

Lokale elektrische Transporteigenschaften
in supraleitenden Bauelementen
und Systemen korrelierter Elektronen

Dissertation

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von
Sebastian Scharinger
aus Sigmaringen

Tübingen
2013

Tag der mündlichen Qualifikation: 16.07.2013
Dekan: Prof. Dr. Wolfgang Rosenstiel
1. Berichterstatter: Prof. Dr. Dieter Kölle
2. Berichterstatter: Prof. Dr. Reinhold Kleiner

Kurzfassung

Ziel dieser Arbeit war es, durch Untersuchungen lokaler elektrischer Transporteigenschaften in supraleitenden Bauelementen und Systemen korrelierter Elektronen neue Einblicke in deren physikalisches Verhalten zu gewinnen. Dies gelang zum einen mit einer integralen Messmethode, bei der durch Variation eines unter verschiedenen Winkeln angelegten Magnetfelds die ortsabhängige nichtlineare Phasendifferenz in Josephson-Bauelementen bestimmt werden konnte. Zum anderen wurde mit einem modernisierten Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskop (TTREM) ein bildgebendes Verfahren eingesetzt, mit dem Supraströmverteilungen, magnetische Flusswirbel in supraleitenden Strukturen und elektrische Leitfähigkeiten in Dünnschicht-Bauelementen ortsaufgelöst untersucht werden konnten. Insgesamt beschäftigt sich die vorliegende Arbeit mit vier unterschiedlichen Themenbereichen.

Untersuchungen des kritischen Stroms I_c in Abhängigkeit von der Amplitude und der Orientierung des äußeren Magnetfelds H wurden an $0-\pi$ -Multifacetten-Systemen aus planaren Supraleiter-Isolator-Ferromagnet-Supraleiter-Kontakten (SIFS-Kontakten) bzw. $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}/\text{Au}/\text{Nb}$ Zick-Zack-Rampenkontakten durchgeführt. Damit konnte der durch die Geometrie der Bauelemente bedingte inhomogene magnetische Fluss- bzw. Phasenverlauf in der Barriere der Kontakte ortsaufgelöst und winkelabhängig modelliert werden. Dies trägt zum generellen Verständnis der bisher im Detail unverstandenen integralen Transporteigenschaften und der $I_c(H)$ -Charakteristiken in den untersuchten Kontakten bei. So konnte das Auftreten eines „toten Winkels“ und andere anormale Effekte erklärt werden. Diese können bereits bei kleinsten Abweichungen ($\ll 0, 1^\circ$) vom idealen Feldwinkel in Erscheinung treten und zu falschen Schlussfolgerungen bezüglich physikalischer Phänomene oder der Probenqualität führen.

TTREM-Abbildungen von Stromverteilungen und magnetischen Vortices in $\text{Sr}_{1-x}\text{La}_x\text{CuO}_2$ -Korngrenzen-Josephsonkontakten eines im π -SQUID-Design¹ ausgelegten phasensensitiven Experiments ermöglichten den eindeutigen Nachweis der $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie des Infinite-Layer Kuprats. Parasitäre Effekte konnten Pearl-Josephsonvortices zugeordnet werden, die oberhalb eines kritischen Feldes als Vortexkette induktiv in das SQUID einkoppeln. Eine quantitative Auswertung dieser induktiven Kopplung lieferte wichtige Erkenntnisse für die Flussquantenabbildung im TTREM. Des Weiteren konnten Abschirmströme und räumliche Modulationen der Josephson-Stromdichte in den Korngrenzenkontakten der π -SQUID-Arme abgebildet werden. Durch einen Vergleich mit Simulationen wurde das Signalentstehungsmodell verifiziert.

Weiter wurde die TTREM-Abbildungstechnik anwendungsorientiert für die Untersuchung von Dephasierungseffekten in Serien-SQUID-Arrays (SSA) eingesetzt. Dephasierte SQUIDs innerhalb eines Arrays konnten identifiziert, die Homogenität der kritischen Ströme der einzelnen SQUIDs abgebildet und parasitäre, für die Dephasierung verantwortliche Flussquanten lokalisiert werden. Für eine Optimierung der SSA sind dies wertvolle Informationen über lokale Eigenschaften.

Bei der Untersuchung des elektrischen Durchbruchs am Isolator-Metall-Übergang (IMT) von V_2O_3 -Filmbrücken konnten mit dem TTREM lokale Unterschiede in der elektrischen Leitfähigkeit abgebildet werden, die auf Selbstheizeffekten des Spannungs- bzw. Strom-getriebenen Übergangs beruhen. Es konnte die Formierung eines stabilen metallischen Filaments beobachtet werden, was zusammen mit numerischen Simulationen die Bildung elektrothermischer Domänen bestätigt und somit wichtige Erkenntnisse über den IMT des untersuchten korrelierten Elektronensystems lieferte.

¹SQUID = Superconducting Quantum Interference Device

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	7
2.1	Allgemeines zur Supraleitung	7
2.1.1	Cooper-Paare	12
2.1.2	Flussquantisierung	13
2.1.3	Energielücke	14
2.1.4	Symmetrie des Ordnungsparameters	15
2.1.5	Kupratsupraleiter YBCO und SLCO	19
2.2	Korrelierte Elektronen im Festkörper	21
2.2.1	Kupratsupraleiter im Hubbard-Modell	22
2.2.2	Isolator-Metall-Übergang	24
2.3	Josephson-Tunnelkontakte	27
2.3.1	Josephson-Effekt	27
2.3.2	Kurze Josephsonkontakte im externen Magnetfeld	32
2.3.3	Lange Josephsonkontakte im externen Magnetfeld	36
2.3.4	Vortices in dünnen Filmen	41
2.3.5	π -gekoppelte Josephsonkontakte	42
2.3.6	π -Josephsonkontakte mit ferromagnetischer Barriere	43
2.4	Supraleitende Bauelemente aus Josephsonkontakten	47
2.4.1	$0-\pi$ -Josephsonkontakte	47
2.4.2	Realisierungen von $0-\pi$ -Josephsonkontakten	50
2.4.3	Josephsonkontakte mit mehreren $0-\pi$ -Facetten	52
2.4.4	SQUIDS	56
2.4.5	π -SQUIDS	62

2.5	Elektrothermische Phänomene	65
2.5.1	Selbsteizeffekt und thermische Bistabilität	66
2.5.2	Elektrothermische Domänen	67
3	Experimenteller Aufbau	69
3.1	Messaufbau zur Untersuchung winkelabhängiger Transporteigenschaften	69
3.2	Das Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskop (TTREM) .	72
3.2.1	Aufbau Heliumkryostat	74
3.2.2	Messtechnik	77
3.2.3	Temperaturkontrolle und -stabilität	79
3.3	Signalentstehung im TTREM	82
3.3.1	Abbildung lokaler Josephsonströme	84
3.3.2	Abbildung von Vortices	88
3.3.3	Abbildung lokaler Leitfähigkeiten	91
4	Winkelabhängige $I_c(H)$-Untersuchungen an $0 - \pi$-Multifacetten-Kontakten	97
4.1	$I_c(H, \theta)$ von SIFS-Multifacetten-Kontakten	100
4.2	$I_c(H, \theta)$ von Zick-Zack-Rampenkontakten	111
4.2.1	Probenherstellung	111
4.2.2	$I(V)$ -Charakteristik und Stromverteilung	113
4.2.3	Einzelne Facette	115
4.2.4	Multifacetten-System	120
4.3	Diskussion der Ergebnisse	134
5	Lokale Eigenschaften in SLCO-Korngrenzenkontakten eines π-SDJ-SQUIDs	137
5.1	Phasensensitives Experiment und Probencharakterisierung .	138
5.2	Abbildung von Josephson-Vortices	142
5.3	Abbildung der Josephson-Stromverteilung	158
5.4	Diskussion der Ergebnisse	167
6	Dephasierung in Serien-SQUID-Arrays	171
6.1	Untersuchte Proben	172
6.2	Integrale Transportmessungen	173
6.3	Abbildung dephasierter Flusszustände	175
6.4	Diskussion der Ergebnisse	178

7 Elektrischer Durchbruch am Isolator-Metall-Übergang von V_2O_3	181
7.1 Integrale Probencharakterisierung	182
7.1.1 $R(T)$ -Charakteristik	183
7.1.2 $I(U)$ -Charakteristiken	184
7.2 Lokale Transporteigenschaften	188
7.2.1 TTREM-Abbildungen	188
7.2.2 Numerisches Modell	193
7.3 Diskussion der Ergebnisse	197
8 Zusammenfassung	199
Anhang	203
A Spezifikationen EO Scan Vega XL-H	203
B Biasstromabhängige Spannungssignale im SLCO-π-SQUID	205
C Abkürzungen	209
Literaturverzeichnis	211

Kapitel 1

Einleitung

Motivation und Thema

Für viele interessante Eigenschaften im Bereich der kondensierten Materie spielen Korrelations- und Ordnungs-Phänomene eine wichtige Rolle. Beispielsweise wandeln sich bestimmte Übergangsmetalloxide unterhalb einer materialspezifischen kritischen Temperatur, beim sogenannten Isolator-Metall-Übergang (IMT), sprunghaft von einem guten elektrischen Leiter in einen Isolator um, während Hochtemperatursupraleiter (HTSL) den entgegengesetzten Weg einschlagen. An beiden Effekten sind maßgeblich wechselwirkende Elektronen beteiligt [Vol10]. Materialien die solche Effekte aufzeigen sind interessante Forschungsobjekte im Bereich der Grundlagenforschung und für zukünftige technische Anwendungen in der Schalter- und Sensortechnik, Hochfrequenz- oder Mikroelektronik. Attraktiv sind Bauteile mit Isolator-Metall-Übergängen nahe der Raumtemperatur, während sich die maximale bisher gefundene Arbeitstemperatur der HTSL mit 135 K (für $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$ bei Raumdruck) deutlich darunter befindet.

Der genaue mikroskopische Wechselwirkungsmechanismus ist insbesondere für die HTSL noch unverstanden. Ihre für Supraleiter relativ hohen Sprungtemperaturen sind im Rahmen der BCS-Theorie nicht zu erklären. Die Kenntnis der Symmetrieeigenschaften des Ordnungsparameters hat grundlegende Bedeutung bei der Klärung des Mechanismus, der für die sogenannte „unkonventionelle“ Supraleitung in diesen Materialien verantwortlich ist. Die Bestimmung der Wellensymmetrie der Supraleiter ist deshalb immer noch Gegenstand aktueller Forschung. Für viele Kupratsupra-

leiter, wie $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ oder $\text{La}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$, konnte mit verschiedenen amplituden- und phasensensitiven Experimenten eine dominante $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie bereits nachgewiesen werden [Wol93, Tsu94, vH95]. Ein aussichtsreicher Ansatz, einen möglichen gemeinsamen Paarungsmechanismus innerhalb einer Materialklasse nachzuweisen, ist die Untersuchung der strukturell jeweils am einfachsten aufgebauten Supraleiter. Unter den Kupraten sind das die dotierten Infinite-Layer Verbindungen SrCuO_2 oder CaCuO_2 [Sie88], die als Mutterstrukturen der HTSL gelten.

Neben dieser grundlegenden, noch offenen Frage des Paarungsmechanismus spielt die unkonventionelle $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie des Ordnungsparameters auch eine wichtige Rolle bei der Realisierung spezieller π -Josephsonkontakte. Sie ergänzen die Anwendungsmöglichkeiten gewöhnlicher Josephsonkontakte, die, ähnlich wie der Transistor in der Halbleitertechnik, Grundbausteine vieler aktiver Bauelemente in der Supraleitungselektronik darstellen und beispielsweise für Spannungsstandards oder hochempfindliche Magnetfeldsensoren als supraleitende Quanteninterferenz-Detektoren (Superconducting Quantum Interference Devices, SQUIDs) in der Werkstoffprüfung oder der Medizin zur Abbildung biomagnetischer Phänomene eingesetzt werden. So wird mit Hilfe π -gekoppelter Josephsonkontakte die Realisierung von π -SQUIDs und steuerstromfreien Bauelementen für Quantenrechner ermöglicht [Tsu02] sowie ein Fortschritt bei der Entwicklung von Rapid Single Flux Quanta (RSFQ)-Schaltungen [Ter97, Ter98] und supraleitenden Quanteninterferenzfiltern (SQIFs) [Opp02] erwartet.

Mit Korngrenzenkontakten [Taf00, Lom02, Ced10a, Ced10b, Tom12c] oder Hybrid-Josephsonkontakten [vH95, Smi02, Hil03, Ari05, Gür09] lassen sich auf Basis der unkonventionellen $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie $0-\pi$ -Josephsonkontakte herstellen, wobei insbesondere mit der Zick-Zack-Rampentechnologie $0-\pi$ -Multifacetten-Systeme und komplexere bzw. „integrierte“ Schaltungen möglich sind.

Grundlage ihrer Herstellung ist eine qualitativ hochwertige Dünnschicht- (Multilagen)-Technologie. Besondere Herausforderungen und Schwierigkeiten stellen hierbei die Materialeigenschaften der HTSL und ihre physikalischen Eigenschaften im supraleitenden Zustand dar, wobei vor allem der Zusammenhang mit den speziellen geometrischen Strukturen von Bedeutung ist.

Von allgemeinem Interesse ist daher, wie sich die räumliche Verteilung der Transporteigenschaften und lokale Defekte oder lokale parasitäre Effekte auf die globalen elektrischen Eigenschaften der Bauelemente auswirken.

Auf Josephsonkontakten basierende Bauelemente, wie die magnetfeldempfindlichen SQUIDS, die ihrerseits für phasensensitive Experimente zur Untersuchung der Ordnungsparameter-Symmetrie eingesetzt werden können, reagieren auf die lokale Phasendifferenz der supraleitenden Wellenfunktionen, die wiederum mit der lokalen magnetischen Flussdichte zusammenhängt. Räumliche Magnetfeldverteilungen oder parasitäre Flussquanten haben daher neben der lokalen Leitfähigkeit, der lokalen kritischen Temperatur oder der lokalen kritischen (Supra)-Stromdichte einen erheblichen Einfluss auf die Eigenschaften und die Funktionalität der vorgestellten Bauelemente.

Mit Messungen integraler bzw. globaler Eigenschaften lassen sich physikalische Vorgänge oft exakt beschreiben, ohne die genauen mikroskopischen Gegebenheiten zu kennen. Dennoch hat hier die Kenntnis der genannten lokalen Eigenschaften grundlegende Bedeutung für die Erklärung des physikalischen Verhaltens und für die Optimierung der oben beschriebenen supraleitenden Bauelemente, nicht zuletzt wegen der, den korrelierten Elektronensystemen zugrundeliegenden, mikroskopischen Mechanismen.

Diese Arbeit zeigt zwei Möglichkeiten auf, wie solche „innere“ lokale Eigenschaften untersucht werden können.

Zum einen werden integrale Messungen verwendet, aus denen durch Variationen des Magnetfeldwinkels Aussagen über die ortsabhängige nichtlineare Phasendifferenz in Josephson-Bauelementen abgeleitet werden.

Zum anderen wird mit dem am Physikalischen Institut der Universität Tübingen zur Verfügung stehenden Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskop (TTREM) ein bildgebendes Verfahren eingesetzt. Es bietet in der Festkörperphysik, insbesondere im Bereich der Supraleitung, eine große Anzahl an Möglichkeiten, lokale Eigenschaften in Dünnschicht-Bauelementen ortsaufgelöst zu untersuchen, während diese bei ihren Arbeitstemperaturen betrieben werden. Eine Übersicht der Einsatzmöglichkeiten und Erfolge dieser seit drei Jahrzehnten eingesetzten Untersuchungsmethode befindet sich in den Einleitungen der Dissertationsarbeiten von Rainer Straub [Str03] und Christian Gürlich [Gür10a].

Im Rahmen dieser Arbeit ist das TTREM modernisiert worden. In diesem Zusammenhang ist es auch Aufgabe der Arbeit, die Vielfalt an Untersuchungsmöglichkeiten des TTREMs zu demonstrieren. Daraus folgt das Spektrum an unterschiedlichen Fragestellungen, deren erfolgreiche Beantwortung im Laufe der vorliegenden Arbeit einige Veröffentlichungen zur Folge hatte.

Im Einzelnen werden Stromverteilungen und magnetische Flusswirbel in supraleitenden Strukturen, sowie elektrische Leitfähigkeiten abgebildet. Mit dem Ziel, jeweils neue physikalische Erkenntnisse zu erlangen, geht es dabei um die Symmetrie des Ordnungsparameters in Infinite-Layer-Kupratsupraleiter, um $0-\pi$ -Multifacetten-Kontakte, um π -SQUIDs, um den parasitären Einfluss von Streufluss auf feldempfindliche Sensoren und um Isolator-Metall-Übergänge in einem System korrelierter Elektronen.

Gliederung

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert.

In **Kapitel 2** werden theoretische Grundlagen behandelt, auf welchen die einzelnen Kapitel aufbauen. Dazu zählt eine kurze Einführung in die Supraleitung (Abschnitt 2.1) und ein Abschnitt über Effekte korrelierter Elektronen in Festkörpern (Abschnitt 2.2). Es folgt eine Beschreibung der Physik von Josephsonkontakten (Abschnitt 2.3), wobei auch auf π -gekoppelte Kontakte eingegangen wird. In Abschnitt 2.4 werden Systeme, bestehend aus mehreren Josephsonkontakten, wie $0-\pi$ -Multifacetten-Kontakte, SQUIDs und π -SQUIDs vorgestellt. In Abschnitt 2.5 wird auf nichtlineare elektrothermische Phänomene eingegangen, die in Supraleitern und in nicht supraleitenden Systemen mit sprunghaft sich änderndem Widerstand auftreten.

Die verwendeten experimentellen Messverfahren werden in **Kapitel 3** beschrieben. Neben dem Messaufbau für Transportmessungen in winkelabhängigen Magnetfeldern wird der Aufbau des TTREMs vorgestellt. Hierbei werden die angewandten Signalentstehungsmechanismen der Lock-In-Abbildungstechnik erläutert.

Die Ergebnisse der Untersuchungen lokaler Transporteigenschaften in den verschiedenen Materialsystemen sind in vier Kapitel aufgeteilt. Diese beinhalten jeweils eine eigene Motivation der zugrundeliegenden physikalischen Fragestellung, eine Beschreibung der untersuchten Proben, die Präsentation der durchgeführten Messungen und eine abschließende Diskussion der Ergebnisse.

Kapitel 4 widmet sich winkelabhängigen $I_c(H)$ -Untersuchungen an $0-\pi$ -Multifacetten-Kontakten zweier unterschiedlicher Realisierungen. Zum einen sind das planare SIFS-Kontakte und zum anderen Zick-Zack-Rampenkontakte mit einer komplexeren Geometrie. Die Ergebnisse der Untersuchungen sind in [Sch10] und [Sch12] veröffentlicht.

In **Kapitel 5** werden Abbildungen von Josephson-Vortices und Strom-

verteilungen in Josephsonkontakten aus $\text{Sr}_{1-x}\text{La}_x\text{CuO}_2$ -Korngrenzen behandelt. Diese sind Bestandteil eines auf einem π -Design-SQUID basierenden phasensensitiven Experiments, mit dem der Nachweis der Ordnungsparameter-Symmetrie dieses Kupratsupraleiters erfolgen kann. TTREM-Abbildungen stützen die Interpretation; entsprechende Ergebnisse sind in [Tom12c] veröffentlicht.

Dephasierungseffekte durch parasitäre Flusseinkopplung in Serien-SQUID-Arrays, welche als empfindliche Ampèremeter eingesetzt werden können, werden im **Kapitel 6** untersucht. Mit dem anwendungsorientierten Einsatz der TTREM-Abbildungstechnik können Aussagen über lokale Eigenschaften der Dephasierung getroffen werden, die für eine Optimierung dieser Bauelemente wichtig sind.

In **Kapitel 7** wird der elektrische Durchbruch am Isolator-Metall-Übergang von V_2O_3 untersucht. Auch für dieses nicht supraleitende Beispiel eines korrelierten Elektronensystems können mit dem TTREM Transporteigenschaften orts aufgelöst untersucht werden, und Fragen der aktuellen Forschung beantwortet werden. Die Ergebnisse der Untersuchungen sind in [Gué13] veröffentlicht.

Es folgt eine abschließende **Zusammenfassung** der unterschiedlichen Kapitel. In **Anhang A** sind gerätespezifische Eigenschaften des modernisierten TTREMs tabellarisch dargestellt. Ergänzende Abbildungen zu Kapitel 5 sind in **Anhang B** gezeigt. Im Text verwendete Abkürzungen sind in **Anhang C** zusammengefasst.

Kapitel 2

Grundlagen

Im Folgenden werden notwendige Grundlagen für das Verständnis der Experimente und Diskussionen der Ergebnisse vorgestellt. Nach einem kurzen Überblick der bedeutendsten Effekte der Supraleitung, folgt eine theoretische Betrachtung von Josephsonkontakten, insbesondere von $0-\pi$ -Multifacetten-Kontakten, sowie von in dieser Arbeit untersuchten supraleitenden Bauelementen: konventionelle “Superconducting Quantum Interference Devices” (SQUIDs) und für phasensensitive Experimente einsetzbare π -SDJ-SQUIDs. Ein weiterer Abschnitt befasst sich mit Systemen korrelierten Elektronen in Festkörpern, zu denen Hochtemperatursupraleiter (HTSL) sowie Vanadiumoxide zählen. Das Kapitel schließt mit einem Abschnitt über Selbstheizeffekte und elektrothermische Domänen, also nichtlineare Phänomene, die insbesondere für Untersuchungen des Metall-Isolator-Übergangs in Vanadiumoxid von Bedeutung sind.

2.1 Allgemeines zur Supraleitung

Die Geburtsstunde der Supraleitung war 1911 die Entdeckung, dass der elektrische Widerstand unterhalb einer materialspezifischen kritischen Temperatur T_c vollständig verschwinden kann [Onn11]. Diese sogenannte Sprungtemperatur liegt bei den zuerst entdeckten metallischen Supraleitern im Bereich von einigen Grad oberhalb des absoluten Nullpunktes. Die Supraleitung stellt dabei einen eigenen stabilen thermodynamischen Phasenzustand dar. Oberhalb einer material- und magnetfeldabhängigen kritischen Stromdichte $j_{c,p}$ (siehe Gleichung (2.9) auf Seite 11) geht die

supraleitende Phase wieder in die normalleitende Phase über, d.h. die Supraleitung bricht zusammen.

1933 zeigten Meißner und Ochsenfeld [Mei33], dass ein Material im supraleitenden Zustand ein schwaches äußeres angelegtes Magnetfeld unterhalb eines kritischen Feldes B_c aus seinem Inneren vollständig verdrängen kann, sich also wie ein idealer Diamagnet (mit der Suszeptibilität $\chi = -1$) verhält. Dies geschieht bei Supraleitern im Gegensatz zu idealen Leitern unabhängig davon, ob das Magnetfeld vor oder nach dem Abkühlen unter die kritische Temperatur angelegt wird. Dabei handelt es sich im Nullfeld um einen Phasenübergang zweiter Ordnung, im Magnetfeld um einen Übergang erster Ordnung.

Die von Ginzburg und Landau 1950 entwickelte und nach ihnen benannte phänomenologische Theorie erklärt die Supraleitung als einen geordneten Zustand in der näheren Umgebung von T_c . Sie kann zunächst keine Aussagen über den mikroskopischen Mechanismus machen, der zur einem geordneten, supraleitenden Zustand führt. Die Gibbsche freie Energiedichte eines supraleitenden Systems wird nach einem komplexen Ordnungsparameter $\Psi_{\text{GL}}(\vec{r})$ entwickelt [Tin96, S. 111 f.]. Dieser gibt an, inwieweit sich das System im supraleitenden Zustand befindet. $|\Psi_{\text{GL}}(\vec{r})| = 0$ entspricht dem Normalzustand. Im supraleitenden Zustand, also für Temperaturen unterhalb der Phasenübergangstemperatur T_c , ist $|\Psi_{\text{GL}}(\vec{r})| > 0$ und $|\Psi_{\text{GL}}(\vec{r})|^2$ kann als Dichte der supraleitenden Ladungsträger n_s verstanden werden. Die Ginzburg-Landau-Theorie liefert mit der Ginzburg-Landau-Kohärenzlänge ξ_{GL} und der magnetischen Eindringtiefe λ_L zwei wichtige charakteristische Längen eines Supraleiters. Die Kohärenzlänge ξ_{GL} beschreibt, auf welcher Längenskala sich die supraleitende Ladungsträgerdichte bzw. $\Psi_{\text{GL}}(\vec{r})$ ändern kann. Für die Temperaturabhängigkeit von ξ_{GL} gilt nahe T_c :

$$\xi_{\text{GL}}(T) = \frac{\xi_{\text{GL}}(0)}{\sqrt{1 - T/T_c}}. \quad (2.1)$$

Supraleiter im Magnetfeld

An der Oberfläche eines Supraleiters bilden sich als Reaktion auf ein äußeres Magnetfeld supraleitende Abschirmströme (Meißnerströme), welche das Innere feldfrei halten und so den bereits erwähnten idealen Diamagnetsimus eines Supraleiters verursachen. Nur in dieser Oberflächenschicht können zusätzlich Transportströme fließen und nur dort kann das Magnetfeld in den Supraleiter eindringen. Es fällt dann nach innen hin exponentiell

ab. Die Längenskala hierfür ist durch die Londonsche Eindringtiefe

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 q_s^2 n_s}} \quad (2.2)$$

gegeben, mit Ladung q_s und Masse m_s der supraleitenden Ladungsträger. Bei Annäherung an T_c geht die Dichte n_s gegen Null, wodurch λ_L divergiert. Die Eindringtiefe folgt der gleichen Temperaturabhängigkeit wie ξ_{GL} ¹. Das materialspezifische Verhältnis:

$$\kappa = \frac{\lambda_L}{\xi_{GL}} \quad (2.3)$$

wird als Ginzburg-Landau-Parameter bezeichnet und ist in der Nähe von T_c temperaturunabhängig. Abhängig von der Größe dieses Parameters unterscheidet die Ginzburg-Landau-Theorie zwischen Typ-I- und Typ-II-Supraleitern, welche unter dem Einfluss eines externen Magnetfeldes unterschiedliches Verhalten zeigen.

Typ-I-Supraleiter (für $\kappa < 1/\sqrt{2}$) zeigen bis zu einem kritischen Feld B_c perfekten Diamagnetismus, der auch als Meißner-Phase bezeichnet wird. Eine Ausnahme ist der sogenannte Zwischenzustand, der knapp unterhalb von B_c auftreten kann. Aufgrund eines endlichen Entmagnetisierungsfaktors kann es lokal zu höheren Magnetfeldern kommen. Es ist dann energetisch günstiger, wenn sich supraleitende und normalleitende Bereiche abwechseln. B_c entspricht dem thermodynamischen kritischen Feld $B_{c,th}$. Dieses ist dann erreicht, wenn die Feldverdrängungsenergie der Differenz der freien Energien von normal- und supraleitendem Zustand entspricht². Oberhalb von B_c bricht die supraleitende Phase zusammen, das Material wird normalleitend (vgl. Abbildung 2.1 (a)). Die Bildung einer Grenzschicht zwischen normalleitenden und supraleitenden Bereichen ist energetisch ungünstig³.

Typ-II-Supraleiter (für $\kappa > 1/\sqrt{2}$) haben ebenfalls bis zu einem kritischen Feld B_{c1} eine Meißner-Phase. Für $\kappa \gg 1/\sqrt{2}$ gilt $B_{c1} = 1/(2\kappa)$.

¹Für viele konventionelle Supraleiter (s.u.) kann die Temperaturabhängigkeit über einen weiten Temperaturbereich durch den empirischen Ausdruck $\lambda_L(T)/\lambda_L(0) \propto [1 - (T/T_c)^4]^{-1/2}$ beschrieben werden.

Für unkonventionelle reine Supraleiter findet man oft $\lambda_L(T) - \lambda_L(0) \propto T$.

²Es gilt dann: $B_{c,th}^2 = -8\pi\mu_0(F_s - F_n)$

³Im Zwischenzustand bilden sich daher größere supra- und normalleitende Bereiche. Mit kleinerem λ_L steigt die benötigte Feldverdrängungsenergie, mit größerem ξ_{GL} sinkt der Gewinn an Kondensationsenergie.

$(\ln \kappa + 0,08) \cdot B_{c,th}$. Wird das Magnetfeld darüber hinaus erhöht, so wird die Bildung von Grenzschichten zwischen normalleitenden und supraleitenden Bereichen energetisch begünstigt. Als Folge kann ein Magnetfeld in Form quantisierter⁴ Flusslinien, auch Flussschläuche, Flusswirbel oder Abrikosov-Vortices genannt, in das Innere des Supraleiters eindringen. Diese besitzen einen normalleitenden Kern mit einem Durchmesser von $2\xi_{GL}$ und tragen je einen magnetischen Fluss von $\Phi_0 = h/2e \approx 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Tm}^2$. h bezeichnet das Plancksche Wirkungsquantum und e die Elementarladung. Wird das Feld weiter erhöht, so dringen immer mehr Vortices in den Supraleiter ein, bis bei Erreichen von $B_{c2} = \sqrt{2}\kappa B_{c,th}$ die normalleitenden Kerne der Vortices überlappen und auch der Typ-II-Supraleiter normalleitend wird. Durch dissipative Bewegung nicht verankerter Vortices kann dieser als Shubnikov-Phase bezeichneter Zustand für $B_{c1} < B < B_{c2}$ resistiv sein (vgl. Abbildung 2.1 (b)).

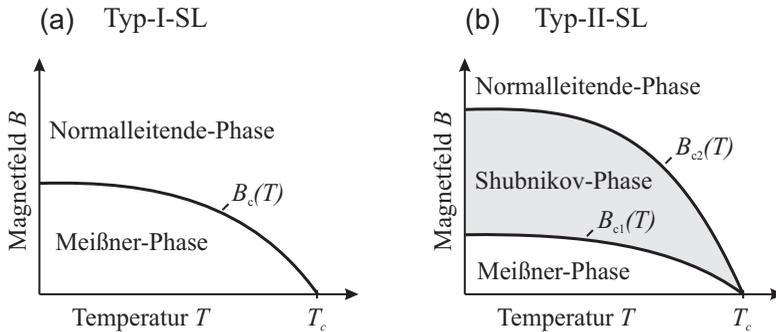


Abbildung 2.1: (a) B - T -Phasendiagramm eines Typ-I-Supraleiters. (b) B - T -Phasendiagramm eines Typ-II-Supraleiters.

Die kritischen Felder von Typ-I und Typ-II-Supraleitern lassen sich im Rahmen der Ginzburg-Landau-Theorie wie folgt berechnen:

$$B_c(T) = \frac{\Phi_0}{2\sqrt{2}\pi\lambda_L(T)\xi_{GL}(T)}, \quad (2.4)$$

$$B_{c1}(T) = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_L^2(T)} \ln(\kappa + 0,08), \quad (2.5)$$

$$B_{c2}(T) = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi_{GL}^2(T)}. \quad (2.6)$$

⁴siehe Seite 13 f.

Einzelner Vortex

Ein einzelner isolierter magnetischer Vortex besitzt Zylindersymmetrie. Wie bereits erwähnt, hat er einen normalleitenden Kern, d.h. die supraleitende Ladungsträgerdichte n_s verschwindet in seinem Inneren. Sie steigt auf der Längenskala von ξ_{GL} auf den Gleichgewichtswert von $n_s(T)$ an. Im Zentrum des Vortex ist das lokale Magnetfeld $B(r)$ am größten und fällt auf der Längenskala von λ_L nach außen hin ab. Dieses Feld wird aufgrund der Maxwell-Gleichungen von ringförmigen Abschirmströmen erzeugt, die um den Vortex fließen:

$$\vec{j}(r) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial r} \cdot \hat{e}_\phi. \quad (2.7)$$

Der Feldverlauf eines Vortex lässt sich für $\kappa \gg 1$ berechnen [Bra95]:

$$B(r) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2} K_0 \left(\frac{\tilde{r}}{\lambda_L} \right), \quad (2.8)$$

wobei K_0 eine modifizierte Besselfunktion nullter Ordnung und $\tilde{r} = (r^2 + 2\xi_{\text{GL}}^2)^{1/2}$ ist. Im Falle $r \gg \lambda_L$ ergibt sich $B(r) \propto 1/\sqrt{r} \cdot \exp(-\frac{r}{\lambda_L})$. Für $r = 0$ ist das Magnetfeld maximal mit $B(0) = 2B_{c1}$. Im Bereich der größten Magnetfeldänderung, d.h. in einem Abstand von $r = \sqrt{2}\xi_{\text{GL}}$, sind die Abschirmströme $j(r)$ maximal und erreichen nahezu die Paarbrechungsstromdichte⁵ [Bra95]:

$$j_{c,p} = \frac{\Phi_0}{3\sqrt{3}\mu_0\pi\lambda_L^2\xi_{\text{GL}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \frac{B_c}{\mu_0\lambda_L}. \quad (2.9)$$

Wie das Magnetfeld nehmen auch Abschirmströme für $r \gg \lambda_L$ nach außen hin exponentiell mit r ab. In Abbildung 2.2 ist schematisch der Verlauf des Magnetfeldes, der Abschirmströme und der supraleitenden Ladungsträgerdichte in Abhängigkeit des Abstandes vom Kern dargestellt.

Die Ausbildung solcher Vortices ist energetisch günstig, wenn der Verlust durch Aufbringen der supraleitenden Kondensationsenergie für den normalleitenden Zustand im Kern geringer ist, als der Gewinn an weniger benötigter magnetischer Feldverdrängungsenergie. Dies ist gerade für Typ-II-Supraleiter erfüllt. Für einen Vortex ist es energetisch ungünstig, einen

⁵Die Paarbrechungsstromdichte ist die theoretische obere Grenze der supraleitenden Stromdichte. Wird sie überschritten, so werden die supraleitenden Ladungsträger aufgebrochen und damit der supraleitende Zustand zerstört.

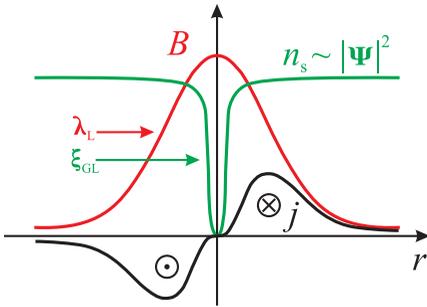


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der radialen Abhängigkeit von Magnetfeld B , supraleitender Ladungsträgerdichte n_s und Suprastromdichte j für einen Schnitt durch einen Vortex.

Fluss von mehr als einem Flussquant Φ_0 zu tragen. Denn die Energie pro Länge eines Vortex hängt quadratisch von seinem magnetischen Fluss ab [dG66]:

$$E_l = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\Phi_0}{\lambda_L} \right)^2 \ln \kappa. \quad (2.10)$$

Überlappen die Magnetfelder mehrerer Vortices, so entsteht ein weiterer Energiebeitrag. Für zwei benachbarte Vortices gleicher Polarität wirkt diese Wechselwirkungsenergie repulsiv. Bei gegebener Vortexdichte ordnen sich die Vortices in einem Dreiecksgitter an. Hier ist der Abstand benachbarter Vortices maximal.

Dünnsfilmlimit

In dünnen supraleitenden Filmen mit Dicken $d \ll \lambda_L(T)$ erstrecken sich senkrecht zur Filmebene angelegte Magnetfelder und die Abschirmströme über eine größere effektive Eindringtiefe Λ , die sogenannte *Pearl-Länge* [Pea64]:

$$\Lambda = 2 \frac{\lambda_L^2}{d}. \quad (2.11)$$

Entsprechend vergrößert sich auch die räumlichen Ausdehnung eines Vortex in einem dünnen Film. Die Temperaturabhängigkeit von $\sqrt{\Lambda}$ verhält sich entsprechend der von λ_L .

2.1.1 Cooper-Paare

1957 lieferten John Bardeen, Leon N. Cooper und John R. Schrieffer mit der nach ihnen benannten *BSC-Theorie* eine mikroskopische Erklärung der

Supraleitung [Bar57]. Danach wird die Supraleitung durch gepaarte Elektronen (bzw. Löcher) mit jeweils entgegengesetzt gerichteten Spins und Wellenvektoren $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$ getragen. Diese sogenannten Cooper-Paare kondensieren unterhalb von T_c aus dem zuvor unkorrelierten Elektronengas. Die dafür notwendige energieabsenkende Kopplung zwischen zwei Elektronen wird bei den zur damaligen Zeit bekannten metallischen Supraleitern durch Phononen des Festkörperrgitters vermittelt [Frö50, Bar50], was experimentell über die Abhängigkeit $T_c \propto M^{-0.5}$ bestätigt wurde [Max50, Rey50], wobei M die Masse der Gitteratome ist. Dabei spielt die Coulomb-Wechselwirkung mit den von den schnelleren Elektronen ausgelösten, zeitlich retardierten Gitterschwingungen eine entscheidende Rolle. Etwa nur ein Tausendstel aller Elektronen nehmen an der Cooper-Paarung im Bereich der Fermi-Energie E_F teil. Dabei muss zunächst die kinetische Energie durch eine Umverteilung der Zustände bei E_F erhöht werden. Die Gesamtenergie des Systems verringert sich aber durch die gewonnene Kondensationsenergie der Cooper-Paare. Im supraleitenden Zustand bildet die Gesamtheit der Cooper-Paare einen kohärenten Quantenzustand. Dieser lässt sich mit einer makroskopischen Paar-Wellenfunktion beschreiben:

$$\Psi(\vec{r}) = |\Psi_0(\vec{r})| \cdot e^{i\varphi(\vec{r})}. \quad (2.12)$$

Dabei entspricht $|\Psi_0(\vec{r})|^2$ der lokalen Dichte der supraleitenden Ladungsträger n_s , also der Cooper-Paardichte. Es konnte gezeigt werden, dass sich die Ginzburg-Landau-Theorie als Grenzfall der BCS-Theorie ergibt, und damit die Wellenfunktion $\Psi(\vec{r})$ dem Ordnungsparameter $\Psi_{\text{GL}}(\vec{r})$ aus der Ginzburg-Landau-Theorie entspricht [Gor57]. $\varphi(\vec{r})$ beschreibt die makroskopische Phase. Der Übergang in den supraleitenden Zustand ist demnach auch ein Phasenübergang in einen geordneten makroskopischen Quantenzustand, der durch die Existenz einer makroskopischen Phase ausgezeichnet ist.

2.1.2 Flussquantisierung

Die makroskopische Phase des supraleitenden Kondensates lässt sich anhand der im Folgenden diskutierten Flussquantisierung in einem supraleitenden Ring experimentell beobachten [Dea61, Dol61]. Bei der Integration längs eines geschlossenen Weges S im supraleitenden Ring fordert die Eindeutigkeit der Wellenfunktion, dass sich die Phase nur um ganzzahlige

Vielfache von 2π ändern darf:

$$\oint_S \vec{\nabla} \varphi d\vec{l} = n \cdot 2\pi, \text{ mit } n \in \mathbb{N}. \quad (2.13)$$

Unter Verwendung des kanonischen Impulses $\hbar \vec{k} = \vec{p}_{\text{kan}} = m_s \vec{v}_s + q_s \vec{A}$ folgt die Fluxoidquantisierung:

$$\mu_0 \lambda_L^2 \oint_S \vec{j}_s d\vec{l} + \Phi = n \cdot \Phi_0. \quad (2.14)$$

\vec{j}_s ist die Stromdichte der supraleitenden Ladungsträger entlang und Φ der magnetische Fluss innerhalb des Integrationsweges S . Wird der Weg so in das Innere des Supraleiters gelegt, dass \vec{j}_s überall verschwindet, kann das Wegintegral vernachlässigt werden und es folgt die Flussquantisierung:

$$\Phi = n \cdot \Phi_0. \quad (2.15)$$

Magnetischer Fluss Φ kann also in einen supraleitenden Ring und generell in einen Supraleiter nur in Form einzelner Flussquanten $n \cdot \Phi_0 = n \cdot h/(2e)$ eindringen. Außerdem zeigt diese Beobachtung, dass die supraleitenden Ladungsträger in Form von Paaren ($2e$) auftreten.

2.1.3 Energielücke

In der supraleitenden Phase für $T > 0\text{ K}$ existieren neben den Cooper-Paaren auch ungepaarte Ladungsträger, die man als Quasiteilchen bezeichnet. Sie sind Anregungen aus dem Grundzustand der Cooper-Paare bei der Fermi-Energie. Für eine solche Anregung ist eine Energie von mindestens 2Δ nötig. Im Anregungsspektrum der Quasiteilchen entsteht um die Fermi-Energie herum eine Energielücke Δ . Beim Phasenübergang in den supraleitenden Zustand verändert sich daher die Zustandsdichte N der Quasiteilchen zu:

$$N_s(E) = N_n(0) \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}. \quad (2.16)$$

N_n ist die Zustandsdichte der Elektronen im Normalzustand für $T > T_c$, die als konstant bei der Fermi-Energie $E_F = 0$ angenommen wird. Die Energielücke Δ ist eine charakteristische Größe eines jeden Supraleiters.

Die BCS-Theorie liefert folgenden Zusammenhang zwischen Δ bei $T = 0$ K und der Sprungtemperatur T_c :

$$2\Delta(0) = 3,528 \cdot k_B T_c, \quad (2.17)$$

mit der Boltzmann-Konstante $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K. Bei tiefen Temperaturen $T \ll T_c$ ist Δ konstant. Das Quadrat der Energielücke ist zudem proportional zur Anzahl der Cooper-Paare, die in die supraleitende Phase kondensieren ($\Delta^2 \propto n_s$). Mit steigender Temperatur wird die thermische Energie ab einer gewissen Temperatur groß genug, um Quasiteilchen über die Energielücke anzuregen, d.h. ein zunehmender Teil der Cooper-Paare wird aufgebrochen und die Energielücke verkleinert sich, bis sie sich bei T_c schließt.

2.1.4 Symmetrie des Ordnungsparameters

Wie bereits erwähnt, entspricht der komplexe Ordnungsparameter der Ginzburg-Landau-Theorie der makroskopischen Paarwellenfunktion der Supraleitung. Deren Form im Impulsraum (\mathbf{k} -Raum) entscheidet über Symmetrie und Art der Supraleitung.

Für $T < T_c$ bricht die makroskopische Phase $\varphi(\vec{r})$ des Ordnungsparameters die Eichsymmetrie, die im Normalzustand einer invarianten Drehung von $\Psi(\vec{r})$ entspricht. Werden beim Phasenübergang in den supraleitenden Zustand keine weiteren Symmetrien gebrochen, so spricht man von konventioneller Supraleitung. Hierzu zählen die metallischen Elemente, wie beispielsweise Blei oder Niob ($T_c = 9,2$ K) oder Legierungen. Wird zusätzlich zur Eichsymmetrie mindestens eine weitere Symmetrie gebrochen, so liegt unkonventionelle Supraleitung vor [Tsu00]. In diesem Fall können sowohl Phase, als auch Amplitude des Ordnungsparameters Variablen im \mathbf{k} -Raum sein. Wichtige Vertreter aus der Klasse der unkonventionellen Supraleiter sind die Schwere-Fermionen-Supraleiter, entdeckt 1979 von Frank Steglich in CeCu_2Si_2 [Ste79], die Kuprate, entdeckt 1986 von Johannes G. Bednorz und Karl A. Müller in $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$ [Bed86] und die eisenbasierten Pnictide/Chalkogene, entdeckt 2008 von Yoichi Kamihara in $\text{LaO}_{1-x}\text{F}_x\text{FeAs}$ [Kam08]. Die bei Normaldruck bisher höchsten Sprungtemperaturen dieser Supraleiter liegen bei $T_c^{\text{max}} = 2,3$ K für die Schwere-Fermionen-Supraleiter, 135 K für die Kuprat-Supraleiter und 55 K für die eisenbasierten Supraleiter. Die beiden letzten werden daher auch zu den Hochtemperatursupraleitern gezählt. Im Gegensatz zu den konventionellen Supraleitern kann der Paarungsmechanismus bei den unkonven-

tionellen Supraleitern nicht durch eine Elektron-Phonon-Wechselwirkung erklärt werden⁶. Da die attraktive Phonon-Wechselwirkung durch die entsprechende Debye-Frequenz nach oben hin beschränkt ist, sind die hohen Sprungtemperaturen der unkonventionellen Supraleiter nur schwer zu verstehen. Die Klärung des mikroskopischen Mechanismus unkonventioneller Supraleitung ist noch ein Bestandteil aktueller Forschung. Bislang konnte nur für die Schwere-Fermionen-Supraleiter UPd_2Al_3 [Sat01] und CeCu_2Si_2 [Sto11] der Paarungsmechanismus durch den Austausch antiferromagnetischer Exzitonen erklärt werden. Aussichtsreichster Kandidat für die Vermittler der attraktiven Kraft zwischen den Paar-Elektronen, sowohl in den Kupraten [And87, Mon94, Sca95] als auch in den eisenbasierten Supraleitern [Pag10, Wan11], sind antiferromagnetische Spinfluktuationen, siehe auch Abschnitt 2.2.

