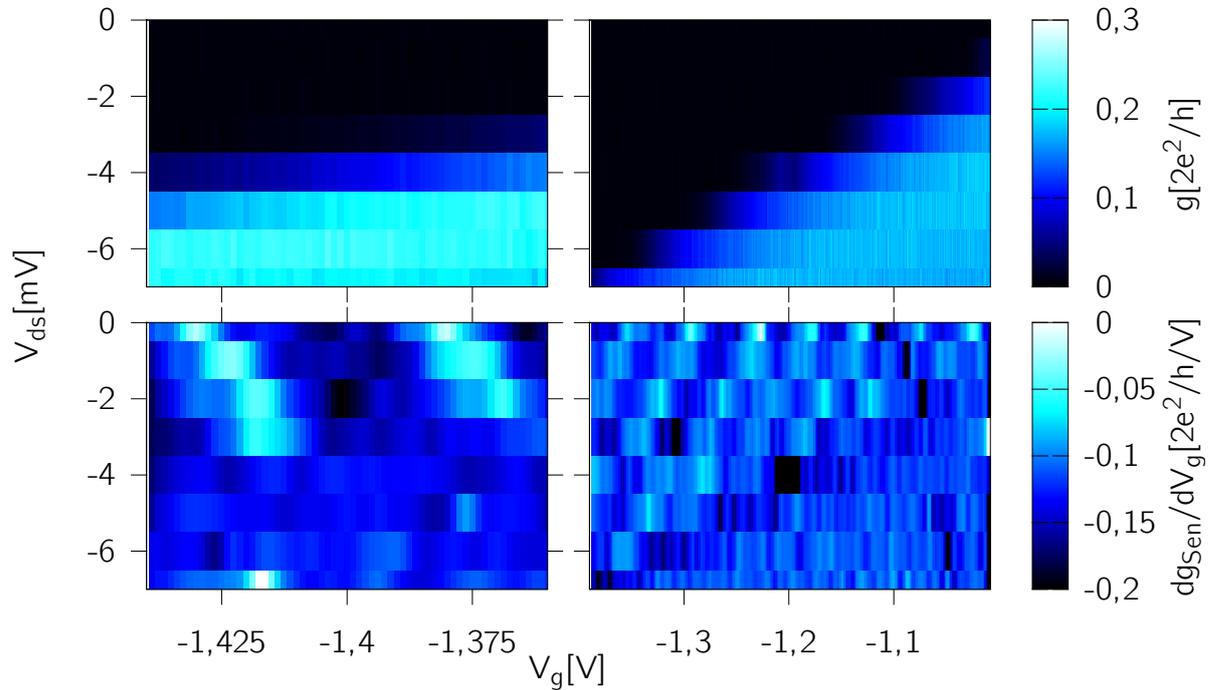


Abbildung 6.20: Nichtlineare Elektrometermessung für große V_{ds} . Oben ist jeweils der Leitwert des QDs dargestellt, unten die Ableitung der Sensorspannung. Links für $R_d > R_s$, rechts umgekehrt. Das Ende der Linien fällt mit einem steilen Anstieg des Stroms über den QD zusammen.

6.17, Abb. 6.18 und Abb. 6.20 verkürzen sich die Linien in der Ableitung der Sensorspannung mit steigender Gatespannung. In erster Näherung ergibt sich ein linearer Zusammenhang zwischen Linienlänge in V_{ds} -Richtung und V_g . Das Linienende fällt immer mit einem steilen Anstieg des differentiellen Leitwerts zusammen.

Diese Messergebnisse lassen sich nur mit einer Aufhebung der Ladungsquantisierung bzw. einer kontinuierlichen Ladungsänderung erklären. Ein Mechanismus, der hierbei infrage kommt ist Cotunneling. Bei positiveren Spannungen am Gate des QDs werden gleichzeitig auch die Tunnelkontakte weiter geöffnet, d.h. die Tunnelbarrieren werden reduziert. Prozesse, an denen mehrere Elektronen beteiligt sind, werden dadurch wahrscheinlicher. Die gleiche Wirkung hat auch eine endliche Spannung an Drain, was das Verschwinden der Quantisierung der mittleren Ladung im nichtlinearen Bereich erklärt.

Der bei steigender Gatespannung in allen Messungen nicht verschwindende Leitwert im Coulomb-Blockade-Bereich deutet bereits darauf hin, dass Cotunneling einen relevanten Beitrag zum Strom über den QD liefert.