Da der Ordnungsparameter eine von der Art und Symmetrie der Paar-Wechselwirkung aufgezwungene Struktur besitzt, somit also vom Paarungsmechanismus der Cooper-Paare abhängt, ist die Bestimmung seiner Symmetrieeigenschaften von grundlegender Bedeutung. Weil ein Cooper-Paar aus zwei Fermionen besteht, gehorcht seine Wellenfunktion $\Psi(\vec{r}) = \chi \cdot \tilde{\Phi}(\vec{r})$ der Fermi-Dirac-Statistik [Fer26, Dir26, Zan99]. Bezüglich einer Vertauschung der Fermionen, muss sie eine antisymmetrische Funktion sein. Bei den meisten Supraleitern bilden die Cooper-Paare ein antisymmetrisches Spin-Singulett Paar⁷ mit Gesamtspin $S = 0$, d.h. sie haben eine antisymmetrische Spin-Wellenfunktion $\chi = (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$. Die $S = 0$ Paarung kann mit Kernspinresonanz-Messungen durch die Unterdrückung des Knight-Shifts unterhalb von T_c nachgewiesen werden [Buc04, Seite 162]. Der Ortsanteil $\tilde{\Phi}(\vec{r})$ der Paarwellenfunktion Ψ muss folglich eine symmetrische Funktion sein. Für die kleinstmöglichen Drehimpulsquantenzahlen kommen somit $L = 0$ und $L = 2$ in Frage. In Anlehnung an die Atomphysik werden diese als s -Wellen- und d -Wellen-Symmetrie des Ordnungsparameters bezeichnet. Die Symmetrie von $\Psi(\mathbf{k})$ im \mathbf{k} -Raum hängt also direkt mit dem Drehimpulszustand der Cooper-Paare zusammen. Die möglichen Symmetrien werden allerdings durch die Kristallsymmetrie des entsprechenden Supraleiters eingeschränkt. Für den häufig auftretenden Fall eines tetragonalen Gitters sind folgende Symmetrien des Ordnungs-

⁶Eigentlicher Ausgangspunkt der Definition unkonventioneller Supraleitung ist die Annahme einer nicht phononischen Paarwechselwirkung.

⁷In einigen Supraleitern, wie z.B. Sr_2RuO_4 oder UBe_{13} , wurde dagegen Spin-Triplett Paarung der Cooper-Paare nachgewiesen. Für die kleinstmögliche erlaubte Drehimpulsquantenzahl des Ortsanteils ergibt sich dann $L = 1$.

parameters möglich, vgl. auch [Wag08]:

$$\text{isotrope } s\text{-Welle: } \Psi(\theta) = \Psi_0, \quad (2.18)$$

$$\text{anisotrope } s\text{-Welle: } \Psi(\theta) = \frac{\Psi_0}{1 + \gamma} [\cos(4\theta) + \gamma], \quad \gamma \geq 1, \quad (2.19)$$

$$d\text{-Welle } (d_{x^2-y^2}): \Psi(\theta) = \Psi_0 \cos(2\theta). \quad (2.20)$$

Der Winkel zwischen k_x und der jeweiligen Richtung im \mathbf{k} -Raum wird durch θ angegeben. Bei der isotropen s -Welle ist der Ordnungsparameter im \mathbf{k} -Raum konstant, vgl. Abbildung 2.3 (a). Das gleiche gilt für die Energielücke bei der Fermi-Energie, da $\Delta(\mathbf{k}) \propto |\Psi(\mathbf{k})|$ ist. s -Wellen-Symmetrie zeigen alle bisher bekannten Supraleiter mit Elektron-Phonon-Wechselwirkung.

Bei der anisotropen s -Wellen-Symmetrie und der $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie (kurz: d -Wellen-Symmetrie) ist die Amplitude des Ordnungsparameters von der Richtung im \mathbf{k} -Raum abhängig und verschwindet für bestimmte *Knoten*-Richtungen, die entlang der Diagonalen des \mathbf{k} -Raumes

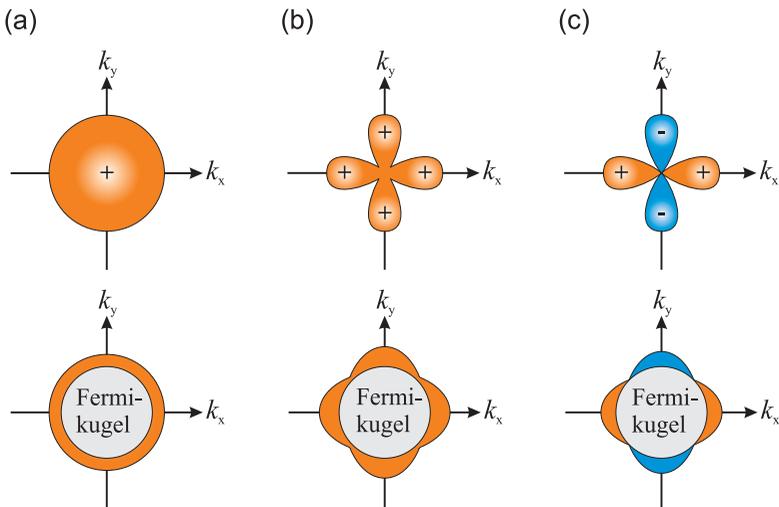


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Wellenfunktion $\Psi(\mathbf{k})$ (Ordnungsparameter) im \mathbf{k} -Raum: (a) isotrope s -Welle, (b) anisotrope s -Welle und (c) d -Welle ($d_{x^2-y^2}$). Darunter sind jeweils schematisch die entsprechenden Formen der Energielücke $\Delta(\mathbf{k})$ gezeigt. Der Betrag von Δ ist im Vergleich zur Fermi-Energie E_F vergrößert dargestellt.

verlaufen, vollständig⁸, siehe Abb. 2.3 (b) und (c). Bei der $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie kommt es an den Diagonalen zusätzlich zu einem Vorzeichenwechsel in der Phase des Ordnungsparameters. Entlang dieser \mathbf{k} -Richtungen sind Quasiteilchenanregungen schon bei $T = 0$ K möglich. Viele Experimente kommen zu dem Ergebnis, dass Kuprat-Supraleiter eine $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie [Wol93, Tsu94, vH95] mit zum Teil kleinen Beimischungen⁹ einer s -Wellen-Komponente [Tsu00, Sun94, Wal96] aufweisen. Bei den eisenbasierten Supraleitern wird eine erweiterte $s\pm$ -Wellen-Symmetrie¹⁰ vorgeschlagen [Hic09, Zha09, Che10]. Die Schwere-Fermionen-Supraleiter zeigen sowohl Spin-Singulett (z.B. in UPd_2Al_3 [Sat01]), als auch Spin-Triplett Paarung (z.B. in UPt_3 [Tou96]). Ihre Ordnungsparameter-Symmetrie konnte bisher nicht eindeutig bestimmt werden [Pff09, Nor11]. Vorgeschlagen werden p -, d -, und f -Wellen-Symmetrie, sowie komplexe Kombinationen davon [Hux00, Str09].

Die unterschiedlichen unkonventionellen Supraleiter zeigen auffallende Ähnlichkeiten. Generell sind sie aus zweidimensionalen supraleitenden Schichten und isolierenden nicht supraleitenden Schichten aufgebaut, die entlang der c -Achse wechselweise übereinander angeordnet sind. Die supraleitenden Schichten werden bei den Schwere-Fermionen-Supraleitern durch die Seltene Erden- bzw. Actinide-Ebenen, bei den Kupraten durch die CuO_2 -Ebenen und bei den eisenbasierten Supraleitern durch FeAs -Ebenen erzeugt. Es handelt sich also um ausgeprägt zweidimensionale Gebilde, was meist zu einer starken Anisotropie vieler charakteristischen Größen der Supraleitung, wie z.B. ξ_{GL} oder λ_L , führt. Des Weiteren liegen im Phasendiagramm unkonventioneller Supraleiter supraleitende Phasen oft in unmittelbarer Nähe zur antiferromagnetischen Phase. Außerdem sind die für den Antiferromagnetismus verantwortlichen magnetischen Ionen (d.h. die Ionen der Seltenen Erden bzw. Actinide, Cu^{2+} , oder Fe^{2+}) in den supraleitenden Schichten lokalisiert. Ein gemeinsamer unkonventioneller Paarungsmechanismus, der auf einer antiferromagnetischen Wechselwirkung innerhalb der zweidimensionalen Ebenen beruht (vgl. Abschnitt 2.2.1), ist daher naheliegend. Ein erfolgversprechender Ansatz, diese grundlegende

⁸Für die anisotrope s -Welle gilt dies nur für den Fall $\gamma = 1$; für $\gamma > 1$ verschwindet der Ordnungsparameter nicht vollständig.

⁹Neben den Symmetrien aus den Gleichungen (2.18-2.20) gibt es noch die Möglichkeit von gemischten Symmetrien der Form $d_{x^2-y^2} + ix$, wobei x eine subdominante Komponente mit $x = s$ oder $x = d_{xy}$ darstellt.

¹⁰Der Bereich mit $0 \leq \gamma < 1$ in Glg. (2.19) wird als erweiterte $s\pm$ -Wellen-Symmetrie bezeichnet. Diese Symmetrie zeichnet sich durch 8 Nullstellen und Vorzeichenwechsel des Ordnungsparameters aus.

Frage zu klären, ist die Untersuchung des jeweils am einfachsten aufgebauten Supraleiters, bei dem die Einheitszellen im Wesentlichen aus nur einer supraleitenden Schicht bestehen. Für die Kuprate sind das die sogenannten *Infinite-Layer* Verbindungen $ACuO_2$ ($A = \text{Ca}$ oder Sr) [Sie88] und für eisenbasierten Supraleiter die FeSe-Verbindungen [Hsu08]. Beide Verbindungen werden erst durch eine entsprechende Dotierung supraleitend.

2.1.5 Kupratsupraleiter YBCO und SLCO

Im Folgenden sollen die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Kupratsupraleiter $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ (YBCO) und $Sr_{1-x}La_xCuO_2$ (SLCO) genauer beschrieben werden. Kuprate sind Schichtsysteme und besitzen im Allgemeinen tetragonale oder orthorhombische Kristallstruktur mit einem perowskitverwandten Aufbau. Wegen ihrer keramischen Gestalt sind sie im Vergleich zu metallischen Supraleitern oft spröde, was die praktische Anwendung erschweren kann. Die Supraleitung findet in den bereits im vorherigen Abschnitt erwähnten CuO_2 -Ebenen statt. Zwischenschichten dienen als Ladungsträgerreservoir und durch den gezielten Einbau von Fremdatomen können, je nach Valenz der entsprechenden Dotieratome, sowohl Löcher (*p*-Dotierung) als auch Elektronen (*n*-Dotierung) als zusätzliche Ladungsträger in die CuO_2 -Ebenen eingebracht werden.

Die einfachste denkbare Schichtstruktur der Kuprate bieten die Infinite-Layer Verbindungen wie das $Sr_{1-x}La_xCuO_2$. Formal basiert es auf der homologen Reihe $A_2B_2Ca_{n-1}Cu_nO_{2n+4}$ für $n \rightarrow \infty$ mit ($A = \text{Tl}, \text{Bi}$) und ($B = \text{Ca}, \text{Sr}$ oder Ba). Für den undotierten Fall ergibt sich ein nicht supraleitender $BCuO_2$ Kristall, bei dem die CuO_2 -Ebenen durch jeweils eine einzelne Erdalkali-Metall-Ebene getrennt vorliegen, siehe Abb. 2.4 (b). Durch stöchiometrische Substitution des zweiwertigen Erdalkaliumatoms durch ein dreiwertiges Lanthan¹¹ werden Ladungsträger in die CuO_2 eingebracht und es entsteht der $Sr_{1-x}La_xCuO_2$ Kristall mit einem maximalen $T_c \approx 43\text{K}$ bei einer optimalen Dotierung von $x \approx 0,10$ für das Bulk-Material. Damit hat es auch den höchsten T_c Wert unter den elektrondotierten Kupratsupraleitern. Im Gegensatz zu den übrigen Kupratsupraleitern haben Infinite-Layer keinen apikalen Sauerstoff und auch keine weiteren Schichten, die als Ladungsträgerreservoirs dienen könnten. Wegen ihrer Einfachheit werden die Infinite-Layer auch als „Mutterstruktur der Kupratsupraleiter“ bezeichnet [Tak91, Smi91, Er91].

¹¹Generell ist auch die Dotierung mit den Lanthaniden Pr, Nd, Sm oder Gd möglich.

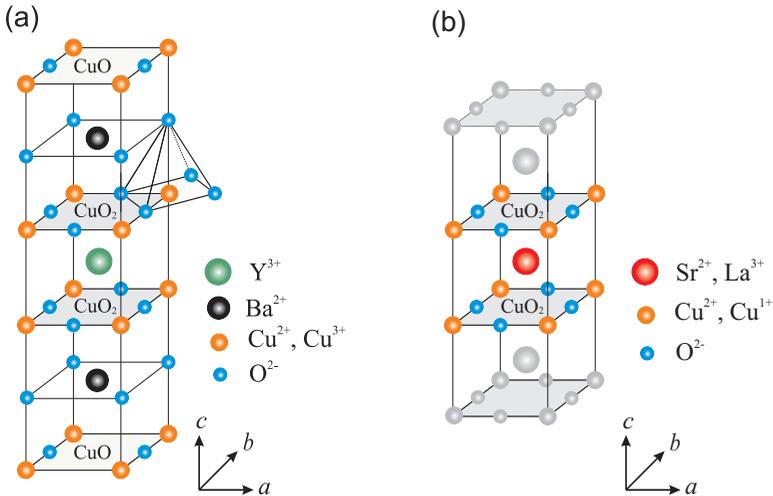


Abbildung 2.4: Kristallstruktur von (a) $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ und (b) $\text{Sr}_{1-x}\text{La}_x\text{CuO}_2$. Die sich über die Einheitszelle fortsetzende Infinite-Layer Struktur ist durch weitere grau dargestellte Schichten angedeutet.

Bei $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ stellt sich die Kristallstruktur der Einheitszelle komplexer dar, vgl. Abbildung 2.4 (a). Einer durch Yttrium getrennten CuO_2 -Doppelschicht folgen eine Bariumoxid- und eine CuO -Schicht in deren Bereich sich entlang der b -Richtung verlaufende CuO -Ketten befinden. Die Kupferatome der CuO_2 -Ebene sind von einem Sauerstofftetraeder umgeben. Durch Dotierung in die CuO -Ketten eingebrachte Sauerstoffatome¹² ziehen Elektronen aus den CuO_2 -Ebenen ab. $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ ist daher ein lochdotierter Kupratsupraleiter. Für Sauerstoffdotierungen im Bereich $0,6 < \delta < 1$ liegt eine nicht supraleitende tetragonale, für $0 < \delta < 0,6$ die supraleitende orthorhombische Phase mit einem maximalen $T_c \approx 92\text{ K}$ bei der optimalen Dotierung $\delta = 0,05$ vor [Jor90]. Die sich aufgrund der Schichtstruktur ergebenden anisotropen supraleitenden Materialeigenschaften von YBCO sind in Tabelle 2.1 angegeben¹³. Als Substrat für die Dünnschichtherstellung mittels c -Achsen orientiertem epitaktischem Wachstum eignet sich das SrTiO_3 (STO) mit kubischer Elementarzelle

¹²Beispielsweise durch Tempern unter Sauerstoffatmosphäre.

¹³Außerdem hat YBCO entlang der c -Achse eine um den Faktor 10 kleinere kritische Stromdichte als in Richtung der andern Kristallachsen.

des Perowskit-Typs mit einer Gitterkonstanten von $a = 0,3905\text{ nm}$ und einem Übergang in eine tetragonale Phase für $T < 108\text{ K}$ [Lec03]. Außerdem hat STO einen ähnlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten wie YBCO.

Für SLCO gestaltet sich die Herstellung von dünnen Filmen etwas aufwändiger. Die Bulk inplane-Gitterkonstante von SLCO für $x = 0,1$ beträgt $a_{SLCO} = 0,3949\text{ nm}$ [Er92, Jor93]. Ein direktes Aufwachsen auf STO würde zu einer Druckspannung im SLCO führen, welche die für die Supraleitung notwendige Elektronendotierung verhindert. Der Einbau einer Pufferschicht aus BaTiO_3 mit einer Gitterkonstanten von $a_{\text{BTO}} = 0,3995\text{ nm}$ führt hingegen zu einer Zugspannung, welche die Elektronendotierung unterstützt¹⁴. Eine weitere Herausforderung stellt die optimale Sauerstoff-Reduktion der $\text{Sr}_{1-x}\text{La}_x$ -Ebenen dar, ohne gleichzeitig die CuO_2 -Ebenen zu reduzieren. In den $\text{Sr}_{1-x}\text{La}_x$ -Ebenen befindlicher Überschuss-Sauerstoff lokalisiert freie Ladungsträger und stört das Kristallgitter, was ebenfalls die Supraleitung unterdrückt [Nai97, Jor94]. Im Rahmen der Dissertation von Jochen Tomaschko konnten supraleitende Dünnschichten aus SLCO mit einem $T_c \approx 22\text{ K}$ ($\approx 0,5 \cdot T_c^{\text{bulk}}$) und hoher Kristallqualität hergestellt werden [Tom12b].

Richtung	λ_L	ξ_{GL}	B_{c1}	B_{c2}
(a, b)	150 nm	1,6 nm	8,5 mT	240 T
(c)	800 nm	0,3 nm	25 mT	110 T

Tabelle 2.1: Anisotropie von Londonscher Eindringtiefe, Ginzburg-Landau Kohärenzlänge und kritischen Magnetfeldern B_{c1} bzw. B_{c2} von YBCO bei $T = 0$, jeweils senkrecht (a, b) bzw. parallel (c) zur c -Achsen-Richtung aus [Nak98, Ish98, Mar05].

2.2 Korrelierte Elektronen im Festkörper

Viele Phänomene, die sich in Festkörpern beobachten lassen, beruhen auf regelmäßig angeordneten Atomen, ihren Elektronen, der Coulomb-Wechselwirkung und den Gesetzen der Quantenmechanik. Beispielsweise wandeln sich viele Übergangsmetalloxide beim Abkühlen unterhalb einer Übergangstemperatur abrupt von einem guten elektrischen Leiter zu einem Iso-

¹⁴Auch die Verwendung von KTaO_3 ($a \approx 0,3988\text{ nm}$) als Substrat ist möglich.

lator, während sich Hochtemperatursupraleiter genau entgegengesetzt verhalten. Hierbei und bei vielen weiteren Phänomenen spielen elektronische Korrelationen eine wichtige Rolle.

In vielen Elementen und Verbindungen der Seltenen-Erden, der Aktinide, wie dem Uran, oder der Übergangsmetalle Vanadium, Eisen oder Nickel besetzen zwei Elektronen mit unterschiedlicher Spinrichtung ein enges d - oder f -Orbital. Die räumliche Einengung verstärkt die Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Elektronen. Die elektrostatische Abstoßungsenergie der Ladungsträger ist im Vergleich zu den Bandbreiten dann oft nicht vernachlässigbar, wodurch die Lokalisierung der Elektronen unterstützt wird. Das bedeutet, dass in solchen Materialien die Elektronen miteinander stark wechselwirken und sich nicht mehr mit der Hartree-Fock-Näherung beschreiben lassen. Solche Systeme bezeichnet man als korreliert. Es kommt zu Ordnungszuständen der mikroskopischen Freiheitsgrade der Elektronen, wie Ladung, Spin oder Bahndrehimpuls, und des Gitters. Auf kleine Änderungen äußerer Parameter wie Magnetfeld, Druck, Temperatur oder Dotierung reagieren diese Systeme zum Teil mit starken Änderungen in ihren Eigenschaften. Beispiele hierfür sind die Hochtemperatursupraleitung in dotierten Kupratverbindungen oder die extrem großen Widerstandsänderungen bei Isolator-Metall-Übergängen in Vanadiumoxiden. Die beiden Beispiele sollen im Folgenden näher betrachtet werden.

2.2.1 Kupratsupraleiter im Hubbard-Modell

Einen einfachen mikroskopischen Ansatz zur theoretischen Beschreibung korrelierter Elektronensysteme bietet das Hubbard-Modell [Hub63, Gut63]. Einen Überblick über die Anwendung des Hubbard-Modells auf einen d -Wellen-Supraleiter findet sich in [Sca95]. Allgemein treten darin die Ionen lediglich in Gestalt eines starren Gitters auf, während die Bewegung der Elektronen mit Spin $+1/2$ und $-1/2$ als ein Hüpfen mit einer Amplitude t von einem Gitterplatz zum nächsten beschrieben wird und den kinetischen Energieanteil liefert. Das Pauli-Prinzip verlangt nun, dass sich nur dann gleichzeitig zwei Elektronen am gleichen Gitterplatz aufhalten dürfen, wenn sie einen entgegengesetzten Spin haben. Nur in diesem Fall kommt es zusätzlich zu einer abstoßenden Coulomb-Wechselwirkung U , da vereinfachend angenommen wird, dass die Wechselwirkung aufgrund gegenseitiger Abschirmung rein lokal sei. Die Elektronen sollen die Coulomb-Abstoßung also nur dann spüren, wenn sich zwei Elektronen auf dem selben Gitterplatz befinden. Ein Gitterplatz kann entweder leer, einfach (Spin

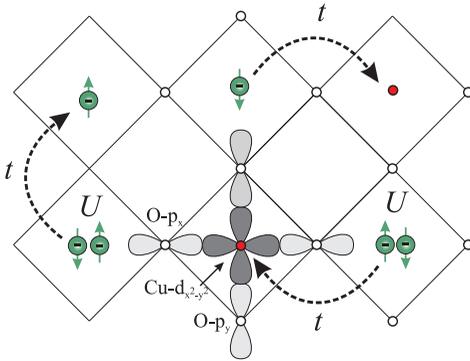


Abbildung 2.5: Im Rahmen des Hubbard-Modells für wechselwirkende Elektronen schematisch dargestellte CuO_2 -Ebene eines Kuprat-Supraleiters. U steht für die Coulomb-Abstoßung von zwei Elektronen am gleichen Kupferplatz, t für die kinetische Energie des Hüpfprozesses. In Anlehnung an [Wag08].

+1/2 oder -1/2) oder doppelt besetzt sein, vgl. Abbildung 2.5. Wegen der quantenmechanischen Dynamik der Elektronen kommt es zu Fluktuationen in der beschriebenen Besetzung der Gitterplätze. Neben den Modellparametern t und U des quantentheoretischen Vielteilchenproblems werden als weitere Systemparameter noch Temperatur, Elektronendichte sowie die Raumdimension und die Gitterstruktur berücksichtigt.

Der beschriebene Mechanismus soll am Beispiel der CuO_2 -Ebenen eines Kuprat-Supraleiters qualitativ erläutert werden. Im undotierten Zustand liegt ein Elektron pro $d_{x^2-y^2}$ -Atomorbital des Kupfers vor. Diese Orbitale überlappen mit den p -Orbitalen des Sauerstoffs und es bildet sich eine kovalente Bindung aus, vgl. Abbildung 2.5. Würden die Elektronen untereinander nicht oder nur schwach wechselwirken, so müssten sich die CuO_2 -Ebenen wegen des so bis zur Hälfte gefüllten Energiebandes wie ein klassisches Metall verhalten. Dabei würden die Elektronen versuchen, durch Delokalisierung ihre kinetische Energie abzusenken. Tatsächlich aber bleiben die Elektronen am Kupfer lokalisiert. Verantwortlich hierfür ist eine im Vergleich zur Bandbreite große Coulomb-Abstoßungsenergie U der Elektronen untereinander. Daher sind die CuO_2 -Ebenen isolierend. Dieser isolierende Zustand wird als Mott-Isolator bezeichnet. In diesem Zustand ist weiterhin das oben beschriebene Hüpfen der Elektronen möglich, was für sie eine kleine Energieabsenkung bedeutet. Die bei dem Hüpfprozess beteiligten Elektronenspins stellen sich antiparallel zueinander ein, so dass sich in den CuO_2 -Ebenen ein Spin-Gitter mit antiferromagnetischer Ordnung ausbildet. Die undotierten Kuprate sind daher antiferromagnetische Mott-Isolatoren¹⁵.

¹⁵Quantitativ liefert das Hubbard-Modell eine Aufspaltung des ohne die Coulomb-

Das Hubbard-Modell liefert mit dieser antiferromagnetischen Spinorientierung eine mögliche Erklärung für den bisher unverstandenen Mechanismus der Hochtemperatursupraleitung. Bringt man durch p -Dotierung Löcher in die CuO_2 -Ebenen, so wird von einem ersten Loch lokal die antiferromagnetische Ordnung gestört. Für ein zweites Loch ist es energetisch günstig, sich auf einen nächsten Gitter-Nachbarplatz zu setzen. Ein durch das antiferromagnetische Gitter propagierendes Loch erzeugt eine ferromagnetische Spur, da es sich dadurch bewegt, dass ein benachbartes Elektron auf den unbesetzten Platz hüpfte, welches dann die gleiche Spinorientierung wie seine Nachbarn hat. Ein zweites, dieser Spur folgende Loch wandelt die lokal ferromagnetische Spinanordnung über eine Art Austauschwechselwirkung wieder zurück in eine antiferromagnetische Ordnung und ist so mit dem ersten Loch korreliert. Entsprechend würden die zusätzlich eingebrachten Spins in elektronendotierten Kupraten lokal die antiferromagnetische Ordnung beeinflussen und wären paarweise korreliert. In beiden Fällen würde ein dynamisches System entstehen, bei dem die Ladungsträger über antiferromagnetische Spinfluktuationen korreliert sind. Da die dargestellte Wechselwirkung sehr kurzreichweitig ist, ließen sich die kurzen Kohärenzlängen der Hochtemperatursupraleiter erklären. Außerdem liefert das Modell einen Grund dafür, dass die Paarwellenfunktion keine s -Wellen-Symmetrie haben sollte. Aufgrund der starken Abstoßung der Löcher ist eine Paarwellenfunktion wahrscheinlicher, bei der die Aufenthaltswahrscheinlichkeit zweier Elektronen am gleichen Ort klein ist. Das ist bei $L = 2$ eher der Fall als bei $L = 0$, was also für eine $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie spricht. Über die antiferromagnetische Austauschwechselwirkung wären Bindungsenergien in der Größenordnung von 100 meV und damit die im Vergleich zu den konventionellen Supraleitern hohen Sprungtemperaturen erklärbar (z.B. beträgt bei Niob die über die Debye-Frequenz limitierte maximale phononische Kopplungsenergie 21 meV).

2.2.2 Isolator-Metall-Übergang

Hier wird an dem im letzten Abschnitt beschriebenen Effekt des Mott-Isolators angeknüpft. Unter den Übergangsmetalloxiden gibt es zahlreiche Verbindungen mit teilweise gefüllten Elektronenbändern, die bei tiefen Temperaturen isolierend sind, obwohl sie nach dem konventionellen Bändermodell gute Metalle sein sollten. Verändern sich äußere Parame-

Wechselwirkung halbgefüllten Energiebandes in zwei Teilbänder, die durch eine Energielücke getrennt sind, vgl. Abschnitt 2.2.2.

ter wie Druck, Temperatur, elektrisches Feld oder Dotierung, kann ein abrupter Phasenübergang vom isolierenden in den metallischen Zustand und umgekehrt induziert werden, bei dem sich der elektrische Widerstand um viele Größenordnungen ändert. Ein bekanntes Beispiele für einen solchen Isolator-Metall-Übergang ist V_2O_3 . Nevill Mott lieferte eine physikalische Erklärung, in der die Wechselwirkung zwischen den Elektronen und die Lokalisierung der Elektronen an den Gitterplätzen berücksichtigt werden. Liegen die Gitterplätze bei einer entsprechend großen Gitterkonstante weit genug auseinander, so dass die Atomorbitale nicht überlappen, sind die Elektronen stark lokalisiert. Es handelt sich um einen Isolator. Wird der Gitterabstand verringert (z.B. durch Erhöhung des Drucks), geht das Material in ein Metall über. Die Elektronen sind delokalisiert und Blochwellen bilden ihre Eigenzustände. Nach dem Mott-Kriterium [Mot68] tritt dieser Phasenübergang bei einer kritischen Ladungsträgerdichte n_c mit $n_c^{1/3} a_0 \approx 0,2$ und dem Bohrschen Radius $a_0 = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/(m_e e^2)$ auf.

Aber auch für Ladungsträgerdichten $n > n_c$ können verschiedene Effekte zu einer Lokalisierung der Elektronen und damit zu einem Isolator-Metall-Phasenübergang führen. Dazu zählen Lokalisierungen auf Grund statistischer Unordnung beim Anderson-Übergang [And58, Bel94], Elektron-Phonon-Wechselwirkungen beim Peierls-Übergang [Grü88] und Elektron-Elektron-Korrelationen beim Mott-Hubbard-Übergang, der für V_2O_3 relevant ist und nachfolgend genauer erläutert wird. Neben dem Bloch-Wilson-Bandisolator aus der konventionellen Bändertheorie sind also weitere Klassen von Isolatoren möglich, die durch entsprechende äußere Parameter kontrolliert werden können. Eine ausführliche theoretische Abhandlung über Isolator-Metall-Übergänge findet sich in [Ima98].

Zur Beschreibung des durch Elektron-Elektron-Wechselwirkung induzierten Übergangs eignet sich das im vorherigen Abschnitt erläuterte Hubbard-Modell. Es enthält bereits metallisches und isolierendes Verhalten als Grenzfälle. Das elektronische Vielteilchenproblem vereinfacht sich mit Hilfe der dynamischen Mean-Field-Theorie (DMFT) auf einen einzigen Gitterplatz, der in ein dynamisches mittleres Feld eingebettet wird [Kot04]. Damit kann die Dichte der Anregungen des Vielteilchensystem auf einem Gitterplatz direkt berechnet werden [Vol10, Vol12].

In den Abbildungen 2.6 (a)-(d) ist die Zustandsdichte für den Fall $T = 0$ einer paramagnetischen Phase, halber Bandfüllung und für verschiedene Stärken der Coulomb-Wechselwirkung U in Abhängigkeit der Anregungsenergie gezeigt. In Abhängigkeit von U zeigt die Spektralfunktion unterschiedliches Verhalten: Ohne Wechselwirkung liegt ein klassischer metal-

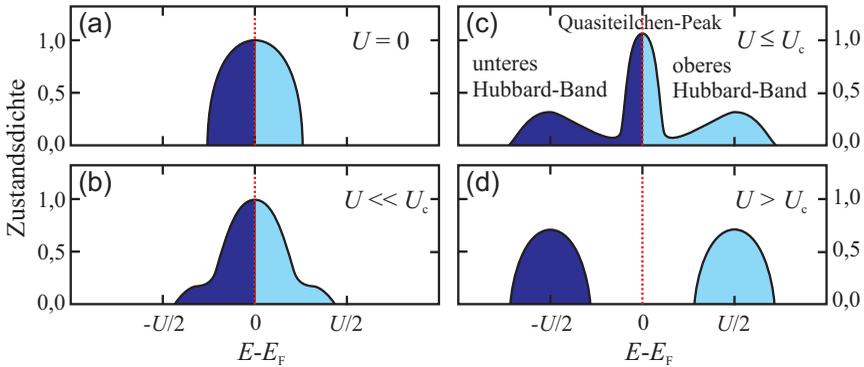


Abbildung 2.6: Zustandsdichte der Anregungen eines nach dem Hubbard-Modell wechselwirkenden Elektronensystems bei der Anregungsenergie $E - E_F$ für unterschiedlich starke Coulomb-Wechselwirkungsenergien U , modifiziert aus [Vol10]. (a) ohne Wechselwirkung, (b) schwache Wechselwirkung, (c) stärkere Wechselwirkung, (d) oberhalb einer kritischen Wechselwirkungsstärke U_c .

licher Zustand vor, bei dem das Fermineiveau in der Mitte des Bandes liegt. Im schwach korrelierten Fall $U \ll U_c$ verlagert sich das spektrale Gewicht von der Fermienergie E_F zu höheren bzw. niedrigeren Energien. Die Elektronen können als Quasiteilchen beschrieben werden, deren lokale Zustandsdichte der Vorhersage aus der Bändertheorie und der von freien Elektronen sehr ähnlich ist. Für den stärker korrelierten Bereich $U \leq U_c$ unterhalb einer kritischen Wechselwirkungsstärke U_c entsteht eine charakteristische Struktur mit drei Maxima, bestehend aus dem Quasiteilchenpeak bei der Fermienergie E_F und dem unteren und oberen Hubbard-Band. Bei großen Werten von U besteht das Anregungsspektrum nur noch aus zwei getrennten Hubbard-Bändern. Die Elektronen sind hauptsächlich lokalisiert und das System ist ein Mott-Isolator.

Die Hubbard-Näherung führt also zu einer kontinuierlichen Aufspaltung des Energiebandes in ein unteres und ein oberes Hubbard-Band. Knapp unterhalb von U_c zeigt die Zustandsdichte Eigenschaften sowohl der metallischen als auch der isolierenden Grenzfälle aus den Abbildungen 2.6 (a) und (d). Der Mott-Hubbard-Übergang entsteht dadurch, dass aufgrund der Elektron-Elektron-Korrelation für $U > U_c$ der Quasiteilchenpeak bei E_F verschwindet und seine Zustände in die beiden energetisch getrennten Hubbard-Bänder umverteilt werden. Die Größe U_c hängt dabei von

der Bandbreite des nichtwechselwirkenden Falls ab. Infrarotspektroskopie-Messungen [Ste12] bestätigen eine entsprechende elektronische Zustandsdichte beim Isolator-Metall-Übergang in V_2O_3 .

Qualitativ ausgedrückt, werden mit zunehmender Wechselwirkung U Doppelbesetzungen der fermionischen Gitterplätze energetisch ungünstiger und damit der Hüpfprozess unwahrscheinlicher, was einer zunehmenden Lokalisierung der Elektronen entspricht.

Unterhalb einer kritischen Temperatur verläuft der Mott-Hubbard-Übergang nicht kontinuierlich und wird als Übergang erster Ordnung bezeichnet [Kot04]. Daher tritt beim Übergang zwischen metallischem und isolierendem Zustand eine Hysterese auf.

2.3 Josephson-Tunnelkontakte

Die Strombelastbarkeit eines nicht homogenen Supraleiters wird nicht nur durch das Aufbrechen von Cooper-Paaren (Depairing), sondern auch aufgrund eines makroskopischen Quanteneffektes, dem Josephson-Effekt, reduziert. Im Folgenden wird das für diese Arbeit grundlegende Verhalten von Josephsonkontakten und Netzwerken aus Josephsonkontakten in einem äußeren Magnetfeld beschrieben.

2.3.1 Josephson-Effekt

Der Wellencharakter der Cooper-Paaren erlaubt es ihnen, sich in klassisch verbotenen Bereichen aufzuhalten. Bereits 1962 sagte Brian D. Josephson theoretisch vorher, dass Cooper-Paare über eine dünne isolierende Barriere zwischen zwei Supraleitern tunneln können und so zu einem Supratunnelstrom führen [Jos62]. Setzt man die makroskopische Wellenfunktion der Cooper-Paare, siehe Gleichung (2.12), in den allgemeinen quantenmechanischen Ausdruck für die Stromdichte

$$\vec{j}_s = \frac{q_s}{m_s} \hbar \left[\frac{i}{2} \left(\Psi^* \vec{\nabla} \Psi - \Psi \vec{\nabla} \Psi^* \right) - \frac{q_s}{\hbar} \vec{A} |\Psi|^2 \right] \quad (2.21)$$

ein, so folgt:

$$\vec{j}_s = \frac{q_s n_s \hbar}{m_s} \left(\vec{\nabla} \varphi - \frac{2\pi}{\Phi_0} \vec{A} \right). \quad (2.22)$$

\vec{A} ist das elektromagnetische Vektorpotential eines äußeren Magnetfeldes $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$. Ein Josephsonkontakt besteht aus zwei Supraleitern 1 und 2,

die durch eine dünne Barriere schwach miteinander gekoppelt sind. Das bedeutet, dass die im Bereich der Barriere verringerten Amplituden der Wellenfunktionen $\Psi_l(\vec{r}) = |\Psi_{0,l}(\vec{r})| \cdot e^{i\varphi_l(\vec{r})}$, $l \in [1, 2]$ einen von Null verschiedenen Überlapp haben. Nach Integration von \vec{j}_s über die Barriere unter Berücksichtigung der Eindeutigkeit der Wellenfunktion und der Zeitumkehrinvarianz ($I_s(\delta) = -I_s(-\delta)$) bei der Darstellung als Fourier-Reihe erhält man für den Suprastrom eine Summe von Sinus-Termen:

$$I_s = \sum_{n=0}^{\infty} I_{c,n} \cdot \sin [(n+1)\delta], \quad (2.23)$$

mit der eichinvariante Phasendifferenz:

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \vec{A} \cdot d\vec{r}, \quad (2.24)$$

wobei entlang eines Weges über die Tunnelbarriere zwischen den beiden Supraleitern integriert wird. Bei Annahme einer schwachen Kopplung, wie sie für viele Josephsonkontakte möglich ist, sind die höheren Harmonischen der Strom-Phasen-Beziehung oft vernachlässigbar und es folgt die 1. Josephsongleichung:

$$I_s = I_{c0} \cdot \sin \delta. \quad (2.25)$$

Der maximal mögliche Suprastrom I_{c0} , der ohne Spannungsabfall über einen Josephsonkontakt fließen kann, hängt von der Art und den Eigenschaften der Barriere ab. Zunächst unterscheidet man Barrieren, die aus einer isolierenden Schicht (Supraleiter-Isolator-Supraleiter- (SIS-) Kontakt) oder einer metallischen Zwischenschicht (Supraleiter-Normalleiter-Supraleiter- (SNS-) Kontakt) bestehen. Unter der Annahme, dass Quasiteilchen und Cooper-Paare auf die gleiche Art und Weise tunneln können und dass eine s -Wellen-Symmetrie vorliegt, gilt für den maximalen Suprastrom eines idealen SIS-Josephsonkontakts die Ambegaokar-Baratoff-Beziehung [Amb63a, Amb63b]:

$$I_c(T) = \frac{\pi\Delta(T)}{2eR_n} \tanh \frac{\Delta(T)}{2k_B T}, \quad (2.26)$$

mit dem Normalwiderstand R_n . Für einen SNS-Kontakt ergibt sich insbesondere für $T \ll T_c$ eine andere Abhängigkeit [Buc04, Seite 331]:

$$I_c(T) = \frac{3\pi}{2eR_n} \frac{\Delta^2(T)}{k_B T} \frac{d/\xi_N}{\sinh(d/\xi_N)}, \quad (2.27)$$

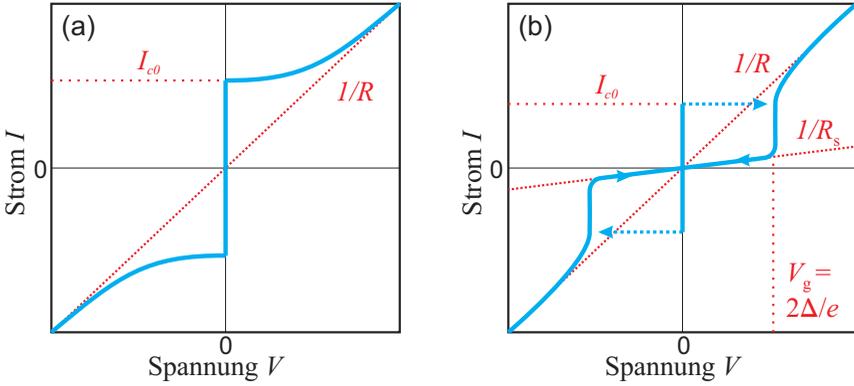


Abbildung 2.8: Strom-Spannungs-Kennlinie eines (a) überdämpften und eines (b) unterdämpften (SIS)-Josephsonkontaktes. I_{c0} ist der kritische Strom, R der Normalwiderstand, R_s der Subgap-Widerstand und Δ die Energielücke.

Nach Einsetzen der Gleichungen (2.25) und (2.28) erhält man für δ eine nichtlineare Differentialgleichung zweiter Ordnung :

$$\frac{\Phi_0 C}{2\pi} \ddot{\delta} + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \dot{\delta} = -I_{c0} \cdot \sin \delta + I \equiv -\frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{\partial U_J}{\partial \delta}. \quad (2.30)$$

Diese Gleichung ist äquivalent zur Bewegungsgleichung eines physikalischen Pendels oder eines Teilchen in einem verkippten \cos -förmigen Potential U_J (Waschbrettpotential [Buc04, Seite 361 f.]), dessen Amplitude als Josephson-Kopplungsenergie E_J bezeichnet wird. In Abhängigkeit der Parameter I_{c0} , R , und C zeigen Josephsonkontakte unterschiedliches Verhalten, welches sich mit Hilfe des Stewart-McCumber-Parameters

$$\beta_c = \frac{2\pi I_{c0} R^2 C}{\Phi_0}, \quad (2.31)$$

der ein Maß für die Dämpfung des Kontaktes ist, klassifizieren lässt. Für $\beta_c < 1$ wird der Kontakt als überdämpft bezeichnet. Es besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Strom und Spannung des Kontaktes, siehe Abb. 2.8 (a). Die $I(V)$ -Kennlinie lässt sich dann im RCSJ-Modell für $I > I_{c0}$ annähernd beschreiben durch:

$$i = \sqrt{v^2 + 1} \quad \text{mit } i = I/I_{c0} \quad \text{und } v = V/(I_{c0}R). \quad (2.32)$$

Für $\beta_c > 1$ ist der Kontakt unterdämpft. Die Strom-Spannungs-Kennlinie zeigt einen hysteretischen Verlauf, wie er in Abbildung 2.8 (b) dargestellt ist. Wird der Biastrom von Null bis zum kritischen Strom I_{c0} erhöht, so ist die zeitlich gemittelte Spannung V über den Kontakt gleich Null¹⁸. Der Strom wird ausschließlich von tunnelnden Cooper-Paaren getragen. Bei Erreichen von I_{c0} geht der Kontakt in den resistiven Zustand über. Die Cooper-Paare oszillieren dann mit der Josephsonfrequenz f_J , während der Gleichstromanteil nun von den Quasiteilchen getragen wird. Der Widerstand eines SIS-Josephsonkontaktes hängt hier von der Spannung ab. Für Spannungen nahe $V_g = 2\Delta/e$ werden Cooper-Paare aufgebrochen und Quasiteilchen, d.h. ungepaarte Elektronen entstehen, die die Energielücke überwinden können und verstärkt zum Tunnelstrom beitragen. Der Widerstand wird stark verringert. Für größere Spannungen nähert sich die Steigung der $I(V)$ -Kennlinie dem Kehrwert des Normalwiderstands. Wird der Strom verringert, so bleibt der Kontakt auch unterhalb von I_{c0} noch resistiv. Aufgrund thermischer Anregungen fließt unterhalb von V_g weiterhin ein Quasiteilchenstrom über den Kontakt bei einem erhöhten Subgap-Widerstand R_s . Erst mit Unterschreiten des Rücksprungstromes I_r geht der Josephsonkontakt wieder in den spannungslosen Zustand über. I_r nimmt mit kleiner werdendem β_c zu. Für einen überdämpften Kontakt ist $I_r = I_{c0}$. Für stark unterdämpfte Josephsonkontakte mit $\beta_c \gg 1$ gilt näherungsweise:

$$\beta_c \approx \left(\frac{4 I_{c0}}{\pi I_r} \right)^2. \quad (2.33)$$

Aufgrund thermischer Fluktuationen kann der gemessene Wert des kritischen Stroms für $T > 0$ unterhalb des theoretisch möglichen Wertes von I_{c0} liegen. Beurteilt wird dies durch den Rauschparameter Γ , der als das Verhältnis der thermischen Energie $k_B T$ zur Josephson-Kopplungsenergie $E_J = I_{c0} \Phi_0 / (2\pi)$ definiert ist:

$$\Gamma = \frac{2\pi k_B T}{I_{c0} \Phi_0}. \quad (2.34)$$

Bei überdämpften Kontakten bewirken thermische Fluktuationen, dass der Kontakt auch für $I < I_{c0}$ einen kleinen Widerstand hat, der eine Rauschverrundung der $I(V)$ -Kennlinie verursacht [Amb69]. I_{c0} kann über einen

¹⁸Im spannungslosen Zustand existieren Josephson-Plasmaoszillationen, bei der die Phase δ mit der Plasmafrequenz $\omega_p = \sqrt{2\pi I_{c0} / (\Phi_0 C)}$ oszilliert, vgl. Abschnitt (2.3.3).