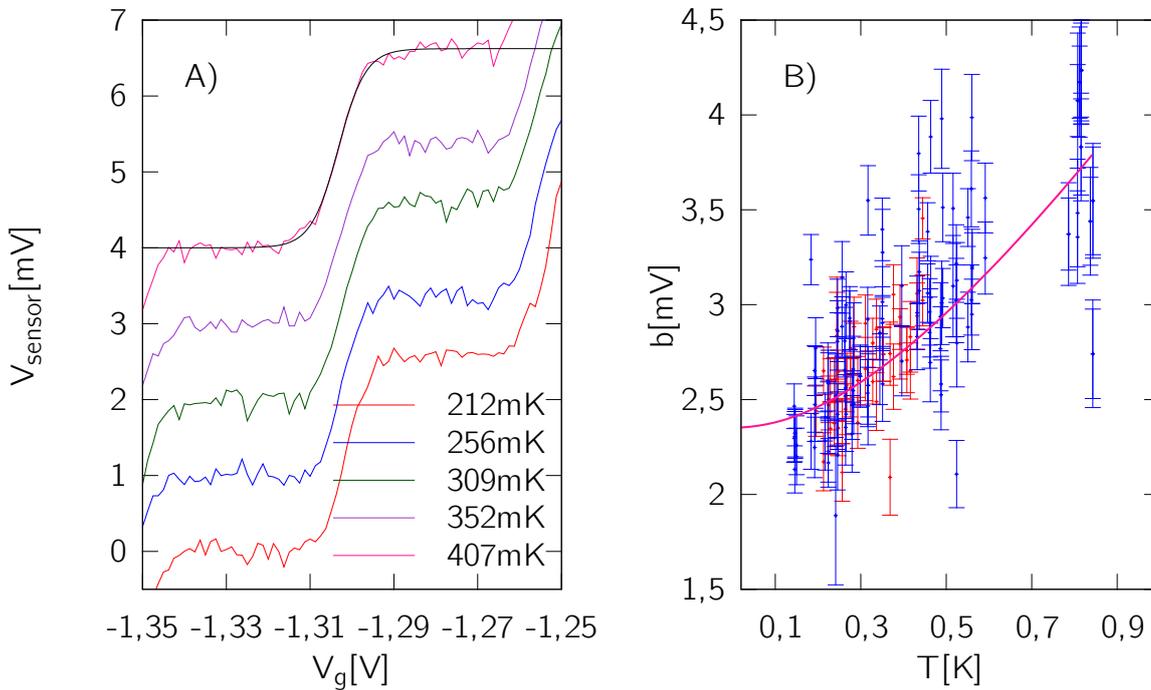


Abbildung 6.21: Temperaturabhängigkeit der Stufen. A) Sensorspannung an B_1 , wie in Abb. 6.5, für verschiedene Temperaturen. Die schwarze Kurve ist der Fit einer Fermiverteilung an die Daten. Für eine bessere Darstellung wurde ein Offset von 1 mV pro Kurve aufaddiert. B) Breite der Fermiverteilung bestimmt aus A) für verschiedene Messreihen. Die durchgezogene Linie entspricht den erwarteten Werten für einen statistisch verbreiterten Übergang mit $\alpha = 0,025$ und $\sigma = 4$ mV.

6.5.2. Thermometer

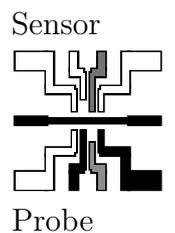
Die Stufen in Abb. 6.5 spiegeln Stufen in der mittleren Ladung des QDs wieder. Als Linienform erwartet man daher eine invertierte Fermiverteilung

$$F(V, T) = a \frac{\exp\left(\frac{e\alpha(V-V_0)}{k_B T}\right)}{\exp\left(\frac{e\alpha(V-V_0)}{k_B T}\right) + 1} \quad (6.22)$$

mit der Stufenhöhe a .

Wie auch schon in Kap. 5.5 hängt diese Linienform nur von α und der Temperatur ab. Das System kann somit als primäres Thermometer verwendet werden. Dies ist insbesondere deshalb interessant, weil zur Bestimmung der Temperatur kein Strom durch den QD fließen muss. Eine lokale Erwärmung des Elektronengases findet somit nur räumlich getrennt vom QD im Bereich des QPCs statt.

In Abb. 6.21 A) wird ein Übergang ($n \rightarrow n + 1$) des QDs bei unterschiedlichen Tem-



peraturen sowie exemplarisch ein Fit mit einer Fermikurve

$$F(V, T) = a \frac{\exp\left(\frac{(V-V_0)}{b(T)}\right)}{\exp\left(\frac{(V-V_0)}{b(T)}\right) + 1} \quad (6.23)$$

mit dem Parameter $b(T)$ dargestellt.

Während der Messung wurde die Temperatur der Probe über eine Heizleistung zwischen $0 \mu\text{W}$ und $10 \mu\text{W}$ an der Mischkammer von der Basistemperatur auf max. $0,9 \text{ K}$ erhitzt. Die Temperatur wurde dabei mit einem Ruthenium-Oxid-Thermometer am Probenhalter gemessen. Höhere Temperaturen konnten nicht vermessen werden, da der ^3He -Kreislauf oberhalb von ca. 1 K instabil wird.

Der Parameter $b(T)$ ist in Abb. 6.21 B) für verschiedene Temperaturen dargestellt. Im dargestellten Temperaturbereich fällt die Abhängigkeit der Breite des Übergangs von einer Stufe zur nächsten geringer aus als zu erwarten wäre. Insbesondere geht sie bei niedrigen Temperaturen nicht auf Null zurück. Als Ursachen kommen eine Entkopplung der Elektronentemperatur von der Badtemperatur oder eine zusätzliche temperaturunabhängige Linienverbreiterung z.B. durch die endliche Lebensdauer oder Rauschen infrage.

Eine Entkopplung der Proben temperatur von dem Probenhalter ist in dem gewählten Temperaturbereich unwahrscheinlich und würde als einzige Erklärung nicht ausreichen. Um die Daten zu beschreiben wurde angenommen, dass bei niedrigen Temperaturen die thermische Verbreiterung nicht der dominierende Beitrag zur Linienverbreiterung ist.

Ein erster Ansatz zur Erklärung der endlichen Linienbreite bei niedrigen Temperaturen wäre die natürliche Linienbreite aufgrund der Energie-Zeit-Unschärferelation $\Delta E \Delta t \geq \hbar$. Die sich hieraus ergebende Energieunschärfe ist jedoch mehr als vier Größenordnungen kleiner als die hier gemessene, wie folgende Abschätzung zeigt.

Die Abschätzung der Lebensdauer der Elektronen auf dem QD im Leitwertpeak ergibt

$$\Delta t \approx \frac{e}{2I_{\max}} \quad (6.24)$$

mit $I_{\max} < 10 \mu\text{V} \cdot 0,01 \text{ G}_0$, dem maximalen Strom im Leitwertpeak. Dabei wird angenommen, dass die mittlere Besetzung des QDs gerade 50% ist, der QD also gleich gut an Drain und Source gekoppelt ist. Mit

$$\Delta E = \alpha e \Delta V \quad (6.25)$$

erhält man

$$\Delta V \geq \frac{\hbar I_{\max}}{\alpha e^2} \approx 0,1 \mu\text{V}. \quad (6.26)$$

Foxman *et al.* kommen bei ihren Messungen auf einen Wert von $5 \mu\text{eV}$ [30]. In unseren Messungen erhalten wir dagegen Halbwertsbreiten von der Größenordnung $100 \mu\text{eV}$.

Um die Messdaten zu beschreiben, wurde daher zusätzlich eine statistische Verbreiterung, z.B. aufgrund von Schwankungen der Gatespannung oder hochfrequenten Umladungen von Störstellen in der Nähe des QDs, angenommen.

Diese Linienverbreiterung wird mit einer Gaußglocke mit Varianz σ^2 parametrisiert. Als Übergang erhält man die Faltung der Gaußglocke mit der Fermiverteilung (vgl. Gl. 5.6). Verschiedene Übergänge für unterschiedliche Temperaturen und α wurden numerisch berechnet und zum Vergleich mit den Messdaten auf dieselbe Weise gefittet wie diese. Für $\alpha = 0,025$ und $\sigma = 4\text{ mV}$ erhält man die durchgezogene Linie in Abb. 6.21 B). Das hier bestimmte α stimmt gut mit dem Ergebnis aus Gl. 6.21 überein.

Das hier beschriebene Messverfahren entspricht dem von Gasparinetti *et al.* vorgeschlagenen und von Mavalankar *et al.* in Si vermessenen Verfahren [76, 77], mit dem Unterschied, dass hier ein aktiver QPC als Sensor verwendet wurde und damit die Notwendigkeit entfiel, die QPC-Kennlinie zu parametrisieren.

6.6. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden QPCs und QDs als Sensoren für die Ladung von Nanostrukturen vorgestellt. Das bekannte Verfahren wurde durch ein aktives Feedback erweitert, wodurch es möglich wird, den Sensor immer im optimalen Arbeitspunkt zu halten. Der ansonsten stark eingeschränkte Dynamikbereich wird auf diese Weise deutlich erweitert.

Für die Rückkopplung wurde zunächst der Leitwert des Sensors gemessen und anschließend dessen Gatespannung nachgeregelt bis der Leitwert wieder dem Referenzwert entsprach.

Die unerwünschte Rückwirkung des aktiven Sensors auf die Probe wurde untersucht. Für die meisten Messungen kann die Rückwirkung auf die Probe vernachlässigt werden. Ist dies nicht der Fall, lässt sie sich mit einer linearen Korrektur vollständig berücksichtigen. Die Bereiche, in denen eine quadratische Korrektur notwendig wäre, spielen in der Praxis keine Rolle, da sie außerhalb des Dynamikbereichs des Sensors liegen.

7. Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Verwendung von Quantenpunktkontakten (QPCs) und Quantenpunkten (QDs) in GaAs-AlGaAs-Heterostrukturen als Ladungssensoren für benachbarte elektronische Nanostrukturen.

Der Inhalt der Arbeit verteilt sich auf zwei Schwerpunkte: Zum einen die Herstellung der Nanostrukturen, zum anderen die Verwendung selbiger als Ladungssensoren.

Ausgehend von einer GaAs-AlGaAs-Heterostruktur mit einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) in einer Tiefe von 80 nm, wurde zunächst eine Mesa in die Probenoberfläche geätzt und das 2DEG mittels ohmschen AuGe-Kontakten kontaktiert. Dies und das Aufbringen von Bondpads und Gatezuleitungen erfolgte mittels optischer Lithographie.

Gesondert betrachtet wurden hierbei die ohmschen Kontakte. In früheren Arbeiten wurde festgestellt, dass der Widerstand zwischen Zuleitungen und 2DEG nicht von der Größe der Kontaktfläche, sondern nur von der Länge der Grenzlinie zwischen 2DEG und Kontakt abhängt. Eine Strukturierung kann daher zu einem kleineren Kontaktwiderstand führen. Dieser Ansatz wurde in dieser Arbeit weiter verfolgt. Eine mögliche Verbesserung des Kontaktwiderstands um ca. 50% wurde anhand eines numerischen Modells berechnet und das Ergebnis mit einer Probe bestätigt.

Um die endgültige Nanostruktur zu erzeugen, wurden unter Verwendung der Elektronenstrahlolithographie metallische Topgate-Strukturen auf die Mesa geschrieben. Die eigentlichen Nanostrukturen entstanden dann durch elektrostatisches Verarmen des unter den Gates liegenden 2DEGs.

Ein bekanntes Problem bei diesem Prozessschritt ist die Korrektur des Proximity-Effekts. Durch Streuung an den Atomen im Lack und insbesondere im Substrat wird ein wesentlich größerer Bereich der Probe belichtet, als man aus dem Durchmesser des Primärstrahls erwarten würde. Zur Korrektur dieses Effekts ist eine detaillierte Kenntnis der Punktspreizfunktion (PSF) erforderlich. Diese beschreibt, welche Dosis im Abstand r zum Strahlmittelpunkt tatsächlich im Lack deponiert wird. Ist die PSF bekannt, lässt sich zusammen mit der Kontrastfunktion für die Entwicklung die Lackdicke nach dem Belichten und Entwickeln am Computer berechnen. Eventuell notwendige Korrekturen in Geometrie oder Dosis lassen sich somit leicht umsetzen.

In dieser Arbeit wurde ein neuer Ansatz zur Bestimmung der PSF vorgeschlagen. Der Vorteil bei diesem Ansatz ist, dass aus jeweils zwei Kreuzen die PSF für einen kontinuierlichen Wertebereich von r berechnet werden kann. Dabei wird ausgenutzt, dass die Gesamtdosis sich bei einem Kreuz als Summe über beide Linien schreiben lässt. In großem Abstand vom Kreuzungspunkt erhält man die ursprüngliche Linienbreite für

eine einzelne Linie, in der Nähe des Kreuzungspunktes nimmt die Linienbreite erheblich zu.