Fit der Strom-Spannungs-Kennlinie nach Gleichung (2.32) bestimmt werden. Für $\Gamma = 1$ ist die Rauschverrundung so stark, dass ein theoretisch vorhandener kritischer Strom nicht mehr gemessen werden kann.

Bei hysteretischen Kontakten erfolgt der Übergang in den resistiven Zustand thermisch aktiviert, so dass es zu einer statistischen Verteilung der gemessenen I_{c0} Werte (mit exponentiell steigender Wahrscheinlichkeit für $I \rightarrow I_{c0}$) kommt. Für $\Gamma \geq 0,05$ erfolgt bereits eine deutliche Verringerung des gemessenen kritischen Stromes.

2.3.2 Kurze Josephsonkontakte im externen Magnetfeld

Für die bisherigen Betrachtungen punktförmiger Josephsonkontakte wurde angenommen, dass die eichinvariante Phasendifferenz δ entlang des Kontaktes nicht variiert. Für räumlich ausgedehnte Josephsonkontakte ist die Phasendifferenz ortsabhängig. Die Längenskala, auf der sich $\delta(\vec{r})$ ändern kann, ist gegeben durch die Josephson-Eindringtiefe λ_J :

$$\lambda_J = \sqrt{\frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0 j_{c0} d_{\text{eff}}}}, \quad (2.35)$$

mit der kritischen Stromdichte j_{c0} im Nullfeld, der effektiven Dicke [Fer65, Wei69]:

$$d_{\text{eff}} = t + \lambda_{L1} \cdot \coth\left(\frac{D_1}{\lambda_{L1}}\right) + \lambda_{L2} \cdot \coth\left(\frac{D_2}{\lambda_{L2}}\right) \quad (2.36)$$

und der Barrierendicke t . Zur Bestimmung des magnetischen Flusses innerhalb eines Josephsonkontaktes ist die effektive magnetische Eindringtiefe t_{eff} in den Kontakt der Form:

$$t_{\text{eff}} = t + \lambda_{L1} \cdot \tanh\left(\frac{D_1}{2\lambda_{L1}}\right) + \lambda_{L2} \cdot \tanh\left(\frac{D_2}{2\lambda_{L2}}\right) \quad (2.37)$$

relevant¹⁹. Für Elektrodendicken $D_i \gg \lambda_{Li}$ $i \in [1, 2]$ (die Indizes 1 und 2 stehen für die beiden supraleitenden Elektroden) gilt:

$$d_{\text{eff}} = t_{\text{eff}} = t + \lambda_{L1} + \lambda_{L2}. \quad (2.38)$$

¹⁹Für kleiner werdende Filmdicken D_i wird d_{eff} größer, somit λ_J kleiner, während t_{eff} kleiner wird und damit die Periode in $I_c(B)$ (siehe folgende Ausführung) größer wird.

Im Dünnschichtlimit ergibt sich die effektive magnetische Eindringtiefe bei zu vernachlässigender Barrierendicke aus den Pearl-Längen Λ_i nach Glg. (2.11):

$$t_{\text{eff}} \approx \Lambda_1 + \Lambda_2. \quad (2.39)$$

Ein in der Ebene des Kontaktes angelegtes äußeres Magnetfeld H erzeugt innerhalb des in Abb. 2.9 gestrichelt dargestellten Integrationsweges C mit der magnetischen Flussdichte $B = \mu_0 H$ einen magnetischen Fluss von:

$$\Phi_C = B \cdot t_{\text{eff}} \cdot dx, \quad (2.40)$$

wobei angenommen wird, dass die Supraströme und Magnetfelder zwar entlang x aber nicht in y -Richtung variieren. Der Wellenvektor $\vec{k} = \nabla\varphi$ der supraleitenden Wellenfunktionen werde auf dem Integrationsweg integriert, der sich in x -Richtung vom Punkt x bis zu $x + dx$ erstreckt, wobei dx eine infinitesimale Strecke sei. In z -Richtung reiche der Weg weit in das Innere der Supraleiter mit den Elektrodendicken $D_i > \lambda_L$. Mit den

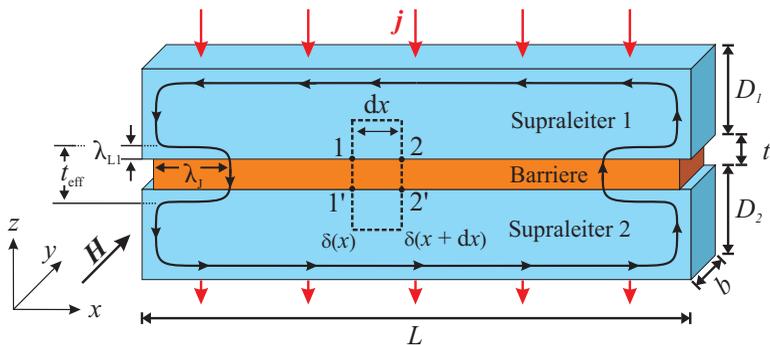


Abbildung 2.9: Ausgedehnter Josephsonkontakt mit der Kontaktlänge L , Kontaktbreite b , Barrierendicke t und den Elektrodendicken $D_{1,2}$ in einem externen Magnetfeld H . Der Integrationspfad C ist gestrichelt eingezeichnet.

Gleichungen (2.2) und (2.22) folgt:

$$\begin{aligned} \int_{1'}^{2'} \nabla \varphi_2 d\vec{r} + \int_2^1 \nabla \varphi_1 d\vec{r} &= \varphi_2(2') - \varphi_1(2) - [\varphi_2(1') - \varphi_1(1)] \quad (2.41) \\ &= \mu_0 \lambda_L^2 \left(\int_{1'}^{2'} \vec{j}_s d\vec{r} + \int_2^1 \vec{j}_s d\vec{r} \right) + \frac{2\pi}{\Phi_0} \oint_{C'} \vec{A} d\vec{r}. \end{aligned}$$

Das Integral über den Weg C' schließt die Barriere nicht mit ein. Werden die beiden Wegstücke über die Barriere berücksichtigt, gilt für den vom Weg C eingeschlossenen Fluss Φ_C :

$$\Phi_C = \int_F \vec{B} d\vec{f} = \oint_C \vec{A} d\vec{r} = \oint_{C'} \vec{A} d\vec{r} + \int_{2'}^2 \vec{A} d\vec{r} + \int_1^{1'} \vec{A} d\vec{r}. \quad (2.42)$$

Mit Glg. (2.42) und der eichinvarianten Phasendifferenz aus Glg. (2.24) folgt aus Gleichung (2.41):

$$\delta(x + dx) - \delta(x) = \mu_0 \lambda_L^2 \left(\int_{1'}^{2'} \vec{j}_s d\vec{r} + \int_2^1 \vec{j}_s d\vec{r} \right) + \frac{2\pi}{\Phi_0} \Phi_C. \quad (2.43)$$

In den supraleitenden Elektroden sind die Abschirmströme außerhalb einer Schicht der Dicke λ_L exponentiell klein, so dass die beiden Integrale über die Suprastromdichten vernachlässigt werden können. Wird Glg. (2.40) in Glg. (2.43) eingesetzt, ergibt sich die Differentialgleichung:

$$\frac{d\delta(x)}{dx} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \cdot B \cdot t_{\text{eff}}. \quad (2.44)$$

Durch Integration von Gleichung (2.44) folgt für die Phasendifferenz δ entlang des Kontaktes eine lineare Ortsabhängigkeit:

$$\delta(x) = \frac{2\pi}{\Phi_0} t_{\text{eff}} B x + \delta_0. \quad (2.45)$$

Dies gilt nur für einen kurzen Josephsonkontakt mit $b, L \lesssim 4\lambda_J$, bei dem Eigenfeldeffekte des Suprastroms vernachlässigbar sind. Nach Einsetzen in

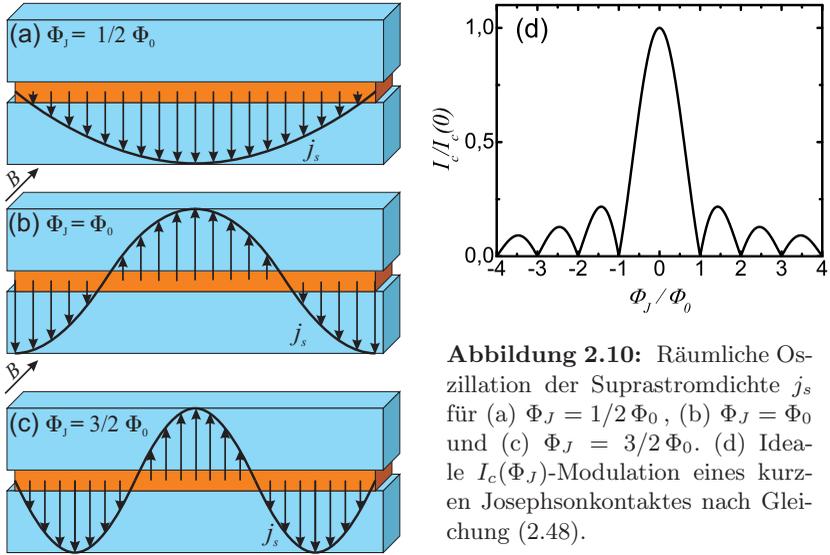


Abbildung 2.10: Räumliche Oszillation der Suprastromdichte j_s für (a) $\Phi_J = 1/2 \Phi_0$, (b) $\Phi_J = \Phi_0$ und (c) $\Phi_J = 3/2 \Phi_0$. (d) Ideale $I_c(\Phi_J)$ -Modulation eines kurzen Josephsonkontaktes nach Gleichung (2.48).

die erste Josephsongleichung (2.25) folgt für die supraleitende Stromdichte senkrecht zur Richtung des angelegten Feldes:

$$j_s(x) = j_{c0} \cdot \sin \delta(x) = j_{c0} \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{\Phi_0} B t_{\text{eff}} x + \delta_0 \right). \quad (2.46)$$

j_s moduliert sinusförmig entlang des Kontaktes mit einer von B abhängigen Periodenlänge. Die räumlich oszillierende Stromverteilung ist in den Abbildungen 2.10 (a) - (c) für unterschiedliche magnetische Flüsse $\Phi_J = B t_{\text{eff}} L$ im Josephsonkontakt der Länge L dargestellt. Die Integration über die Kontaktfläche ergibt den gesamten Suprastrom $I_s(B, \delta_0)$, der über den Kontakt fließen kann:

$$I_s(B, \delta_0) = \int_0^b \int_0^L j_{c0} \sin \left(\frac{2\pi}{\Phi_0} B t_{\text{eff}} x + \delta_0 \right) dx dy, \quad (2.47)$$

wobei von einer räumlich homogen verteilten kritischen Stromdichte j_{c0} ausgegangen wird. Man erhält den maximal messbaren Suprastrom in Abhängigkeit von B durch Maximierung des Integrals (2.47) bezüglich der Anfangsphase δ_0 . Für eine rechteckige Kontaktfläche ergibt sich eine

sinc-Abhängigkeit der Form:

$$I_c(B) = \max_{\delta_0} \{I_s(B)\} = I_c(0) \left| \frac{\sin\left(\pi \frac{Bt_{\text{eff}}L}{\Phi_0}\right)}{\pi \frac{Bt_{\text{eff}}L}{\Phi_0}} \right| = I_c(0) \left| \text{sinc}\left(\frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \right|, \quad (2.48)$$

mit $\Phi_J = Bt_{\text{eff}}L$. Der kritische Strom $I_c(0) = Lbj_{c0}$ ergibt sich durch Integration über die Kontaktfläche der Länge L und der Breite b . Im Idealfall folgt somit die $I_c(B)$ -Kurve einer Fraunhofer-Funktion, vgl. Abbildung 2.10 (d), wie sie auch für die Intensitätsverteilung bei der Beugung an einem schmalen Einzelspalt auftritt. An den Nullstellen der sinc-Funktion entspricht die Länge des Josephsonkontaktes einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge der Oszillationen in der Suprastromdichte (siehe Abb. 2.10 (b)). In diesem Fall fließen Supraströme zu gleichen Teilen in beide Richtungen über den Kontakt, so dass sie sich gerade aufheben. Aufschluss über die Homogenität der Stromdichte und damit über die Qualität eines Josephsonkontaktes erhält man über mögliche Abweichungen der $I_c(B)$ -Kurve vom Fraunhofer-Muster.

2.3.3 Lange Josephsonkontakte im externen Magnetfeld

Im Gegensatz zu kurzen Kontakten kann die Phasendifferenz δ entlang langer Kontakte ($L \gtrsim 4\lambda_J$) aufgrund von Eigenfeldeffekten räumlich variieren. Das oben eingeführte RCSJ-Modell eines kurzen Josephsonkontaktes genügt nicht mehr zur Beschreibung der Dynamik des langen Kontaktes. Daher ist eine Erweiterung des Modells notwendig. Für den langen Kontakt, dessen Breite b im Folgenden deutlich kleiner als λ_J sein soll, wird eine Parallelschaltung aus mehreren kurzen Kontakten angesetzt. Die einzelnen RCSJ-Kontakte sind durch induktive und resistive Komponenten miteinander gekoppelt [Sco64]. Die Länge L des Kontaktes erstreckt sich entlang der x -Richtung. Nach entsprechender Rechnung und Normierung folgt die eindimensionale gestörte Sinus-Gordon-Gleichung:

$$\lambda_J^2 \frac{d^2\delta(x,t)}{dx^2} - \omega_p^{-2} \frac{d^2\delta(x,t)}{dt^2} - \sin\delta(x,t) = \tau_c \frac{d\delta(x,t)}{dt} - \frac{j}{j_c}. \quad (2.49)$$

Es wurden Terme mit Ableitungen von höherer als zweiter Ordnung vernachlässigt, außerdem die charakteristische Zeit $\tau_c = \Phi_0/(2\pi j_{c0}\rho)$ mit

dem spezifischen Widerstand ρ der Barriere, sowie die Josephson-Plasmafrequenz $\omega_p = \sqrt{2\pi j_{c0} t / (\epsilon \epsilon_0 \Phi_0)}$ eingeführt. Aufgrund des $\sin \delta$ -Terms handelt es sich hierbei um eine nichtlineare Wellengleichung, wobei der erste Term auf der rechten Seite die Dämpfung des Systems beschreibt. Für $j = 0$ und bei verschwindender Dämpfung wird Gleichung (2.49) als ungestörte Sinus-Gordon-Gleichung bezeichnet. Es gibt eine Vielzahl von linearen und nichtlinearen Anregungen, die als Lösung für Gleichung (2.49) in Frage kommen [Bar82, Cos78, Ust98]. Jeweils hilfreich für die Veranschaulichung ist die Pendel-Analogie [Buc04, Seite 346 f.]. Demnach lässt sich ein langer Kontakt als eine Kette von Pendeln beschreiben, die jeweils mit dem nächsten Nachbarn gekoppelt sind. Zwei wichtige Anregungen sollen im Folgenden beschrieben werden. Dies erfolgt in Anlehnung an [Buc10].

Plasmaoszillationen

Für kleine Auslenkungen der Phase lässt sich die Sinus-Gordon-Gleichung linearisieren ($\sin \delta \approx \delta$) und für $j = 0$ mit einem linearen Wellenansatz:

$$\delta(x, t) = A \cdot e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.50)$$

lösen. Durch Einsetzen von (2.50) in Gleichung (2.49) und unter Vernachlässigung des Dämpfungsterms folgt die Dispersionsrelation:

$$\omega(k) = c_{\text{sw}}^2 k^2 + \omega_p^2. \quad (2.51)$$

Bei dieser Lösung handelt es sich um elektromagnetische Wellen, die sich entlang des Kontaktes mit der Swihart-Geschwindigkeit $c_{\text{sw}} = \omega_p \lambda_J$ ausbreiten [Swi61]. Typischerweise beträgt diese wenige Prozent der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit. Um sich fortlaufend ausbreiten zu können, müssen die elektromagnetischen Wellen mindestens eine Frequenz von $\omega \geq \omega_p$ haben. Für kleinere Frequenzen klingen angeregte Oszillationen exponentiell ab. In der Pendel-Analogie entsprechen Plasmaoszillationen wellenartigen Auslenkungen, die durch die Pendelkette wandern, wobei die Auslenkung der lokalen Phasendifferenz entspricht. An einem festen Ort x oszilliert also $\delta(x)$ mit ω_p um eine Ruhelage δ_0 . Nach ähnlicher Betrachtung für $j \neq 0$ folgt, dass die Plasmafrequenz für $j \rightarrow j_{c0}$ gegen Null geht.

Fluxonen

Betrachtet man die ungestörte Sinus-Gordon-Gleichung unter Berücksichtigung der Randbedingungen für einen unendlich langen Kontakt:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \delta(x) = n \cdot 2\pi, \quad n \in \mathbb{Z} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{d\delta(x)}{dx} = 0, \quad (2.52)$$

so existiert für die Phasendifferenz eine analytische Lösung der Form:

$$\delta(x, t) = 4 \arctan \left[\exp \left(\pm \frac{x - vt - x_0}{\sqrt{1 - v^2}} \right) \right]. \quad (2.53)$$

Diese Lösung wird als Soliton oder je nach Vorzeichen als Fluxon oder Antifluxon bezeichnet. Es handelt sich um einen quantisierten magnetischen Josephson-Flusswirbel mit einem geschlossenen Ringstrom um den Ort x_0 in der Barriere. Dabei ändert sich die Phase um 2π , wenn man sich über das Fluxon hinweg bewegt. Der größte Teil des nicht wechselwirkenden Wirbels ist entlang des Kontaktes auf einen Bereich von $2\lambda_J$ um x_0 begrenzt. Die Ausdehnung des Vortex senkrecht zur Barriere liegt im Bereich $t_{\text{eff}} < \lambda_J$ der Meißner-Abschirmströme. v ist die auf c_{sw} normierte Geschwindigkeit des Fluxons: $v = u/c_{\text{sw}}$. Der Gradient der Phase ist proportional

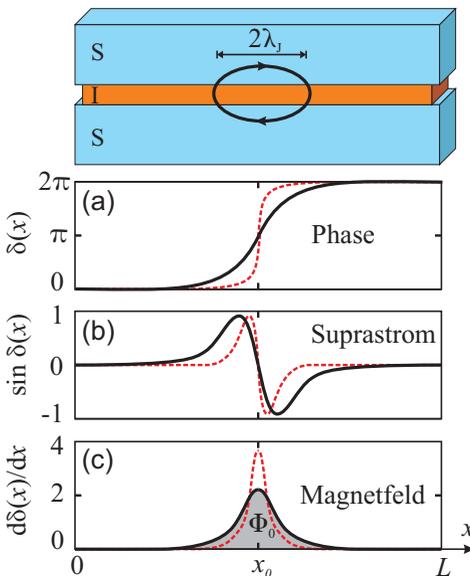


Abbildung 2.11: Fluxon in einem langen Josephson-Kontakt, schematisch mit entsprechendem (a) Phasenprofil, (b) Suprastrom proportional zu $\sin \delta(x)$ und (c) Magnetfeld proportional zum Phasengradienten $d\delta(x)/dx$ dargestellt. Die Fläche unter der Kurve entspricht einem magnetischen Flussquant Φ_0 . Die schwarzen Kurven entsprechen einem ruhenden Fluxon, die rot gestrichelten einem Fluxon mit der Geschwindigkeit von etwa 90% von c_{sw} .

zum Magnetfeld. Die unter der Kurve eingeschlossene Fläche entspricht genau einem magnetischen Flussquant Φ_0 . Nach Gleichung (2.25) ist der Suprastrom wiederum proportional zum Sinus der Phase. Ein Fluxon entspricht im Pendel-Analogon gerade einem 2π -Überschlag der Pendelkette. In Abbildung 2.11 ist schematisch die Phasendifferenz mit entsprechendem Feldprofil und Suprastrom eines Fluxons für einen langen linearen Kontakt gezeigt.

Fällt über den Kontakt keine Spannung ab ($dU/dt = d^2\delta/dt^2 = 0$), so reduziert sich die Sinus-Gordon-Gleichung auf den stationären Fall, dessen Lösungen ortsfeste Vortices²⁰ sind, die ab einem kritischen Feld:

$$\mu_0 H_c = \frac{2\Phi_0}{\pi^2 \lambda_J t_{\text{eff}}} \quad (2.54)$$

in einen Josephsonkontakt eindringen können [May93, Sch97]. Die Vortices bilden eine statische eindimensionale Kette entlang eines endlich ausgehenden Kontaktes. Die Anzahl der Vortices ist proportional zum äußeren Feld $|\mu_0 H| > \mu_0 H_c$. Ohne Berücksichtigung von Eigenfeldeffekten in kurzen Kontakten ($L \lesssim 4\lambda_J$) beträgt der Vortexabstand $a = \Phi_0/(\mu_0 H t_{\text{eff}})$. Dieser Zustand erinnert an die Shubnikov-Phase von Typ-II-Supraleitern. Im Gegensatz zu Abrikosov-Vortices haben Josephson-Vortices jedoch keinen normalleitenden Kern, sondern einen Phasenkern. Daher gibt es für sie kein oberes kritisches Feld. Ohne externes magnetisches Feld können die Fluxonen als metastabiler Zustand im Kontakt gepinnt bleiben.

Durch das Anlegen eines Biasstromes wirkt auf das Fluxon eine Lorentzkraft. Nach Überschreiten möglicher Pinnkräfte kann es maximal bis zur Swihart-Geschwindigkeit beschleunigt werden. Mit der Vortextbewegung ist eine zeitlich sich ändernde Phase und daher ein Spannungsabfall über den Kontakt verbunden. Es stellt sich darüberhinaus eine Gleichgewichtsgeschwindigkeit v ein, bei der antreibende Lorentzkraft und bremsende Reibungskraft gleich groß sind. Dem Fluxon kann wegen seiner solitonischen Eigenschaften wie einem Teilchen eine Masse und ein Impuls zugeordnet werden. Für Geschwindigkeiten v nahe der Swihart-Geschwindigkeit sind daher relativistische Effekte zu berücksichtigen [Lau95].

²⁰Für Felder $|\mu_0 H| < \mu_0 H_c$ ist auch die Meißner-Lösung möglich, bei der das Feld am Rand des Kontaktes entsprechend $B(x) \approx B_0 \exp(-x/\lambda_J)$ in den Kontakt eindringt. $B(x)$ ist der „Schwanz“ eines Fluxons.

Nullfeldstufen

Im Folgenden soll ein langer Josephsonkontakt im magnetischen Nullfeld betrachtet werden, an den ein Strom kleiner als der kritische Strom $|I| < I_{c0}$ angelegt werde. Für den Verlauf der Phasendifferenz ergibt sich $\delta = \arcsin(I/I_{c0})$. Des Weiteren soll sich ein Fluxon in dem Kontakt befinden. Fluxonen können sich beispielsweise durch Anlegen eines Biasstroms $I > I_{c0}$ und anschließendes Absenken des Stroms unter den kritischen Strom ausbilden. Wie oben bereits erwähnt, wird sich das Fluxon in Richtung eines Ende des Kontaktes bewegen. Erreicht das Fluxon dabei eine ausreichend hohe Geschwindigkeit, wird es als Antifluxon am Ende des Kontaktes reflektiert und, wiederum vom Biasstrom angetrieben, zum anderen Ende hin beschleunigt. Es stellt sich eine anhaltende Bewegung von Fluxonen und Antifluxonen durch den Kontakt ein, welche sich durch den Abfall einer induzierten mittleren Spannung V_n^{NFS} bemerkbar macht. Für eine Anzahl n an Fluxonen im Kontakt der Länge L gilt:

$$V_n^{\text{NFS}} = n \cdot \Phi_0 \frac{c_{\text{sw}}}{L}. \quad (2.55)$$

Beim Durchfahren einer $I(V)$ -Kennlinie erhält man eine Serie von Ästen, die als Nullfeldstufen (Zero-Field-Steps) bezeichnet werden [Ful73, Ped84]. Jeder Stufe kann eine bestimmte Anzahl von Fluxonen im Kontakt zugeordnet werden. Ausgeprägt sind die Nullfeldstufen vor allem bei unterdämpften Kontakten, da die Fluxonenbewegung in einem gedämpften Kontakt behindert wird.

Fiske-Resonanzen

Ein extern angelegtes Magnetfeld behindert die Reflexion der Fluxonen an einer Seite des Kontaktes. Bei weiterer Erhöhung des Magnetfeldes wird der Transport der Fluxonen auf der einen Seite vollständig unterdrückt, das heißt, die Fluxonen bewegen sich nur noch in eine Richtung. Die Fluxonen werden nicht mehr reflektiert, sondern vernichtet, was zu Anregungen von Plasmaoszillationen mit der Wellenlänge λ_{PO} führt. Es werden bevorzugt Stehwellen angeregt, die der Resonanzbedingung $L = n \cdot \lambda_{\text{PO}}/2$ genügen. n ist die Anzahl der Halbwellen im Kontakt. Diese Interaktion von Plasmaoszillationen und Fluxonbewegung führt dazu, dass die Spannungsstufen der sogenannten Fiske-Resonanzen bei Spannungen V_n^{FS} auf-

treten, die der Hälfte der Spannungswerte der Nullfeldstufen entsprechen:

$$V_n^{\text{FS}} = n \cdot \Phi_0 \frac{c_{\text{sw}}}{2L} = \frac{V_n^{\text{NFS}}}{2}. \quad (2.56)$$

Stimmt die räumliche Oszillationsperiode des Suprastroms mit den Abmessungen des Kontaktes überein, sind die Fiske-Stufen besonders stark ausgeprägt. Der maximale kritische Strom $I_m^n(B)$ der n -ten Fiske-Stufe hat daher sein Maximum bei einem magnetischen Fluss im Kontakt von $\pm n \cdot \Phi_0/2$ [Cir98]. Fiske-Stufen treten im Gegensatz zu den Nullfeldstufen auch in kurzen Josephsonkontakten auf.

2.3.4 Vortices in dünnen Filmen

Vortices in supraleitenden Dünfilmen mit einer Filmdicke $d \ll \lambda_L$ zeigen andere Eigenschaften als gewöhnliche Vortices bei $d \gg \lambda_L$. Der Feldverlauf eines solchen „Pearl-Vortex“ [Pea64] ähnelt oberhalb der Filmebene einem magnetischen Monopol [Bla94]. Das Wechselwirkungspotential zwischen benachbarten Pearl-Vortices hat im Gegensatz zu gewöhnlichen Abrikosov-Vortices für Abstände $r \gg \Lambda$ eine langreichweitige Komponente $V_{\text{int}} \sim \Lambda/r$ [Taf04].

Josephson-Vortices in dünnen Filmen weichen in ihren Eigenschaften ebenfalls von normalen Fluxonen ab, was in [Kog01] dargelegt wird. Demnach können ihre Eigenschaften insbesondere in Josephson-Korngrengengeometrien über die charakteristischen Längen:

$$l = \frac{\Phi_0}{4\pi\mu_0 j_{c0} \lambda_L^2} = \frac{\lambda_J^2}{\lambda_L} \quad (2.57)$$

(„Dünnsfilm-Josephsonlänge“) und Λ (Glg. (2.11)) beschrieben werden. Die Phase nähert sich im Gegensatz zu gewöhnlichen Josephson-Vortices nicht exponentiell, sondern mit $\delta(x \rightarrow \infty) \approx 2\pi - 2l\Lambda/x^2$ bzw. $\delta(x \rightarrow -\infty) \approx 2l\Lambda/x^2$ den Werten 2π bzw. 0 , wofür das spezielle Streufeld verantwortlich ist. Für den Fall $l \ll \Lambda$ beschreibt l die Ausdehnung des Vortexkerns und ist nahezu temperaturunabhängig, da $j_{c0} \propto \Delta^2 \propto (T_c - T)$, während $\lambda_L^2 \propto 1/(T_c - T)$. Für $l \gg \Lambda$ beträgt die Größe des Vortexkerns $\sqrt{l\Lambda}(T)$ und ist daher von der Temperatur abhängig. Der Vortexkern ist von einem „Phasenschweif“ umgeben, dessen Ausdehnung ebenfalls $\sqrt{l\Lambda}(T)$ beträgt. Für die von einem solchen Dünnsfilm-Josephsonvortex verursachte, senkrecht zur Filmebene stehende Feldkomponente (in Höhe der Filmoberfläche

bei $z = 0$), gilt in Abhängigkeit des Abstands von der Vortexmitte $r \gg \Lambda$:

$$B_z(r) = \frac{\mu_0 \Phi_0 \Lambda}{2\pi r^3}. \quad (2.58)$$

2.3.5 π -gekoppelte Josephsonkontakte

Neben den bisher betrachteten konventionellen Josephsonkontakten gibt es auch sogenannte π -Josephsonkontakte. In solchen Kontakten kommt es im Grundzustand, das heißt ohne Biasstrom und externes Magnetfeld, bereits zu einer Phasendifferenz von π zwischen den beiden supraleitenden Elektroden²¹ [Bul77, Bul78, Gol04b, Hil08]. Die Strom-Phasen-Beziehung aus Gleichung (2.25) ändert sich dann zu:

$$I_s = I_{c0} \cdot \sin(\delta + \pi) = -I_{c0} \cdot \sin(\delta). \quad (2.59)$$

Formal führt dies zu einem negativen kritischen Strom I_{c0} über den Kontakt. Jedoch ist mit einer gewöhnlichen (Vierpunkt-) Messung nur der absolute Wert des kritischen Stroms I_c bestimmbar. Generell ist es schwierig, experimentell einen konventionellen (0-Josephsonkontakt) von einem π -Josephsonkontakt zu unterscheiden, da es keine direkte Methode zur Bestimmung der absoluten Phasendifferenz gibt. In den Abschnitten 2.4.1 und 2.4.5 werden Methoden aufgezeigt, wie durch Kombination eines 0-Josephsonkontakts mit einem π -Josephsonkontakt und den sich ergebenden Interferenzen zwischen beiden Kontakten auf einen relativen Phasenunterschied zwischen den Kontakten geschlossen werden kann.

Die Implementierung von π -Josephsonkontakten in verschiedenen klassischen wie auch quantenmechanischen Schaltkreisen verspricht die Erweiterung und Optimierung des Spektrums an supraleitenden Bauelementen. Beispielsweise wird die Entwicklung von RSFQ (Rapid Single Flux Quanta) Schaltungen [Ter97, Ter98, Ust03, Ort06] vereinfacht, die Realisierung von π -SQUIDS²² ermöglicht [Sch00, Taf00, Smi04], und der Bau von Qubits basierend auf π -Kontakten diskutiert [Iof99, Bla01, Yam05]. π -Josephsonkontakte sind deshalb auch Bestandteil aktueller Forschung.

Die Herstellung von einzelnen π -Josephsonkontakten mit intrinsischer Phasendifferenz gelingt mit unterschiedlichen Technologien. Dazu zählen Jose-

²¹Die Josephson-Kopplungsenergie eines konventionellen Kontakts $E_J = -(\Phi_0/2\pi)I_{c0} \cos \delta$ hat für $\delta=0$ ein Minimum (Grundzustand) und wird für $\delta=\pi$ maximal. Für einen π -Kontakt ändert sich der Ausdruck für die Kopplungsenergie zu $E_J = +(\Phi_0/2\pi)I_{c0} \cos \delta$ und ist nun bei $\delta = \pi$ minimal.

²²siehe Abschnitt 2.4.4 bzw. 2.4.5

phsonkontakte mit einer ferromagnetischen Barriere in Form sogenannter Supraleiter-(Isolator)-Ferromagnet-Supraleiter (S(I)FS)-Multischichtsysteme [Rya01, Kon02, Obo06, Wei06a], SNS-Josephsonkontakte mit einer Energieverteilung der stromtragenden Zustände, die sich nicht im Gleichgewicht befindet [Bas99] und Josephsonkontakte, bestehend aus Quantenpunkten [vD06, Cle06]. Darüber hinaus gibt es den theoretischen Vorschlag, π -Kontakte mit spezifischen geometrischen Einschnürungen in Dünnschichten aus d -Wellensupraleitern zu realisieren [Gum07].

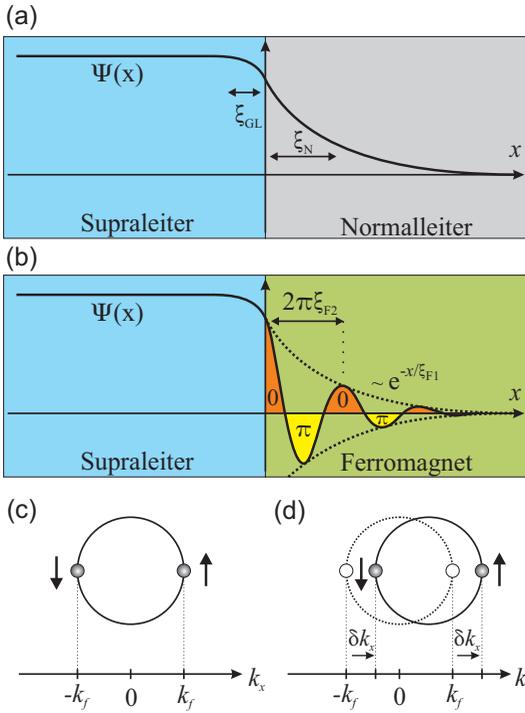
2.3.6 π -Josephsonkontakte mit ferromagnetischer Barriere

Die Möglichkeit, in einem Josephsonkontakt mit Hilfe bestimmter magnetischer Verunreinigungen eine Phasendifferenz von π im Grundzustand zu erzeugen, wurde erstmals 1977 von N. L. Bulaevski vorgeschlagen [Bul77]. In ähnlicher Weise wurde von A. I. Buzdin vorgeschlagen, als Barriere für einen Josephsonkontakt eine ferromagnetische Schicht zu verwenden [Buz82]. Bei geeigneter Schichtdicke und Austauschenergie soll sich der so modifizierte Josephsonkontakt wie ein π -Kontakt verhalten. Der zugrundeliegende physikalische Mechanismus wird im Folgenden erläutert.

Der Proximity-Effekt

An der geometrischen Grenzfläche zwischen einem Supraleiter und einem normalleitenden Metall ändert sich der Ordnungsparameter bzw. die Cooper-Paardichte nicht abrupt. Im Normalleiter wird eine endliche Cooper-Paardichte induziert, die dort von der Grenzfläche aus exponentiell mit der Normalleiter-Kohärenzlänge ξ_N abfällt [DG64]. Ist die Ausdehnung der Cooper-Paare groß gegenüber der mittleren freien Weglänge l_e der Elektronen, gilt $\xi_N(T) \approx \hbar\nu_F/(2\pi k_B T)$, sonst ist $\xi_N(T) \approx \sqrt{\hbar D/(2\pi k_B T)}$, mit der Diffusionskonstanten $D = \nu_F l_e/3$ und der Fermigeschwindigkeit ν_F . Die supraleitenden Eigenschaften werden so auf den Grenzbereich des Normalleiters übertragen. Dies wird als Proximity-Effekt bezeichnet²³.

²³Eine mikroskopische Betrachtung stellt den Proximity-Effekt in Zusammenhang mit der Andreev-Reflexion. Trifft ein Elektron mit der Energie $E < \Delta$ und dem Impuls \vec{k} auf eine SN-Grenzfläche, kann es nicht in den Supraleiter eindringen und wird entsprechend einer Spiegelung reflektiert oder aber es wird als Loch mit $-\vec{k}$ Andreev-reflektiert. Wegen der Ladungs- und Impulserhaltung bildet sich im Supraleiter ein Cooper-Paar. Einfallswinkel und Transparenz der Grenzfläche beeinflussen den Anteil von Normalreflexion zur Andreev-Reflexion, was im BTK-Tunnelmodell beschrieben wird [Blo82].

**Abbildung 2.12:**

Schematische Darstellungen (a) des Proximity-Effekts für eine Supraleiter-Normalleiter-Grenzfläche und (b) eine Supraleiter-Ferromagnet-Grenzfläche (gezeigt ist der Singulettzustand), sowie eines Cooper-Paares an der Fermikante für (c) einen Supraleiter und (d) einen Ferromagneten. Je nach Spinausrichtung vergrößert bzw. verkleinert ein Elektron im Austauschfeld den Impuls um $p = \hbar\delta k_x = E_{ex}/v_F$ [Dem97].

Im Supraleiter selbst wird umgekehrt die Cooper-Paardichte und damit der Ordnungsparameter reduziert. Dies geschieht auf der Längenskala der Ginzburg-Landau-Kohärenzlänge ξ_{GL} . Es handelt sich um den inversen Proximity-Effekt, der die Supraleitung und kritische Temperatur in Grenzflächennähe des Supraleiters unterdrückt [Mei60], vgl. Abbildung 2.12 (a). Handelt es sich um eine Supraleiter-Ferromagnet-Grenzfläche, so muss das Modell des Proximity-Effekts modifiziert werden. Zunächst dringen weiterhin Cooper-Paare in die ferromagnetische Schicht ein, deren Normalenrichtung für die folgende Betrachtung entlang x orientiert sei. Dort wechselwirken sie mit dem Austauschfeld H_{ex} des Ferromagneten. Je nach Ausrichtung des Spins der Elektronen eines Cooper-Paares bezüglich H_{ex} ändert sich ihre potentielle Energie um die Austauschenergie $E_{ex} = \pm\mu_B\mu_0H_{ex}$. Bei paralleler Orientierung eines Elektronenspins bezüglich des Austauschfelds verringert sich die potentielle Energie, was aufgrund der Energieerhaltung zu einem entsprechenden Anwachsen der kinetischen Energie des

Elektrons führt. Beim zweiten Elektron mit antiparallelem Spin ergibt sich aus der erhöhten potenziellen Energie hingegen eine Verringerung der kinetischen Energie.

Für jedes Elektron, welches vom Supraleiter in den Ferromagneten übergeht, ändert sich der Impuls somit um $\hbar\delta k_x = E_{\text{ex}}/\nu_F$, wobei ν_F die Fermigeschwindigkeit im Ferromagneten ist, siehe Abb. 2.12 (c) und (d). Wegen der Impulserhaltung gilt $\delta k_y = \delta k_z = 0$. Folglich bekommt ein Cooper-Paar einen Schwerpunktimpuls von $\pm Q$, für den gilt:

$$Q = \frac{2E_{\text{ex}}}{\nu_F}. \quad (2.60)$$

Daher muss die Paarwellenfunktion der Cooper-Paare im Ferromagneten um den Faktor $\exp(\pm iQ \cdot x)$ erweitert werden. Berücksichtigt man die fermionische Antisymmetrie der Spinwellenfunktion eines Singulettzustandes $[|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle]$, so folgt:

$$\begin{aligned} |\uparrow\downarrow\rangle e^{iQ \cdot x} - |\downarrow\uparrow\rangle e^{-iQ \cdot x} = \\ [|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle] \cos(Q \cdot x) + i [|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle] \sin(Q \cdot x). \end{aligned} \quad (2.61)$$

Dieser Zustand wird als FFLO-Zustand²⁴ bezeichnet und beschreibt die Mischung eines Singulett- und Triplettzustands (mit der Spin-Quantenzahl $m_s = 0$) im Ferromagneten. Dabei kommt es zu einer räumlich oszillierenden Paarwellenfunktion (bzw. Ordnungsparameter) $\Psi(x)$ innerhalb des Ferromagneten, bei der sich Bereiche mit verschiedenen Vorzeichen der Wellenfunktion abwechseln. Da die Cooper-Paare im Ferromagneten streuen, wird die räumliche Oszillation zusätzlich auch gedämpft. Dabei hat die Stärke der Spinpolarisation im Ferromagneten Einfluss auf die Dämpfung. Die Kohärenzlänge ξ_{F1} beschreibt die Längenskala der Dämpfung. Für $l_e \gg \xi_{F1}$ spricht man vom „clean limit“. Hier ist die Oszillation ausgeprägt und nur schwach gedämpft, während im „diffuse limit“ für $l_e \ll \xi_{F1}$ die Oszillation stark gedämpft ist. Für den relevanten Singulettzustand²⁵ im Ferromagneten lässt sich eine komplexe Kohärenzlänge der Form $\xi_F = \xi_{F1} + i\xi_{F2}$ einführen, bei der ξ_{F2} die Oszillation der Paarwellenfunktion beschreibt. Für die Paarwellenfunktion gilt dann:

$$\Psi(x) \propto e^{-x/\xi_F} \propto e^{-x/\xi_{F1}} \cdot e^{-ix/\xi_{F2}}. \quad (2.62)$$

²⁴nach den Entdeckern Fulde, Ferrel, Larkin und Ovchinnikov [Ful64, Lar64]

²⁵Der Triplettzustand ist nur auf den Ferromagneten beschränkt und in den hier betrachteten Supraleitern nicht existent.

Abbildung 2.12 (b) zeigt den Proximity-Effekt für eine Supraleiter-Ferromagnet-Grenzfläche. Für einen schwachen Ferromagneten, bei dem die thermische Energie in der Größenordnung der Austauschenergie liegt, gilt nach [Rya01]:

$$\xi_{F1,2} = \sqrt{\frac{\hbar D}{[(\pi k_B T)^2 + E_{\text{ex}}^2]^{1/2} \pm k_B T}}. \quad (2.63)$$

D ist die Diffusionskonstante des Ferromagneten. Mit sinkender Temperatur nimmt die Oszillationslänge ab. Durch die Veränderung der Temperatur ist bei konstanter Dicke ein Übergang der Phase der Paarwellenfunktion von 0 nach π möglich.

SFS- und SIFS-Josephsonkontakte

Die räumliche Oszillation der Wellenfunktion in einem Ferromagneten ermöglicht die Herstellung eines Josephsonkontaktes mit einer Phasendifferenz von $\delta = 0$ oder $\delta = \pi$ im Grundzustand. Die Wahl der Dicke d_F einer ferromagnetischen Schicht zwischen zwei Supraleitern entscheidet darüber, ob ein 0- oder π -Kontakt vorliegt. Außerdem ist es möglich, bei geeigneter Schichtdicke einen 0- π -Übergang des Kontakts durch Variation der Temperatur zu erzielen [Rya01, Obo06, Sel04]. Diese SFS-Josephsonkontakte zeigen eine stark überdämpfte $I(V)$ -Charakteristik, da sie nur einen kleinen Quasiteilchenwiderstand aufweisen. Dieser Zusammenhang wird mit Gleichung (2.31) ersichtlich.