Vermisst man die Linienbreite von zwei mit unterschiedlicher Dosis geschriebenen Kreuzen, stellt man fest, dass die PSF dadurch bereits eindeutig festgelegt wird. Dies gilt für alle Werte von r , die größer sind als die Linienbreite der einzelnen Linien. Ein numerisches Verfahren ermöglicht es, aus dem Verlauf der Linienbreite in der Nähe des Kreuzungspunktes die PSF zu berechnen, ohne dass dafür Fitparameter benötigt werden. Insbesondere ist bei diesem Verfahren kein analytischer Ansatz, z.B. eine Doppelgauß-Glocke notwendig.

Das Verfahren wurde für die für uns relevante Material-Lack-Kombination aus PMMA auf GaAs umgesetzt und die Ergebnisse veröffentlicht [64]. Die erhaltene PSF diente als Grundlage für die Proximity-Korrektur der weiteren Proben. Die Notwendigkeit Fehler im Schreibverhalten des Patterngenerators auszugleichen, hat leider eine vollständige Korrektur auf Basis der PSF verhindert.

Der zweite Teil der Arbeit beschäftigte sich mit der Verwendung der Nanostrukturen als aktive Sensoren zur Ladungsbestimmung. Ein bekanntes Verfahren zur Ladungsbestimmung ist die Messung des Leitwerts eines Quantenpunktkontakts (QPC) oder Quantenpunkts (QD) in der Nähe der zu untersuchenden Probe. Dabei nutzt man aus, dass die Kennlinien von QPCs und QDs, zumindest in einigen Bereichen, empfindlich von dem lokalen Potential abhängen. Die Probe ist elektrostatisch mit dem Sensor verbunden. Eine Änderung der Ladung auf der Probe führt zu einer Änderung des lokalen Potentials des Sensors und somit zu einer messbaren Änderung des Leitwerts. Zusätzlich ist der Sensor aber auch an die Gatestruktur der Probe gekoppelt. Eine Änderung des Potentials an einem Gate der Probe führt ebenfalls zu einer Änderung des Leitwerts des Sensors. Diese beiden Beiträge lassen sich jedoch leicht voneinander unterscheiden.

Grundsätzlich ist der Dynamikbereich des Sensors beschränkt. Im Falle eines QPCs darf sich der Leitwert um maximal $2 \frac{e^2}{h}$ ändern, da der QPC sich sonst auf einem Leitwertplateau befindet und keine Änderung des Leitwerts mehr gemessen werden kann. Zusätzlich nimmt die Steigung der QPC-Kennlinie in der Nähe der Leitwertplateaus ab, was mit einer Abnahme der Messauflösung verbunden ist. Bei QDs gilt Entsprechendes, der Dynamikbereich ist hier durch die Peakhöhe beschränkt, die stets unterhalb von $\frac{e^2}{h}$ liegt.

Um die Beschränkung des Dynamikbereichs zu vermeiden, wurden in dieser Arbeit aktive Sensoren verwendet. Das Messsignal ist dabei nicht mehr der Leitwert des Sensors, sondern die notwendige Spannung am Gate des Sensors, um dessen Leitwert konstant zu halten. Da der Sensor auf diese Weise immer im optimalen Arbeitspunkt gehalten werden kann, wird der Dynamikbereich erheblich erweitert.

Durch die Änderung des Potentials am Gate des Sensors ist eine unerwünschte Rückkopplung auf die Probe zu befürchten. Ein wesentlicher Teil der Arbeit war die Quantifizierung dieser Rückkopplung. Es konnte festgestellt werden, dass auch bei aktiven Sensoren die Rückkopplung auf die Probe gering ist. Insbesondere lässt sie sich mit ein-

fachen Funktionen parametrisieren. Somit ist es möglich, die Messdaten um den Beitrag der Rückkopplung des Sensors zu korrigieren.

Zuletzt wurden zwei Anwendungen von aktiven Sensoren untersucht: Im nichtlinearen Bereich konnten die Kapazitäten eines QDs bestimmt werden, ohne dass ein messbarer Strom über den QD geflossen ist. Die zweite Anwendung ist die Messung der Elektronentemperatur aus der Ladungsänderung eines QDs in Abhängigkeit von der Gatespannung. Auch hierbei war kein Strom über den QD notwendig, der eventuell zu einer zusätzlichen Erwärmung des Systems geführt hätte. Im Vergleich zu früheren Messungen zeigte sich hier der Vorteil einer aktiven Messung darin, dass die QPC-Kennlinie nicht parametrisiert werden musste. Die Spannungsänderung ließ sich direkt in eine Ladungsänderung umrechnen.

Die Erweiterung des Dynamikbereichs durch einen aktiven Sensor ermöglichte es, den Ladezustand des QDs bis hin zu null Elektronen zu verfolgen. Umgekehrt ließ sich die Anzahl der Elektronen auf dem QD für jede Konfiguration bestimmen. Dies eröffnet die Möglichkeit der Spektroskopie der Wenig-Elektronen-Zustände eines QDs.

Bei der Untersuchung von QPCs als Ladungssensoren konnten keine Ladungsfluktuationen im Bereich des Kanals gemessen werden. Dies würde bei einigen Modellen zur Erklärung der 0,7 Anomalie in der Kennlinie von QPCs benötigt. In diesem Zusammenhang wäre es interessant, die Kennlinie eines QPCs mit variabler Kanallänge, wie von Iqbal *et al.* untersucht [20], mit einem aktiven Sensor zu vermessen. Wie schon bei der Anwendung als Thermometer wäre eine Parametrisierung des Sensors nicht notwendig und Schwankungen in der Sensorspannung könnten direkt mit einer lokalisierten Ladung im Bereich des QPCs in Verbindung gebracht werden.

A. Prozessparameter

1. Mesa

Haftvermittler	HMDS
Lack	MaN 405
Entwickler	maD 333
Ätzlösung	H ₂ O:H ₂ SO ₄ :H ₂ O ₂ (100:3:1)

1. Dehydrieren 5 min bei 160 °C
2. Haftvermittler 30 s einwirken lassen und anschleudern
3. Lack aufschleudern 6000 : 5 : 40 (Geschwindigkeit : Rampe : Zeit)
4. Bake 1 min bei 85 °C
5. Belichten 8 s
6. Post Exposure Bake 1 min bei 80 °C
7. Entwickeln 38 s, Stop Wasser
8. Veraschen 25 s bei 0,5 mbar O₂, 100 W
9. Hardbake 3 min bei 105 °C
10. 10 s HCl-Dip
11. 20-30 s ätzen, mit Wasser abspülen

2. Ohmsche Kontakte

Lack	maP 215
Entwickler	maD 371

1. Dehydrieren: IPA anschleudern
2. Lack aufschleudern 6000 : 5 : 40
3. Bake 3 min bei 90 °C
4. Lackkanten mit Aceton entfernen
5. Belichten 25 s
6. Entwickeln 45 s, Stop Wasser
7. Veraschen 25 s bei 0,5 mbar O₂, 100 W
8. 10 s HCl-Dip
9. [Aufdampfen]

- a) AuGe 1,6 g
 - b) Ni 44 nm
 - c) Au 20 nm
10. Lift-Off
 11. [Einlegieren]

3. Zuleitungen/Bondpads

1. Schritte 1-6 wie bei ohmsche Kontakte
2. Veraschen 40 s bei 0,5 mbar O₂, 100 W
3. 10 s HCl-Dip
4. [Aufdampfen]
 - a) Cr 10 nm
 - b) Au 100 nm
5. Lift-Off in Aceton

4. Nanostruktur

Lack	PMMA 2041 2% in MIBK
Entwickler	MIBK:IPA (1:2)

1. Dehydrieren: mit IPA anschleudern
2. Lack aufschleudern $\frac{2600:00:1}{6000:5:50}$
3. Zwischenbake 5 min bei 120 °C
4. Zweite Lackschicht
5. Bake 60 min bei 160 °C
6. [Belichten]
7. Entwickeln 45 s, Stop IPA
8. [Aufdampfen]
 - a) Cr 10 nm
 - b) Au 30 nm

5. Einlegieren

Verwendeter Ofen: *AZ450*

180 s	110 °C	3
120 s	370 °C	2
50 s	420 °C	2
2 s	100 °C	3

Unter 300 mbar Formiergasatmosphäre
(N₂:H₂ 80:20)

6. Aufdampfen

Verwendete Aufdampfanlage: *PLS 570*

Material	Rate [Å/s]	Parameter
AuGe	1,3	2,87 A
Ni	0,5	0,93 kW
Au	1,0	2,5 A
Cr	1,0	0,19 kW

7. Bonden

Verwendeter Bonder: *Hybond 572A*

1.Bond	2.Bond	
2,0	2,74	US High
3,0	3,0	Time
2,0	1,74	Force
120°C	Temperatur	
3,0	Tail	
0,2	Pull	

8. REM-Belichtung

Verwendetes REM: *Philips XL30*

Patterngenerator: *Xenos*

Strukturgröße	Flächendosis
5 μm	160 μC/cm ²
3 μm	240 μC/cm ²
1 μm	370 μC/cm ²
500 nm	400 μC/cm ²
200 nm	480 μC/cm ²

Literaturverzeichnis

- [1] M. HATZAKIS: Electron Resists for Microcircuit and Mask Production. In: *J. Electrochem. Soc.* 116 (1969), S. 1033–1037
- [2] A.Y. CHO; J.R. ARTHUR: Molecular beam epitaxy. In: *Prog. solid state chem.* 10 (1975), S. 157–191
- [3] H. LONDON; G.R. CLARKE; E. MENDOZA: Osmotic Pressure of ^3He in Liquid ^4He , with Proposals for a Refrigerator to Work below 1K. In: *Phys.Rev.* 128 (1962), S. 1992–2005
- [4] L.P. KOUWENHOVEN; D.G. AUSTING; S. TARUCHA: Few-electron quantum dots. In: *Rep. Prog. Phys.* 64 (2001), S. 701–736
- [5] T.J. THORNTON; M. PEPPER; H. AHMED; D. ANDREWS; G.J. DAVIES: Conduction in the 2D Electron Gas of a GaAs-AlGaAs Heterojunction. In: *Phys. Rev. Lett.* 56 (1986), S. 1198–1201
- [6] K.V. KLITZING; G. DORDA; M. PEPPER: New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance. In: *Phys. Rev. Lett.* 45 (1980), S. 494–497
- [7] D.A. WHARAM; T.J. THORNTON; R. NEWBURY; M. PEPPER; H. AHMED; J.E.F. FROST; D.C. PEACOCK; D.A. RITCHIE; G.A.C. JONES: One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance. In: *Solid State Phys.* 21 (1988), S. 209–214
- [8] B. J. VAN WEES; H. VAN HOUTEN; C.W.J. BEENAKKER; J.G. WILLIAMSON; L.P. KOUWENHOVEN; D. VAN DER MAREL; C.T. FOXON: Quantized Conductance of Point Contacts in a Two-Dimensional Electron Gas. In: *Phys. Rev. Lett.* 60 (1988), S. 848–850
- [9] U. MEIRAV; M.A. KASTNER; S. WIND: Single-Electron Charging and Periodic Conductance Resonances in GaAs Nanostructures. In: *Phys. Rev. Lett.* 65 (1990), S. 771–774
- [10] VANDERSYPEN, L.M.K.; R. HANSON; L.H. VAN WILLEMS BEVEREN; J.M. ELZERMAN; J.S. GREIDANUS; S. DE FRANCESCHI; L.P. KOUWENHOVEN: Quantum