Durch eine zusätzliche Isolatorschicht in der Barriere lassen sich SIFS-Kontakte mit niedrigerer Dämpfung herstellen [Kon02, Bor06, Wei06c]. Für den kritischen Strom in Abhängigkeit von d_F gilt nach [Wei06a]:

$$I_c(d_F) \propto \frac{1}{\gamma_{B2}} \exp\left(\frac{-d_F}{\xi_{F1}}\right) \cos\left(\frac{d_F - d_F^{\text{dead}}}{\xi_{F2}}\right). \quad (2.64)$$

d^{dead} ist der nichtmagnetische Anteil der Zwischenschicht und γ_{B2} die Transparenz des SIF-Übergangs. Der Ausdruck in Gleichung (2.64) gilt für SIFS-Kontakte, deren magnetische Zwischenschicht auf einer NiCu-Legierung basiert.

2.4 Supraleitende Bauelemente aus Josephsonkontakten

Im vorangegangenen Abschnitt wurden physikalische Grundlagen für die folgenden Systeme, bestehend aus gekoppelten Josephsonkontakten behandelt, für die es eine Reihe interessanter physikalischer und technischer Anwendungsmöglichkeiten gibt.

2.4.1 0- π -Josephsonkontakte

Durch die Realisierung einer 0- und einer π -Facette in einem Josephsonkontakt entsteht ein 0- π -Josephsonkontakt. An der Schnittstelle zwischen den beiden Facetten kann sich ein spontaner Kreisstrom bilden, welcher ein halbzahliges Flussquant erzeugt, das auch als Semifluxon bezeichnet wird [Bul78, Gol02]. Einzelne 0- und π -Kontakte unterscheiden sich nicht in ihrer $I_c(B)$ -Charakteristik, da, wie bereits erwähnt, nur der absolute Wert des kritischen Stromes messbar ist. Beide Kontakttypen haben bei $B = 0$ ein zentrales Maximum. Für kurze Kontakte ergibt sich nach Gleichung (2.48) ein fraunhoferartiges Muster. Bei langen Kontakten hat die $I_c(B)$ -Abhängigkeit einen dreieckigen Verlauf. Bei einem 0- π -Kontakt hingegen fließen die Josephsonströme für die 0- und π -Facetten jeweils in entgegengesetzte Richtungen. Bei einem kurzen 0- π -Kontakt mit Facetten gleicher Ausdehnung liegt der Phasensprung π in der Mitte des Kontaktes bei $x = 0$, vgl. Abbildung 2.13 (a). Für die Phasendifferenz δ gilt dann:

$$\delta(x) = \delta_0 + \left\{ \begin{array}{ll} (2\pi/\Phi_0)Bt_{\text{eff}}x & \text{für } -L/2 < x < 0 \\ (2\pi/\Phi_0)Bt_{\text{eff}}x + \pi & \text{für } L/2 > x \geq 0 \end{array} \right\}. \quad (2.65)$$

Der gesamte Suprastrom $I_s^{0-\pi}(B, \delta_0)$, der über den 0- π -Kontakt fließen kann, ergibt sich zu:

$$I_s^{0-\pi}(B, \delta_0) = \int_0^b \int_{-L/2}^{+L/2} j_{c0}^{0,\pi} \sin \delta(x) dx dy. \quad (2.66)$$

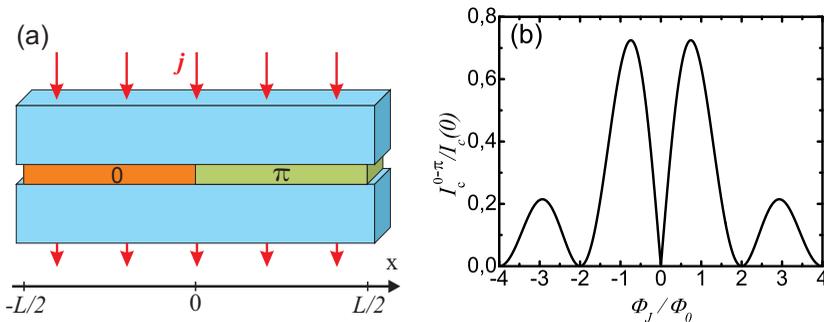


Abbildung 2.13: (a) Schema eines symmetrischen 0- π -Josephsonkontaktes. (b) Ideale $I_c(\Phi_J)$ -Modulation eines kurzen 0- π -Josephsonkontaktes nach Gleichung (2.67).

Für den kritischen Strom in Abhängigkeit des Magnetfeldes B folgt nach [vH95]:

$$\begin{aligned}
 I_c^{0-\pi}(B) &= \max_{\delta_0} \{ I_s^{0-\pi}(B, \delta_0) \} \\
 &= I_c(0) \left| \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{B t_{\text{eff}} L}{\Phi_0}\right)}{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{B t_{\text{eff}} L}{\Phi_0}} \right| = I_c(0) \left| \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right)}{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Phi_J}{\Phi_0}} \right| \quad (2.67)
 \end{aligned}$$

Dabei wurden homogene und symmetrische kritische Stromdichten $|j_{c0}^0| = |j_{c0}^\pi|$ angenommen. In Abbildung 2.13 (b) ist die entsprechende $I_c^{0-\pi}(\Phi_J)$ -Abhängigkeit dargestellt. Charakteristisch ist das zentrale Minimum bei Φ_J/Φ_0 . Weitere Minima treten dann auf, wenn der magnetische Fluss für jeweils eine Hälfte des Kontaktes gerade einem geradzahlig Vielfachen eines Flussquants entspricht. Daher ergibt sich im Vergleich zum Fraunhofer-Muster in Abbildung 2.10 (d) eine doppelte so große Modulationsperiode. Die symmetrisch um $\Phi_J = 0$ angeordneten Hauptmaxima liegen bei $\Phi_J/\Phi_0 \approx 0,74$ und erreichen etwa $0,72 \cdot I_c(0)$.

Anhand dieser charakteristischen Modulation des kritischen Stroms im Magnetfeld lässt sich also auf einen relativen Phasenunterschied von π zwischen zwei Josephson-Facetten schließen.

Semifluxonen

Bei einem langen Kontakt $L \gtrsim 4 \lambda_J$ kommt es an der Grenzfläche zwischen dem 0- und π -Bereich zur Ausbildung eines Semifluxons, das den Phasensprung von π am Übergang ausgleicht. Im Gegensatz zu den Fluxonen sind Semifluxonen ortsgebunden und können sich nicht frei im Kontakt bewegen. Es gibt zwei energetisch gleiche Zustände entgegengesetzter Polarität $\pm \Phi_0/2$, die den zweifach entarteten Grundzustand des Systems bilden.

Eine quantitative Beschreibung erfolgt mit der gestörten Sinus-Gordon-Gleichung (2.49), bei der nun der Phasensprung in Form der zweiten Ableitung der Heaviside-Stufenfunktion $\Theta(x) = \pi H(x)$ berücksichtigt wird [Gol02]. Zur Lösung des Problems wird die Phase mit Hilfe eines kontinuierlichen Anteils $\mu(x, t)$ als $\delta(x, t) = \mu(x, t) + \theta(x)$ dargestellt. Unter Beachtung der entsprechenden Randbedingungen folgt die statische Lösung:

$$\mu^+(x, t) = 4 \arctan \left[\left(\sqrt{2} - 1 \right) e^x \right] \quad \text{für } x < 0, \quad (2.68)$$

$$\mu^-(x, t) = \pi - 4 \arctan \left[\left(\sqrt{2} - 1 \right) e^{-x} \right] \quad \text{für } x > 0. \quad (2.69)$$

Im Pendel-Analogen entspricht dies einer halben Rechts- oder Linksdrehung entlang der Pendelkette, so dass ein halber Wirbel entsteht, der bei $x = 0$ fixiert ist. An den Enden der Kette zeigen die Pendel des 0- bzw. π -Teils in entgegengesetzte Richtungen.

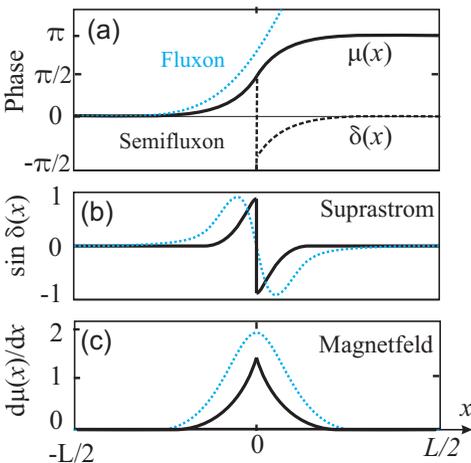


Abbildung 2.14: Schematische Darstellung (a) der Phase $\mu(x)$ und $\delta(x)$, (b) des Suprastroms und (c) des Magnetfeldes eines positiven Semifluxons (schwarze Linie) im Vergleich zu einem Fluxon (gestrichelte blaue Linie) in einem langen Josephsonkontakt.

Über die Ableitung $d\mu^\pm(x)/dx = \pm 2/(\cosh[|x| - \ln(\sqrt{2} - 1)])$ erhält man das Magnetfeld eines Semifluxons. Semifluxonen wechselwirken mit anderen (Semi)Fluxonen ähnlich wie Fluxonen untereinander. (Semi)Fluxonen gleicher Polarität stoßen sich ab, (Semi)Fluxonen unterschiedlicher Polarität ziehen sich an. Abbildung 2.14 zeigt schematisch den Phasenverlauf $\mu(x)$ und $\delta(x)$, den Suprastrom und das Magnetfeld eines positiven Semifluxons im Vergleich mit einem Fluxon.

2.4.2 Realisierungen von $0-\pi$ -Josephsonkontakten

Es gibt verschiedene Möglichkeiten einen $0-\pi$ -Josephsonkontakt experimentell zu realisieren. Im Folgenden werden die für diese Arbeit relevanten Methoden vorgestellt.

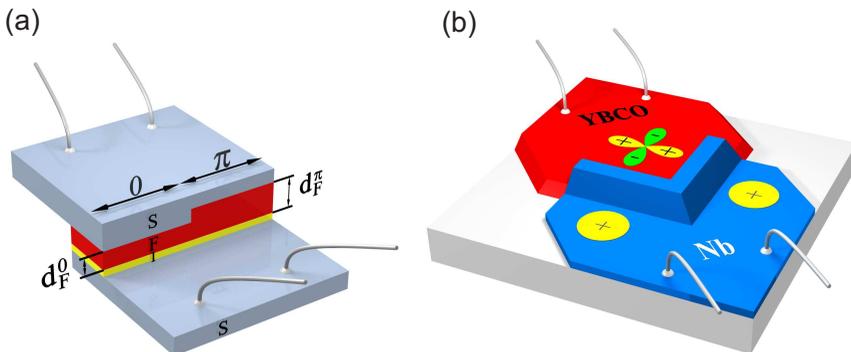


Abbildung 2.15: Schematische Darstellung (a) eines $0-\pi$ -SIFS-Kontaktes und (b) eines $0-\pi$ -Rampenkontaktes.

$0-\pi$ -Josephsonkontakt mit ferromagnetischer Barriere

Die räumlichen Oszillationen des Ordnungsparameters in der ferromagnetischen Zwischenschicht eines S(I)FS-Kontaktes und das Verwenden entsprechender Schichtdicken d_F^0 und d_F^π ermöglicht die wahlweise Herstellung von 0 - oder π -Josephsonkontakten (siehe Abschnitt 2.3.6). Durch die Verwendung zweier unterschiedlicher Schichtdicken in einem Josephsonkontakt lassen sich $0-\pi$ -Kontakte realisieren [Wei06b, Wei07a]. Idealerweise sollten dazu ferromagnetische Schichtdicken gewählt werden, so

dass $j_c^0(d_F^0) = -j_c^\pi(d_F^\pi)$ erfüllt ist. Für ein symmetrisches Verhalten sollten außerdem beide Facetten gleich groß sein. Abbildung 2.15 (a) zeigt schematisch einen solchen $0-\pi$ -SIFS-Kontakt.

$0-\pi$ -Josephsonkontakt aus s - und d -Wellen Hybridkontakten

Die $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie des Ordnungsparameters von Kupratsupraleitern, wie z.B. dem lochdotierten $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ oder elektrondotierten $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_{4-\delta}$ (NCCO), ermöglicht die Herstellung eines $0-\pi$ -Kontaktes, da für unterschiedliche Richtungen im Impulsraum die supraleitenden Wellenfunktion verschiedene Vorzeichen hat. Hierfür wird eine supraleitende Elektrode aus einem d -Wellensupraleiter über eine Barriere mit einer zweiten Elektrode aus einem konventionellen Supraleiter mit s -Wellen-Symmetrie, wie z.B. Nb oder Pb, verbunden [vH95, Smi02, Hil03, Ari05, Gür09]. Dies kann mit Eckkontakten oder sogenannten Rampenkontakten realisiert werden, bei denen die Barriere des Josephsonkontakts in einem rampenförmigen Überlappbereich der beiden Supraleiter entsteht. Ein möglicher Vorzeichenwechsel des Ordnungsparameters von $+$ zu $-$ beim Übergang vom s -Wellen- zum d -Wellensupraleiter entscheidet, ob sich es sich um einen 0 - oder π -Kontakt handelt. Wird ein solcher Josephson-Rampenkontakt in einer rechtwinkligen Zick-Zack-Geometrie angeordnet, bei der eine Facette entlang der a und die andere entlang der b Achse des Kuprates verläuft, so erhält man einen $0-\pi$ -Josephsonkontakt, vgl. Abbildung 2.15 (b). Hierbei ist es nicht möglich, einzelne π -Rampenkontakte, sondern nur $0-\pi$ -Kontakte oder Vielfache davon herzustellen (siehe auch-Abschnitt 2.4.3). Generell bieten solche Rampenkontakte die Möglichkeit, Josephsonkontakte in beliebiger Geometrie anzuordnen, während Bikristall-Korngrenzenkontakte aus d -Wellensupraleitern [Hil02] in ihrer Geometrie durch die Lage der Korngrenze in Substrat eingeschränkt sind.

Weitere Realisierungen für $0-\pi$ -Josephsonkontakten

Über die oben dargestellten und für diese Arbeit relevanten Realisierungen hinaus gibt es weitere Möglichkeiten, $0-\pi$ -Josephsonkontakte herzustellen:

- Bei $0-\pi$ -Injektorkontakten wird durch geeignete Strom-Injektion in einem konventionellen Josephsonkontakt eine Diskontinuität der Phase erzeugt. Durch ein enges Injektor-Elektrodenpaar an einer der Biasstrom-Elektroden wird ein zusätzlicher Strom I_{inj} injiziert und

in unmittelbarer Nähe wieder abgeleitet. Zwischen den Injektoren wird eine Verschiebung der Phase hervorgerufen [Ust02, Mal04, Gol04a]. Deren Wert kann durch die Stärke des Injektorstromes gesteuert werden. Auf diese Weise können fraktionale Flusswirbel mit einem beliebigen Wert κ des Phasensprungs und des magnetischen Flusses $\kappa/(2\pi) \cdot \Phi_0$ erzeugt werden.

- Bei der biepitaktischen Herstellung von $0-\pi$ -Josephsonkontakten in einem HTSL wird ausgenutzt, dass eine künstliche Korngrenze zwischen einem unterschiedlich orientiert aufgewachsenen d -Wellensupraleiter, wie z.B. YBCO, entsteht. Während $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ direkt auf einem (110)-orientierten STO-Substrat in (103)-Orientierung aufwächst, wächst es auf einem mit einer CeO_2 -Schicht gepuffertem (110)-STO Substrat in einer (001)-Orientierung. Durch das CeO_2 werden zusätzlich die (a,b) -Achsen des YBCO um 45° bezüglich der in-plane Richtungen des Substrates gedreht. Diese Drehung macht es möglich, bei entsprechender Strukturierung der CeO_2 -Schicht, Korngrenzen in Eck-Geometrie herzustellen, bei denen eine der Facetten bezüglich der anderen einen zusätzlichen Phasenunterschied von π hat [Ced10a, Ced10b]. Im Gegensatz zu Bikristallkorngrenzen können Josephsonkontakte mit Hilfe des Biepitaxieverfahrens sehr flexibel gestaltet werden.
- Durch das kontrollierte Einfangen eines einzelnen Abrikosov-Vortex, in unmittelbarer Umgebung eines konventionellen Josephsonkontakts ist ein steuerbares und reversibles Schalten des Kontaktes in den $0-\pi$ -Zustand möglich [Gol10]. Bei definierter Lage in einem entsprechend angeordneten Pinningzentrum induziert der Vortex in der Josephson-Phasendifferenz einen Sprung von π . Des Weiteren erzeugt ein in einem geschlossenen supraleitenden Ring gefangenes Flussquant in einem mit dem Ring in Serie verbundenen Josephsonkontakt eine Phasendifferenz von π [Maj02].

2.4.3 Josephsonkontakte mit mehreren $0-\pi$ -Facetten

Durch eine wiederholte Anordnung von 0 - und π -Josephsonkontakten über ein einzelnes $(0-\pi)$ -Segment hinaus, entsteht ein Multifacetten-System, dessen kritischer Strom in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss nicht mehr mit der Gleichung (2.48) für 0 -Kontakte oder der Gleichung

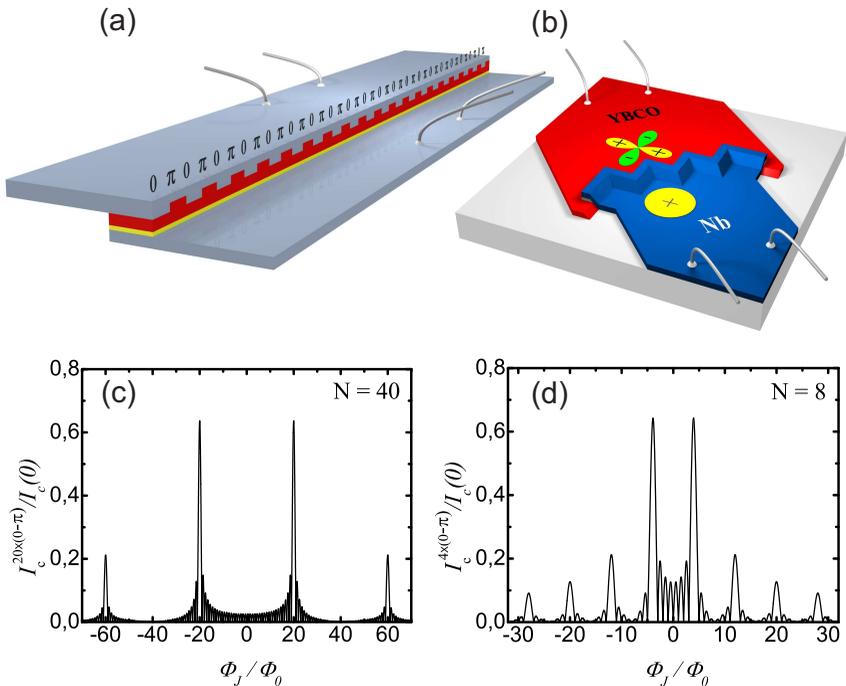


Abbildung 2.16: Schematische Darstellung (a) eines SIFS-Multifacetten-Kontaktes mit $20 \times (0-\pi)$ -Segmenten und (b) eines Rampenkontaktes mit $4 \times (0-\pi)$ -Segmenten. Theoretisches $I_c(\Phi_J)$ -Muster nach Gleichung (2.71) für kurze Kontakte (c) mit $20 \times (0-\pi)$ -Segmenten ($N = 40$) und (d) mit $4 \times (0-\pi)$ -Segmenten ($N = 8$).

(2.67) für $0-\pi$ -Kontakte beschreibbar ist. Vielmehr müssen Interferenzefekte der beteiligten Facetten berücksichtigt werden.

Einfach realisierbar sind solche Systeme mit der SIFS-Technologie durch eine fortgesetzte Abfolge entsprechend wechselnder ferromagnetischer Schichtdicken oder mit Hilfe der Rampentechnologie durch Fortführung der Zick-Zack-Geometrie über mehrere Ecken hinweg, vgl. Abbildung 2.16 (a) und (b). Für ein Netzwerk, bestehend aus insgesamt N Josephsonkontakten mit einer abwechselnden Folge von $0-$ und π -Kontakten mit der einheitlichen Facettenlänge a , lässt sich für den kritischen Strom folgende

Beziehung angeben [Smi02]:

$$I_c(\Phi_J) = \left| \sum_{n=1}^N \left(\int_{(n-1)a}^{na} j_{c0} b e^{in\pi} e^{-i\delta(x)} dx \right) \right|. \quad (2.70)$$

Hierbei ist x die Integrationskoordinate entlang des gesamten Kontakts, b die Kontaktbreite und Φ_J der gesamte Fluss aller Josephson relevanten Flächen des Netzwerks. Außerdem wurde vorausgesetzt, dass die einzelnen Kontakte kurz im Vergleich zu λ_J sind. Der erste Exponent beschreibt den Beitrag zur Phasendifferenz aufgrund der wechselnden 0- und π -Kopplung entlang des Netzwerks. Der zweite Exponent enthält die Phasendifferenz an der Stelle x aufgrund des angelegten magnetischen Flusses. Wird über das gesamte Netzwerk hinweg eine konstante Kopplungsstärke zwischen den supraleitenden Elektroden, also ein homogenes j_{c0} , sowie eine homogene Flussverteilung angenommen, ergibt die Integration in Gleichung (2.70) folgenden analytischen Ausdruck für den maximalen kritischen Strom in Abhängigkeit des magnetischen Flusses²⁶:

$$\begin{aligned} I_c(\Phi_J) &= \frac{j_{c0} b N a}{2\pi \Phi_J / \Phi_0} \left\{ \left(\sum_{n=1}^N \sin \left[n \left(\pi - \frac{2\pi \Phi_J}{\Phi_0 N} \right) \right] \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi \Phi_J}{\Phi_0 N} \right) \right] \right. \right. \\ &\quad - \left. \cos \left[n \left(\pi - \frac{2\pi \Phi_J}{\Phi_0 N} \right) \right] \sin \left(\frac{2\pi \Phi_J}{\Phi_0 N} \right) \right)^2 \\ &\quad + \left(\sum_{n=1}^N \cos \left[n \left(\pi - \frac{2\pi \Phi_J}{\Phi_0 N} \right) \right] \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi \Phi_J}{\Phi_0 N} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. \left. + \sin \left[n \left(\pi - \frac{2\pi \Phi_J}{\Phi_0 N} \right) \right] \sin \left(\frac{2\pi \Phi_J}{\Phi_0 N} \right) \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.71) \end{aligned}$$

Abbildung 2.16 (c) und (d) zeigen Beispiele eines solchen $I_c(\Phi_J)$ -Musters für ein Netzwerk, bestehend aus $N = 40$ Facetten, das heißt aus $20 \times (0 - \pi)$ -Segmenten bzw. für ein Netzwerk, bestehend aus $N = 8$ Facetten mit $4 \times (0 - \pi)$ -Segmenten. Charakteristische Merkmale sind:

- die scharfen I_c -Maxima für $\Phi_{J,\max} = N \Phi_0 / 2$ (für $N \gg 2$),
- das Verschwinden des kritischen Stromes I_c für $\Phi_J = 0$ bei einer geraden Anzahl N von Facetten,

²⁶R. Mints und V. Kogan gelangen mit einem alternativen Ansatz zum gleichen Ergebnis [Min97].

- ein kleines lokales Maximum bei $\Phi_J = 0$ für eine ungeraden Anzahl von Facetten,
- und die Anzahl $N-1$ an Minima im Bereich $-\Phi_{J,\max} < \Phi_J < \Phi_{J,\max}$.

Eine Analyse von Gleichung (2.71) zeigt, dass die Hauptmaxima für kleine N knapp unterhalb von $\Phi_J = N\Phi_0/2$ liegen und sie sich für größer werdendes N asymptotisch diesem Wert annähern. So befindet sich das Hauptmaximum eines $0-\pi$ -Kontaktes mit $N = 2$ bei $\Phi_{J,\max}^{N=2} = 0,742 \cdot N\Phi_0/2$, und liegt bei einem Kontakt mit $N = 8$ Facetten bereits bei $\Phi_{J,\max}^{N=8} = 0,981 \cdot N\Phi_0/2$. Für alle N gilt nach Gleichung (2.71) $I_c(\Phi_J = N\Phi_0/2)/I_{c0} = 2/\pi \approx 0,637$. Das heißt, der Wert des kritischen Stroms im Hauptmaximum nähert sich mit zunehmender Facettenanzahl N diesem Wert. Für $N = 2$ ist der Wert des kritischen Stroms im Hauptmaximum $I_c(\Phi_{J,\max}^{N=2})/I_{c0} \approx 1,138 \cdot 2/\pi \approx 0,725$ (vgl. Abb. 2.13 (b)), während er für $N = 8$ bereits bei $I_c(\Phi_{J,\max}^{N=8})/I_{c0} \approx 1,009 \cdot 2/\pi \approx 0,643$ liegt. Für die Suprastromdichte der n -ten Facette gilt:

$$j_s = (-1)^n j_{c0}(x) \sin \left[\delta_0 + \left(\frac{2\pi\Phi_F}{\Phi_0 N a} \right) \cdot x \right], \quad (2.72)$$

wobei sich bei $x = 0$ die erste Facette befindet und Φ_F der magnetische Fluss pro Facette ist. Das Vorzeichen des Suprastroms dreht sich somit für jede Facette um. Bei entsprechenden Zick-Zack-Rampenkontakten ist dies eine direkte Folge der $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie.

In Systemen mit Facettenlängen im Bereich eines langen Kontaktes ist auch die Ausbildung von Semifluxonen möglich und beobachtbar [Gol02, Hil03], was aber im Ansatz (2.70) nicht berücksichtigt wird.

Tatsächlich stellt sich das Verhalten von Netzwerken aus Josephsonkontakten im Magnetfeld deutlich komplexer als in obiger analytischen Beschreibung dar und zeigt teilweise deutliche Abweichungen davon. Insbesondere der Winkel zwischen angelegtem Magnetfeld H und der Kontaktebene hat hierbei einen signifikanten Einfluss, der in Kapitel 4 dieser Arbeit genauer untersucht wird.

2.4.4 SQUIDS

Superconducting Quantum Interference Devices (SQUIDS) bestehen aus einem supraleitenden Ring mit einem (rf SQUID) oder zwei (dc SQUID) Josephsonkontakten. Da in dieser Arbeit ausschließlich dc SQUIDS behandelt werden, ist im Folgenden unter einem SQUID immer ein dc SQUID zu verstehen, bei dem die beiden Josephsonkontakte im supraleitenden Ring parallel geschaltet sind, wie in Abbildung 2.17 schematisch dargestellt ist.

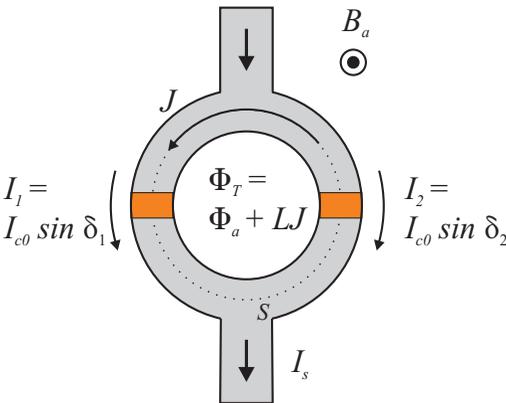


Abbildung 2.17: Schema eines dc SQUIDS mit zwei identischen Josephsonkontakten, deren kritische Ströme jeweils I_{c0} betragen und deren eichinvariante Phasendifferenzen durch δ_1 und δ_2 gegeben sind. J ist der Ringstrom im SQUID, L die Induktivität des SQUIDS, B_a ein externes Magnetfeld und Φ_T der im SQUID eingekoppelte Fluss.

Aufgrund der Interferenz der supraleitenden Wellenfunktionen an den beiden Josephsonkontakten und der Flussquantisierung (vgl. Abschnitt 2.1.2) in einem geschlossenen supraleitenden Ring wird der kritische Strom I_s über das SQUID von dem in den SQUID-Ring einkoppelnden Fluss Φ_T moduliert. Bei Anwesenheit eines äußeren Magnetfeldes B_a senkrecht zur SQUID-Ebene setzt sich der magnetische Fluss $\Phi_T = \Phi_a + LJ$ zusammen aus dem äußeren Fluss $\Phi_a = \int B_a dA$, wobei A die Fläche des SQUIDS ist, und aus dem induzierten Fluss LJ des im SQUID zirkulierenden Ringstromes (auch: Abschirmstrom) J . Flussfokussierungseffekte aufgrund der Feldverdrängung des Supraleiters können dazu führen, dass Φ_a größer ist, als nach der geometrischen Fläche des SQUIDS zu erwarten wäre. Für den Ringstrom gilt $J = (I_1 - I_2)/2$ und für die Induktivität des SQUIDS $L = L_g + L_{\text{kin}}$. Dabei ist L_g die geometrische Induktivität und lässt sich nach [Che03] über den Umfang U des SQUID-Lochs zu $L_g \approx 1,25\mu_0 U/4$

abschätzen. L_{kin} ist die durch J verursachte kinetische Induktivität²⁷. Diese ist vor allem bei Dünnfilm-SQUIDs mit Filmdicken kleiner als λ_L zu berücksichtigen.

Der über das SQUID fließende Suprastrom I_s ergibt sich aus der Addition der Supraströme der beiden als identisch angenommenen Josephsonkontakte (mit $I_i = I_{c0} \sin \delta_i$, siehe Gleichung (2.25)). Es gilt dann:

$$I_s = I_1 + I_2 = I_{c0}(\sin \delta_1 + \sin \delta_2) = 2I_{c0} \cos\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right). \quad (2.73)$$

Entsprechend Gleichung (2.24) sind δ_i die eichinvarianten Phasendifferenzen der beiden Kontakte. Eine Integration des Phasengradienten über einen geschlossenen Weg S um den SQUID-Ring ergibt aufgrund der Kopplung der beiden Supraleiter durch die Josephsonkontakte ein ganzzahliges Vielfaches von 2π :

$$\oint_S \vec{\nabla} \varphi d\vec{l} = n \cdot 2\pi. \quad (2.74)$$

Weiter folgt für die Differenz der beiden Phasen ($\delta_1 - \delta_2$) folgender Zusammenhang mit dem magnetischen Fluss Φ_T im SQUID:

$$(\delta_1 - \delta_2) = n \cdot 2\pi + \frac{2\pi\Phi_T}{\Phi_0}, \text{ mit } n \in \mathbb{N}. \quad (2.75)$$

Für den Suprastrom I_s ergibt sich nach Einsetzen von Gleichung (2.75) in (2.73):

$$I_s = 2I_{c0} \cos\left(\pi \frac{\Phi_T}{\Phi_0}\right) \sin\left(\delta_1 + \pi \frac{\Phi_T}{\Phi_0}\right). \quad (2.76)$$

Um den Einfluss der Eigeninduktivität des SQUIDs, also des Terms LJ , bewerten zu können, wird der Abschirmparameter (auch: Induktivitätsparameter) β_L definiert:

$$\beta_L \equiv \frac{2LI_{c0}}{\Phi_0}. \quad (2.77)$$

Im Allgemeinen kann der maximale Suprastrom $I_{s,\text{max}}(\Phi_T)$, der über das SQUID fließen kann, nur über eine numerische Lösung berechnet werden. Für kleine Induktivitäten, also im Fall $\beta_L \ll 1$, gilt $\Phi_T \approx \Phi_a$, d.h. die Abschirmwirkung des SQUIDs ist vernachlässigbar. Für den maximalen

²⁷Man erhält L_{kin} durch Umformen der kinetischen Energie der Ladungsträger $E_{\text{kin}} = (1/2)N_s m_s V_s^2$ in eine zusätzliche magnetische Energie $E_{\text{mag}} = (1/2)L_{\text{kin}} J^2$ [Mes69].

Suprastrom $I_{s,\max}$ folgt dann nach einer Maximierung bezüglich δ_1 aus Gleichung (2.76) der analytische Ausdruck:

$$I_{s,\max} = 2I_{c0} \left| \cos \left(\pi \frac{\Phi_a}{\Phi_0} \right) \right|. \quad (2.78)$$

Der Verlauf dieser Abhängigkeit ist in Abbildung 2.18 (a) gezeigt. Ist der äußere Fluss $\Phi_a = 0$ oder ein ganzzahlig Vielfaches von Φ_0 , so beträgt der maximale kritische Strom $I_{s,\max} = 2I_{c0}$. Für die Phasendifferenzen der Josephsonkontakte gilt dann $\sin \delta_1 = \sin \delta_2 = 1$, woraus sich $J = 0$ ergibt. Es fließt kein Ringstrom durch das SQUID. Für $\Phi_a = (n+1/2)\Phi_0$ hingegen ist $\sin \delta_1 = -\sin \delta_2$, d.h. $I_{s,\max}$ verschwindet, während der Ringstrom J maximal wird und je nach n entweder $+I_{c0}$ oder $-I_{c0}$ beträgt.

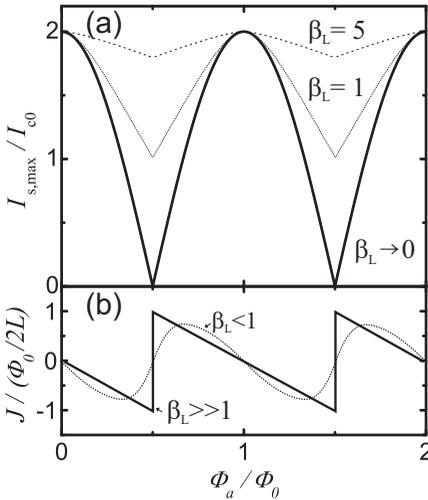


Abbildung 2.18: (a) Maximaler Suprastrom $I_{s,\max}$ eines SQUIDs normiert auf die kritischen Ströme der Josephsonkontakte I_{c0} in Abhängigkeit des angelegten magnetischen Flusses Φ_a . Gezeigt ist das Verhalten für $\beta_L \rightarrow 0$ nach Gleichung (2.78), sowie das Verhalten für $\beta_L = 1$ und $\beta_L = 5$ in Anlehnung an [Cla04]. (b) Ringstrom J normiert auf den maximal möglichen Wert $\Phi_0 / (2L)$ in Abhängigkeit von Φ_a für $\beta_L \gg 1$ und $\beta_L < 1$.

Bei nicht zu vernachlässigender Abschirmwirkung durch die Induktivität des SQUIDs bleibt die Periode der $I_{s,\max}$ -Modulation erhalten, wohingegen die Amplitude verringert wird. Für einen beliebig angelegten äußeren Fluss $\Phi_a \neq 0$ (bzw. $\Phi_a \neq n \cdot \Phi_0$) stellt sich entsprechend einem supraleitenden Ring auch im SQUID der Wert des Abschirmstroms J so ein, dass der äußere Fluss auf das nächste ganzzahlig Vielfache von Φ_0 ergänzt wird. Hierzu ist maximal ein Ringstrom von $J \leq \Phi_0 / (2L)$ nötig. Dieser reduziert den maximalen Suprastrom über das SQUID.

Für große Induktivitäten ($\beta_L \gtrsim 1$) ist der Betrag dieses maximalen Ringstromes kleiner als I_{c0} , d.h. $I_{s,\max}(\Phi_a)$ moduliert im Minimum nur noch auf $2(I_{c0} - J) > 0$. Mit wachsendem β_L wird der maximale Suprastrom über das SQUID zunehmend schwächer beeinflusst. Die Modulationtiefe nimmt ab. Die relative Modulation $\Delta I_{s,\max}/I_{s,\max}$ verhält sich dann proportional zu $1/\beta_L$, vgl. Abbildung 2.18 (a). Der Ringstrom hingegen oszilliert für $\beta_L \gg 1$ sägezahnförmig zwischen $J = +\Phi_0/(2L)$ und $J = -\Phi_0/(2L)$, wie in Abbildung 2.18 (b) dargestellt ist²⁸.

Asymmetrie Neben dem Abschirmparameter β_L nehmen auch eine mögliche asymmetrische Verteilung der Ringinduktivität L sowie asymmetrische Verteilungen der Kontaktparameter $I_{c0,i}$, R_i und C_i der beiden Josephsonkontakte $i = 1, 2$ Einfluss auf die SQUID-Modulationen. Generell werden Asymmetrien durch Asymmetriekoeffizienten $-1 \leq \alpha \leq 1$ beschrieben. Beispielsweise steht $\alpha_I = (I_{c0,2} - I_{c0,1})/(I_{c0,2} + I_{c0,1})$ für die Asymmetrie der kritischen Ströme und $\alpha_L = (L_2 - L_1)/(L_2 + L_1)$ für die Asymmetrie der Induktivitäten. Für ein steigendes $|\alpha_I|$ moduliert $I_{s,\max}$ zunehmend schwächer. Zusätzlich erfolgt eine relative Verschiebung $\Delta\Phi_a$ der Maxima von $|I_{s,\max}(\Phi_a)|$ für positive und negative Biasströme mit:

$$\frac{\Delta\Phi_a}{\Phi_0} = \beta_L (\alpha_L + \alpha_I) . \quad (2.79)$$

Außerdem werden die Minima proportional zu $\alpha_L I_{c0,\min}$ entlang der Feldachse zu kleineren Werten Φ_a verschoben. Abhängig von α_I und α_L entsteht so ein asymmetrisch abgeschrägter periodischer Verlauf der $I_{s,\max}(\Phi_a)$ -Abhängigkeit. Eine weiterführende Beschreibung von Asymmetrieeigenschaften in SQUIDs findet man in [Cla04, Seite 65 ff.].

Magnetfeldsensor Die in Abbildung 2.18 (a) gezeigte Modulation des maximalen Suprastromes über ein SQUID kann zur Messung eines äußeren magnetischen Flusses verwendet werden. Dazu wird ein konstanter Biasstrom $I_{\text{Bias}} \geq 2I_{c0}$ über das SQUID angelegt und die abfallende Spannung V gemessen. Diese moduliert in Abhängigkeit des angelegten magnetischen Flusses Φ_a mit der Periode Φ_0 , was in Abbildung 2.19 (a) und (b) qualitativ dargestellt ist. Um eine eindeutige Zuordnung der Spannungswerte zu erhalten, darf die Strom-Spannungs-Kennlinie nicht hysteretisch sein,

²⁸Ein SQUID mit $\beta_L \gg 1$ hat außerdem mehrere metastabile Zustände, in denen der Ringstrom $J \leq I_{c0}$ auch einen größeren Fluss Φ_a als $\Phi_0/2$ abschirmen kann.

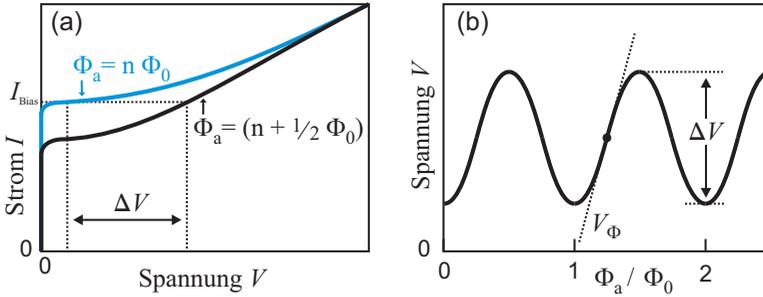


Abbildung 2.19: (a) Skizzierte Strom-Spannungs-Kennlinie eines SQUIDs für einen äußeren Fluss von $\Phi_a = n \cdot \Phi_0$ bzw. $\Phi_a = (n + 1/2) \cdot \Phi_0$. (b) Typische $V(\Phi_a)$ -Charakteristik eines symmetrischen SQUIDs bei einem konstanten Biasstrom $I_{\text{Bias}} > 2I_{c0}$. Die Transferfunktion im steilsten Punkt (optimaler Arbeitspunkt) der Kurve ist gestrichelt dargestellt.

was bedeutet, dass die Forderung $\beta_c \lesssim 1$ erfüllt sein muss. Charakteristische Größen der $V(\Phi_a)$ -Kennlinien sind der Spannungshub ΔV und die Flussempfindlichkeit, welche auch als Transferfunktion V_Φ bezeichnet wird. Diese ist als die maximale Steigung der Kennlinie

$$V_\Phi \equiv \left(\frac{\partial V}{\partial \Phi_a} \right)_{\max} \quad (2.80)$$

definiert und hängt von I_{Bias} und vom äußeren magnetischen Fluss ab. Zur Detektion kleinster magnetischer Flüsse $\Phi_a \ll \Phi_0$ muss der Arbeitspunkt des SQUIDs so gewählt werden, dass ΔV möglichst groß ist, und die Flussänderung im steilsten Punkt (optimaler Arbeitspunkt) der näherungsweise sinusförmigen $V(\Phi_a)$ -Kennlinie gemessen wird. Aufgrund der zugrundeliegenden periodischen Abhängigkeit der SQUID-Spannung vom magnetischen Fluss können in den meisten Anwendungen keine absoluten Feldstärken, sondern nur relative Flussänderungen detektiert werden²⁹. Des Weiteren gibt es verschiedene Methoden und Verfahren, die in Abbildung 2.19 (b) gezeigte Kennlinie im optimalen Arbeitspunkt zu linearisieren [Dru96, Koe99], wodurch sich der Messbereich über die Periodizität hinaus vergrößern lässt.

²⁹Eine Parallelschaltung vieler SQUID-Schleifen in definiert unterschiedlichen Größen kann die Periodizität unterdrücken, so dass eine Absolutmessung des Feldes möglich wird. Diese Bauteile werden als Superconducting Quantum Interference Filter (SQIF) bezeichnet [Opp02].

SDJ-SQUIDS Die in Gleichung (2.78) beschriebene Modulation des maximalen Suprastroms $I_{s,\max}$ setzt voraus, dass die beiden Josephsonkontakte punktförmig sind. Realisierbar ist diese Forderung dadurch, dass die SQUID-Fläche A wesentlich größer gewählt wird, als die Fläche $L \cdot t_{\text{eff}}$ der Josephsonkontakte, vgl. Abbildung 2.9. Ein Vergleich mit Gleichung (2.48) macht deutlich, dass für $L \cdot t_{\text{eff}} \ll A$ die durch die Josephsonkontakte verursachte Fraunhofer-Modulation auf einer wesentlich größeren Feldskala als die $|\cos|$ -förmige SQUID-Oszillation nach Gleichung (2.78) erfolgt. Sind die effektiven Flächen der Josephsonkontakte von gleicher Größenordnung wie die SQUID-Fläche, so ist die Josephson-Modulation von $I_{s,\max}$ nicht mehr vernachlässigbar, es kommt zu einer erkennbaren Überlagerung von sinc- und $|\cos|$ -Modulation. Solche Strukturen werden als Spatially Distributed Junction (SDJ)-SQUIDS bezeichnet. Unter den Bedingungen $L < 4\lambda_J$ und $\beta_L \ll 1$ folgt nach [Che99, Che03]:

$$I_{s,\max} = \left| I_{c01} \frac{\sin(\phi_a s_1)}{\phi_a s_1} \exp \left[-i\phi_a \left(\frac{1}{2} - s_1 \right) \right] + I_{c02} \frac{\sin(\phi_a s_2)}{\phi_a s_2} \exp \left[+i\phi_a \left(\frac{1}{2} - s_2 \right) \right] \cdot \exp [i\pi p] \right|, \quad (2.81)$$

mit $\phi_a = 2\pi\Phi_{\bar{a}}/\Phi_0$, wobei $\Phi_{\bar{a}} = \Phi_a + \Phi_{J1} + \Phi_{J2}$ der gesamte magnetische Fluss sowohl im SQUID-Loch als auch in den beiden Josephsonkontakten ist. I_{c01} und I_{c02} sind die kritischen Ströme der beiden Josephsonkontakte. L_k mit $k = 1, 2$ sind die Breiten der Josephsonkontakte, h ist die Breite des SQUID-Lochs und $s_k = L_k/(2[2L_k + h])$ ein gewichtetes Verhältnis der Breiten, vgl. Skizze in Abbildung 2.20 (a). Über die Gewichtung kann die magnetische Kontaktlänge, bzw. eine Flussfokussierung berücksichtigt werden. Über den Parameter $0 \leq p \leq 1$ kann zusätzlich eine mögliche π -Kopplung an einem der Josephsonkontakte berücksichtigt werden, was für den nächsten Abschnitt relevant wird. Zunächst gilt für die konventionellen SQUIDS ohne zusätzliche π -Kopplung $p = 0$. Die nach Gleichung (2.81) berechnete $I_{s,\max}(\Phi_{\bar{a}})$ -Kurve ist in Abbildung 2.20 (a) gezeigt. Hierzu wurden folgende Parameter gewählt: $I_{c01} = I_{c02} = I_{c0}$, sowie $L_1 = L_2 = h/4$, was $s_k = 1/12$ ergibt. Außerdem wurde die einhüllende sinc-förmige Modulation der Josephsonkontakte gestrichelt dargestellt. Dieser Verlauf ergibt sich, wenn das äußere Magnetfeld ausschließlich in die Josephsonkontakte und nicht in das SQUID einkoppeln würde.