- Computing with Electron Spins in Quantum Dots. In: *Quantum Computing and Quantum Bits in Mesoscopic Systems* (2004), S. 201–209
- [11] J.M. ELZERMAN; R. HANSON; H. WILLEMS VAN BEVEREN; B. WITKAMP; L.M.K. VANDERSYPEN; L.P. KOUWENHOVEN: Single-shot read-out of an individual electron spin in a quantum dot. In: *Nature* 430 (2004), S. 431–435
- [12] M. BÜTTIKER: Four-Terminal Phase-Coherent Conductance. In: *Phys. Rev. Lett.* 57 (1986), S. 1761–1764
- [13] A.D. STONE; A. SZAFER: What is measured when you measure a resistance?-The Landauer formula revisited. In: *IBM J. Res. Develop.* 32 (1988), S. 384–413
- [14] *Kapitel 5.7.* In: J.H. DAVIES: *The Physics of Low-Dimensional Semiconductors.* Cambridge University Press, 1998
- [15] L.I. GLAZMAN; G.B. LESOVIK; D.E. KHMEL’NITSKII; R.I. SCHEKHTER: Reflectionless quantum transport and fundamental ballistic-resistance steps in microscopic constrictions. In: *JETP Letters* 48 (1988), S. 238
- [16] L.I. GLAZMAN; A.V. KHAETSKII: Nonlinear Quantum Conductance of a Lateral Microconstraint in a Heterostructure. In: *Europhys. Lett.* 9 (1989), S. 263–267
- [17] N.K. PATEL; J.T. NICHOLLS; L. MARTIN-MORENO; M. PEPPER; J.E.F. FROST; D.A. RITCHIE; G.A.C. JONES: Evolution of half plateaus as a function of electric field in a ballistic quasi-one-dimensional constriction. In: *Phys. Rev. B* 44 (1991), S. 13549–13555
- [18] K. J. THOMAS; J.T. NICHOLLS; M.Y. SIMMONS; M. PEPPER; D.R. MACE; D.A. RITCHIE: Possible Spin Polarization in a One-Dimensional Electron Gas. In: *Phys. Rev. Lett.* 77 (1996), S. 135–138
- [19] S.M. CRONENWETT; H.J. LYNCH; D. GOLDHABER-GORDON; L.P. KOUWENHOVEN; C.M. MARCUS; K. HIROSE; N.S. WINGREEN; V. UMANSKY: Low-Temperature Fate of the 0.7 Structure in a Point Contact: A Kondo-like Correlated State in an Open System. In: *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002), S. 226805
- [20] M.J. IQBAL; R. LEVY; E.J. KOOP; J.B. DEKKER; J.P. DE JONG; J.H.M. VAN DER VELDE; D. REUTER; A. D. WIECK; R. AGUADO; Y. MEIR; C.H. VAN DER WAL: Odd and even Kondo effects from emergent localization in quantum point contacts. In: *Nature* 501 (2013), S. 79–83
- [21] T.A. FULTON; G.J. DOLAN: Observation of Single-Electron Charging Effects in Small Tunnel Junctions. In: *Phys. Rev. Lett.* 59 (1987), S. 109–112

-
- [22] C. SCHÖNENBERGER; H. VAN HOUTEN; H.C. DONKERSLOOT: Single-Electron Tunnelling Observed at Room Temperature by Scanning-Tunnelling Microscopy. In: *Europhys. Lett.* 20 (1992), S. 249–254
- [23] M.A. REED; J.N. RANDALL; R.J. AGGARWAL; R.J. MATYI; T.M. MOORE; A.E. WETSEL: Observation of Discrete Electronic States in a Zero-Dimensional Semiconductor Nanostructure. In: *Phys. Rev. Lett.* 60 (1988), S. 535–537
- [24] D.V. AVERIN; K.K. LIKHAREV: Coulomb Blockade of Single-Electron Tunneling, and Coherent Oscillations in Small Tunnel Junctions. In: *J. Low Temp. Phys.* 62 (1985), S. 345–372
- [25] *Kapitel 7.4-7.6.* In: M. TINKHAM: *Introduction to superconductivity.* McGraw-Hill, Inc., 1996
- [26] C. PASQUIER; U. MEIRAV; F.I.B. WILLIAMS; D.C. GLATTLI; Y. JIN; B. ETIENNE: Quantum Limitation on Coulomb Blockade Observed in a 2D Electron System. In: *Phys. Rev. Lett.* 70 (1993), S. 69–72
- [27] C.W.J. BEENAKKER: Theory of Coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot. In: *Phys. Rev. B* 44 (1991), S. 1664–1656
- [28] Y. MEIR; N.S. WINGREEN; P.A. LEE: Transport through a Strongly Interacting Electron System: Theory of Periodic Conductance Oscillations. In: *Phys. Rev. Lett.* 66 (1991), S. 3048–3051
- [29] E.B. FOXMAN; U. MEIRAV; P.L. MCEUEN; M.A. KASTNER; O. KLEIN; P. A. BELK; D.M. ABUSCH; S.J. WIND: Crossover from single-level to multilevel transport in artificial atoms. In: *Phys. Rev. B* 50 (1994), S. 14193–14199
- [30] E.B. FOXMAN; P.L. MCEUEN; U. MEIRAV; N.S. WINGREEN; Y. MEIR; P.A. BELK; N.R. BELK; M.A. KASTNER; S.J. WIND: Effects of quantum levels on transport through a Coulomb island. In: *Phys. Rev. B* 47 (1993), S. 10020–10023
- [31] L.P. KOUWENHOVEN; N.C. VAN DER VAART; A.T. JOHNSON; W. KOOL; C.J.P.M. HARMANS; J.G. WILLIAMSON; A.A.M. STARING; C.T. FOXON: Single electron charging effects in semiconductor quantum dots. In: *Z. Phys. B* 85 (1991), S. 367–373
- [32] M. PI; A. EMPERADOR; M. BARRANCO; F. GARCIAS; K. MURAKI; S. TARUCHA; D.G. AUSTING: Dissociation of Vertical Semiconductor Diatomic Artificial Molecules. In: *Phys. Rev. Lett.* 86 (2001), S. 066801
- [33] M. FLEISCHER; F. PANTELEIT; D.J. SCHEFZYK; D.A. RITCHIE; M. PEPPER; D.A. WHARAM: A tunable three-lead double quantum dot with a resorcinarene spacer. In: *Semicond. Sci. Technol.* 24 (2009), S. 025010