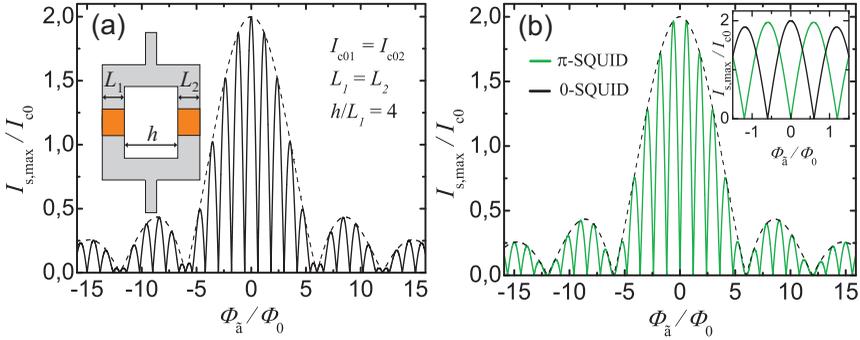


Abbildung 2.20: Modulation des maximalen Suprastroms $I_{s,\max}$ eines SDJ-SQUIDS in Abhängigkeit des äußeren Flusses $\Phi_{\bar{a}}$ (im SQUID-Loch und in den Josephsonkontakten) für $\beta_L \ll 1$ nach Gleichung (2.81) mit $I_{c01} = I_{c02}$, $L_1 = L_2$ und $h = 4L_1$. In (a) ist die Abhängigkeit für ein 0-SQUID ($p = 0$) und in (b) für ein π -SQUID ($p = 1$) dargestellt. Die einhüllende Fraunhofer-Modulation ist jeweils durch eine gestrichelte Kurve dargestellt. Das Inset zeigt einen Vergleich zwischen 0-SQUID und π -SQUID in einem vergrößerten Bereich um $\Phi_{\bar{a}} = 0$.

2.4.5 π -SQUIDS

Die modifizierte Strom-Phasen-Beziehung von π -Josephsonkontakten aus Gleichung (2.59) führt zu speziellen Eigenschaften solcher Kontakte, insbesondere für ihr Verhalten im Magnetfeld. Daraus ergeben sich, wie in den Abschnitten 2.4.1 und 2.4.2 erwähnt, Möglichkeiten zur phasensensitiven Bestimmung der Ordnungsparameter-Symmetrie der supraleitenden Wellenfunktion [vH95].

Wird in einem SQUID-Ring einer der beiden Josephsonkontakte durch einen π -Josephsonkontakt ersetzt, so entsteht ein π -SQUID [Sch00, Taf00, Smi04]. In Gleichung (2.75) muss dann ein zusätzlicher Summand π berücksichtigt werden. Dadurch ergibt sich beispielsweise bei einem äußeren angelegten magnetischen Fluss von $\Phi_a = n\Phi_0$ die gleiche Lösung, die man auch bei einem konventionellen SQUID (im Folgenden als 0-SQUID bezeichnet) für $\Phi_a = (n + 1/2) \cdot \Phi_0$ erwartet. Die zusätzliche π -Phasendifferenz ist gleichbedeutend mit dem Anlegen eines halben Flussquanten $\Phi_0/2$ an ein 0-SQUID. Die zusätzliche Phasendifferenz von π des π -gekoppelten Kontaktes verschiebt also die $|\cos|$ -förmigen SQUID-Oszillationen des maximalen Suprastromes im Magnetfeld gegenüber den

Oszillationen eines 0-SQUIDS um $\Delta\Phi_a = \Phi_0/2$, während die einhüllende sinc-Modulation im Falle einer SDJ-Geometrie nicht verändert wird³⁰. Die $I_{s,\max}(\Phi_a)$ -Kurve hat daher im Nullfeld $B_a = 0$ ein charakteristisches Minimum, im Gegensatz zu den gewöhnlichen 0-SQUIDS, die dort ein Maximum haben.

Ohne ein äußeres Feld wird folglich in einem π -SQUID ein Ringstrom J erzeugt. Für $\beta_L \gtrsim 1$ (d.h. bei einem ausreichend großen LI_{c0}) hat dies die spontane Bildung eines halbzahligen Flussquantens $LJ \approx \pm\Phi_0/2$ zur Folge. Die Oszillationen des Abschirmstroms im Magnetfeld sind im Vergleich zu einem 0-SQUID (siehe Abbildung 2.18 (b)) ebenfalls um $\Delta\Phi_a = \Phi_0/2$ verschoben. Im Nullfeld entstehen so zwei äquivalente Zustände, die sich durch den Drehsinn des Abschirmstroms unterscheiden. Dies entspricht einer spontanen Symmetriebrechung. Eine Anordnung, bei der beide Josephsonkontakte eines SQUIDS aus π -Kontakten bestehen, zeigen im $I_{s,\max}(\Phi_a)$ -Verhalten keinen Unterschied zu einem 0-SQUID, bestehend aus zwei 0-Kontakten.

Für die Berechnung der in Abbildung 2.20 (b) gezeigten $I_{s,\max}(\Phi_a)$ -Abhängigkeit eines π -SQUIDS vom SDJ-Typ wurde die π -Kopplung durch den Parameter $p = 1$ in Gleichung (2.81) berücksichtigt. Ferner wurden die gleichen Parameter wie für das 0-SQUID in Abbildung 2.20 (a) verwendet. Im Inset ist ein Vergleich mit dem Verhalten des 0-SQUIDS aus Abbildung 2.20 (a) gezeigt. Der magnetische Fluss Φ_a durch die gesamte Anordnung (SQUID und Kontakte) ist in Einheiten von Φ_0 angegeben. Der Anteil des in das SQUID einkoppelnden Flusses Φ_a beträgt mit den oben gewählten geometrischen Verhältnissen und s_k fünf sechstel des gesamten Flusses, also $\Phi_a = 5/6 \cdot \Phi_a$. Die Verschiebung der SQUID-Oszillationen zwischen 0- und π -SQUID in Einheiten von Φ_a beträgt daher $\Delta\Phi_a = 0,6 \cdot \Phi_0$. Im Folgenden wird nochmals genauer auf das „Zustandekommen“ eines π -SQUIDS eingegangen.

Zuerst soll ein SQUID-Ring im Nullfeld betrachtet werden, in dem intrinsisch eine Phasendifferenz von π induziert wird. Dies ist durch Ausnutzen des Vorzeichenwechsels der Phase des Ordnungsparameters für unterschiedliche Richtungen im Impulsraum unkonventioneller Supraleiter möglich. Realisierungen hierfür sind beispielsweise (planare) Hybrid-Strukturen aus einem s -Wellensupraleiter und einem $d_{x^2-y^2}$ -Wellensupraleiter, angeordnet in einer entsprechenden SQUID-Eckkontaktgeometrie [Hil08] oder als Josephsonkontakte dienende Korngrenzen, an denen eine ent-

³⁰Gleichung (2.78) ändert sich zu $I_{s,\max} = 2I_{c0} \left| \cos \left(\pi \frac{\Phi_a}{\Phi_0} + \pi \right) \right|$.

sprechende relative Orientierung der Ordnungsparameter zweier $d_{x^2-y^2}$ -Wellensupraleiter vorliegt [Tsu94, Che03]. Die Josephsonkontakte können zunächst als konventionelle 0-Kontakte mit einem Minimum der Josephson-Kopplungsenergie bei $\delta = 0$ betrachtet werden. Aus der Eindeutigkeit der makroskopischen Wellenfunktion folgt, dass die gesamte Phasendifferenz entlang eines geschlossenen Pfades um das SQUID-Loch ein Vielfaches von 2π sein muss (vgl. Gleichung (2.75)). Das bedeutet, dass innerhalb des SQUIDS eine weitere Phasendifferenz von π auftreten muss, welche gerade die aufgrund der Ordnungsparameter-Symmetrie induzierte Phasendifferenz von π kompensiert. Diese weitere Phasendifferenz kann entweder über die Josephsonkontakte, oder in Form eines spontan magnetischen Flusses, erzeugt durch einen Ringstrom, auftreten. Die Größe des spontan erzeugten magnetischen Flusses hängt vom Produkt LI_{c0} ab und beträgt 0 für $\beta_L = 2LI_{c0}/\Phi_0 \ll 1$ bzw. $\Phi_0/2$ für $\beta_L \gtrsim 1$. Der Wert β_L entscheidet also, auf welche Art die induzierte Phasendifferenz π kompensiert wird. Nur für $\beta_L \ll 1$ wird daher einer (der kleinere) der Josephsonkontakte zum π -Kontakt der im Grundzustand ein negatives I_s hat.

Nun soll noch ein SQUID-Ring betrachtet werden, der einen *echten* π -Kontakt (z.B. SIFS-Kontakt) enthält. Für $\beta_L \ll 1$ kann dieser Ring ebenfalls keinen spontanen Fluss erzeugen. Zur Erfüllung der Eindeutigkeit der Wellenfunktion befindet sich der π -Kontakt erzwungenermaßen im energetisch ungünstigen Zustand mit der Phasendifferenz $\delta_\pi = 0$, d.h. der SQUID-Ring liegt in einem *frustrierten* Zustand vor. Für $1 \lesssim \beta_L$ hingegen kann der π -Kontakt den energetisch günstigsten Zustand mit $\delta_\pi = \pi$ einnehmen, indem gleichzeitig im Ring ein spontaner Fluss von $\Phi_0/2$ erzeugt wird. Dieses Verhalten ist gleichbedeutend mit dem oben behandelten Fall einer durch den Ordnungsparameter induzierten Phasendifferenz von π , so dass auch dort von einem π -SQUID gesprochen werden kann.

Für den Grundzustand eines π -SQUID bedeutet also generell $\beta_L \ll 1$ das Auftreten eines negativen I_{c0} , während für $\beta_L \gtrsim 1$ spontan ein halbes Flussquant $\Phi_0/2$ erzeugt wird.

SQUID Langevin Gleichungen Eine nicht hysteretische $I(V)$ -Charakteristik eines SQUIDS kann mit den SQUID Langevin Gleichungen [Cla04] numerisch berechnet werden. Dabei werden die Josephsonkontakte durch das RCSJ-Modell (vgl. Abschnitt 2.3.1) beschrieben und dimensionslose Einheiten verwendet. Dazu wird der mittlere kritische Strom $I_{c0} = (I_{c01} + I_{c02})/2$ der beiden Kontakte, der Parallelwiderstand $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ und die Kapazität $C = (C_1 + C_2)/2$ des SQUIDS ein-

geführt und Ströme auf I_{c0} , Widerstände auf R und die Zeit auf $\tau = \Phi_0/(2\pi I_{c0}R) = \omega_c^{-1}$ normiert. Für den normierten Strom $i = I/I_{c0}$ durch die Kontakte gilt dann:

$$\frac{i}{2} \pm j = (1 \mp \alpha_c)\beta_c \ddot{\delta}_k + (1 \mp \alpha_R)\dot{\delta}_k + i_c(\Phi_a)(1 \mp \alpha_I) \sin \delta_k + i_{N,k}, \quad (2.82)$$

wobei $k = 1,2$ für die beiden Josephsonkontakte steht. $j = J/I_{c0}$ ist der normierte Ringstrom im SQUID und $i_{N,k}$ der normierte Rauschstrom. Die Punkte stehen für die Ableitung nach der Zeit τ . Mit der flussabhängigen Größe $i_c(\Phi_a) = \sin(\pi f_J \Phi_a/\Phi_0)/[\pi f_J \Phi_a/\Phi_0]$ werden nicht punktförmige Josephsonkontakte berücksichtigt, wobei f_J den Anteil von Φ_a beschreibt, der in die einzelnen Kontakte einkoppelt. Für die beiden Phasendifferenzen δ_k gilt:

$$\delta_2 - \delta_1 = 2\pi\Phi_a/\Phi_0 + \pi\beta_L(j + a_L i), \quad (2.83)$$

wobei im Falle eines π -Kontaktes zu der entsprechenden Phasendifferenz δ_k ein π addiert werden muss. Aus den beiden Gleichungen (2.82) und (2.83) folgt die normierte Spannung $v = V/(I_{c0}R)$, woraus sich $I(V)$, $I_{c0}(\Phi_a)$ oder $V(\Phi_a)$ für das SQUID bestimmen lassen.

2.5 Elektrothermische Phänomene

Ändert sich der elektrische Widerstand eines Materials abrupt mit der Temperatur, oder hat die Temperaturabhängigkeit seiner Wärmekopplung an ein Kühlmedium einen N-förmigen Verlauf, so können Selbstheizeffekte, thermische Bistabilitäten und die Bildung von elektrothermischen Domänen beobachtet werden.

Beispiele solcher nichtlinearer Phänomene in Supraleitern und auch in nicht supraleitenden Systemen sind Hot-Spots in einer supraleitenden Mikrobrücke [Eic83, Doe07], der Wärmedurchschlag in einem Heißleiter [Spe36a, Spe36b], Domänen in Halbleitern mit Doppelmulden im Energieband, die in Gunn-Dioden Anwendung finden [Vol69], Hot-Spots in BSCCO-Mesas, welche als THz-Emitter verwendet werden können [Wan09, Wan10, Gué10, Gro12], oder Filamente in VO₂-Proben am Metall-Isolator-Übergang [Ber69, Zha93].

Im Folgenden werden Grundlagen für das Verständnis der in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen am Metall-Isolator-Übergang von V₂O₃ vorgestellt. Eine ausführliche Darstellung befindet sich in den Übersichtsartikeln [Vol69, Gur87].

2.5.1 Selbstheizeffekt und thermische Bistabilität

Stromfluss in einer Probe mit endlichem elektrischen Widerstand führt durch Abgabe von Joulescher Wärmeleistung $Q = UI$ zu einem Anstieg der Proben­temperatur. Die Temperaturänderung hängt von der thermischen Kopplung der Probe an die Umgebung ab. Ist wiederum der Widerstand temperaturabhängig, führt dies zu einer nichtlinearen Strom-Spannung-Charakteristik. Ändert sich der Widerstand stark mit der Temperatur, so kann der Selbstheizeffekt und die Abweichung vom ohmschen Verhalten sehr ausgeprägt sein.

Die $I(U)$ -Kennlinie kann bei gegebener Temperaturabhängigkeit des Widerstands und gegebener thermischer Kopplung der Probe mit der Umgebung parametrisiert werden. Unter der Annahme, dass der Wärmetransport der Probe ausschließlich über das Substrat bestimmt wird, gilt nach dem Newtonschen Abkühlungsgesetz:

$$W(T - T_b) = \frac{LW}{H} \int_{T_b}^T \kappa(\vartheta) d\vartheta, \quad (2.84)$$

wobei $W(T - T_b)$ die an das Wärmebad abgebende Wärmeleistung der Probe, κ die thermische Leitfähigkeit des Substrats, T die Proben­temperatur und T_b die Basistemperatur ist. L ist die Länge, W die Breite und H die Dicke des Substrats. Mit dem Ohmschen Gesetz $U = R(T)I$ ergibt sich aus $Q(T) = W(T - T_b)$ die Parametrisierung:

$$U = \sqrt{R(T)W(T - T_b)}; \quad I = \sqrt{\frac{W(T - T_b)}{R(T)}}. \quad (2.85)$$

Steigt der elektrische Widerstand in einer kleinen Temperaturspanne stark an, zeigt die $I(U)$ -Abhängigkeit einen N-förmigen Verlauf. Fällt der Widerstand entsprechend stark, hat die $I(U)$ -Kennlinie einen S-förmigen Verlauf, vgl. Abbildung 2.21 (b). Dabei existiert ein Spannungsbereich in dem sich das System bei gegebener Spannung in zwei unterschiedlichen Zuständen für den Biasstrom befinden kann. Der eine Zustand ist durch einen kleineren Strom bei niedriger Proben­temperatur (β), der andere Zustand durch einen größeren Strom bei höhere Temperatur (γ) ausgezeichnet. Im Bereich des negativen differentiellen Widerstands (α) ist das System metastabil. Handelt es sich um ein System mit N-förmiger $I(U)$ -Charakteristik, so sind die Rollen von I und U vertauscht. Solche Systeme werden als elektrothermisch bistabil bezeichnet.

2.5.2 Elektrothermische Domänen

Bei Auftreten einer thermischen Bistabilität können sich bei schwacher thermischer Kopplung innerhalb der Probe elektrothermische Domänen (ETDs) ausbilden. Es handelt sich um Probenbereiche, die sich mit einer deutlich höheren Temperatur und mit einer größeren Stromdichte (S-förmige Bistabilität) oder einem größeren elektrischen Feld (N-förmige Bistabilität) von ihrer Umgebung abgrenzen. Die Ausbildung einer elektrothermischen Domäne macht sich durch einen Knick bzw. eine Diskontinuität in der $I(U)$ -Kennlinie bemerkbar, vgl. Abbildung 2.21 (d).

Um dies zu verdeutlichen, soll nach [Spe36a] ein Heißleiter betrachtet werden, der über metallische Zuleitungen im thermischen Kontakt mit einem Wärmereservoir steht. Der Heißleiter kann in zwei parallele Domänen 1 und 2 eingeteilt werden, die thermisch gekoppelt und jeweils elektrisch mit dem Reservoir verbunden sind. In Abbildung 2.21 (a) ist der entsprechende Schaltkreis gezeigt. Beide Domänen folgen einer S-förmigen $I(U)$ -Kennlinie, vgl. Abbildung 2.21 (b) und (c). Es kann gezeigt werden, dass sich das System unter Strombias im Bereich des negativen differentiellen Widerstands (α) selbst stabilisiert, wenn eine der Domänen des Heißleiters in den Zustand hoher Temperatur und Stromdichte (γ) wechselt, während sich die andere Domäne im Zustand geringerer Temperatur und niedriger

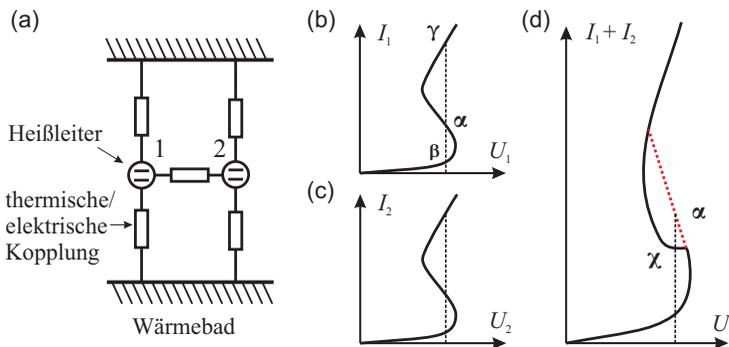


Abbildung 2.21: Bildung einer elektrothermischen Domäne nach [Spe36a] in einem Heißleiter. (a) Thermisches und elektrisches Schaltbild für zwei Domänen 1 und 2. (b) und (c) Schematische $I(U)$ -Kennlinie für die einzelnen Domänen. (d) $I(U)$ -Kennlinie des Gesamtsystems. Modifiziert aus [Gué13]. © 2013 EPLA.

Stromdichte (β) befindet. Die Parallelschaltung der beiden Domänen bewirken somit die Diskontinuität (χ) im Bereich des negativen differentiellen Widerstands des Gesamtsystems.

Bei der vorgestellten Argumentation muss berücksichtigt werden, dass nur für eine parallele Ausrichtung der Domänenwände bezüglich der Stromrichtung die ETDs als parallele Widerstände betrachtet werden können.

Ist der S-förmige Verlauf der $I(U)$ -Kennlinie bei homogener Temperaturverteilung ausgeprägt, so ist die Diskontinuität bei Ausbildung einer ETD ebenfalls stark ausgeprägt. Nachdem sich eine ETD gebildet hat, verläuft die $I(U)$ -Kurve meist vertikal, was daran liegt, dass bei weiterer Erhöhung des angelegten Stroms die ETD mit ihrer erhöhten Stromdichte wächst, während die Spannung über die Probe konstant bleibt.

Kapitel 3

Experimenteller Aufbau

Gegenstand dieser Arbeit war die Untersuchung lokaler elektrischer Transporteigenschaften und damit in Zusammenhang stehende magnetische Flusstrukturen verschiedener Bauelemente stark korrelierter Elektronensysteme. Hierzu zählten Josephson-Rampenkontakte, $0-\pi$ -Multifacetten-Josephsonkontakte, π -SQUIDS, Serien-SQUID-Arrays und ein nicht supraleitendes Materialsystem mit einem Isolator-Metall-Übergang. Es wurden sowohl integrale als auch lokale Messungen durchgeführt. Im Folgenden werden die verwendeten Messaufbauten beschrieben.

3.1 Messaufbau zur Untersuchung winkelabhängiger Transporteigenschaften

Die in Kapitel 4 beschriebenen Untersuchungen zur Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stromes in Multifacetten-Systemen aus Josephsonkontakten wurden in einer Heliumkanne durchgeführt. Dabei kam ein Probenstab zum Einsatz, wie er in [Nag08] beschrieben wird. Innerhalb des Stabes werden paarweise verdrehte elektrische Zuleitungen in den am unteren Ende des Stabes befindlichen Probenraum geführt, siehe Abbildung 3.1 (e). Dieser ist durch einen Kupferbecher elektromagnetisch abgeschirmt. Die Zuleitungen werden durch kalte RC-Tiefpassfilter (Abschneidefrequenz $f \approx 13,5$ kHz bei 4,2 K) gefiltert. Um den Probenraum gegen statische Magnetfelder abzuschirmen, ist um den Kupferbecher ein Becher aus Cryo-

perm¹ angebracht. Auf dem Kupferbecher ist eine lange supraleitende Spule gewickelt, welche im Inneren ein Magnetfeld von $b_y = 31,3 \text{ mT/A}$ erzeugt (y -Spule). Dort befindet sich, parallel zur Normalenrichtung der Spule orientiert, ein eigens konzipierter Probenhalter mit einem Leadless Chip Carrier (LCC)-System, siehe Abb. 3.1 (a). Dieses besteht aus einem speziellen Keramikhalter, in dem die Probe befestigt und per Ultraschallbonden elektrisch kontaktiert wird, und aus einem LCC-Stecksockel, in den der Halter gesteckt und fixiert wird. Um den Stecksockel befindet sich eine

¹Cryoperm ist eine Speziallegierung, die in kryogenen Temperaturbereichen ein Maximum der Permeabilität aufweist.

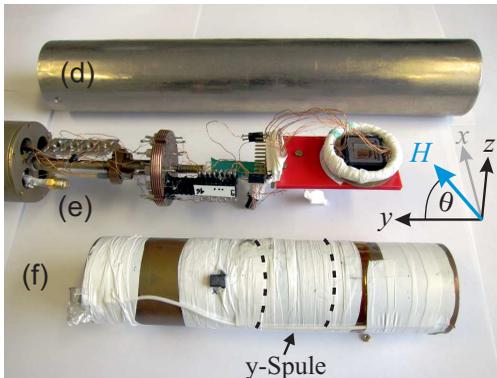
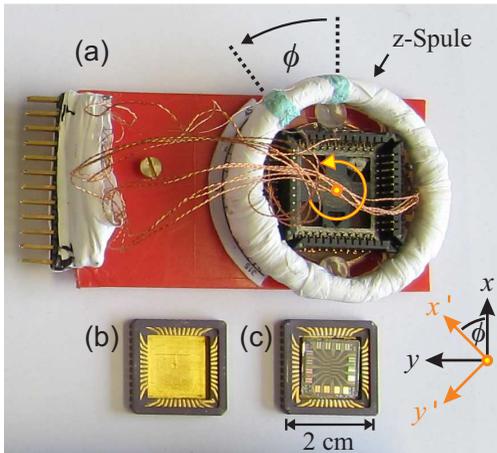


Abbildung 3.1: (a) Probenhalter mit z -Spule, in deren Inneren sich ein um die z -Achse drehbarer LCC-Stecksockel befindet. Dadurch kann die eingebaute Probe relativ zum Probenhalter bzw. zur Normalenrichtung der y -Spule ausgerichtet werden. LCC-Halter (b) ohne Probe, (c) mit eingeklebter und gebundener Probe. (e) Unteres Ende des Probenstabes mit (von links nach rechts): RC-Filterboard, elektrischen Durchführungen in Probenraum und Probenhalter mit eingebauter Probe. Zum Schließen des Probenraumes wird der Kupferbecher (f) mit y -Spule, geschützt durch weißes Teflonband, auf das Probenstabe geschraubt und darüber der Cryoperm-Abschirmbecher (d) angebracht.

zweite Spule (z -Spule) mit einer Spulekonstanten von $b_z = 38,0 \text{ mT/A}$, deren Normalenrichtung senkrecht sowohl zur *in-plane* Orientierung der Probe, als auch zur Normalenrichtung der anderen Spule steht. Durch eine Linearkombination der beiden Spulenfelder ist es möglich, ein externes Magnetfeld $\mu_0 H$ kontinuierlich in der (y, z) -Ebene mit beliebigen Winkel θ zur (x, y) -Probenebene, d.h. zur Substratebene der Probe, anzulegen. Der LCC-Stecksockel kann in der (x, y) -Ebene um die z -Achse gedreht werden, was in Abbildung 3.1 (a) durch den „Kreis Pfeil“ angedeutet wird. Zusätzlich kann der LCC-Halter durch Umstecken im Stecksockel in 90° -Schritten gedreht werden. So ist jeder Winkel ϕ zwischen dem Koordinatensystem der Probe (x', y', z) und dem Koordinatensystem des Probenhalters (x, y, z) und damit zur Normalenrichtung der y -Spule einstellbar. Insgesamt ist es also möglich, jede beliebige Orientierung (θ, ϕ) des externen Magnetfeldes bezüglich der Probe zu realisieren.

Zur Kontrolle der Probertemperatur befindet sich unter dem LCC-Stecksockel eine Temperaturmess-Diode (DT-400 von *Lake-Shore*), welche mit einem *Lake-Shore* Temperatur Controller ausgelesen wird. Die Einstellung der Probertemperatur erfolgt durch Variieren der Eintauchtiefe des Probenstabes in die Flüssig-Heliumkanne. Bei den hier durchgeführten Messungen wurde der Probenraum vollständig in das flüssiges Helium getaucht, so dass die Probertemperatur stets der Siedetemperatur von Helium $4,2 \text{ K}$ entsprach.

Messungen von Strom-Spannungskennlinien und $I_c(B)$ -Kurven wurden in Stromsteuerung durchgeführt. Für den Messstrom sowie für die Spulenströme wurden batteriebetriebene regelbare Stromquellen (Eigenbau Uni-Tübingen) verwendet. Spannungen wurden über einen gleichfalls batteriebetriebenen Vorverstärker gemessen. Die Steuerung und Messung der entsprechenden Ströme, Stromrampen und Spannungen erfolgte mit Hilfe zweier A/D Mess- und Steuerkarten von *National Instruments* (PCI 6052E und PCI 6731) und der Software *GoldExi* [Gol97]. Für die Erzeugung des Magnetfeldes konnten zwei zeitlich synchronisierte Stromrampen $I_y(t) = I_{y,\max} f_y(t)$ und $I_z(t) = I_{z,\max} f_z(t)$, mit $f_y(t) = |f_z(t)|$, je eine für die y -Spule und eine für die z -Spule, gefahren werden. Das Verhältnis der Amplituden² $r = I_{z,\max}/I_{y,\max}$ der beiden Stromrampen definiert den

²Die Manipulation der von der Steuerkarte an die regelbare Stromquellen ausgegebene Steuerspannung unter Verwendung eines Spannungsteilers und die Ausnutzung der dekadischen Arbeitsbereiche der Stromquellen ermöglichen, $|r|$ im Bereich 10^{-6} bis 10^{+6} einzustellen.

Winkel θ des Feldes zur Probenebenen:

$$\theta = \arctan\left(\frac{H_z}{H_y}\right) = \arctan\left(\frac{38,0 \text{ mT/A}}{31,3 \text{ mT/A}} \cdot \frac{I_{z,\max}}{I_{y,\max}}\right). \quad (3.1)$$

Die Synchronisation gewährleistet, dass zu jedem Zeitpunkt des Durchfahrens der Stromrampe der Winkel θ den gleichen Wert hat. Der Absolutwert des angelegten Feldes während der Stromrampe ergibt sich aus der quadratischen Addition $\mu_0 H(t) = \mu_0 [H_y^2 + H_z^2]^{1/2} = I_y(t) [b_y^2 + b_z^2 \cdot r^2]^{1/2}$. Der Winkel θ konnte bei den durchgeführten Messungen für $|\theta| < 7^\circ$ mit einer Auflösung von $\Delta\theta = 0,001^\circ$ bei einem maximalen Feld von etwa 3 mT eingestellt werden, während der durch den Einbau bedingte Offset des angelegten Feldes relativ zur Probenebene $\theta_{\text{off}} < 1^\circ$ betrug. Der *in-plane* Winkel konnte mit einer Genauigkeit von $\phi_{\text{off}} \sim 2^\circ - 3^\circ$ eingestellt werden.

Die $I_c(B)$ -Messung bei vorgegebenem θ und ϕ erfolgte, indem das Magnetfeld über diskrete Werte langsam variiert wurde. Mit einer weiteren Stromquelle konnte für jeden diskreten Feldwert ein Biasstrom über die Probe angelegt werden und in Form schneller Stromrampen erhöht werden. Bei Überschreiten eines zuvor festgelegten Spannungskriteriums V_{krit} wurde der dann vorliegende Wert des Biasstroms dem entsprechenden Magnetfeld zugeordnet. Das Spannungskriterium wurde so gewählt, dass es über dem Spannungsrauschen des Vorverstärkers, aber der entsprechende Strom trotzdem möglichst nahe am tatsächlichen I_c lag. Der Abkühlvorgang erfolgte mit möglichst kleiner Abkühlrate ($< 2 \text{ K/min}$), um die mechanische Beanspruchung der Probe möglichst gering zu halten.

3.2 Das Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskop (TTREM)

In der heutigen Wissenschaft spielen bildgebende Verfahren eine bedeutende Rolle. Dabei werden physikalische Größen eines zu untersuchenden Objektes orts aufgelöst gemessen. Mit der Wahl der Messgröße wird entschieden, welche Eigenschaft des Objekts untersucht werden soll. Die Messwerte werden weiterverarbeitet, um in gewünschter Form (Helligkeitswerte oder Falschfarben) ein orts aufgelöstes Abbild des Objektes zu erstellen.

Die Rasterelektronenmikroskopie (REM) ist ein bildgebendes Verfahren mit weiterverbreiteter Anwendung beispielsweise in der Biologie, der Me-

dizin oder der Materialwissenschaft, insbesondere im Bereich der kondensierten Materie.

Bei der REM wird ein fokussierter Elektronenstrahl im Energiebereich einiger keV über die Oberfläche des Untersuchungsobjektes gerastert, während simultan ein dadurch angeregtes Antwortsignal aufgenommen wird und als Grauwert synchron in eine zweidimensionale Bild-Matrix geschrieben wird. Das Signal kann je nach verwendetem Detektor beispielsweise aus der Intensität emittierter Sekundärelektronen (SE), Rückstreuielektronen (BSE), Augerelektronen, charakteristischer Röntgenstrahlung³ oder des über die Probe abfließenden Probenstromes (EBIC) bestehen. Die energiearmen SE stammen aus einer wenige Nanometer dicken Oberflächenschicht und bilden die Topografie des Objektes ab. Die Intensität der energiereichen BSE hängt von der Kernladungszahl Z des Materials ab. Sie erzeugen daher ein Materialkontrastbild, bei dem die schwereren Elemente für ein stärkeres Signal sorgen. Die im Vergleich zum sichtbaren Licht kürzere Wellenlänge der beschleunigten Elektronen ($\lambda_e \approx 0,04 \text{ nm}$ bei 1 keV) ist die Grundlage für das hohe Auflösungsvermögen bis zu $0,5 \text{ nm}$ und die hohen, bis zu 10^6 -fachen Vergrößerungen der Rasterelektronenmikroskopie.

Vor etwa 30 Jahren wurden am Physikalischen Institut der Universität Tübingen Kryostaten entwickelt und gebaut, mit denen ein konventionelles Rasterelektronenmikroskop zu einem Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskop (TTREM) erweitert werden konnte [Sto79, Sei82]. Ergänzt um ein neues Bildverarbeitungssystem wurde die Möglichkeit für ortsauflösende Untersuchungen mit den Vorteilen der REM-Abbildungstechnik im Bereich der Tieftemperatur-Festkörperphysik bis 2 K , insbesondere der Supraleitung etabliert [Gro94]. Hier bietet das TTREM über integrale Messmethoden hinaus die Möglichkeit, lokale elektrische Transporteigenschaften auf mikroskopischer Ebene orts aufgelöst zu untersuchen.

Heute stehen am Lehrstuhl für Experimentalphysik II Tübingen zwei TTREM-Systeme zur Verfügung. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das ältere System (TTREM 1) modernisiert. Das REM wurde durch ein zeitgemäßes Gerät vom Typ *EO Scan Vega-XL-H* ersetzt, siehe Abb. 3.2 (b). Spezifikationen des neuen REMs sind in Anhang A in Tabelle A.1 aufgelistet. Die gesamte Steuerung des REMs, d.h. Strahlzentrierung, Fokussierung, Einstellung der Abbildungsparameter, Bildaufnahme und Vakuumsteuerung erfolgt nun sehr komfortabel mit einem Steuer-PC über die REM-Software *Tescan*. Das neue REM basiert auf der großen Probem-

³Eine Untersuchungsmethode ist die *Energy Dispersive X-ray Analysis* (EDX), mit der direkt auf das chemische Element geschlossen werden kann.

kammer des ersetzten *CamScan 4* Gerätes. Dadurch konnte der Aufwand für die Anpassung vorhandener Kryostaten (ein Stickstoff-Kryostat, zwei Helium-Kryostaten) und sonstiger Systemkomponenten klein gehalten werden. Momentan sind insgesamt drei Kryostaten einsatzbereit. Dazu zählen ein Stickstoff-Kryostat [Ger97, Kei00] und zwei Helium-Kryostaten. Die Helium-Kryostaten sind bis auf kleinere konstruktive Weiterentwicklungen baugleich. Eine aktuelle Beschreibung des Aufbaus des neueren der beiden Heliumkryostaten befindet sich in [Gür10a] und [Pri11]. Dort und nachfolgend hier wird dieser Kryostat als K2 bezeichnet. Ergänzend zur Modernisierung des TTREM-System bestand im Rahmen der Diplomarbeit von Andreas Prinz [Pri11] die Aufgabe, auf Grundlage des K2 einen weiterentwickelten und optimierten Helium-Kryostaten zu entwerfen und aufzubauen⁴, siehe dazu auch Abschnitt 3.2.3.

3.2.1 Aufbau Heliumkryostat

Für die in dieser Arbeit durchgeführten Messungen kam ausschließlich der Heliumkryostat K2 zum Einsatz. Die Abbildung 3.2 (a) zeigt eine Schnittdarstellung des Kryostaten. Es handelt sich um einen Badkryostaten, bei dem ein auf flüssig Stickstofftemperatur gekühltes Strahlungsschild und ein Isoliervakuumbereich einen inneren Heliumtank umgeben. Das Strahlungsschild wird durch einen äußeren Stickstofftank gekühlt. Der 5 l fassende Heliumtank versorgt über zwei flexible Wellschlauchverbindungen einen kleineren Heliumtopf, welcher sich über eine Schachtelalmkonstruktion thermisch entkoppelt auf einem x, y -Verschiebetisch im Inneren des Probenraumes direkt unter der elektronenoptischen Säule des REMs befindet. Durch einen Indiumring abgedichtet trennt ein Aluminiumeinsatz das Volumen des Heliumtopfes vom Vakuumbereich des REMs, welches mit dem Isoliervakuum des Kryostaten ein gemeinsames Vakuumsystem bildet. Vakuumseitig wird ein aus OFHC-Kupfer⁵ gefertigter und vergoldeter Probenhalter in das Bodengewinde des Aluminiumeinsatzes geschraubt. Damit werden Arbeitstemperaturen von 4,3 K erreicht, während die Probe von oben mit einem Elektronenstrahl abgerastert werden kann. Durch Erniedrigung des Heliumdampfdrucks kann die Probentemperatur bis auf ungefähr 2 K abgesenkt werden. Je nach gewünschter Kühlleistung kann die thermische Ankopplung des Halters an das Heliumbad mittels Unterscheiben unterschiedlicher Wärmeleitfähigkeiten eingestellt werden.

⁴Bemerkung: Der neue Kryostat befindet sich momentan noch im Aufbau.

⁵OFCH steht für *Oxygen-Free High Thermal Conductivity*

Der gesamte Kryostat ist als REM-Probenkammertüre ausgeführt, vgl. Abbildung 3.2 (c). Durch Schließen der Türe wird der Kryostat an das Vakuumsystem des REMs angeschlossen.

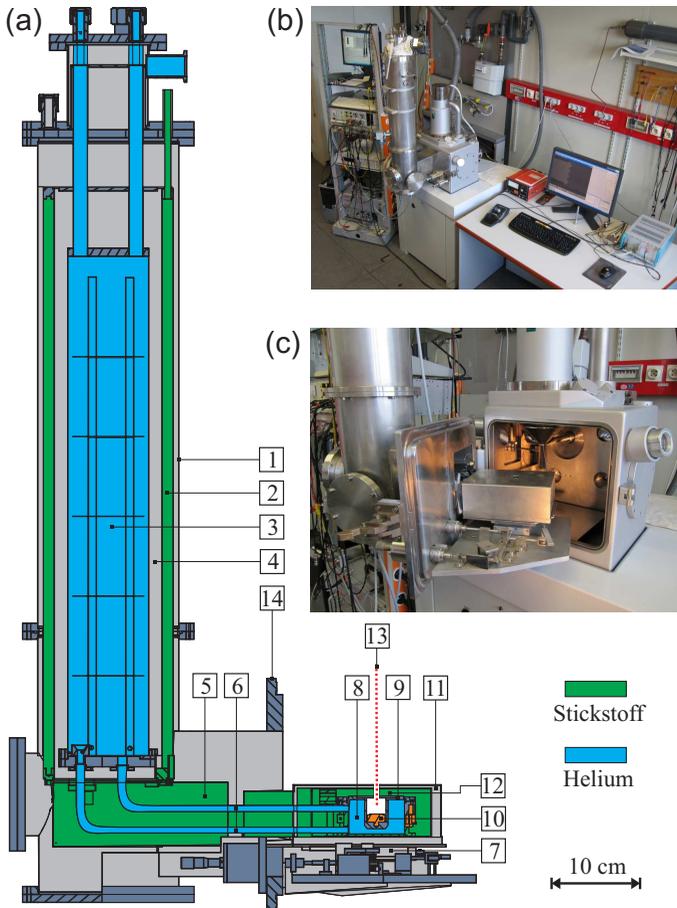


Abbildung 3.2: (a) Schnittdarstellung des Heliumkryostaten K2, modifiziert aus [Pri11]: (1) Außenwand, (2) Stickstofftank, (3) Heliumtank, (4) Isolationsvakuum, (5) Stickstoffstrahlungsschild, (6) Wellschläuche, (7) x, y -Verschiebetisch, (8) Heliumtopf, (9) Aluminiumeinsatz, (10) Probenhalter, (11) magnetische Abschirmung, (12) Blenden, (13) Elektronenstrahl, (14) Türe. (b) Modernisiertes TTREM-System mit EO Scan Vega-XL-H und Heliumkryostat K2. (c) Geöffneter Probenraum des TTREMs.

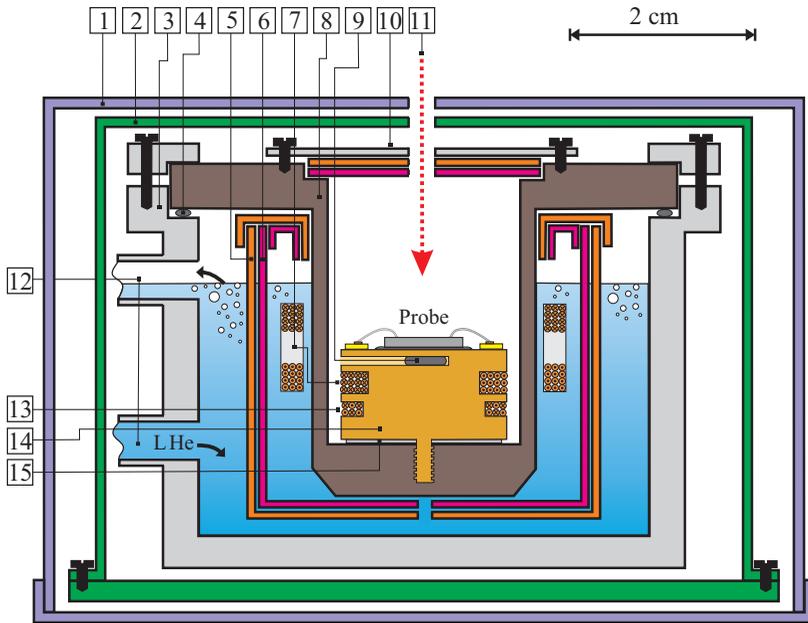


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung des Probenraumes: (1) μ -Metallabschirmung, (2) Stickstoff-Strahlungsschild, (3) Heliumtopf, (4) Indiumdichtung, (5) Cryopermabschirmung, (6) supraleitende Bleiabschirmung, (7) Magnetfeldspulen, (8) Aluminiumeinsatz, (9) Cernox-Temperatursensor, (10) Schirmungen als Blenden, (11) Elektronenstrahl, (12) Zu-/Ableitung für Helium, (13) Heizspule, (14) Probenhalter, (15) thermische Ankopplung.

Abbildung 3.3 zeigt die thermischen und magnetischen Abschirmungen, die um den Probenhalter angeordnet sind. Die 300 K warme Ablenklinse des REMs erzeugt einen nicht unerheblichen Eintrag von Wärmestrahlung auf die Probe. Zur Abschirmung dient ein mehrstufiges Strahlungsschild. Dazu zählt das Stickstoffsschild und eine mit dem Aluminiumeinsatz thermisch gekoppelte Blende. In den Schilden befindet sich eine lediglich 8 Millimeter große Öffnung für den Elektronenstrahl. Für die Untersuchung supraleitender Bauelemente ist es wichtig, äußere elektromagnetische Störfelder, verursacht beispielsweise durch das in nächster Nähe befindliche Vakuumpumpensystem, und statische magnetische Felder am Ort der Probe möglichst gering zu halten. Der Probenhalter wird daher von ei-

ner äußeren μ -Metallabschirmung, gefolgt von dem als Kupferbox ausgelegten Stickstoffschild umgeben. In dem mit Helium gefüllten Raum zwischen Topfwand und Aluminiumeinsatz befindet sich eine Cryopermabschirmung und eine supraleitende Bleiabschirmung⁶. Nach oben wird die magnetische Abschirmung von thermisch an den Heliumtopf gekoppelten Blei- und Crypermbleden vervollständigt. Die Messungen zeigen, dass das am Ort der Probe herrschende Restmagnetfeld 200 nT beträgt.