- [34] M. KEMERINKA; L.W. MOLENKAMP: Stochastic Coulomb blockade in a double quantum dot. In: *Appl. Phys. Lett.* 65 (1994), S. 1012–1014
- [35] F. HOFMANN; T. HEINZEL; D.A. WHARAM; J.P. KOTTHAUS; G. BOHM; W. KLEIN; G. TRANKLE; G. WEIMANN: Single electron switching in a parallel quantum dot. In: *Phys. Rev. B* 51 (1995), S. 13872–13875
- [36] F.R. WAUGH; M.J. BERRY; D.J. MAR; R.M. WESTERVELT; K.L. CAMPMAN; A.C. GOSSARD: Single-Electron Charging in Double and Triple Quantum Dots with Tunable Coupling. In: *Phys. Rev. Lett.* 75 (1995), S. 705–708
- [37] P.L. MCEUEN; E.B. FOXMAN; U. MEIRAV; M.A. KASTNER; Y. MEIR; N.S. WINGREEN: Transport Spectroscopy of a Coulomb Island in the Quantum Hall Regime. In: *Phys. Rev. Lett.* 66 (1991), S. 1926–1929
- [38] J. WEIS; R.J. HAUG; K.V. KLITZING; K. PLOOG: Transport spectroscopy of a confined electron system under a gate tip. In: *Phys. Rev. B* 46 (1992), S. 12837–12840
- [39] A.T. JOHNSON; L.P. KOUWENHOVEN; W. DE JONG; N.C. VAN DER VAART; C.J.P.M. HARMANS; C.T. FOXON: Zero-Dimensional States and Single Electron Charging in Quantum Dots. In: *Phys. Rev. Lett.* 69 (1992), S. 1592–1595
- [40] D. PFANNKUCHE; S.E. ULLOA: Selection Rules for Transport Excitation Spectroscopy of Few-Electron Quantum Dots. In: *Phys. Rev. Lett.* 47 (1995), S. 1194–1197
- [41] D. PFANNKUCHE; S.E. ULLOA: Selection Rules for Spectroscopy of Quantum Dots. In: *Adv. in Solid State Physics* 35 (1996), S. 65–80
- [42] J. WEIS; R.J. HAUG; K.V. KLITZING; K. PLOOG: Competing Channels in Single-Electron Tunneling through a Quantum Dot. In: *Phys. Rev. Lett.* 71 (1993), S. 4019–4022
- [43] S. ADACHI: GaAs, AlAs, and $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$: Material parameters for use in research and device applications. In: *J. Appl. Phys.* 58 (1985), S. R1
- [44] N. BRASLAU; J.B. GUNN; J.L. STAPLES: Metal-semiconductor contacts for GaAs bulk effect devices. In: *Solid-State Electronics* 10 (1966), S. 381–383
- [45] S. RAISER: *Untersuchung der elektrischen Eigenschaften von AuGe-Kontakten in GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen*, Eberhard Karls Universität Tübingen, Diplomarbeit, 2005
- [46] M. FLEISCHER: *Transporteigenschaften von Quantenpunktkontakten und Quantenpunkten: Untersuchung von Leitwertanomalien und Nanostrukturierung mit Resorcinarene-Lack*, Eberhard Karls Universität Tübingen, Diss., 2006

-
- [47] O. GÖKTAŞ; J. WEBER; J. WEIS; K.v. KLITZING: Alloyed ohmic contacts to two-dimensional electron system in AlGaAs/GaAs heterostructures down to submicron length scale. In: *Physica E* 40 (2008), S. 1579–1581
- [48] M. KAMADA; T. SUZUKI; F. NAKAMURA; Y. MORI; M. ARAI: Investigation of orientation effect on contact resistance in selectively doped AlGaAs/GaAs heterostructures. In: *Appl.Phys.Lett.* 49 (1986), S. 1263
- [49] L. SCHUBNIKOW; W.J. DE HAAS: A New Phenomenon in the Change of Resistance in a Magnetic Field of Single Crystals of Bismuth. In: *Nature* 126 (1930), S. 497–556
- [50] T.J. QUINN: News from the BIPM. In: *Metrologia* 26 (1989), S. 69–74
- [51] *Kapitel 2.3.* In: RAI-CHOUDHURY, Prosenjit: *Handbook of microlithography, micromachining, and microfabrication: microlithography.* Bd. 1. Iet, 1997
- [52] J. ZHOU; X. YANG: Monte Carlo simulation of process parameters in electron beam lithography for thick resist patterning. In: *J. Vac. Sci. Technol. B* 24 (2006), S. 1202–1209
- [53] H. SCHMORANZER: Electron beam interaction with substrate in electron beam lithography: A scaling experiment to test transport theory. In: *J. Vac. Sci. Technol. B* 6 (1988), S. 2053–2056
- [54] T.H.P. CHANG: Proximity effect in electron-beam lithography. In: *J. Vac. Sci. Technol.* 12 (1975), S. 1271
- [55] R. RAU; J.H. MCCLELLAN; T.J. DRABIK: Proximity effect correction for nanolithography. In: *J. Vac. Sci. Technol. B* 14 (1996), S. 2445–2455
- [56] M. OSAWA; K. TAKAHASHI; M. SATO; H. ARIMOTO; K. OGINO; H. HOSHINO; Y. MACHIDA: Proximity effect correction using pattern shape modification and area density map for electron-beam projection lithography. In: *J. Vac. Sci. Technol. B* 19 (2001), S. 2483–2487
- [57] SOO-YOUNG LEE: A flexible and efficient approach to E-beam proximity effect correction – PYRAMID. In: *Surf. Interface Anal.* 37 (2005), S. 919–926
- [58] *Kapitel 2.7.* In: RAI-CHOUDHURY, Prosenjit: *Handbook of microlithography, micromachining, and microfabrication: microlithography.* Bd. 1. Iet, 1997
- [59] S.A. RISHTON; D.P. KERN: Point exposure distribution measurements for proximity correction in electron beam lithography on a sub 100 nm scale. In: *J. Vac. Sci. Technol. B* 5 (1987), S. 135–141