Die Probe wird thermisch leitend mit Leitsilber auf dem Probenhalter befestigt und mittels 25 μm Aluminium-Bonddrähten mit dem ebenfalls auf dem Probenhalter befindlichen Bondrahmen verbunden. Von dort erfolgt die weitere Kontaktierung mit paarweise verdrehten 80 μm dicken Kupferdrähten. Eingelassen im Probenhalter befindet sich direkt unterhalb der Probe ein Cernox-Temperatursensor (CX-1030-AA). Mit der um den Probenhalter gewickelten Feldspule kann ein Magnetfeld senkrecht zur Probenebene angelegt werden. Die Spulenkonstante beträgt 21,7 mT/A. Im Heliumbad befinden sich zusätzlich zwei senkrecht zueinander stehende Helmholtz-Spulenpaare (jeweils 2,0 mT/A), mit denen Magnetfelder in der Probenebene angelegt werden können.

In einer Matrix aus thermisch leitendem Epoxidharz (Stycast 2850 FT) eingebettet, befindet sich im Probenhalter eine Heizspule (100 Ω) aus Konstantandraht mit einem verdrehten Aderpaar. Damit kann die Probe geheizt werden.

Sämtliche Stromzuleitungen und Spannungsabgriffe können elektrisch gefiltert werden. Dazu wird ein auf Heliumtemperatur gekühltes Filterboard verwendet, auf dem RC-Tiefpassfilter (T-Filter) mit $R = 125 \Omega$, $C = 0,1 \mu\text{F}$ bei 4,2 K und einer Abschneidefrequenz von 13 kHz integriert sind. Zusätzlich werden die von außen in den Vakuumbereich durchgeführten elektrischen Leitungen über thermische Anker bei 77 K und 4,2 K gekühlt.

3.2.2 Messtechnik

Der Messaufbau für die Bildaufnahme am TTREM ist in Abbildung 3.4 schematisch dargestellt. Mit batteriebetriebenen Stromquellen und Vorverstärkern (Eigenbau Universität Tübingen) kann die Probe mit einem regelbaren Strom versorgt werden, und die abfallende Spannung aufgenommen werden. Die Steuerung und Messung des Probenstroms, der Spannung und der Ströme für die Magnetfeldspulen geschieht über eine DAC-Messkarte von *National Instruments* (PCI 6052E) und einen PC mit dem Programm

⁶ $T_c \approx 7,2 \text{ K}$

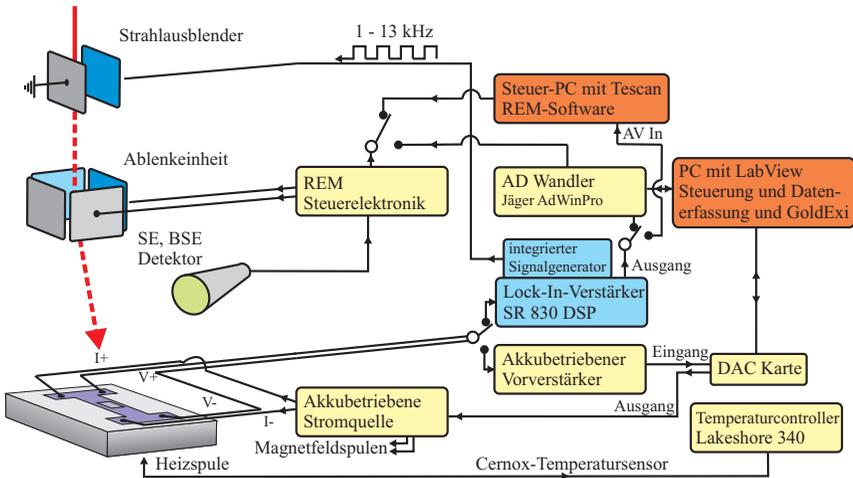


Abbildung 3.4: Messaufbau und Bildaufnahmesysteme des TTREMs schematisch dargestellt.

GoldExi [Gol97]. Damit lassen sich im TTREM integrale Transporteigenschaften der Probe, wie $I(V)$ -, $V(B)$ - und $I_c(B)$ -Charakteristiken untersuchen.

Für die Aufnahme lokaler strahlinduzierter Spannungssignale wird die Lock-In-Technik eingesetzt. Der integrierte Frequenzgenerator des Lock-In-Verstärkers (SR 830 DSP) steuert einen Strahlausblender mit einer Wechselspannung mit variabler Frequenz f_{Strahl} im Bereich 1-13 kHz und einer Amplitude von 5 V. Der elektrostatische Strahlausblender (seine Spezifikationen sind im Anhang A in Tabelle A.2 zusammengefasst) befindet sich am oberen Ende der elektronenoptischen Säule unterhalb des Wehneltzylinders. Er unterbricht bei positiver Steuerspannung den Elektronenstrahl, so dass ein mit f_{Strahl} gepulster Elektronenstrahl entsteht. Das gleiche Steuersignal dient dem digitalen Lock-In-Verstärker als Referenz, mit dem das von der Probe kommende, periodisch gepulste Antwortsignal differentiell und phasensensitiv detektiert werden kann. Diese Technik bietet den Vorteil, dass auch kleine induzierte Spannungsänderungen im Bereich einiger nV mit gutem Signal-zu-Rausch-Verhältnis gemessen werden können.

Die Steuerung der Elektronenstrahlposition über eine Ablenkeinheit erfolgt von einer im REM integrierten Elektronik, welche die Steuersignale für

die Ablenkung entweder intern von der *Tescan* Software oder von einer externen Signalversorgung erhält.

Für die Zuordnung des Lock-In detektierten Spannungssignals zum aktuellen Bestrahlungsort gibt es bei dem neuen TTREM-System daher zwei Möglichkeiten. Zum einen kann mit dem Steuer-PC des REMs zusätzlich zu den SE- und BSE-Signalen ein weiteres Detektorsignal als Abbildungsmatrix aufgenommen werden. Dazu dient ein interner analoger Videosignaleingang. Auf diesen kann das Lock-In-Ausgangssignal gelegt werden⁷. Zum anderen kann weiterhin das bereits im alten TTREM-System bewährte *AdWinPro*-Bildaufnahmesystem [Str03] eingesetzt werden. Die Steuerung der Elektronenstrahlposition und die Zuordnung des Lock-In-Signals erfolgt dann extern mit der auf *LabVIEW* basierenden Software *REMSOFT* [Dön02, Web03]. Diese wurde entsprechend den notwendigen Steuersignalen des neuen REMs modifiziert. Für die in dieser Arbeit durchgeführten Spannungs-Abbildungen wurde ausschließlich das *AdWinPro*-System verwendet. Es bietet für die speziellen Anforderungen der Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskopie die besseren Einstellmöglichkeiten des Rastervorgangs, insbesondere hinsichtlich der Verweildauer des Elektronenstrahls an einem Pixel, der Anzahl der Mittelungen und somit der Rastergeschwindigkeit. Bereits in [Gür10a] wurde das Bildaufnahmesystem auf den digitalen Lock-In-Verstärker umgestellt. Eine optimale Abbildung erfordert an jedem Bestrahlungsort eine zwischen 15 k- und 60 k-fache Mittelung über das Lock-In-Signal, während zusätzlich das Ausgangssignal am Lock-In-Verstärker mit einer Zeitkonstanten von 1 ms integriert wird.

3.2.3 Temperaturkontrolle und -stabilität

Die PID-Regelung der im Probenhalter von der Heizspule erzeugten Heizleistung erfolgt mit einem Temperaturcontroller von *LakeShore* (Modell 340) und dem Cernox-Temperatursensor. Die durch Unterlegscheiben variierbare Kühlleistung im Regelkreis und die wahlweise Verwendung von flüssigem Helium oder Stickstoff im inneren Tank des Kryostaten ermöglicht es, die Proben temperatur je nach Anforderung im Bereich von 2 K und 300 K einzustellen. Der Signalentstehungsmechanismus im TTREM (siehe Abschnitt 3.3) basiert auf einer lokalen Temperaturerhöhung der Probe. Je nach Probe ist daher eine hohe Stabilität der Grundtempera-

⁷Allerdings ist die Eingangsempfindlichkeit auf 0,0 bis 0,5 V beschränkt, während der Lock-In-Verstärker ein Ausgangssignalpegel von ± 10 V verwendet. Es muss daher auf einen Spannungsteiler und einen angepassten Offset zurückgegriffen werden.

tur erforderlich. Für die Dauer der Standzeit des Kryostaten (maximal 6 Stunden) ist diese Forderung bis zu einem $\Delta T \lesssim 20 \text{ mK}$ erfüllt. Kleine periodische Temperaturschwankungen, die bereits in [Dön06] erwähnt werden, verhindern eine bessere Stabilität der Temperatur. In Hinblick auf die Optimierung des zukünftigen Helium-Kryostaten wurde in Zusammenarbeit mit Andres Prinz das Auftreten dieser Temperaturschwankungen detailliert untersucht [Pri11]. Eine induktive Füllstandsmessung⁸ im Heliumtopf konnte eindeutig eine Korrelation des zeitlichen Verlaufs des Füllstandes mit der Proben temperatur zeigen. Eine entsprechende Messung ist in Abbildung 3.5 für $T = 4,865 \text{ K}$ bei ausgeschalteter Heizspule dargestellt. Die rote Kurve zeigt die periodische Änderung der Indukti-

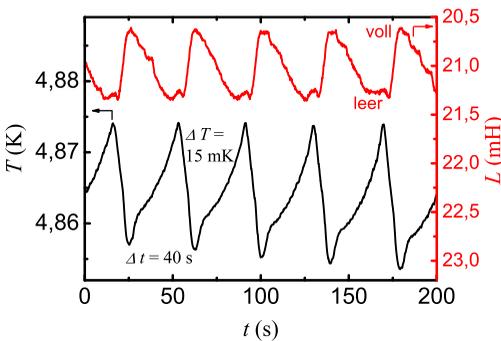


Abbildung 3.5: Zeitlicher Verlauf der Temperaturschwankungen des Probenhalters (schwarze Kurve) und der Induktivität des Füllstandensensors (rote Kurve). Die Induktivität ist in negativer Achsenrichtung aufgetragen mit dem Minimum im gefüllten Zustand.

vität L des Füllstandensensors zwischen gefülltem und geleertem Zustand. Die Temperatur (schwarze Kurve) oszilliert mit gleicher Periode von 40 s und einer Amplitude von 15 mK. Der maximale Wert der Temperatur tritt dabei im leeren und der minimale Wert im gefüllten Zustand auf. Ursache der Temperaturschwankungen ist die verringerte Wärmean kopplung des Probenhalters im geleerten Zustand während des periodischen Füllens und Leerlaufens des Heliumtopfes. Weiter wird vermutet, dass das im Heliumtopf verdampfte Helium flüssiges Helium in der oberen Welschlauchleitung zurückdrängt, bis das angesammelte Gas schlagartig aus der Leitung in den großen Heliumtank entweicht, so dass erst dann flüssiges Helium nachströmen kann.

⁸Ein Schwimmkörper mit großer magnetischer Permeabilität ist entlang der vertikalen Achse einer Spule frei beweglich. Die Spule hat entlang ihrer Achse einen Gradienten der Wicklungszahldichte. Eine Änderung der Schwimmerposition innerhalb der Spule bewirkt eine messbare Änderung der Spuleninduktivität L .

Unter Verwendung optimierter PID-Werte kann die Amplitude der Temperaturschwankungen bis auf etwa 3 mK verringert werden, wenn mit dem Regelkreis der Heizspule die Solltemperatur (entsprechend die Heizleistung) erhöht wird. Eine nahezu vollständige Unterdrückung der Temperaturschwankungen und somit die bestmögliche Temperaturstabilität wird durch Pumpen am Heliumvolumen erreicht, während die Solltemperatur über den Regelkreis eingestellt wird. Allerdings erhöht dies den Heliumverbrauch.

Um zukünftig das Problem der Temperaturschwankungen zu lösen, ist in der optimierten Version des Kryostaten die obere Heliumrohrleitung mit einem Gefälle zum Topf hin ausgelegt, so dass angesammeltes Gas leichter in den Heliumtank entweichen kann. Außerdem soll der Kryostat über ein spezielles Abgasrohr verfügen, so dass ein kontinuierliches Nachströmen der Kryoflüssigkeit möglich wird. Weitere wesentliche konstruktive Änderungen des neuen Kryostaten betreffen den Aufbau des x, y -Tisches (Drift der Probe), die Aufhängung des äußeren Stickstofftanks (potenzielles Leck), den Heliumtankboden und den Heliumtopf für den Einbau eines SQUID-Verstärkers (vgl. auch [Pri11]).

3.3 Signalentstehung im TTREM

Wie bei der Rasterelektronenmikroskopie wird auch bei der Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskopie mit einem fokussierten Elektronenstrahl am Bestrahlungsort (x, y) lokal eine Anregung erzeugt und dem Probenort ein bildgebendes globales Antwortsignal zugeordnet. In dieser Arbeit ist dies eine induzierte Spannungsänderung $\delta V(x, y)$, die über die Probe abfällt und von einem Lock-In-Verstärker gemessen wird, während der Elektronenstrahl die Probe abrasert. Der Strahl induziert dabei einen Strom, der über die Probe abfließt und zur Stromdichte des Transportstroms beiträgt. Bei den verwendeten Strahlströmen im Bereich $I_{\text{Strahl}} \leq 100 \text{ pA}$ ist die Strahlstromdichte meist einige Größenordnungen kleiner als die Stromdichte des Transportstroms und kann vernachlässigt werden. Des Weiteren wechselwirken die einfallenden Elektronen über eine große Anzahl von Streuprozessen mit dem Probenmaterial und geben so ihre kinetische Energie an die Umgebung ab, vgl. Schema in Abbildung 3.6. Die Elektronen dringen dabei in Form einer Streubirne in das Material

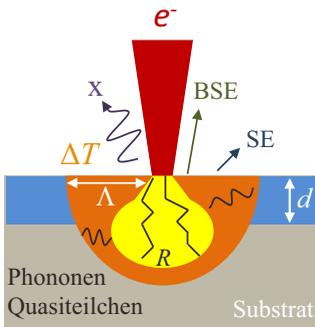


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung des auf die Probenoberfläche einfallenden Elektronenstrahls und auftretende Anregungen. Innerhalb der Streubirne (gelb) werden die Elektronen abgebremst. Es kommt zu Anregungen, deren Energien in einem Relaxationsprozess vom eV- in den meV-Bereich übergehen und schließlich in Form von Wärme an die Umgebung (orange) abgegeben werden.

ein. Ihre Reichweite R hängt von der primären Strahlenergie E_{Strahl} und der Dichte ρ des Materials ab. Mit der empirischen Beziehung $R(\mu\text{m}) \simeq 0,1[E_{\text{Strahl}}(\text{keV})]^{1,43}/\rho(\text{gcm}^{-3})$ ergeben sich für $E_{\text{Strahl}} \leq 30 \text{ keV}$ typische Reichweiten von $0,5 - 3 \mu\text{m}$. Der innerhalb der Streubirne über die Coulombwechselwirkung mit den Atomen erfolgende Abbremsprozess der Strahlelektronen geschieht auf einer Zeitskala von $t \leq 10^{-13} \text{ s}$. Dabei kommt es zu hochenergetischen Anregungen im Energiebereich von einigen Elektronenvolt (eV). Diese Anregungen relaxieren innerhalb von weniger als 10^{-10} s (Elektron-Elektron- und Elektron-Phonon-Streuzeit) in den meV-Bereich, der in der Größenordnung der Energielücke eines Supralei-

ters liegt. Bei einem Supraleiter handelt es sich hierbei hauptsächlich um Phononen- und Quasiteilchenanregungen. Die mit diesem Relaxationsprozess verbundene Diffusionslänge ist im Vergleich zu R vernachlässigbar. Schließlich erfolgt die Abgabe der Energie an das Material in Form von Wärme, was in einem Zeitbereich von 10^{-8} s geschieht. Für diesen ist die Rekombinationszeit für Quasiteilchen, Paarbrechungszeit für Phononen, die Zeit für die Quasiteilchenstreuung und die Zeit, die Phononen brauchen, um in das Substrat überzugehen, verantwortlich.

Die unterschiedlichen Anregungen gehen also innerhalb kurzer Zeitkonstanten in einen thermischen Gleichgewichtszustand über. Aufgrund der begrenzten Zeitauflösung des TTREMs und wegen des mit einer maximalen Frequenz von $f_{\text{Strahl,max}} = 800$ kHz ausgelegten Strahlausblenders, ist es nicht möglich, die Relaxationsprozesse bis zu Erreichen des Gleichgewichtszustands zu untersuchen. Daher wird der Elektronenstrahl in Folgenden als Quelle einer lokalen thermischen Störung betrachtet.

Die Temperaturverteilung der lokalen Störung kann mit Hilfe der Wärmeleitfähigkeiten des untersuchten Materials und der Wärmeleitungsgleichungen bestimmt werden. Die räumliche Ausdehnung der thermischen Störung, welche deutlich größer als der Durchmesser des Elektronenstrahls ist, bestimmt das Auflösungsvermögen der TTREM-Abbildungen.

Für tiefe Proben Temperaturen $T \lesssim 50$ K ist die Ausdehnung der thermischen Störung durch die thermische Ausdehnung Λ gegeben, die im Wesentlichen der charakteristischen Diffusionslänge der Quasiteilchen- und Phononanregungen entspricht. Es gilt:

$$\Lambda = \sqrt{\frac{\kappa_F d}{\alpha}}, \quad (3.2)$$

mit der thermischen Leitfähigkeit κ_F , der Filmdicke d und dem Wärmeübergangskoeffizienten zwischen Film und Substrat α . Typische Werte für Λ liegen im Bereich von $1 - 10 \mu\text{m}$.

Für Temperaturen $T \gtrsim 50$ K wird die Temperaturverteilung je nach Filmdicke von den Wärmeleitungseigenschaften des Filmes bzw. des Substrates bestimmt. Der Temperaturgradient zwischen Film und Substrat, und damit der Wärmeübergangskoeffizient, spielt dann keine Rolle [Gro94].

Über die Strahlleistung $U_{\text{Strahl}} \cdot I_{\text{Strahl}}$ kann die lokale Erwärmung ΔT im Bereich von 1 mK bis zu einigen K eingestellt werden. Für den Fall, dass die Filmdicke d ähnlich groß ist wie die Reichweite R des Strahls, ist ΔT proportional zur Strahlleistung. Für $d \ll R$ hingegen wird nahezu die gesamte Leistung im Substrat deponiert. Die Temperaturerhöhung ist

dann hauptsächlich von I_{Strahl} abhängig. Für die hier untersuchten Proben waren die Filmdicken deutlich kleiner als R , die Erwärmung in z -Richtung daher homogen.

Eine lokale Temperaturerhöhung der Probe führt zu lokalen Änderungen temperaturabhängiger Probeneigenschaften wie z.B. des elektrischen Widerstandes $R(T)$, der kritischen Josephson-Stromdichte $j_{c0}(T)$ oder der Londonschen Eindringtiefe $\lambda_L(T)$. Wird der Probe ein Transportstrom aufgeprägt, der zu einem Spannungsabfall V_0 führt, so variieren die lokalen Änderungen der Probeneigenschaften diesen Spannungsabfall und werden als induzierte Spannungsänderungen $\delta V(x, y)$ messbar. Daraus ergeben sich die verschiedenen Abbildungsmöglichkeiten des TTREMs.

Je nach Messparameter und Messmethode lassen sich beispielsweise räumliche Variationen in der kritischen Sprungtemperatur und Transporteigenschaften von Supraleitern [Koe92], Stromverteilungen in Josephsonkontakten [Bos85, Bos87, Gür09, Gür10b], magnetische Flussquanten [Str03, Dön06, Bai09], stabile Hotspots [Eic83, Doe07] oder über die lokale Leitfähigkeit Lawinendurchbrüche in Halbleitern [May87, May88a, May88b] abbilden. Im Folgenden werden die in dieser Arbeit verwendeten Abbildungstechniken erläutert.

3.3.1 Abbildung lokaler Josephsonströme

Das Abbildungsprinzip von Josephsonströmen in Josephsonkontakten beruht auf der oben beschriebenen Störung in Form einer lokalen Temperaturerhöhung am Ort des auftreffenden Elektronenstrahls und der damit verbundenen Unterdrückung der kritischen Stromdichte $j_c(x, y, T)$. Die Probenoberfläche liege in der (x, y) -Ebene. Ist der Elektronenstrahl eingeschaltet, erhöht sich die lokale Temperatur um δT . Für die Temperaturverteilung ergibt sich $T(x - x_0, y - y_0) = T_0 + \delta T(x - x_0, y - y_0)$ mit der lokalen Temperatur T_0 im ungestörten Fall. Das vom Strahl erzeugte Temperaturprofil kann durch eine Gauß-Verteilung angenähert werden:

$$\delta T(x - x_0, y - y_0) = \Delta T \exp \left[-\frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (3.3)$$

dabei ist (x_0, y_0) das Zentrum des Elektronenstrahls, ΔT die absolute Temperaturänderung und σ die Halbwertsbreite, die in der Größenordnung von Λ liegt. Die lokale Störung des Josephsonkontaktes führt zu einer Änderung der Josephson-Stromdichte j_s . Verantwortlich hierfür kann eine

Änderung sowohl der kritischen Stromdichte j_c als auch der Josephson-Phasendifferenz δ_ϕ sein. Für kleine Störungen ($\delta j_s/j_s \ll 1$) gilt für die Änderung des maximalen Josephsonstroms in guter Näherung:

$$\delta I_c = \delta I_c^{j_c} + \delta I_c^{\delta_\phi}. \quad (3.4)$$

$\delta I_c^{j_c}$ ist ein lokales Antwortsignal, das aus der Variation von $j_{c0}(T)$ resultiert. Das nichtlokale Antwortsignal $\delta I_c^{\delta_\phi}$ entsteht durch eine globale Änderung der Phasendifferenz aufgrund der lokal vergrößerten magnetischen Eindringtiefen $\lambda_L(T)$ und $\lambda_J(T)$. Nichtlokale Effekte sind bei kurzen Josephsonkontakten, wie sie im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden, nur sehr nahe an den Nullstellen der $I_c(H)$ -Abhängigkeit oder bei großen Störungen zu berücksichtigen. Im Folgenden werden diese Effekte vernachlässigt, d.h. $\delta_\phi(T_0 + \delta T) = \delta_\phi(T_0)$.

Zunächst soll ein (zweidimensionaler) Josephsonkontakt betrachtet werden, bei dem die Normalenrichtung der Kontaktfläche, also auch der Strom, in z -Richtung zeige. Für die elektronenstrahlinduzierte Änderung des maximalen Josephsonstroms δI_c gilt:

$$\begin{aligned} \delta I_c &= I_{c,\text{ein}} - I_{c,\text{aus}} = \iint_{A_J} [j_{s,\text{ein}}(x, y) - j_{s,\text{aus}}(x, y)] dx dy \quad (3.5) \\ &= \iint_{A_J} [j_c(x, y, T_0 + \delta T) \sin \delta_\phi(x, y) - j_c(x, y, T_0) \sin \delta_\phi(x, y)] dx dy \\ &= \iint_{A_J} \left[\left. \frac{dj_c(x, y, T)}{dT} \right|_{T_0} \sin \delta_\phi(x, y) \delta T(x - x_0, y - y_0) \right] dx dy, \end{aligned}$$

wobei über die Kontaktfläche A_J integriert wird. Unter der Annahme, dass $\left. \frac{dj_c(x, y, T)}{dT} \right|_{T_0} \cdot \frac{1}{j_c(x, y, T_0)}$ über die Kontaktfläche konstant sei, folgt:

$$\begin{aligned} \delta I_c &= \frac{dj_c}{dT} \frac{1}{j_c} \Delta T \iint_{A_J} \left[j_c(x, y) \sin \delta_\phi(x, y) \cdot \frac{\delta T(x - x_0, y - y_0)}{\Delta T} \right] dx dy \\ &\propto \langle j_s(x_0, y_0) \rangle. \quad (3.6) \end{aligned}$$

$\langle j_s(x_0, y_0) \rangle$ ist die Faltung der lokalen Suprastromdichte j_s mit dem Gaußförmigen Temperaturprofil der induzierten Störung aus Gleichung (3.3). Ist die räumliche Ausdehnung der Störung klein im Vergleich zur Größe der abzubildenden Struktur, kann das Gauß-Profil durch eine δ -Funktion angenähert werden. Es folgt:

$$\delta I_c \approx \frac{dj_c}{dT} \frac{1}{j_c} \Delta T A_s \cdot j_c(x_0, y_0) \sin \delta_\phi(x_0, y_0), \quad (3.7)$$

mit der vom Elektronenstrahl erwärmten Fläche $A_s \approx 2\pi\sigma^2$, die der effektiven Fläche unter der Gauß-Verteilung entspricht.

Für einen Josephsonkontakt, bei dem die Normalenrichtung der Kontaktfläche in der (x, y) -Ebene liegt (z.B. bei Korngrenzenkontakten aus Kupratsupraleitern)⁹, reduziert sich das Problem auf den eindimensionalen Fall, da die Kontaktbreiten kleiner als $1\ \mu\text{m}$ sind und damit unterhalb der Auflösungsgrenze des TTREMs liegen. Nur die Raumrichtung x entlang der Kontaktlänge ist dann relevant. Auch hier ergibt sich entsprechend dem planaren zweidimensionalen Fall die Proportionalität zwischen Änderung des maximalen Josephsonstroms und der lokalen ungestörten Josephson-Stromdichte $\delta I_c \propto j_s(x_0)$.

Durch Messung von δI_c an jedem Bestrahlungsort ist eine Abbildung von j_s bei I_c möglich. Bei einer homogenen Probe mit einem vom Ort unabhängigen j_c kann auf die Phasendifferenz $\delta\phi(x, y)$ geschlossen werden, die sich bei einem extern angelegten magnetischen Fluss in einer räumlichen Modulation von j_s zeigt (vgl. Abbildung 2.10 in Abschnitt 2.3.2). Im feldfreien Fall, d.h. wenn die Phasendifferenz ortsunabhängig ist, kann die lokale kritische Stromdichte und somit die Homogenität und Qualität des Josephsonkontaktes untersucht werden. δI_c kann durch die lokale Erwärmung auch positive Werte annehmen. Ist $-1 \leq \sin\delta\phi(x_0, y_0) < 0$, oder hat $j_c(x_0, y_0)$ ein negatives Vorzeichen, z.B. im π -gekoppelten Bereich eines $0-\pi$ -Kontaktes, fließt der Strom an der Stelle (x_0, y_0) entgegen der makroskopischen Stromrichtung. Eine betragsmäßige Verkleinerung von $j_s(x_0, y_0)$ bewirkt dann eine Erhöhung von I_c .

δI_c kann direkt als globales Messsignal für die Bildaufnahme verwendet werden. Dazu wird für jeden Bestrahlungsort eine Stromrampe über den Kontakt gefahren und bei Erreichen eines zuvor festgelegten Spannungskriteriums der entsprechende Stromwert an das Bildaufnahmesystem übergeben. Dieses Messverfahren ist sehr langsam und hat ein relativ schlechtes Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Daher wird auf die in Abschnitt 3.2.2 beschriebene Lock-In-Abbildungstechnik zurückgegriffen. Über die Probe wird ein Biasstrom angelegt, der einen Wert $I_{\text{Bias}} \gtrsim I_c(B)$ knapp oberhalb des kritischen Stroms bei einem bestimmten Magnetfeld hat. Die abfallende Spannung V_0 wird durch die gepulste strahlinduzierte Störung mit der Frequenz des Strahlausblenders f_{Strahl} variiert, siehe Abbildung 3.7. Die Amplitude des Wechselspannungsanteils δV ist proportional zu $-\delta I_c$ und

⁹Es wird wieder von einem Dünnschicht ausgegangen, bei dem die Probe in z -Richtung homogen erwärmt wird.

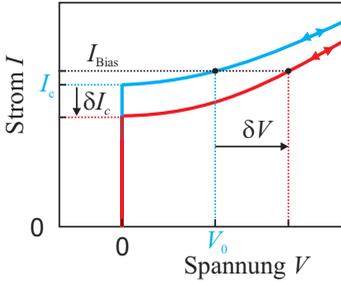


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung einer $I(V)$ -Kennlinie nach dem RSJ-Modell. Die blaue Kurve zeigt den ungestörten, die rote Kurve den gestörten Fall, bei dem I_c um δI_c verringert ist und deshalb für $I_{\text{Bias}} > I_c$ eine zusätzliche Spannung δV abfällt.

es folgt:

$$\delta V(x_0, y_0) \propto -\delta I_c \propto -j_s(x_0, y_0) = -j_c(x_0, y_0) \sin \delta_\phi(x_0, y_0). \quad (3.8)$$

Aus der detektierten induzierten Spannungsänderung kann also ebenfalls auf die lokale Josephson-Stromdichte geschlossen werden. Für dieses Abbildungsverfahren gibt es allerdings Einschränkungen. Zum einen ist es für hysteretische Kontakte nur bedingt geeignet. Zum anderen gilt die Proportionalität nur in einem kleinen Bereich oberhalb des kritischen Stroms I_c [Gür10b]. Ist die Probe im RSJ-Modell [Ste68, McC68] beschreibbar ($\beta_c = 0$), gilt für die Spannung:

$$V = \text{sgn}(I) \frac{\sqrt{I^2 - I_c(B)^2}}{G} \text{ für } |I| > I_c, \text{ und } V = 0 \text{ sonst.} \quad (3.9)$$

Variationen des kritischen Stroms δI_c und auch der Leitfähigkeit δG aufgrund lokaler Temperaturerhöhungen führen zu einer Spannungsänderung

$$\delta V = -\frac{\delta G}{G^2} \sqrt{I^2 - I_c(B)^2} - \frac{I_c(B) \delta I_c}{G \sqrt{I^2 - I_c(B)^2}}. \quad (3.10)$$

Entsprechend der Änderung des kritischen Stroms nach den Gleichungen (3.5) bis (3.7) gilt für die Änderung der Leitfähigkeit des Kontaktes:

$$\begin{aligned} \delta G(x_0, y_0) &= \iint_{A_J} \left[\left. \frac{dg(x, y, T)}{dT} \right|_{T_0} \delta T(x - x_0, y - y_0) \right] dx dy \\ &= \frac{dg}{dT} \frac{1}{g} \Delta T \langle g(x_0, y_0) \rangle \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\approx \frac{dg}{dT} \frac{1}{g} \Delta T A_s \cdot g(x_0, y_0), \quad (3.12)$$

mit der lokalen Leitfähigkeit $g(x, y)$ und der Annahme, dass über die Kontaktfläche $\left. \frac{dg(x, y, T)}{dT} \right|_{T_0} \cdot \frac{1}{g(x, y, T_0)} = \text{konstant}$ sei¹⁰. Für Analysen, bei denen man ausschließlich Informationen über die Suprastromdichte erhalten möchte, wirkt sich der erste Summand in Gleichung (3.10) auf das Antwortsignal störend aus. Vorausgesetzt $g(x, y)$ ist räumlich homogen, liefert er über die gesamte Kontaktfläche hinweg einen konstanten negativen Offset zur Spannungsänderung. Liegt I_{Bias} in einem kleinen Bereich knapp oberhalb I_c , kann gezeigt werden, dass dieser „parasitäre“ Summand das Signal nicht dominiert. Der parasitäre Signalanteil ist am größten bei Abbildungen im Maximum der $I_c(B)$ Kurve, wohingegen er für Arbeitspunkte bei höheren Feldern oder in Kontakten, bei denen sich die Supraströme von 0- und π -Facetten aufheben, geringer ausfällt. Hier kann auch ein Biasstrom deutlich oberhalb von I_c verwendet werden.

3.3.2 Abbildung von Vortices

Die hier vorgestellte Methode zur Abbildung von magnetischen Flussquanten im TTREM beruht auf der Messung der strahlinduzierten Änderung $\Delta\Phi$ des in ein SQUID einkoppelnden magnetischen Flusses. Es können sowohl Abrikosov-Vortices [Str01] als auch Josephson-Fluxonen [Koe00, Kei99] in induktiv koppelnder Umgebung eines SQUIDs abgebildet werden. Ausgenutzt werden die Temperaturabhängigkeiten der Londonschen Eindringtiefe $\lambda_L(T)$ (vgl. Seite 8 f. in Abschnitt 2.1) bzw. der Josephson-Eindringtiefe $\lambda_J(T)$, bei der die Temperaturabhängigkeit für $T \ll T_c$ vor allem über die maximale kritischen Suprastromdichte $j_{c0}(T)$ gemäß Gleichung (2.35) erfolgt. Die räumliche Ausdehnung der Abschirmströme wird für Abrikosov-Vortices durch λ_L und für Josephson-Vortices durch λ_J beschrieben. Im Dünnschichtlimit ist die Ausdehnung durch die Pearl-Länge $\Lambda(T)$ (siehe Glg. (2.11)) bzw. durch $\sqrt{l\Lambda}(T)$ (siehe Glg. (2.57)) gegeben. Eine lokale Änderung der Ausdehnung führt zu einer Umverteilung der Abschirmströme um ein Vortex. Dies kann zu einer virtuellen Verschiebung Δr des Flussquants führen. Die Verschiebung kann von einem SQUID als Flussänderung detektiert werden.

Das Prinzip der Signalentstehung ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Die oberen beiden Teilbilder der Skizze zeigen die Seitenansicht und die Aufsicht

¹⁰Mit den Beziehungen $(dI_c/dT)/I_c = (dj_c/dT)/j_c$ bzw. $(dG/dT)/G = (dg/dT)/g$ werden die Proportionalitätskonstanten in den Gleichungen (3.6) bzw. (3.11) bestimmbar.

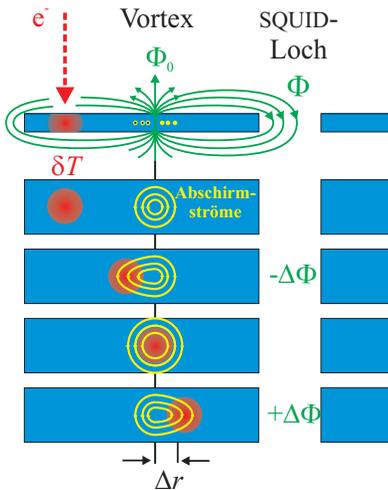


Abbildung 3.8: Prinzip der Signalentstehung für die Vortexabbildung. Oben, Seitenansicht: Ein ungestörter Vortex koppelt magnetischen Fluss Φ in ein SQUID-Loch. Aufsicht: Wird der Vortex exzentrisch bestrahlt, werden die Abschirmströme asymmetrisch verzerrt. Mit Verlagerung des Schwerpunktes der Abschirmströme verschiebt sich der Vortex unter Änderung des einkoppelnden Flusses $|\Delta\Phi|$ virtuell um Δr in Richtung des Elektronenstrahls. Beim zentral bestrahlten Vortex weiten sich die Abschirmströme symmetrisch aus, d.h. $\Delta r = \Delta\Phi = 0$. Modifiziert aus [Bai09].

eines ungestörten Vortex mit seinen Feldlinien und Abschirmströmen. Der Vortex koppelt magnetischen Streufluss Φ in ein nahegelegenes SQUID-Loch ein. In den übrigen Teilbildern sind drei weitere für den Abbildungsvorgang relevante Situationen gezeigt. Erreicht beim Rastervorgang der durch den Elektronenstrahl lokal erwärmte Bereich den Umkreis der Abschirmströme, kommt es aufgrund der lokal erhöhten Werte von λ_L bzw. λ_J zu einer Ausdehnung der Abschirmströme. Sie werden asymmetrisch verzerrt, so dass sich ihr Schwerpunkt aus seiner ursprünglichen Position verschiebt. Da Magnetfeld und Abschirmströme über die Maxwell- und London-Gleichungen zusammenhängen, werden die Magnetfeldlinien entsprechend mit verzerrt. Dies wird als virtuelle Verschiebung Δr des Vortex beschrieben. Die Position des Vortex-Kerns kann dabei unverändert bleiben, solange mögliche Pinningkräfte größer sind, als die durch den Elektronenstrahl auf den Vortex ausgeübte Kraft. Wird der Kern des Vortex zentral bestrahlt, kommt es zu keiner virtuellen Verschiebung, da sich die Abschirmströme symmetrisch um den Kern ausdehnen.

Eine virtuelle Verschiebung des Vortex bewirkt abhängig von ihrer Richtung eine Änderung $\Delta\Phi$ des in das SQUID-Loch einkoppelnden magnetischen Streuflusses. Diese Flussänderung ist negativ, wenn sich der Vortex vom SQUID weg verschiebt, also solange sich der Vortex-Kern zwischen Elektronenstrahl und SQUID-Loch befindet. Befindet sich der Elektronen-

strahl zwischen Kern und SQUID, wird der Vortex in Richtung des SQUIDs verschoben, was eine positive Flussänderung ergibt. Ein Rastervorgang über den Vortex erzeugt folglich ein bipolares $\Delta\Phi$ -Signal mit dem Umkehrpunkt am Ort des Vortex-Kerns \vec{r}_v . Die Richtung vom maximalen negativen zum maximal positiven $\Delta\Phi$ -Signal zeigt senkrecht auf den diamagnetischen Strom $\vec{J}(\vec{r}_v)$. In diesem Zusammenhang können Abrikosov-Vortices in den Washerflächen eines SQUIDs Informationen über die Stromverteilung um das SQUID-Loch liefern [Doe06]. Bei Josephson-Vortices in Korngrenzenkontakten ist die Richtung der Verschiebung durch die Lage der Korngrenze eingeschränkt.

Die Amplitude des Signals hängt von der Kopplungsstärke $\delta\Phi/\delta r$ und von der Größe der virtuellen Verschiebung ab, welche ihrerseits von der Stärke der lokalen Temperaturerhöhung ΔT und damit von den Strahlparametern abhängt. Für die im SQUID einkoppelnde Flussänderung gilt $\Delta\Phi = (\delta\Phi/\delta r) \cdot \Delta r$, welche als globales Signal dem jeweiligen Bestrahlungsort (x_0, y_0) zugeordnet wird.

Durch die im SQUID induzierte Flussänderung ändert sich gemäß Gleichung (2.78) der maximale Suprastrom $I_{s,\max}$ des SQUIDs. Wird das SQUID zusätzlich bei einem Biasstrom $I_{\text{Bias}} > I_{s,\max}$ betrieben, ändert sich ebenfalls die über das SQUID abfallende Spannung. Die strahlinduzierte Spannungsänderung $\delta V(x_0, y_0)$ kann, wie in Abschnitt 3.2.2 beschrieben, direkt mit der Lock-In-Abbildungstechnik aufgenommen werden. Der optimale Arbeitspunkt für die Abbildung wird aus der zum Biasstrom gehörenden $V(\Phi_a)$ -Kennlinie entnommen, vgl. Abbildung 2.19. Im steilsten Punkt der Kurve liegt die größte Flussempfindlichkeit bei größtmöglicher Linearität vor. Letztere kann durch Verwendung einer SQUID-Elektronik mit Flussregelschleife deutlich verbessert werden. In dieser Arbeit wurden Flussabbildungen direkt ohne SQUID-Elektronik aufgenommen. Werden kleine Flussänderungen vorausgesetzt, ergibt sich für das Spannungssignal:

$$\delta V(x_0, y_0) = V_{\Phi} \cdot \Delta\Phi(x_0, y_0) = V_{\Phi} \cdot \frac{\partial\Phi}{\partial r} \cdot \Delta r(x_0, y_0), \quad (3.13)$$

mit der Transferfunktion V_{Φ} des SQUIDs.

Mit der vorgestellten Technik zur Abbildung von Flussquanten können auch Abschirmströme abgebildet werden, die im Randbereich eines supraleitenden Films fließen, insbesondere an der Kante eines SQUID-Lochs. Auch hier verzerren durch den Elektronenstrahl induzierte Änderungen von $\lambda_L(T)$ lokal die von einem externen Feld angeworfenen Abschirm-

ströme und das mit ihnen verknüpfte Magnetfeld, so dass es zu einem messbaren globalen Antwortsignal in Form einer Flussänderung im SQUID kommt.

3.3.3 Abbildung lokaler Leitfähigkeiten

In diesem Abschnitt wird das angewandte Abbildungsprinzip für die Untersuchung elektrischer Transporteigenschaften nichtsupraleitender Dünnschichtbrücken aus V_2O_3 (siehe Kapitel 7) beschrieben. Die Aufgabe der Untersuchung im TTREM bestand darin, am Isolator-Metall-Übergang (IMT)¹¹ der Probe isolierende und metallische Bereiche anhand ihrer unterschiedlichen spezifischen Leitfähigkeiten abzubilden.

Für Leitfähigkeitsabbildungen von Dünnschichtproben, in denen der Strom in z -Richtung fließt (d.h. senkrecht zur Abbildungsebene), ist die globale Leitfähigkeitsänderung $\delta G(x_0, y_0)$ gleich der mit dem Temperaturprofil gefalteten spezifischen Leitfähigkeit $g(x, y)$, siehe Gleichung (3.11). Das messbare Antwortsignal ist $\delta V(x_0, y_0) = -I_{\text{Bias}}/G^2 \cdot \delta G(x_0, y_0)$.

Erfolgt der Stromfluss in der (x, y) -Ebene, wie es für die untersuchte Probe der Fall war, ergibt sich die globale Leitfähigkeit nicht mehr aus einfacher Integration der spezifischen lokalen Leitfähigkeit über die (x, y) -Probenebene.

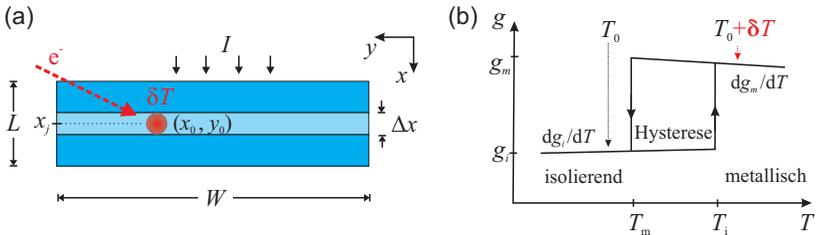


Abbildung 3.9: (a) Schema einer Probe für Leitfähigkeitsabbildungen bei Stromfluss in der (x, y) -Ebene. (b) Spezifische Leitfähigkeit g in Abhängigkeit der Temperatur mit hysteretischem Übergang zwischen isolierendem und metallischem Zustand. Modifiziert aus [Gué13]. © EPLA.

In Abbildung 3.9 (a) ist die zugrundeliegende Probengeometrie gezeigt. Entlang der in die Zeichenebene zeigenden z -Achse erwärmt der Elektronenstrahl die Probe der Dicke D homogen. Es wird angenommen, dass die

¹¹Insulation-to-Metall Transition

spezifische Leitfähigkeit nicht von z abhängt. Der Transportstrom wird in x -Richtung angelegt. Da die Ausdehnung der Probe entlang x deutlich kleiner ist, als in y -Richtung ($L \ll W$) wird weiter angenommen, dass die Ströme innerhalb der Probe ausschließlich in x -Richtung fließen. Elektrische Felder in y -Richtung und Stromumverteilungseffekte werden so vernachlässigt. Für die strahlinduzierte globale Spannungsänderung bei angelegtem Strom I gilt:

$$\Delta V(x_0, y_0) = I \cdot (R_{\text{ein}} - R_{\text{aus}}), \quad (3.14)$$

wobei $R_{\text{ein/aus}}$ der Widerstand für den ein- bzw. ausgeschalteten Elektronenstrahl ist. Der Elektronenstrahl erwärme um seine Auftreffkoordinaten (x_0, y_0) ein Kreisfläche mit dem Durchmesser Δx . Dadurch ändert sich die Leitfähigkeit G_j einer um die Koordinate x_j in der (y, z) -Ebene liegenden Schicht der Dicke Δx um den Wert δG_j . Der Widerstand bei ausgeschaltetem Elektronenstrahl ist $R_{\text{aus}} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{G_j}$. Ist der Strahl eingeschaltet, gilt:

$$R_{\text{ein}} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{G_j + \delta G_j} \approx \sum_{j=1}^N \frac{1}{G_j} - \sum_{j=1}^N \frac{\delta G_j}{G_j^2}. \quad (3.15)$$

Die Taylor-Entwicklung wurde nach dem zweiten Glied abgebrochen. Es folgt:

$$\Delta V(x_0, y_0) = -I \sum_{j=1}^N \frac{\delta G_j}{G_j^2}. \quad (3.16)$$

Die Leitfähigkeit der j -ten Schicht ergebe sich näherungsweise aus der Mittelung über die Leitfähigkeit $1/R_{\text{aus}}$ des gesamten Kontaktes:

$$G_j = \frac{D}{\Delta x} \int_0^W g(x_j, y) dy \approx \frac{L}{\Delta x \cdot R_{\text{aus}}}. \quad (3.17)$$

Für die Änderung der Leitfähigkeit dieser Schicht gilt:

$$\delta G_j = \frac{D}{\Delta x} \int_0^W \delta g(x_j, y, x_0, y_0) dy, \quad (3.18)$$

wobei $g(x_j, y, x_0, y_0)$ die lokale Änderung der spezifischen Leitfähigkeit bei Bestrahlung am Ort (x_0, y_0) ist. Für die strahlinduzierte Spannungsände-

nung ergibt sich:

$$\begin{aligned}\Delta V(x_0, y_0) &= - \sum_{j=0}^N \int_0^W \frac{ID}{L^2} R_{\text{aus}}^2 \delta g(x_j, y, x_0, y_0) \Delta x dy \\ &= - \frac{ID}{L^2} R_{\text{aus}}^2 \int_A \delta g(x, y, x_0, y_0) d(x, y),\end{aligned}\quad (3.19)$$

wobei die Integration über die Probenfläche A erfolgt. Im nächsten Schritt wird das Integral $\int_A \delta g(x, y) d(x, y)$ ausgewertet.

Die Probe bestehe aus einzelnen Domänen, deren spezifischen Leitfähigkeit die in Abbildung 3.9 (b) skizzierte Temperaturabhängigkeit eines Isolator-Metall-Übergangs habe. Dabei sind drei Bereiche zu berücksichtigen.

Für Temperaturen T_0 unterhalb bzw. oberhalb des Übergangs ist $g(x, y, T_0)$ eine eindeutige Funktion mit g_i für den isolierenden Zustand und g_m für den metallischen Zustand. Am Übergang ist die Kurve hysteresisch.

Ist die lokale Temperatur T_0 einer bestrahlten Domäne größer als die Isolator-Metall-Übergangstemperatur T_i vom isolierenden zum metallischen Zustand, so ist die durch die lokale Temperaturänderung δT verursachte Leitfähigkeitsänderung proportional zu dg_m/dT .

Liegt der isolierende Ausgangszustand vor und ist die lokale Temperatur T_0 der Domäne kleiner als T_i und $T_0 + \delta T < T_i$, so ist die Leitfähigkeitsänderung proportional zu dg_i/dT .

Falls aber $T_0 < T_i$ und $T_i < T_0 + \delta T$ gilt, verursacht die Bestrahlung ein Umschalten der Domäne vom isolierenden in den metallischen Zustand. Gilt gleichzeitig $T_0 > T_m$, so handelt es sich um ein irreversibles Schalten. T_m ist die Übergangstemperatur vom metallischen zum isolierenden Zustand. Die Domäne bleibt nach der Bestrahlung metallisch, die strahlinduzierte Leitfähigkeitsänderung der Domäne ist dann wieder proportional zu dg_m/dT . Ist hingegen gleichzeitig $T_0 < T_m$ erfüllt, so schaltet die Domäne reversibel zwischen isolierendem Zustand und metallischem Zustand, wobei die induzierte Änderung der Leitfähigkeit der Domäne proportional zu $g_m - g_i \approx g_m$ ist. Im Gegensatz zum irreversiblen Schalten kann das Antwortsignal des reversiblen Schaltvorgangs mit der Lock-In-Abbildungstechnik aufgenommen werden.

Da die Probentemperatur T_0 lokal variiert und verschiedene Domänen unterschiedliche Übergangstemperaturen haben, müssen im Folgenden die drei besprochenen möglichen Antwortmechanismen (metallisch, isolierend und reversibles Schalten) einer Domänen berücksichtigt werden. Dazu wird

die Probenfläche in drei Bereiche unterteilt: $A = A_m + A_i + A_h$. Der Index „h“ steht für Hysterese, also für reversibles Schalten der Domänen.

Für das Integral in Gleichung (3.19) folgt:

$$\begin{aligned} \int_A \delta g(x, y) d(x, y) &= \int_{A_m} \left[\frac{dg_m(x, y)}{dT} \Big|_{T_0} \delta T(x - x_0, y - y_0) \right] d(x, y) \\ &+ \int_{A_i} \left[\frac{dg_i(x, y)}{dT} \Big|_{T_0} \delta T(x - x_0, y - y_0) \right] d(x, y) \\ &+ \int_{A_h} [g_m(x, y) - g_i(x, y)] d(x, y). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Der erste Term beinhaltet die Regionen der Probe, die bei der Bestrahlung im metallischen Zustand vorliegen, der zweite Term die Regionen, die im isolierenden Zustand bleiben. Im dritten Term sind die Domänen zusammengefasst, die bei Bestrahlung reversibel zwischen isolierenden und metallischen Zuständen schalten. N solcher Domänen sollen sich innerhalb eines Radius von $\approx \sigma$ befinden. Die Flächen der n -ten Domäne sei A_n . Der dritte Term in Gleichung (3.20) reduziert sich auf:

$$\sum_n A_n [g_m(T_m) - g_i(T_i)] \Theta(|\vec{r}_0 - \vec{r}_n|/\sigma), \quad (3.21)$$

wobei der Vektor \vec{r}_0 auf (x_0, y_0) , und \vec{r}_n auf das Zentrum der n -ten Domäne zeigt. $\Theta(\xi)$ hat für $\xi < 1$ den Wert 1 und 0 sonst. Für $\sigma^2 \lesssim A_n$ sind die schaltenden Domänen unterscheidbar und es ist $N = 0$ oder $N = 1$. Ist hingegen $\sigma^2 \gg A_n$ sind die schaltenden Domänen nicht einzeln auflösbar. Das Signal ist verschmiert.

Das Spannungssignal reversibel schaltender Domänen ergibt sich zu:

$$\Delta V_h(x_0, y_0) \approx -IR_{\text{aus}}^2 \frac{D}{L^2} \sum_n A_n g_m(T_0) \Theta(|\vec{r}_0 - \vec{r}_n|/\sigma). \quad (3.22)$$

Für die induzierte Spannungsänderungen $\Delta V_{i,m}$, die Domänen verursachen, die im isolierenden bzw. metallischen Zustand bleiben, gilt:

$$\Delta V_{i,m}(x_0, y_0) \approx -IR_{\text{aus}}^2 \frac{D}{L^2} \Delta T \left\langle \frac{dg_{i,m}}{dT}(x_0, y_0) \right\rangle. \quad (3.23)$$

$\langle dg_{i,m}/dT(x_0, y_0) \rangle$ ist die Faltung von $dg_{i,m}/dT(x_0, y_0)$ mit dem Temperaturprofil aus Gleichung (3.3). Unter der Annahme, dass der Elektronenstrahl eine Fläche von $A_s = (\pi/4)(\Delta x)^2$ gleichmäßig erwärmt, und dass

die Fläche A_s vollständig entweder metallisch oder isolierend ist, folgt aus Gleichung (3.23):

$$\Delta V_{i,m}(x_0, y_0) \approx -IR_{\text{aus}}^2 \frac{D}{L^2} \Delta T A_s \frac{dg_{i,m}}{dT}(x_0, y_0). \quad (3.24)$$

Der Kontrast im Spannungsbild zwischen metallischen und isolierenden Regionen entsteht also durch die unterschiedlichen Werte von dg_i/dT und dg_m/dT . Das Spannungssignal ist proportional zum Biasstrom und hängt quadratisch vom Widerstand der Probe ab. Insbesondere R_{aus} beeinflusst daher die Signalstärke.

Gilt $(dg_{i,m}/dT) \cdot (1/g_{i,m}) = \text{konst}_{i,m} = (dG_{i,m}/dT) \cdot (1/G_{i,m})$, so kann aus dem Spannungssignal auch direkt auf die lokale Verteilung der spezifischen Leitfähigkeit geschlossen werden. Mit Gleichung (3.23) folgt:

$$\Delta V_{i,m}(x_0, y_0) \approx -IR_{\text{aus}}^2 \frac{D}{L^2} \frac{dG_{i,m}}{dT} \frac{1}{G_{i,m}} \Delta T \langle g_{i,m}(x_0, y_0) \rangle. \quad (3.25)$$

Kapitel 4

Winkelabhängige $I_c(H)$ -Untersuchungen an $0 - \pi$ -Multifacetten- Kontakten

Josephsonkontakte in Form von Multifacetten-Systemen, die aus einem oder mehreren $(0-\pi)$ -Segmenten bestehen, sind in den letzten Jahren intensiv erforscht worden. Sie liefern interessante physikalische Erkenntnisse und bieten vielversprechende Anwendungen. Multifacetten-Kontakte können, wie bereits in Kapitel 2.4.2 ausgeführt, auf verschiedene Weise realisiert werden. Mit Hilfe der SIFS-Technologie lassen sich Multifacetten-Kontakte mit niedriger Dämpfung und hohem $I_c R_n$ -Produkt bei hoher Flexibilität in der Anordnung der $0-\pi$ -Grenzflächen herstellen. Unter dieser Voraussetzung sind sogenannte φ_0 -Kontakte [Buz08, Gum09] bzw. φ -Kontakte [Buz03, Gol07, Zaz09, Gol11b] realisierbar, deren Josephsonphase im Grundzustand einen von 0 und π verschiedenen Wert einnimmt. Ist die Länge eines φ -Kontaktes größer als λ_J , so kann er mehrere mobile fraktionale Flussquanten mit sich führen, die spezielle Eigenschaften haben [Min98, Min01, Min02, Mos07]. Mit Hilfe von Multifacetten-Systemen aus Nb/Kuprat-Hybridstrukturen, insbesondere in Form eines Zick-Zack-Rampenkontaktes, kann die Symmetrie des Ordnungsparameters von Kupratsupraleitern untersucht werden [vH95, Tsu00]. Des Weiteren können

durch die spontane Bildung von Semifluxonen an den $0-\pi$ -Übergängen quasi eindimensionale Vortex-Kristalle erzeugt werden [Hil03, Sus05]. Über die genannten Forschungsgebiete hinaus, sind Rampenkontakte interessant für die Anwendung in der Supraleiter-Elektronik. Hierzu zählen *Rapid Single Flux Quantum* (RSFQ) Schaltungen [Ort06] oder *Superconducting Quantum Interference Filter* (SQIF) [Opp02].

Von großer Bedeutung ist dabei das Verhalten dieser Josephsonkontakte in einem homogen äußeren angelegten Magnetfeld. Sind die kritischen Stromdichten sowie die Längen aller 0 - und π -Facetten gleich groß, so verschwindet bei einer geraden Anzahl von Facetten der kritische Strom I_c im Nullfeld. Ein angelegtes Magnetfeld moduliert die Supraströme der einzelnen Facetten. Wenn dadurch die Ströme konstruktiv miteinander interferieren, ergeben sich Maxima in I_c . Viele Arbeiten zeigen eine deutliche Abweichung zwischen der experimentell ermittelten und theoretisch berechneten $I_c(H)$ -Abhängigkeit der Multifacetten-Kontakte. Für die Berechnungen wurden homogene magnetische Flussdichten B in den Kontaktflächen angenommen [Smi02, Ari05, Gür09, Hil03]. Experiment und Theorie stimmen dort zwar qualitativ in der Hinsicht überein, dass der kritische Strom maximal ist, wenn der Fluss pro $(0-\pi)$ -Segment einem Flussquant Φ_0 entspricht. Jedoch unterscheiden sich experimentelle und theoretische $I_c(H)$ -Kurven in vielen anderen Punkten. Dazu zählt, dass im Experiment die Nebenmaxima zwischen den Hauptmaxima stark unterdrückt sind, während sie außerhalb der Hauptmaxima erhöht sind. Diese Merkmale können alleine durch Berücksichtigung von lokalen Inhomogenitäten der kritischen Stromdichte j_c der einzelnen Facetten oder Variationen in der effektiven magnetischen Eindringtiefe t_{eff} nicht reproduziert werden. Abbildung 4.1 zeigt für einen Josephsonkontakt mit $20 \times (0-\pi)$ -Segmenten den Vergleich zwischen einer typischen experimentellen und berechneten Kurve bei angenommener homogener Flussdichte.

Im Rahmen nichtlokaler Elektrodynamik an Josephsonkontakten [Mos09] wurde ein modifizierter Phasenansatz entwickelt, mit dem das Verhalten der $I_c(H)$ -Charakteristiken besser verstanden werden kann. Hierbei wird berücksichtigt, dass die supraleitenden Elektroden um die Barriere aus Dünnschichten bestehen und ein externes homogenes Magnetfeld senkrecht dazu angelegt wird. Abschirmströme in den supraleitenden Schichten dieser Anordnung verzerren das Magnetfeld in der Barriere. Zudem kann die mittlere Flussdichte in der Barriere durch Flussfokussierungseffekte erheblich vergrößert sein. Dadurch erhält die Flussdichte in der Barriere ein Profil, das dadurch gekennzeichnet ist, dass in der Mitte der Barriere der Be-

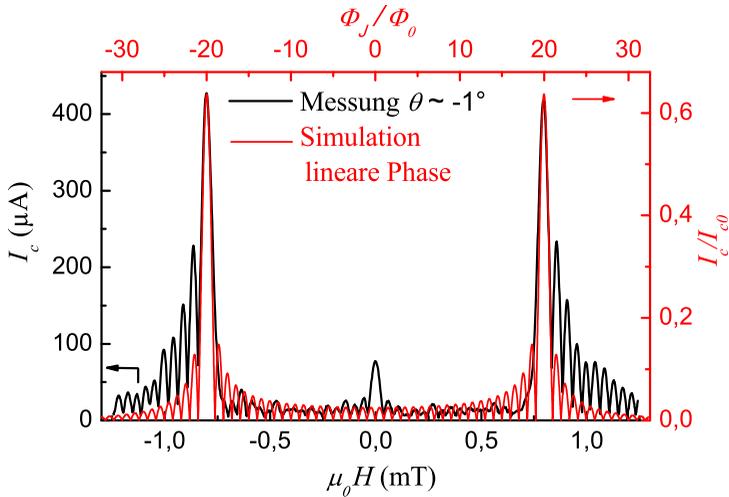


Abbildung 4.1: (Schwarz): Typische gemessene $I_c(H)$ -Kennlinie eines $20 \times (0 - \pi)$ -Kontaktes, wenn das Magnetfeld H relativ zur Substratebene leicht verkippt ist. (Rot): Entsprechend simulierte Kurve mit $j_c^0 = |j_c^\pi|$ bei einheitlicher Facettengröße und einer als homogen angenommenen Flussdichte (linearer Phasenansatz). I_c ist auf $I_{c0} = LWj_c^0$ und der magnetische Fluss im Kontakt auf Φ_0 normiert. Aus [Sch10]. © 2010 APS.

trag von B ein Maximum hat und zum Rand des Kontaktes hin abfällt oder Null werden kann. Damit hat die Phase entlang des Kontaktes keinen linearen Verlauf mehr. Der sich aus dieser ortsabhängigen Flussdichte ergebende $I_c(H)$ -Kurvenverlauf zeigt eine Unterdrückung der Hauptmaxima, bei gleichzeitiger Verstärkung der Nebenmaxima außerhalb der Hauptmaxima, vgl. Abbildung 4 (b) in [Mos09].

Bei Multifacetten-Kontakten ergibt sich $I_c(H)$ aus der Interferenz vieler Facetten (siehe Gleichung (2.70)). Die Auswirkung des Feldprofils ist bei ihnen besonders ausgeprägt. Die Hauptmaxima treten im Gegensatz zum Fraunhofer-Muster von Einzelkontakten erst bei höheren Feldern in Erscheinung, so dass ein nicht linearer Phasenverlauf (gleichbedeutend mit einem nicht homogenen Feldverlauf) verstärkt zur Geltung kommen kann. Ist das äußere homogene Feld mit einem beliebigen Winkel θ bezüglich der Film-Elektroden orientiert, so ist der inhomogene Beitrag zur Flussdichte abhängig vom Betrag der senkrechten Feldkomponente und damit von θ .

Die Ausrichtung der Probe bezüglich des Feldes sollte daher einen erheblichen Einfluss auf die $I_c(H)$ -Charakteristiken haben. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Auswirkung des nichtlinearen Phasenbeitrags durch Variation des Feldwinkels θ an $0-\pi$ -Multifacetten-Kontakten untersucht. Dies geschah an zwei unterschiedlichen Materialsystemen. In Abschnitt 4.1 werden die Ergebnisse von planaren SIFS-Multifacetten-Kontakten, bei denen die Barrierenebene parallel zur Substratebene liegt, beschrieben. Diese sind in [Sch10] veröffentlicht. In Abschnitt 4.2 folgen die Ergebnisse der Untersuchung an YBCO/Au/Nb Zick-Zack-Rampenkontakten, bei denen in einer komplexeren Geometrie die Barrierenebene um den Rampenwinkel θ_r gegenüber dem Substrat geneigt ist. Diese Resultate sind in [Sch12] veröffentlicht. Die folgende Darstellung orientiert sich an den beiden Veröffentlichungen. In Abschnitt 4.3 werden die gewonnenen Erkenntnisse zusammengefasst.

4.1 $I_c(H, \theta)$ von SIFS-Multifacetten-Kontakten

Die winkelaufgelösten Untersuchungen der $I_c(H)$ -Abhängigkeiten von SIFS-Multifacetten-Kontakten wurden an von Martin Weides hergestellten Josephsonkontakten, bestehend aus $20 \times (0-\pi)$ -Segmenten, durchgeführt. Detaillierte Beschreibungen des Herstellungsprozesses befinden sich in [Wei06c, Wei07b]. In Abbildung 4.2 ist eine schematische Darstellung des Kontaktes mit der Richtung des Magnetfeldes H gezeigt. Die Gesamtlänge des Kontaktes beträgt $L = 200 \mu\text{m}$ bei einer Breite von $W = 10 \mu\text{m}$. Die $N = 40$ Facetten sind jeweils $5 \mu\text{m}$ lang. Ihr Aufbau beginnt mit einer per Magnetron-Sputtern auf das Substrat aufgetragenen 160 nm dicken Bottom-Elektrode aus Niob. Als Isolator folgt eine 5 nm dicke Al_2O_3 -Schicht, worauf eine ferromagnetische Zwischenschicht aus $\text{Ni}_{0,6}\text{Cu}_{0,4}$ der Dicke $d_F \approx 5 \text{ nm}$ aufgebracht ist¹. Anschließend folgt eine 40 nm dicke Nb-Schicht. Für die Umsetzung der beiden unterschiedlichen Dicken des Ferromagneten innerhalb eines $(0-\pi)$ -Segments, wird je eine Hälfte eines $(0-\pi)$ -Segments mit Photolack bedeckt. Beim folgenden Ätzprozess

¹Die ferromagnetische Zwischenschicht wird keilförmig über den Wafer hinweg aufgebracht, so dass ein Gradient der Schichtdicke entsteht. Auf dem Wafer wird eine Reihe von Kontakten so strukturiert, dass ihre Länge senkrecht zu diesem Gradienten zeigt. Nach dem Herstellungsprozess kann ein Kontakte mit optimaler Schichtdicke ausgewählt werden.

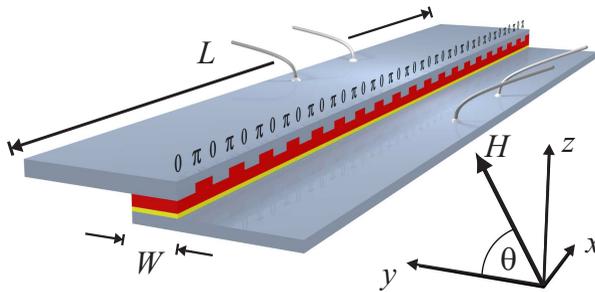


Abbildung 4.2: Schema eines SIFS-Kontaktes mit $20 \times (0 - \pi)$ -Segmenten der Gesamtlänge L und der Kontaktbreite W . Das Koordinatensystem zeigt den Winkel θ zwischen angelegtem Magnetfeld H und der in der (x, y) -Ebene orientierten Barriere.

wird zunächst das freiliegende Nb mit SF_6 reaktiv geätzt und anschließend die Schichtdicke des darunterliegenden Ferromagneten durch Argon-Ionen-Ätzen um $\Delta d_F = d_F^0 - d_F^\pi \approx 0,5 \text{ nm}$ verringert. Nach Entfernen des Fotolacks wird abschließend eine 300 nm dicke Top-Elektrode aus Nb aufgesputtert.

Für die Länge dieser Kontakte gilt $L \approx 3 \cdot \lambda_J$. Damit können sie als kurze Kontakte behandelt werden. Das durch Josephsonströme verursachte Eigenfeld kann vernachlässigt werden. Sind kritische Stromdichte und die y -Komponente B_y der Flussdichte von der Koordinate y unabhängig, gilt entsprechend Gleichung (2.47) bzw. (2.66) für den kritischen Strom:

$$I_c = W \max_{\delta_0} \int_{-L/2}^{L/2} \{j_c(x) \sin[\delta(x, B_y) + \delta_0]\} dx. \quad (4.1)$$

$j_c(x)$ wechselt pro $(0 - \pi)$ -Segment einmal zwischen den Werten j_c^0 und j_c^π . Für komplexe nicht homogene Flussprofile $B_y(x)$ in der Barriere ergibt sich die Phase $\delta(x, B_y)$ aus:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{2\pi B_y(x) t_{\text{eff}}(x)}{\Phi_0}. \quad (4.2)$$

Die effektive magnetische Eindringtiefe $t_{\text{eff}}(x)$ hängt von x ab, da sie für 0 - und π -Facetten unterschiedliche Werte annehmen kann. Durch Einsetzen von Gleichung (4.2) in Gleichung (4.1) und numerisches Lösen können die entsprechenden $I_c(H)$ -Abhängigkeiten berechnet werden. Als

Fit-Parameter dienen $j_c(x)$, $t_{\text{eff}}(x)$ und $B_y(x)$. Im Folgenden werden die somit simulierten Kurven in der Form I_c/I_{c0} als Funktion von H/H_0 dargestellt, wobei $I_{c0} = j_c^0 LW$ und $H_0 \equiv \Phi_0/(\mu_0 L t_{\text{eff}0})$ mit der entlang x gemittelten Eindringtiefe $t_{\text{eff}0}$ ist.

Homogene Flussdichte: $\theta = 0^\circ$

Für den einfachen homogenen Fall mit $|j_c(x)| = j_c^0$, $t_{\text{eff}}(x) = \text{konst.}$ und

$$B_y(x) = \mu_0 H_y \tag{4.3}$$

ergibt sich die in Abbildung 4.1 rot und in Abbildung 2.16 (c) auf Seite 53 für höhere Felder dargestellte Kurve. Die zwei Hauptmaxima liegen bei $|H/H_0| = 20 = N/2$, wobei N die Anzahl der Facetten ist. Weitere ausgeprägte Maxima liegen bei $|H/H_0| = 60$ und allgemein bei $|H/H_0| = (2n + 1) \cdot N/2$ mit $n \in \mathbb{N}$. Für $|H/H_0| = (2n) \cdot N/2$ ist $I_c = 0$. Die Messungen wurden in dem in Abschnitt 3.1 beschriebenen Aufbau bei $T = 4,2 \text{ K}$ durchgeführt. Die $I(V)$ -Kennlinien zeigen ein nicht hysteretisches Verhalten. Zur Ermittlung von I_c wurde ein Spannungskriterium von $V_{\text{krit}} = 1 \mu\text{V}$ verwendet. Dieses legt mit $R \approx 0,05 \Omega$ den Rauschstrom $I_{\text{krit}} = V_{\text{krit}}/R \approx 20 \mu\text{A}$ fest.

Der Einbau der Probe bezüglich der Magnetfeldspulenachsen gelingt mit einer Genauigkeit von $\theta_{\text{off}} < 1^\circ$. Folglich kann bei der gewünschten Ausrichtung $\vec{H} \parallel \hat{y}$ noch eine Feldkomponente $H_z \neq 0$ vorhanden sein. Da die Geometrie der Multifacetten-Kontakte komplexer ist, als die Kontakte des in [Mos09] betrachteten nichtlokalen Modells und zudem die Gültigkeitsbedingungen des nichtlokalen Modells nicht erfüllt sind, kann es hier nicht einfach übernommen werden. Dennoch sollte die H_z -Komponente in SIFS- und auch in Zick-Zack-Rampenkontakten über Abschirmströme und Feldfokussierung eine inhomogene Komponente $B_y(x)$ erzeugen, deren Maximum in der Mitte des Kontaktes liegt. Dies wird in ähnlicher Weise auch in konventionellen Kontakten beobachtet [Hei01, Mon08, Mon09]. Bereits sehr kleine H_z -Komponenten können zu Modifikationen des $I_c(H)$ -Musters führen.

Eine Linearkombination der senkrecht zueinander stehenden Spulenfelder $H_y = H \cos \theta$ und $H_z = H \sin \theta$ ermöglicht eine fein aufgelöste Variation des Winkels θ zwischen \vec{H} und der Substratebene. Mit dieser Anordnung konnte der vom Probeneinbau bedingte Offset-Winkel bestmöglich kompensiert werden, um den Fall $H_z = 0$ exakt einzustellen. Durch Messung und Analyse einer Serie winkelabhängiger $I_c(H)$ -Kurven, die im über-

nächsten Abschnitt beschrieben wird, konnte der Offset-Winkel zwischen dem für die Messung eingestellten Winkel und der Substratebene zu $\theta_{\text{off}} = 0,69^\circ$ bestimmt werden. Im Folgenden ist dieser bei Angabe der Winkel für die gezeigten Messkurven bereits abgezogen. Abbildung 4.3 (a) zeigt eine Messung sehr nahe bei $\theta = 0^\circ$. Die Kurvencharakteristik passt nun deutlich besser zur Simulation des idealen homogenen Falls in Abbildung 2.16 (c), als die gemessene Kurve bei einer typischen Fehlorientierung von $\approx 1^\circ$ in Abb. 4.1, wo der Offset-Winkel experimentell nicht kompensiert wurde. Dennoch unterscheiden sich die Kurven. Für $H = 0$ hat das gemessene I_c ein lokales Maximum, da $j_c^0 \neq |j_c^\pi|$ gilt. Die Supraströme der 0- und π -Facetten heben sich daher nicht vollständig auf. Bei $|H/H_0| = 40$ zeigen sich ebenfalls Maxima. Hier sollte in jedem (0- π)-Segment $I_c = 0$ sein, vorausgesetzt 0- und π -Facetten haben die gleiche Länge und das gleiche t_{eff} . Ist aber das t_{eff} der 0- und π -Facetten unterschiedlich, kann sich ihr jeweiliges I_c nicht beim gleichen Feld aufheben, was zu einem Maximum bei $I_c(|40H_0|)$ führt. Außerdem zeigt die gemessene $I_c(H)$ -Abhängigkeit eine Asymmetrie zwischen positivem und negativem Magnetfeld. Dieser Effekt beruht auf Asymmetrien in der Magnetisierung der ferromagnetischen Schicht [Kem10] und wird hier nicht weiter berücksichtigt.

Für eine entsprechend angepasste Simulation werden im Folgenden für 0- und π -Facetten unterschiedliche Werte für j_c und t_{eff} berücksichtigt. Der beste Fit an die gemessene Kurve gelingt mit den Verhältnissen $j_c^\pi/j_c^0 = -0,8$ und $t_{\text{eff}}^\pi/t_{\text{eff}}^0 = 1,38$ und ist in Abbildung 4.3 (b) gezeigt. Aus dem Vergleich zwischen Simulation und Messung ergibt sich $j_c^0 \approx 42 \text{ A/cm}^2$ und $j_c^\pi \approx -34 \text{ A/cm}^2$. Diese Werte entsprechen den Werten, die aus TTREM-Abbildungen der kritischen Stromdichte an der gleichen Probe gewonnen wurden [Gür10b]. Ein Vergleich der Magnetfeldachsen zwischen Abbildungen 4.3 (a) und (b) liefert $t_{\text{eff}}^0 \approx 134 \text{ nm}$ und $t_{\text{eff}}^\pi \approx 186 \text{ nm}$. Diese Werte liegen im erwarteten Bereich von $2\lambda_{\text{L,Nb}}$ mit $\lambda_{\text{L,Nb}} = 80 \text{ nm}$. Für die normierte Josephsonlänge ergibt sich mit Gleichung (2.35) $l \equiv L/2\lambda_J^0 + L/2\lambda_J^\pi \approx 3,2$, d.h. es handelt sich, wie oben bereits erwähnt, um einen kurzen Kontakt.

Inhomogene Flussdichte: $\theta = 90^\circ$

Nachdem bei homogener Flussdichte $B_y = \mu_0 H_y$ also für $\theta = 0^\circ$ die Kontaktparameter $j_c^0, j_c^\pi, t_{\text{eff}}^0$, und t_{eff}^π festgelegt werden konnten, soll nun der Fall $\vec{H} \parallel \hat{z}$ analysiert werden. Die Messung für $\theta = 90^\circ$ ist in Abbildung 4.3 (c) gezeigt. Die Kurve ähnelt dem Verlauf der Messung mit einer Fehlorien-

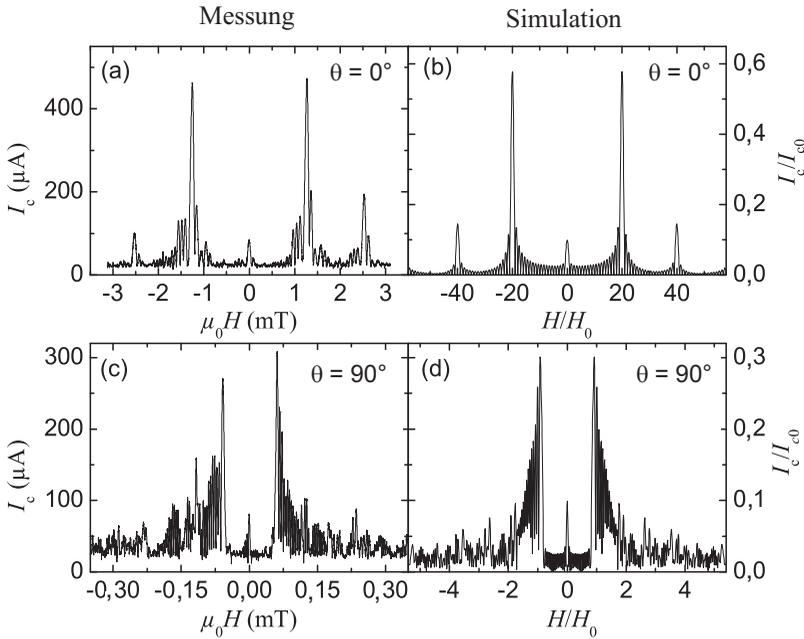


Abbildung 4.3: $I_c(H)$ -Kennlinien (a) und (b) für Feldorientierung parallel zur Substratebene ($\theta = 0^\circ$) und (c) und (d) senkrecht zur Substratebene ($\theta = 90^\circ$). Es sind jeweils Messung und Simulation gegenübergestellt. Für die Simulation wurden die Kontaktparameter $j_c^\pi/j_c^0 = -0,8$ und $t_{\text{eff}}^\pi/t_{\text{eff}}^0 = 1,38$, für $\theta = 90^\circ$ zusätzlich die Koeffizienten $a_1 = -0,1$ und $a_2 = -0,45$ verwendet. Modifiziert aus [Sch10]. © 2010 APS.

tierung von $\approx 1^\circ$ aus Abb. 4.1 (mit dem Unterschied einer kleineren Feldskala). Die von der Feldkomponente H_z in den supraleitenden Elektroden angeworfenen Abschirmströme erzeugen das bereits angesprochene inhomogene Feldprofil $B_y(x)$. Zur Berechnung von $I_c(H_z)$ muss dieses Profil als weiterer Parameter in den Gleichungen (4.1) und (4.2) angepasst werden. Nach [Mon08, Mon09, Mos09] kann es als $B_y(x) \propto \cos(\pi x/L)$ angenähert werden. Berücksichtigt man, dass der Kontakt von einer $5 \mu\text{m}$ breiten Idle-Region² umgeben ist, sollte B_y an den Enden des Kontaktes bei $|x| = L/2$

²Die Idle-Region ist eine isolierende Schicht zwischen oberer und unterer Elektrode, die sich um den Kontakt herum befindet und ihn vor möglichen Kurzschlüssen schützt. Die Idle-Region beeinflusst statische und dynamische Eigenschaften eines Josephson-

von Null verschieden sein. Des Weiteren kann eine leicht unsymmetrische Geometrie des Kontaktes zu einer Asymmetrie in $B_y(x)$ führen. Deshalb wird $B_y(x)$ durch eine Taylorentwicklung um $x = 0$ angenähert:

$$B_y(x) = -f\mu_0 H_z \left[1 + a_1 \frac{2x}{L} + a_2 \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right], \quad (4.4)$$

wobei $-1 < 2x/L < 1$ ist. Die beste Übereinstimmung mit der Messung ergibt sich für $a_1 = -0,1$ und $a_2 = -0,45$. Die so simulierte $I_c(H)$ -Abhängigkeit für $\theta = 90^\circ$ ist in Abbildung 4.3 (d) gezeigt. Der Kurvenverlauf hängt stark vom Wert a_2 ab, während a_1 die Form nur schwach beeinflusst, aber nötig ist, um die Höhe der Nebenmaxima außerhalb der Hauptmaxima den Messungen anzupassen. Für kleinere Felder hat a_1 nur einen kleinen Einfluss auf I_c . Die dunkelblaue Kurve in Abb. 4.4 (a) zeigt das resultierende Feldprofil $B_y(x)$ für $\theta = 90^\circ$. $a_2 < 0$ erzeugt hier das zentrale Maximum in $|B_y(x)|$, während a_1 die schwache Asymmetrie relativ zur Kontaktmitte verursacht. Ein Vergleich der Feldachsen der $I_c(H)$ -Kurven von Simulation und Messung liefert den Wert für den Flussfokussierungsfaktor $f \approx 23$.

Inhomogene Flussdichte: beliebiger Winkel θ

Für den allgemeinen Fall einer beliebigen Orientierung θ des Feldes \vec{H} bezüglich der Substratebene (x, y) sind mit obiger Betrachtung bereits alle notwendigen Parameter bestimmt worden. Die y - und z -Komponenten eines unter dem Winkel θ angelegten Magnetfeldes verlaufen wie in Abbildung 4.4 (c) skizziert durch die Barriere des Josephsonkontaktes. Das Profil der magnetische Flussdichte $B_y(x)$ in der Barriere des Kontaktes setzt sich nun aus dem homogenen Beitrag (Gleichung (4.3)) der Feldkomponente $H_y = H \cos \theta$ und dem inhomogenen Beitrag (Gleichung (4.4)) der Feldkomponente $H_z = H \sin \theta$ zusammen. Es folgt:

$$B_y(x) = -\mu_0 H \left\{ \left[f \sin \theta - \cos \theta \right] + \left[a_1 \frac{2x}{L} + a_2 \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right] f \sin \theta \right\}. \quad (4.5)$$

An dieser Stelle wird der modifizierte Phasenansatz deutlich. Der homogene Anteil von $B_y(x)$ liefert einen linearen Beitrag zur Phase, während

kontaktes und verändert seine Swihart-Geschwindigkeit, Kapazität und magnetische Dicke.

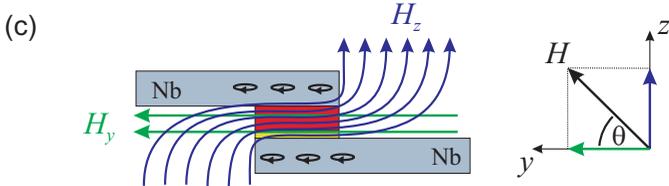
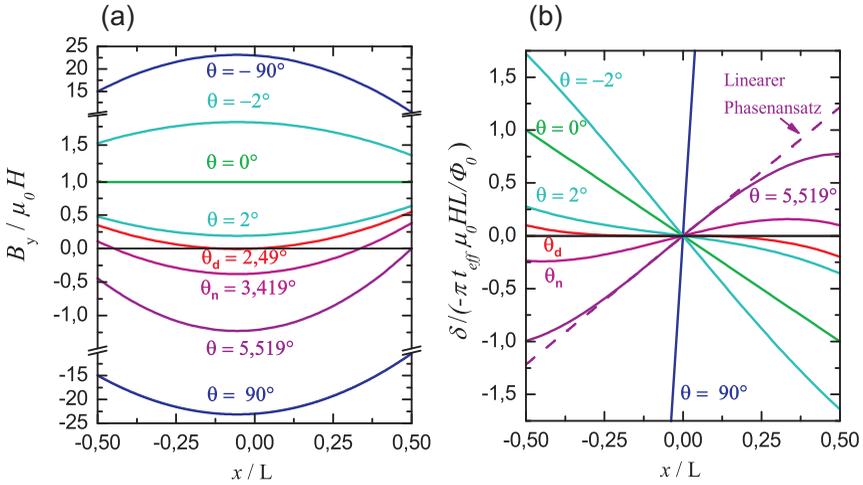


Abbildung 4.4: (a) Profil der auf $\mu_0 H$ normierten magnetischen Flussdichte $B_y(x)$ für verschiedene Winkel θ mit den Parametern $a_1 = -0,1$; $a_2 = -0,45$ und $f = 23$. (b) Entsprechende Josephsonphase δ normiert auf $-\pi t_{\text{eff}} \mu_0 H L / \Phi_0$. Für $\theta = 5,519^\circ$ ist zum Vergleich der lineare Phasenansatz ($a_1 = a_2 = 0$) gestrichelt dargestellt. x ist auf die Kontaktlänge L normiert. (c) Schematische Darstellung der Feldkomponenten H_z und H_y in der Barriere des Josephsonkontaktes.

der ortsabhängige Anteil von $B_y(x)$ einen quadratischen und kubischen Term in der Phase verursacht. Die Abbildungen 4.4 (a) und (b) zeigen für verschiedene Winkel $B_y(x)$ bzw. den durch Integration von Glg. (4.5) bestimmten Phasenverlauf innerhalb des Kontaktes mit den ermittelten Koeffizienten $a_1 = -0,1$ und $a_2 = -0,45$. Für den Fall $\theta = 5,519^\circ$ ist die Abweichung vom linearen Phasenverlauf (gestrichelte Kurve in Abb. 4.4 (b)) exemplarisch dargestellt. Beim Winkel $\theta_d = \arctan(1/f)$ verschwindet der ortsunabhängige Anteil von $B_y(x)$ und damit der lineare Phasenbei-

trag. Bei dieser als „toter Winkel“ bezeichneten Orientierung θ_d des Feldes kommt es zu ungewöhnlichen $I_c(H)$ -Abhängigkeiten, mit divergierender Periode, wie sie auch in [Hei01, Mon09, De 11] beschrieben werden.

Dieser Effekt wird für eine effiziente Anpassung der einzelnen, oben diskutierten Modellparameter ausgenutzt. Hierzu wird zunächst aus dem Fall $\theta = 90^\circ$ ein ungefähres f bestimmt, woraus sich θ_d ergibt. Da sich das $I_c(H)$ -Muster für den toten Winkel deutlich von den anderen Winkeln abgrenzt, vgl. Abbildung 4.5 (e), kann der zunächst unbekannte Offset-Winkel durch einen Vergleich mit dem für diese Messung eingestelltem Winkel sehr genau bestimmt werden (hier: $\theta_{\text{off}} = 0,69^\circ$). Damit wird auch der gemessene homogene Fall $\theta = 0^\circ$ ermittelbar, für den dann, wie oben beschrieben, die Modellparameter angepasst werden können, bevor für $\theta = 90^\circ$ die übrigen Parameter genauer bestimmt werden. Die Anpassung wird durch iteratives Anwenden optimiert.