- [60] C.H. SHAW: Proximity parameters determination for electron beam lithography using a novel technique. In: *J. Vac. Sci. Technol.* 19 (1981), S. 1286
- [61] P. HUDEK; D. BEYER: Exposure optimization in high-resolution e-beam lithography. In: *Microelectronic Engineering* 83 (2006), S. 780–783
- [62] L. STEVENS; R. JONCKHEERE; E. FROYEN; S. DECOUTERE; D. LANNEER: Determination of the proximity parameters in electron beam lithography using doughnut-structures. In: *Microelectronic Engineering* 5 (1986), S. 141–150
- [63] M. GENTILI; L. GRELLA; A. LUCCHESINI; L. LUCIANI; L. MASTROGIACOMO; P. MUSUMECI: Energy density function determination in very-high-resolution electron-beam lithography. In: *J. Vac. Sci. Technol. B* 8 (1990), S. 1867–1871
- [64] D. SCHEFZYK; D.E.F. BIESINGER; D.A. WHARAM: Extraction of the Point-spread Function in Electron-beam Lithography Using a Cross Geometry. In: *Microelectron. Eng.* 87 (2010), S. 1091–1094
- [65] N.H. BALSHAW: *Practical Cryogenics; An introduction to laboratory cryogenics.* Oxford Instruments, 1997
- [66] OXFORD INSTRUMENTS: *Kelvinox Dilution Refrigerator and Superconducting Magnet system,* 1998
- [67] K. TANTISANTISOM: *Electron Transport in Quantum Dot Devices: Kondo Physics and Coupled Quantum dots,* Eberhard Karls Universität Tübingen, Diss., 2010
- [68] M. FIELD; C.G. SMITH; M. PEPPER; D.A. RITCHIE; J.E.F. FROST; G.A.C. JONES; D.G. HASKO: Measurements of Coulomb Blockade with a Noninvasive Voltage Probe. In: *Phys. Rev. Lett.* 70 (1993), S. 1311–1314
- [69] M. CIORGA; A.S. SACHRAJDA; P. HAWRYLAK; C. GOULD; P. ZAWADZKI; S. JULLIAN; Y. FENG; Z. WASILEWSKI: Addition spectrum of a lateral dot from Coulomb and spin-blockade spectroscopy. In: *Phys. Rev. B* 61 (2000), S. 16315
- [70] J.M. ELZERMAN; R. HANSON; J.S. GREIDANUS; L.H. WILLEMS VAN BEVEREN; S. DE FRANCESCHI; L.M.K. VANDERSYPEN; S. TARUCHA; L.P. KOUWENHOVEN: Few-electron quantum dot circuit with integrated charge read out. In: *Phys. Rev. B* 67 (2003), S. 161308
- [71] C.B. SIMMONS; M. THALAKULAM; N. SHAJI; L.J. KLEIN; H. QIN; R.H. BLICK; D.E. SAVAGE; M.G. LAGALLY; S.N. COPPERSMITH; M.A. ERIKSSON: Single-electron quantum dot in Si/ SiGe with integrated charge sensing. In: *Appl. Phys. Lett.* 91 (2007), S. 213103

- [72] W. LU; Z. JI; L. PFEIFFER; K.W. WEST; A.J. RIMBERG: Real-time detection of electron tunnelling in a quantum dot. In: *Nature* 423 (2003), S. 422–425
- [73] C. BARTHEL; M. KJÆRGAARD; J. MEDFORD; M. STOPA; C.M. MARCUS; M.P. HANSON; A.C. GOSSARD: Fast sensing of double-dot charge arrangement and spin state with a radio-frequency sensor quantum dot. In: *Phys. Rev. B* 81 (2010), S. 161308
- [74] M. HASHISAKA; Y. YAMAUCHI; S. NAKAMURA; S. KASAI; K. KOBAYASHI; T. ONO: Measurement for quantum shot noise in a quantum point contact at low temperatures. In: *J. Phys.: Conf. Ser.* 109 (2008), S. 012013
- [75] C.H. YANG; W.H. LIM; F.A. ZWANENBURG; A.S. DZURAK: Dynamically controlled charge sensing of a few-electron silicon quantum dot. In: *AIP Advances* 1 (2011), S. 042111
- [76] S. GASPARINETTI; M.J. MARTÍNEZ-PÉREZ; S. DE FRANCESCHI; J.P. PEKOLA; F. GIAZOTTO: Nongalvanic thermometry for ultracold two-dimensional electron domains. In: *Appl. Phys. Lett.* 100 (2012), S. 253502
- [77] A. MAVALANKAR; S.J. CHORLEY; J. GRIFFITHS; G.A.C. JONES; I. FARRER; D.A. RITCHIE; C.G. SMITH: A non-invasive electron thermometer based on charge sensing of a quantum dot. In: *Appl. Phys. Lett.* 103 (2013), S. 133116