Abhängig von θ können der lineare und der quadratische Term in Gleichung (4.5) unterschiedliches Vorzeichen bezüglich des konstanten Terms haben. Bei einem negativen Koeffizienten a_2 ist $|B_y(x)|$ für Winkel zwischen 0° und $\theta_n = \arctan(2/f[2+a_1+a_2-a_1^2/(4a_2)])$ an den Kontaktenden maximal, während für alle anderen Winkel das Maximum von $B_y(x)$ im Zentrum des Kontaktes liegt. Eine genaue Analyse der Funktion $B_y(x)$ zeigt, dass die Lage des Extremums unabhängig von θ nahe der Mitte des Kontaktes bei $x_{\text{ext}} = -L \cdot a_1/(4a_2)$ ist. Für negative Winkel θ ist $B_y(x)$ positiv. Die relative Höhe des Maximums nimmt mit zunehmendem Winkel bis zum homogenen Fall ab. Bei $\theta = 0^\circ$ wechselt das innere Extremum zu einem Minimum, während $B_y(x)$ an den Kontaktenden maximal wird. Ab $\theta > \arctan 1/(f[1 - a_1^2/(4a_2)]) = 2,476^\circ$ wechselt $B_y(x)$ am inneren Extremum beginnend lokal das Vorzeichen. Dies geschieht knapp vor Erreichen des toten Winkels bei $\theta_d = 2,490^\circ$. Mit weiter zunehmendem Winkel wächst der Bereich im Inneren des Kontaktes, in dem $B_y(x)$ negativ ist. Das bedeutet, dass die magnetische Flussdichte dort im Vergleich zum Randbereich in die entgegengesetzte Richtung zeigt. Zugleich wächst der Betrag des inneren negativen Extremums. Ab $\theta > \theta_n = 3,419^\circ$ ist der Betrag des inneren negativen Extremum wieder größer als die positiven Extrema an den Kontaktenden. Für $\theta > \arctan 1/(f[1+a_1+a_2]) = 5,519^\circ$ ist $B_y(x)$ entlang des kompletten Kontaktes negativ mit dem Maximum des Betrags von $B_y(x)$ im Innern und dem Minimum an den Kontaktenden. In Abbildung 4.5 ist eine Serie von $I_c(H)$ -Abhängigkeiten für verschiedene Winkel θ zwischen $-2,43^\circ$ und $6,20^\circ$ gezeigt. Für die einzelnen Winkel sind jeweils Messung und Simulation gegenübergestellt. Für die Simula-

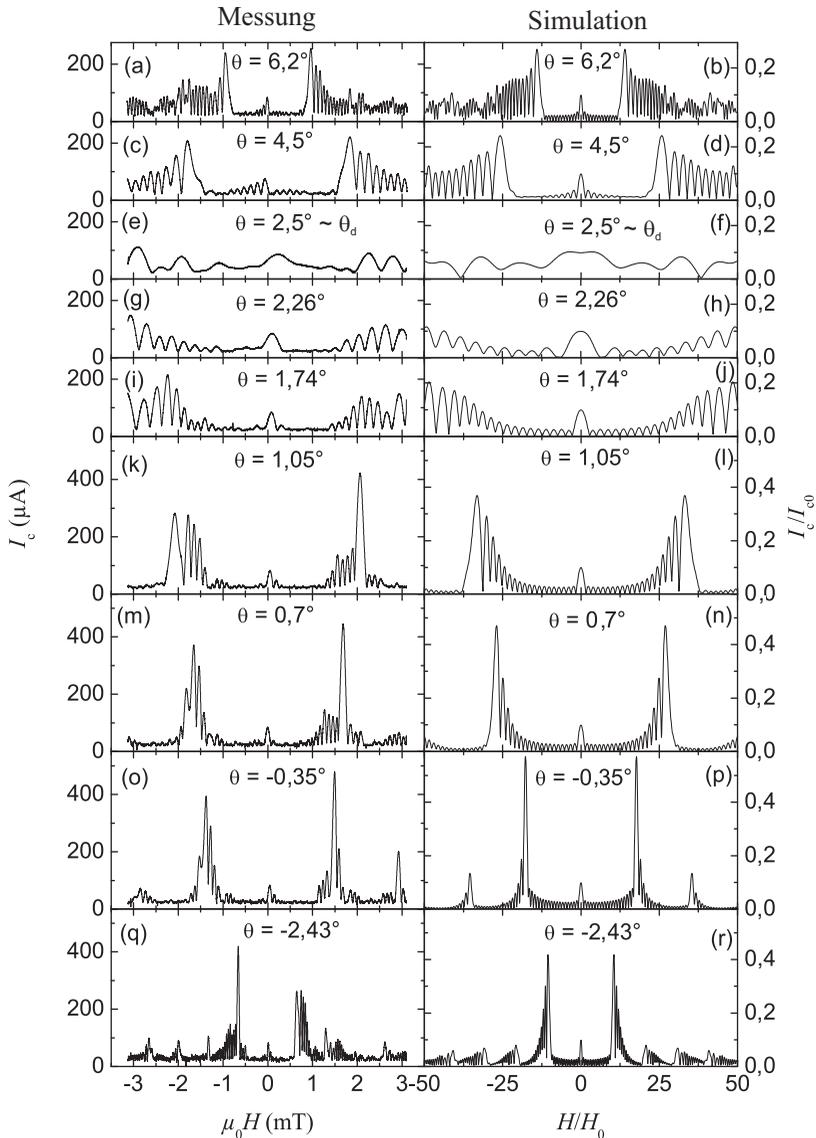


Abbildung 4.5: Gemessene und simulierte $I_c(H)$ -Abhängigkeiten für verschiedene Winkel θ . Für die Simulationen wurden die Parameter $j_c^\pi/j_c^0 = -0,8$; $t_{\text{eff}}^\pi/t_{\text{eff}}^0 = 1,38$; $a_1 = -0,1$; $a_2 = -0,45$ und $f = 23$ verwendet. Aus [Sch10]. © 2010 APS.

tion wurden die gleichen Kontaktparameter und Koeffizienten a_1, a_2 wie für den Fall $\theta = 0^\circ$ und $\theta = 90^\circ$ verwendet. Die Serie zeigt nur einen kleinen Winkelbereich um den toten Winkel $\theta_d = 2,490^\circ$, da sich die $I_c(H)$ -Kurven außerhalb dieses Bereichs nur unwesentlich vom Verlauf bei $\theta = 90^\circ$ (Abb. 4.3 (c)) unterscheiden, was bereits ein Vergleich mit $\theta = 6,20^\circ$ (Abb. 4.5 (a)) deutlich macht. Die beiden Kurven unterscheiden sich hauptsächlich bezüglich ihrer Feldskala, wofür die Sinus-Abhängigkeit des von H_z verursachten Anteils der Flussdichte verantwortlich ist. Die beiden Fälle $\theta = 6,2^\circ$ und $\theta = 4,5^\circ$ zeigen die Erhöhung der außerhalb der Hauptmaxima liegenden Nebenmaxima. Bei Annäherung an θ_d vergrößern sich die Modulationsperioden der $I_c(H)$ -Kurven und die Amplituden der Nebenmaxima zwischen den Hauptmaxima. Der Kurvenverlauf wird zunehmend verzerrt. Für Winkel, bei denen der Betrag des Feldprofils $|B_y(x)|$ an den Kontaktenden maximal und in der Mitte minimal ist und gleichzeitig $B_y(x)$ innerhalb des Kontaktes keine Nullstellen hat, also für $\theta_d \lesssim \theta < 0^\circ$, siehe Abb. 4.4 (a), sind die Maxima niedrigerer Ordnung als die Hauptmaxima verstärkt und Maxima höherer Ordnung verkleinert. Der homogene Fall $\theta = 0^\circ$ ist in Abbildung 4.3 (a) und (b) gezeigt. Für negative Werte von θ entwickelt sich der Kurvenverlauf der $I_c(H)$ -Abhängigkeiten ohne weitere Anomalien zu der Form, die bereits für $\theta = 90^\circ$ gefunden wurde, da sich in diesem Bereich lediglich die absoluten Werte von $B_y(x)$ ändern, nicht aber die Form von $B_y(x)$. Diese Merkmale werden alle durch die Simulationen reproduziert.

Der Effekt des toten Winkels, unter dem die $I_c(H)$ -Charakteristik einen anormalen Verlauf zeigt, beschränkt sich nicht nur auf die hier betrachteten SIFS-Multifacetten-Kontakte. Er ist ein allgemeingültiger Effekt, welcher bereits für 0-Kontakte unterschiedliche Geometrien beobachtet wurde [Hei01, Mon09] und auch im nächsten Kapitel nochmals an Zick-Zack-Rampenkontakten untersucht wird.

Toter Winkel für SIFS-Kontakt mit einer Facette

Hier soll nun an einem 0-gekoppelten SIFS-Kontakt mit einer Länge von $50 \mu\text{m}$ und einer Breite von $10 \mu\text{m}$ der tote Winkel ermittelt werden. Dazu wurde eine Serie von $I_c(H)$ -Kurven bei unterschiedlichen Winkeln θ gemessen. In Abbildung 4.6 sind Messungen für drei verschiedene Winkel gezeigt. Bei $\theta = 0^\circ$ und $\theta = 90^\circ$ ähnelt die $I_c(H)$ -Kurve einem Fraunhofer-Muster. Die Flussfokussierung der H_z -Komponente komprimiert auch hier für $\theta = 90^\circ$ gegenüber $\theta = 0^\circ$ die Feldachse. Ein Vergleich der Oszillati-

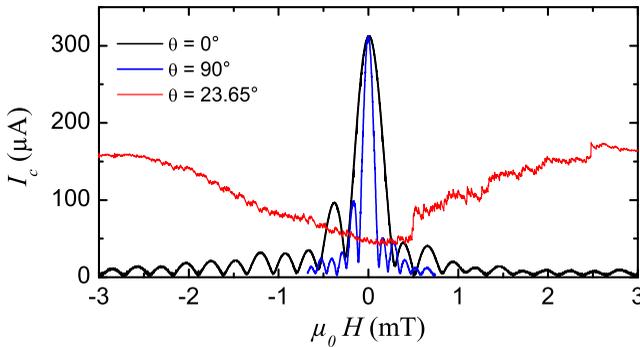


Abbildung 4.6: $I_c(H)$ -Kurven eines 0-gekoppelten SIFS-Kontaktes für $\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$ und $\theta = 23,65^\circ \approx \theta_d$, modifiziert aus [Sch10]. © APS.

onsperioden ergibt einen Komprimierungsfaktor von $f \approx 2,3$, woraus sich $\theta_d = \arctan(1/f) \approx 23,5^\circ$ ergibt. Die bei $\theta = 23,65^\circ$ gemessene $I_c(H)$ -Abhängigkeit (rote Kurve in Abb. 4.6) zeigt eine untypische Form und gleicht keinesfalls einem Fraunhofer-Muster.

Der Wert des toten Winkels θ_d hängt über den Flussfokussierungsfaktor f von der Geometrie der supraleitenden Elektroden ab. Bei kurzen Kontakten mit schmalen Zuleitungen ist f relativ klein, was zu einem toten Winkel führt, der in einem Bereich (hier bei $23,65^\circ$) liegt, der mit Messaufbau bedingten Fehlorientierungen gewöhnlich nicht erreicht wird. Andere Geometrien, vor allem die von langen Josephsonkontakten, können deutlich größere Werte für die Flussfokussierung haben, so dass θ_d durchaus in der Größenordnung einer möglichen Fehlorientierung der Probe liegt und es daher zu einer Fehlinterpretationen der $I_c(H)$ -Charakteristiken kommen kann.

4.2 $I_c(H, \theta)$ von Zick-Zack-Rampenkontakten

Hochwertige Josephsonkontakte aus zwei unterschiedlichen Supraleitern, speziell Hybrid-Kontakte aus einem konventionellen metallischen Supraleiter und einem unkonventionellen Supraleiter, lassen sich in Form von Rampenkontakten herstellen. Für künftige Forschungen sind vor allem Zick-Zack-Rampenkontakte von Interesse. Für die Untersuchung und Anwendung solcher Kontakte ist ein gutes Verständnis der Auswirkungen ihrer Rampen-Geometrie notwendig. Theoretische Betrachtungen verlangen oft ein magnetisches Feld, das parallel zur Kontaktebene anliegt und zu einer homogenen Flussdichte $\mu_0 H$ führt. In vielen Josephsonkontakten sind Barriere und supraleitende Schichten parallel zur Substratebene orientiert. Dann bedeutet ein parallel angelegtes Feld im Sinne einer homogenen Flussdichte tatsächlich auch eine bezüglich der Substratebene parallele Orientierung mit $\theta = 0^\circ$, wie es bei den in Abschnitt 4.1 behandelten SIFS-Kontakten der Fall ist. Bei Rampenkontakten hingegen ist die Kontaktebene bezüglich der Substratebene um den Rampenwinkel θ_r gekippt, während die supraleitenden Schichten teilweise parallel zum Substrat und teilweise mit der Rampe gekippt verlaufen. In dieser komplexeren Geometrie ist der parallele Fall, also der Winkel θ_h , unter dem eine homogene Flussdichte vorliegt, nicht eindeutig festgelegt. Feldkomponenten senkrecht zu dieser Orientierung sollten wie bei den SIFS-Kontakten, bei denen $\theta_h = 0^\circ$ ist, ein inhomogenes Flussprofil verursachen, welches zu Abweichungen vom idealen homogenen $I_c(H)$ -Verhalten führt. Eine systematische winkelaufgelöste Analyse des $I_c(H)$ -Verhaltens von Zick-Zack-Rampenkontakten wird im Folgenden vorgestellt. Hierfür wurde in Zusammenarbeit mit Reinhold Kleiner und Markus Turad ein theoretisches Modell entwickelt. Für die Untersuchung wurden YBCO/Au/Nb-Kontakte, bestehend aus $N = 8$ Facetten mit $4 \times (0 - \pi)$ -Segmenten verwendet. Es wurden sowohl der Winkel θ , als auch der in-plane Winkel ϕ des Magnetfeldes variiert, vgl. Abbildung 4.7 (a). Für $\phi = 0^\circ$ zeigt das Magnetfeld entlang der Facetten, die in y -Richtung orientiert sind.

4.2.1 Probenherstellung

Die Proben wurden am Physikalischen Institut Tübingen von Markus Turad und Andreas Stöhr hergestellt. In [Tur13] ist der Herstellungsprozess ausführlich beschrieben. Hier soll nur eine kurze Übersicht gegeben werden.

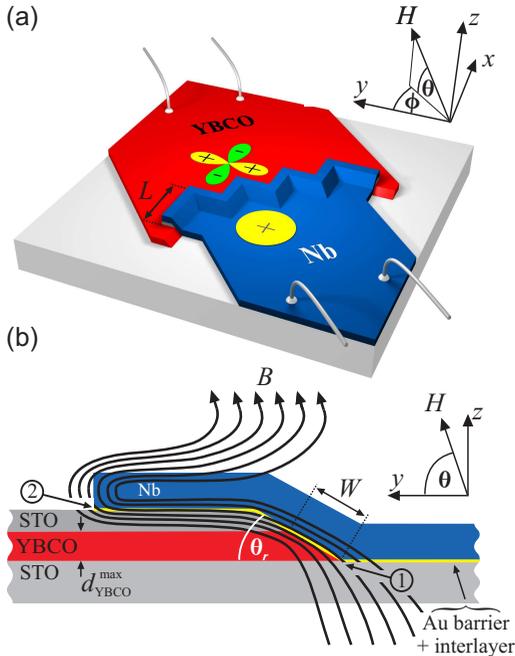


Abbildung 4.7: Schematische Darstellung eines Zick-Zack-Rampenkontaktes, modifiziert aus [Sch12], © 2012 APS: (a) Gesamter Kontakt mit acht Facetten. (b) Querschnitt einer Facette. Der Verlauf eines angelegten Magnetfeldes im Kontakt ist durch schwarze Linien angedeutet. Der Rampenwinkel θ_r und die Winkel θ und ϕ des Magnetfeldes H bezüglich der Koordinatenachsen sind ebenfalls dargestellt.

Auf ein Einkristall-Substrat aus $[001]$ -orientiertem SrTiO_3 (STO) wird mittels gepulster Laser Deposition (PLD) eine Bilage aus 65 nm YBCO und 60 nm STO als Isolationsschicht aufgebracht. Die Strukturierung der Bilage erfolgt mittels optischer Lithographie und Ar-Ionenstrahlätzen. Dabei wird unter einem Winkel von 30° zwischen Ionenstrahl und Normalenrichtung der Oberfläche geätzt, so dass eine flache Rampe mit einem Winkel von $\theta_r = 8^\circ$ entsteht. Während des Ätzens wird die Probe um die Oberflächennormale gedreht, um einen gleichmäßigen Rampenwinkel für alle Zick-Zack-Richtungen zu erhalten. Nach einem Reinigungsschritt in Ar-Plasma wird eine wenige Einheitszellen dicke Zwischenschicht aus YBCO aufgebracht, die nur auf der YBCO-Rampe und nicht auf dem STO su-

praleitend wird. Die Zwischenschicht verbessert die Qualität der Kontakte durch Rekristallisation an der Grenzfläche der geätzten YBCO-Rampe. Es folgt die eigentliche Barrierenschicht aus 9 nm Au, welche per Elektronenstrahlverdampfen aufgebracht wird. Anschließend wird eine 100 nm dicke Gegenelektrode aus Nb aufgesputtert. Abschließend folgt die Strukturierung der Au und Nb Schichten mit optischer Lithographie und Ar-Ionenstrahlätzen. In Abbildung 4.7 (b) ist schematisch ein Querschnitt durch die Schichten einer Facette des Rampenkontaktes gezeigt.

4.2.2 $I(V)$ -Charakteristik und Stromverteilung

Die folgenden Ergebnisse stammen von einer Probe mit den homogensten Kontaktparametern und mit einer Facettenlänge von $10 \mu\text{m}$. Die winkelaufgelösten Messungen wurden in dem in Abschnitt 3.1 beschriebenen Aufbau bei $T = 4,2 \text{ K}$ durchgeführt. Abbildung 4.8 zeigt die Strom-Spannungs-Charakteristik für verschiedene Feldwerte. Für kritische Ströme $I_c > 2 \mu\text{A}$ zeigen die Kurven einen hysteretischen Verlauf. Im Hauptmaximum ist $I_c = 32,2 \mu\text{A}$ und der Rücksprungstrom $I_r = 9,8 \mu\text{A} \approx 0,3 \cdot I_c$. Aus Gleichung (2.33) folgt $\beta_c = 18$. Der Widerstand des Kontaktes ist $R_n \approx 6,6 \Omega$. Zur Bestimmung von I_c wurde ein Spannungskriterium von $V_{\text{krit}} = 2 \mu\text{V}$ gewählt. Damit wird der kritische Strom im nicht hysteretischen Bereich bis zu $V_{\text{krit}}/R_n \sim 0,3 \mu\text{A}$ zu groß bestimmt. Im hysteretischen Bereich wird I_c aufgrund vorzeitiger thermischer Aktivierung um einige $0,1 \mu\text{A}$ zu klein bestimmt.

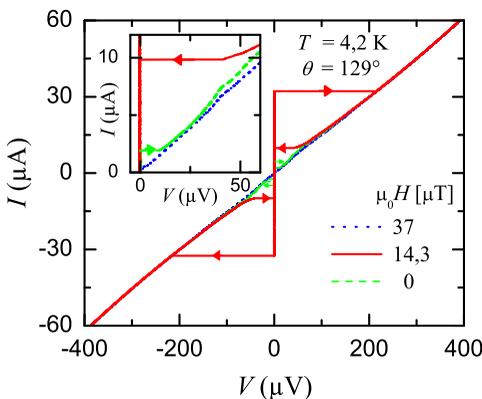


Abbildung 4.8: $I(V)$ -Kurven des $4 \times (0-\pi)$ -Rampenkontaktes bei $T = 4,2 \text{ K}$ für drei verschiedene Werte des magnetischen Feldes bei $\theta = 129^\circ$ und $\phi = 45^\circ$: $14,3 \mu\text{T}$ (Hauptmaximum), $37,0 \mu\text{T}$ (Minimum) und $0 \mu\text{T}$. Das Inset zeigt einen vergrößerten Ausschnitt der $I(V)$ -Kurven bei I_c . Aus [Sch12]. ©2012 APS.

Um die Homogenität der kritischen Stromdichte der einzelnen Facetten j_c^i zu untersuchen, wurde die Stromverteilung des gesamten Zick-Zack-Kontaktes unter Nullfeldbedingungen im TTREM abgebildet. Dies geschah erst im Anschluss an die erfolgten winkelabhängigen $I_c(H)$ -Messungen, da es zu einer irreversiblen Veränderung der $I_c(H)$ -Muster kommen kann, wenn der Rampenkontakt einem Elektronenstrahl ausgesetzt wird. Die Strahlparameter waren $U_{\text{Strahl}} = 10 \text{ kV}$ und $I_{\text{Strahl}} = 75 \text{ pA}$.

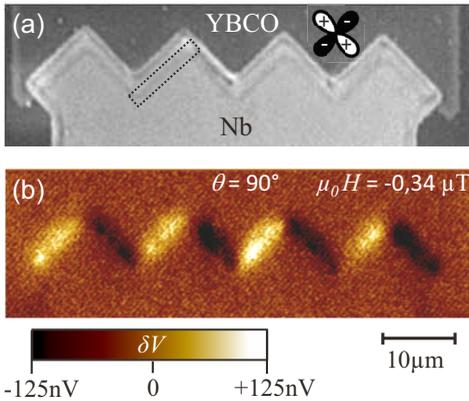


Abbildung 4.9: TTREM-Abbildungen des $4 \times (0-\pi)$ -Rampenkontaktes: (a) Oberflächenbild mit Lage des Ordnungsparameters des YBCO-Films. Die gepunktete Linie umrahmt die Rampenfläche einer Facette. (b) Spannungsbild bei $T = 8,0 \text{ K}$, $I = 2,3 \mu\text{A}$ und $\mu_0 H = -0,34 \mu\text{T}$ am zentralen I_c -Minimum mit kleinem Restfeld für $\theta = 90^\circ$. © 2012 APS.

Abbildung 4.9 (a) zeigt ein Oberflächenbild des untersuchten Zick-Zack-Rampenkontaktes. Das gepunktete Rechteck markiert die Rampenfläche einer Facette, welche als dünne graue Linie erkennbar ist. Die YBCO-Rampenfläche wird von der oberen Nb-Elektrode um $W_i = 3 \mu\text{m}$ überlappt. Dieser Bereich stellt eine Idle-Region dar. Die Rampenflächen aller Facetten verlaufen in einer Zick-Zack-Linie parallel zu den kristallographischen a - und b -Achsen des YBCO-Films. Die $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie des Ordnungsparameters ist durch die „Kleeblattstruktur“ angedeutet. Ihre positiven und negativen Keulen, die für den Vorzeichenwechsel des Ordnungsparameters stehen, sind entlang der a - und b -Achsen orientiert.

Das in Abbildung 4.9 (b) gezeigte Spannungsbild wurde bei $T = 8,0 \text{ K}$ aufgenommen. Bei kleineren Temperaturen verhindert das hysteretische Verhalten der $I(V)$ -Kennlinien eine störungsfreie Spannungsaufnahme. Als Arbeitspunkt für die Abbildung wurde das zentrale I_c -Minimum gewählt und ein Biasstrom von $I = 2,3 \mu\text{A}$ angelegt. Um das Restfeld im TTREM zu kompensieren, musste ein Feld von $\mu_0 H = -0,34 \mu\text{T}$ angelegt werden. Die abgebildete Spannungsänderung $\delta V(x, y)$ ist dann, wie in Kapitel 3.3.1

beschrieben wird, proportional zur lokalen kritischen Stromdichte $j_c(x, y)$. Das δV -Bild zeigt deutlich die abwechselnde Richtung des durch die Rampe fließenden Suprastroms benachbarter Facetten. Das wechselnde Vorzeichen des Ordnungsparameters induziert für jede zweite Facette der Zick-Zack-Linie eine zusätzliche Phasendifferenz von π , die dort eine negative Stromrichtung zur Folge hat. Im Bereich der räumlichen Auflösung der verwendeten Abbildungstechnik sind weder Defekte im Kontakt noch j_c -Asymmetrien zwischen den Facetten erkennbar. Die kritischen Stromdichten $|j_c^i|$ der Facetten sind relativ homogen.

Abbildung 4.10 zeigt einen Linescan des Spannungsbildes, der entlang der Zick-Zack-Linie aufgenommen wurde. Der Linescan wurde mit einem gleitenden Durchschnitt über 15 Punkte geglättet, um das Rauschen zu reduzieren. Der Signalverlauf wechselt zwischen negativen und positiven Werten benachbarter Facetten, mit in etwa gleichen Beträgen ≈ 100 nV, was zu dem minimalen kritischen Strom I_c führt. Der Vorzeichenwechsel findet an den Grenzen der Facetten statt. Lediglich die beiden inneren Facetten 4 und 5 zeigen im Vergleich zu den übrigen Facetten ein leicht erhöhtes Signal.

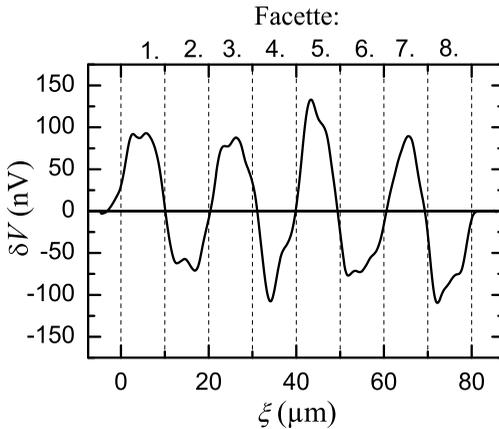


Abbildung 4.10:

Linescan $\delta V(\xi)$ entlang der Zick-Zack-Linie des δV -Bildes aus Abbildung 4.9 (b) bei $T = 8,0$ K, $I = 2,3$ μA und $\mu_0 H = -0,34$ μT im zentralen I_c -Minimum. Die gestrichelten vertikalen Linien zeigen die Lage der acht Facettengrenzen.

4.2.3 Einzelne Facette

Für die genaue Analyse des $I_c(H, \theta)$ -Verhaltens eines Zick-Zack-Josephson-Rampenkontaktes wird zunächst eine einzelne Facette eines Josephson-Rampenkontaktes theoretisch betrachtet. Die Facette sei parallel zur x -

Richtung orientiert und die Fläche des Josephsonkontaktes erstreckt sich von $x = 0$ bis $x = L$. Abbildung 4.7 (b) zeigt den Querschnitt der Facette entlang der y -Koordinate. Die Dicke der unteren YBCO-Elektrode nimmt mit y zu und erreicht ihren maximalen Wert $d_{\text{YBCO}}^{\text{max}} = 65 \text{ nm}$ bei $y = d_{\text{YBCO}}^{\text{max}} / \tan(\theta_r) = 462 \text{ nm}$, was der auf die y -Achse projizierten Kontaktbreite $W = d_{\text{YBCO}}^{\text{max}} / \sin(\theta_r) = 467 \text{ nm}$ entspricht.

Die spezielle Geometrie beeinflusst den Verlauf des magnetischen Flusses im Kontakt, der qualitativ für einen beliebigen Winkel θ dargestellt ist. Über die gesamte Kontaktfläche der Rampe können unter jedem beliebigen Winkel θ Feldlinien ungehindert in den YBCO-Film eindringen. Das liegt daran, dass zum einen $d_{\text{YBCO}}^{\text{max}}$ deutlich kleiner als die in-plane Eindringtiefe $\lambda_{\text{L,YBCO}} \sim 150 \text{ nm}$ des magnetischen Feldes von YBCO ist³. Zum anderen ist, da die Pearl-Länge reziprok von der Filmdicke abhängt (siehe Gleichung (2.11)), an jedem Ort der Rampe $\Lambda_{\text{YBCO}} \gtrsim 700 \text{ nm}$. Damit ist die Kontaktbreite W kleiner als Λ_{YBCO} .

Die Nb-Filmdicke hat über die Rampenfläche einen konstanten Wert und ist mit 100 nm größer als die magnetische Eindringtiefe von Niob $\lambda_{\text{L,Nb}} \sim 80 \text{ nm}$. Nur an den Filmkanten durchdringt magnetisches Feld den Niob-Film auf einer Längenskala von $\lambda_{\text{L,Nb}}$. Die Kontaktebene liegt $3 \mu\text{m}$ entfernt von den Niob-Filmkanten. Im Bereich des Kontaktes durchqueren keine Feldlinien den Niob-Film. Die magnetischen Flusslinien sollten daher parallel zum Film, d.h. zur Rampenfläche mit $\theta = \theta_r$ verlaufen. Die Abschirmströme im Niob-Film erzeugen eine Fokussierung des magnetischen Flusses in der Barriere und ein inhomogenes Flussprofil $B_{\theta,f}(x)$ entlang der x -Richtung, wie es bereits in SIFS-Kontakten in Abschnitt 4.1 beschrieben wurde.

Für den Fall, dass das externe Feld senkrecht zur Substratebene, also unter dem Winkel $\theta = 90^\circ$ angelegt wird, soll die in $\theta = \theta_r$ zeigende Flussdichte innerhalb der Barriere durch folgendes Profil beschrieben werden:

$$B_{90,f}(x) = \mu_0 H f_{90,f} N_{90,f} [a_{90,f} + P_{90,f}(x)] . \quad (4.6)$$

Der Index „90“ steht für den Winkel $\theta = 90^\circ$ des angelegten Feldes. Der Index „f“ steht für die einzelne Facette des Zick-Zack-Rampenkontaktes, die betrachtet wird. $f_{90,f} \gg 1$ ist der Flussfokussierungsfaktor.

$N_{90,f}$ ist eine Normierungskonstante, die den räumlichen Durchschnittswert von $N_{90,f} [a_{90,f} + P_{90,f}(x)]$ auf 1 setzt. Die genaue räumliche Abhängigkeit des profilgebenden Summanden $P_{90,f}(x) \geq 0$ wird weiter unten

³ $d_{\text{YBCO}}^{\text{max}}$ ist damit ebenfalls kleiner als die Eindringtiefe in c -Achsenrichtung.

angegeben. $P_{90,f}(x)$ ist in der Kontaktmitte bei $x = L/2$ maximal und wird an den Kontaktenden bei $x = 0$ und $x = L$ Null. Der Parameter $a_{90,f}$ beschreibt die Auswirkungen einer Idle-Region an den Kontaktseiten. Ohne Idle-Region würde an den Kontaktenden $B_{90,f} \approx 0$ sein, d.h. $a_{90,f} = 0$. Mit Idle-Region sollte $B_{90,f}$ an den Kontaktenden einen endlichen Wert haben, der mit $a_{90,f} \neq 0$ parametrisiert werden kann. Mit dem Mittelwert $\langle P_{90,f} \rangle$ von $P_{90,f}(x)$ und $\tilde{P}_{90,f}(x) = N_{90,f}(P_{90,f}(x) - \langle P_{90,f} \rangle)$ folgt:

$$B_{90,f}(x) = \mu_0 H f_{90,f} \left[1 + \tilde{P}_{90,f}(x) \right], \quad (4.7)$$

wobei der Mittelwert von $\tilde{P}_{90,f}(x)$ Null ist.

Als nächstes soll der parallele Fall im Sinne eines homogenen Feldprofils diskutiert werden. Ohne Idle-Region würde der Winkel, unter dem ein angelegtes Feld eine homogene Flussdichte in der Barriere erzeugt, dem Rampenwinkel entsprechen, es wäre also $\theta_h = \theta_r$. Abschirmströme in der Idle-Region verzerren jedoch, ähnlich dem Fall eines senkrecht angelegten Feldes, den magnetischen Fluss in der Barriere, so dass der Wert für θ_h nicht eindeutig definiert ist.

Ein Magnetfeld, das unter einem Winkel $\theta = 0^\circ$ parallel zur Substratebene angelegt wird, erzeugt entsprechend dem Fall $\theta = 90^\circ$ aufgrund von Abschirmströmen im Bereich der Rampe eine Flussdichte entlang θ_r :

$$B_{0,f}(x) = \mu_0 H f_{0,f} N_{0,f} [a_{0,f} + P_{0,f}(x)]. \quad (4.8)$$

Der Index „0“ steht für den Winkel $\theta = 0^\circ$ des angelegten Feldes. Die einzelnen Parameter haben die gleiche Bedeutung wie für den Fall $\theta = 90^\circ$. $N_{0,f}$ normiert das Feldprofil auf 1. $f_{0,f} \geq 1$ ist der Flussfokussierungsfaktor. $|P_{0,f}(x)|$ ist in der Kontaktmitte maximal und Null an den Kontaktenden, während $P_{0,f}(x) \leq 0$. $a_{0,f}$ parametrisiert den Effekt der Idle-Region. Analog zur Gleichung (4.7) gilt:

$$B_{0,f}(x) = \mu_0 H f_{0,f} \left[1 + \tilde{P}_{0,f}(x) \right], \quad (4.9)$$

wobei der Mittelwert von $\tilde{P}_{0,f}(x) = N_{0,f}(P_{0,f}(x) - \langle P_{0,f} \rangle)$ Null ist.

Zeigt in der (y, z) -Ebene das Magnetfeld H entlang eines beliebigen Winkels θ relativ zur y -Koordinate, so setzt sich die gesamte Flussdichte im Kontakt aus dem Beitrag der senkrechten Feldkomponente, siehe Gleichung (4.7), und dem Beitrag der zur Substratebene parallel liegenden Feldkomponente, siehe Gleichung (4.9), zusammen:

$$B_{\theta,f}(x) = B_{0,f}(x) \cos \theta + B_{90,f}(x) \sin \theta. \quad (4.10)$$

Vorausgesetzt $\tilde{P}_{0,f}(x)$ und $\tilde{P}_{90,f}(x)$ haben gleiche Ortsabhängigkeiten, ist das Verhältnis $p = |\tilde{P}_{0,f}/\tilde{P}_{90,f}|$ konstant. Für den Winkel

$$\theta_h = -\arctan(pf_{0,f}/f_{90,f}) \quad (4.11)$$

hat die Flussdichte $B_{\theta_h,f}(x)$ innerhalb des Kontaktes entlang x einen homogenen Verlauf und es gilt:

$$B_{\theta_h,f}(x) = \mu_0 H \cos \theta_h f_{0,f}(1 - p/f_{90,f}) \approx \mu_0 H. \quad (4.12)$$

Wie bereits erwähnt, erwartet man ohne Idle-Region $\theta_h = \theta_r$. Mit Idle-Region verringert sich θ_h . Zur Abschätzung von θ_h wird eine gerade Feldlinie betrachtet, die von der YBCO-Filmkante bei $y = 0$ in Punkt ① von Abbildung 4.7 (b) zur Kante des die Rampe überlappenden Nb-Films in Punkt ② verläuft. Für den relevanten Winkel des Multifacetten-Systems $\phi = 45^\circ$ liegt dieser Punkt bei $\tilde{y} \approx 4 \mu\text{m}$ und $z = 125 \text{ nm}$. Es ergibt sich ein Winkel von $\theta_h = 1,8^\circ$. Damit übereinstimmend ergeben die nachfolgend gezeigten Simulationen und Messungen für den untersuchten Multifacetten-Kontakt, dass $\theta_h \lesssim 2^\circ$ und bestätigen, dass $\theta_h \neq \theta_r$.

Experimentell kann θ_h nicht exakt bestimmt werden. Daher soll nun der Winkel $\theta^* \equiv \theta - \theta_h$ eingeführt werden (vgl. auch Abbildung 4.12). Per Definition ist bei $\theta^* = 0$ das angelegte Feld parallel orientiert im Sinne einer homogenen Verteilung der magnetischen Flussdichte in der Barriere. Für diese Orientierung wird nachfolgend der Index „ \parallel “ verwendet. Die Richtung $\theta^* = 90^\circ$ wird im Folgenden mit dem Index „ \perp “ als senkrecht bezeichnet und weicht von $\theta = 90^\circ$ um θ_h ab. Ein unter einem beliebigen Winkel θ^* an eine Einzel-Facette angelegtes Feld erzeugt die magnetische Flussdichte:

$$\begin{aligned} B_{\theta^*,f}(x) &= B_{\parallel,f}(x) \cos \theta^* + B_{\perp,f}(x) \sin \theta^* \\ &= \mu_0 H \cos \theta^* + \mu_0 H g_{\perp,f}(x) \sin \theta^*, \end{aligned} \quad (4.13)$$

mit $g_{\perp,f}(x) = f_{\perp,f}[1 + \tilde{P}_{\perp,f}(x)]$. Mit Einführung von θ^* enthält die Flussdichte $B_{\theta^*,f}(x)$ im Gegensatz zu Glg. (4.10) nur noch eine ortsabhängige Funktion $\tilde{P}_{\perp,f}(x) \approx \tilde{P}_{90,f}(x)$, welche in der Mitte des Kontaktes maximal ist und einen Mittelwert von Null hat. Es tritt ebenfalls nur noch ein Flusskomprimierungsfaktor $f_{\perp,f}$ auf, da für die Komponente $B_{\parallel,f}$ eine homogene und nicht komprimierte Flussdichte angenommen werden kann. Da das magnetische Feld im gesamten Rampenbereich in den YBCO-Film eindringen kann, hängt der magnetische Fluss durch die Kontaktfläche

von y ab. Diese Eigenschaft soll dadurch berücksichtigt werden, dass für y eine konstante Flussdichte angenommen wird, während die effektive magnetische Eindringtiefe t_{eff} von y abhängig sein soll. Nach der allgemeinen Beziehung aus Gleichung (2.37) folgt für einen YBCO/Au/Nb-Kontakt:

$$t_{\text{eff}} = t_{\text{Au}} + \lambda_{\text{L,YBCO}} \tanh\left(\frac{d_{\text{YBCO}}}{2\lambda_{\text{L,YBCO}}}\right) + \lambda_{\text{L,Nb}} \tanh\left(\frac{d_{\text{Nb}}}{2\lambda_{\text{L,Nb}}}\right). \quad (4.14)$$

An der Rampe wächst die Dicke des YBCO-Films d_{YBCO} entlang y von 0 auf $d_{\text{YBCO}}^{\text{max}}$. Entsprechend steigt entlang der Rampe auch t_{eff} von ~ 53 nm auf ~ 85 nm, was durch folgenden linearen Ansatz ausgedrückt wird:

$$t_{\text{eff}}(y) = t_{\text{eff0}} + \Delta t_{\text{eff}} \frac{y}{W}, \quad (4.15)$$

mit $-0,5 < y/W < 0,5$ und der mittleren effektiven Eindringtiefe $t_{\text{eff0}} \sim 69$ nm, die sich für $d_{\text{YBCO}} \approx d_{\text{YBCO}}^{\text{max}}/2$ aus Gleichung (4.14) ergibt. Im Limit eines kurzen Kontaktes können Eigenfeldeffekte vernachlässigt werden. Für die Josephsonphase $\delta(x, y)$ gilt dann:

$$\frac{d\delta(x, y)}{dx} = \frac{2\pi}{\Phi_0} B(x) \cdot t_{\text{eff}}(y). \quad (4.16)$$

Der maximale Suprastrom in Abhängigkeit von H ergibt sich aus:

$$I_c(H) = \max_{\delta_0} \left\{ \iint dx dy j_c(x) \sin[\delta(x, y) - \delta_0] \right\}, \quad (4.17)$$

wobei über die gesamte Kontaktfläche integriert wird. An dieser Stelle soll erwähnt werden, dass die y -Abhängigkeit von t_{eff} eine signifikante Dephasierung bewirkt, die dann relevant wird, wenn der Unterschied des Flusses über die Kontaktbreite entlang y größer als $\Phi_0/2$ ist. In obiger Abschätzung wird für t_{eff} eine maximale Änderung von $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff0}} \approx 0,5$ angenommen. Daher sind Dephasierungseffekte zu erwarten, wenn der Gesamtfluss durch den Kontakt Φ_0 überschreitet. Die Auswertung der Messdaten des achtfacetigen Kontaktes zeigt später, dass $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff0}} \approx 0,02$ und $t_{\text{eff0}} \approx 85$ nm ist. Folglich tritt eine messbare Dephasierung erst bei deutlich größeren magnetischen Flüssen als Φ_0 auf, außerdem scheint wegen des großen Wertes von t_{eff0} nur der Bereich der Rampe mit großer Dicke relevant zu sein. Hierfür könnte die Anisotropie von YBCO verantwortlich sein, die zu Abweichungen der für isotrope Supraleiter geltenden Beziehung für t_{eff} aus Gleichung (2.37) führen kann.

4.2.4 Multifacetten-System

Die im vorherigen Abschnitt gewonnenen Erkenntnisse über eine einzelne Facette eines Rampenkontaktes werden für die weitere Analyse der $I_c(H)$ -Abhängigkeit im untersuchten achtfacettigen Rampenkontakt verwendet. Dazu soll für die Zick-Zack-Linie die Koordinate ξ mit $-0,5 < \xi/(NL) < 0,5$ eingeführt werden. Zudem soll die Profilkurve $g_{\perp}(\xi)$ der Flussdichte, welche die senkrechte Feldkomponente eines angelegten Feldes entlang der gesamten Zick-Zack-Linie erzeugt, genauer spezifiziert werden.

Dabei muss berücksichtigt werden, dass an den Facettengrenzen die Filmkanten zwischen innenliegenden und außenliegenden Ecken abwechseln. Für die möglichen Abschirmströme liegen also an benachbarten Facettengrenzen unterschiedliche geometrische Bedingungen vor, die sich innerhalb des Kontaktes mit einer Periode von zwei Facetten wiederholen. Entsprechend wird die Feldverzerrung und Flussfokussierung an zwei benachbarten Facettengrenzen unterschiedlich sein.

Simulation der Flussverteilung

Um den Verlauf der sich ergebenden fokussierten Flussdichte im gesamten Kontakt bei senkrechten äußerem Feld einschätzen und parametrisieren zu können, wurde in Zusammenarbeit mit Markus Turad die Verteilung der magnetischen Flussdichte zwischen zwei sich überlappenden supraleitenden Filmen simuliert. Es wurde das Programm 3D-MSLI [Kha03] verwendet. Für die geometrische Modellierung wurden zwei in der (x, y) -Ebene liegenden Filme der Dicken $d_{\text{YBCO}} = 65 \text{ nm}$ und $d_{\text{Nb}} = 100 \text{ nm}$ gewählt, die in z -Richtung einen Abstand von $d_L = 500 \text{ nm}$ haben. Geringere Abstände führten bei der Simulation zu Konvergenzproblemen. Die Rampe konnte in der Simulation nicht modelliert werden. Die Filmkanten im Überlappungsbereich entsprachen dem experimentellen Verlauf mit $N = 8$ rechtwinklig angeordneten Facetten der Länge $L = 10 \mu\text{m}$. Abbildung 4.11 (a) zeigt die auf die (x, y) -Ebene projizierte Geometrie. Die horizontal blau schraffierte Fläche ist der Nb-Film, die vertikal rot schraffierte Fläche ist der darunterliegende YBCO-Film. Vektorpfeile zeigen für ein in z -Richtung angelegtes Feld die berechnete Verteilung der Feldlinien entlang der YBCO-Kante. Das dargestellte in-plane Feld B wurde für eine Ebene in der Mitte zwischen den beiden Filmen berechnet. Die magnetische Flussdichte hat an den inneren Ecken der YBCO-Kante ihre größten und an den äußeren Ecken ihre kleinsten Werte. In Abbildung 4.11 (b) ist das Profil $B_{90}(\xi)$ des simulierten und auf die Zick-Zack-Linie pro-

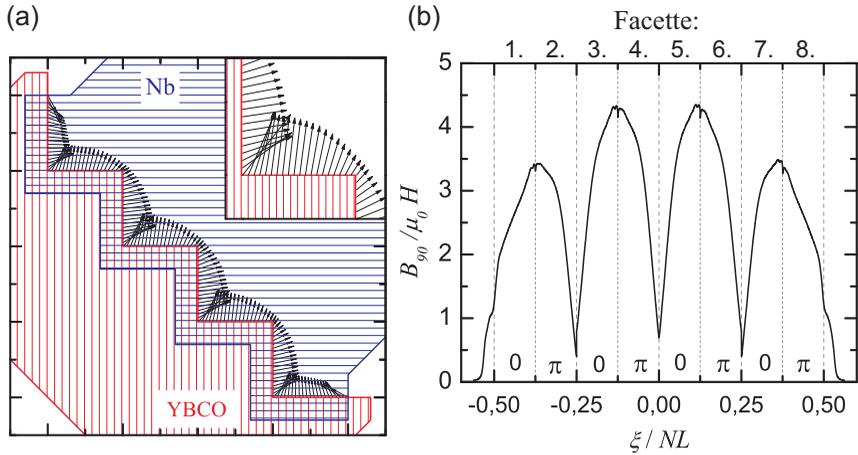


Abbildung 4.11: Mit 3D-MSLI simulierte magnetische Flussdichte zwischen zwei überlappenden supraleitenden Filmen mit einem Abstand von $d_L = 500$ nm für ein senkrecht angelegtes Feld. (a) Vektorpfeile zeigen die simulierten in-plane Magnetfeldlinien entlang der Zick-Zack-YBCO-Kante. Die rot vertikal schraffierte Fläche ist YBCO, die blau horizontal schraffierte Fläche ist Nb. Das Inset zeigt einen vergrößerten Bereich zwischen zwei Facettengrenzen. Die blauen Linien wurden weggelassen. (b) Profil der Flussdichte $B_{90}(\xi)$ des simulierten in-plane Magnetfelds B , projiziert auf die Zick-Zack-Linie ξ entlang der YBCO-Filmkante. Vertikal gestrichelte Linien geben die Position der Facettengrenzen zwischen 0- und π -Facetten an. Die Flussdichte ist in Einheiten von $\mu_0 H$ angegeben. Modifiziert aus [Sch12]. © 2012 APS.

jizierten in-plane Feld B in Abhängigkeit von ξ gezeigt. $B_{90}(\xi)$ oszilliert näherungsweise sinusförmig mit einer Periode pro $(0-\pi)$ -Segment und mit einer maximalen Amplitude $B_{90}(\xi)/(\mu_0 H) \approx 4,5$ der beiden inneren Segmente. Dieser Wert ist deutlich kleiner als der Flussfokussierungsfaktor ($f \approx 100$), der, wie weiter unten ausgeführt wird, experimentell ermittelt wurde. Außerdem ist die simulierte senkrechte Feldkomponente von gleicher Größenordnung wie die in-plane Komponente. Für ein realistischeres Szenario sollte dies jedoch nicht der Fall sein. Wird $I_c(H)$ exakt mit dem Profil $B_{90}(\xi)$ aus Abb. 4.11 (b) simuliert, ergeben sich für magnetische Flüsse größer als Φ_0 pro $(0-\pi)$ -Segment, also außerhalb der Hauptmaxima, markante Unterschiede zu den gemessenen $I_c(H)$ -Kurven.

Parametrisierung des Flussprofils

Für das Flussdichteprofil, welches von der senkrechten Komponente eines extern angelegten homogenen Feldes erzeugt wird, wird nachfolgend die aus den 3D-MSLI-Simulationen gewonnene Periodizität übernommen. Die Parametrisierung des Profils geschieht in folgender verallgemeinerten Form. Zunächst werden zwei benachbarte Facetten, also ein $(0-\pi)$ -Segment, durch ein Feldprofil $a_{\perp,f} + P_{\perp,f}(x)$ mit $0 < x < 2L$ und

$$P_{\perp,f}(x) = \left(\sin \frac{\pi x}{2L} \right)^{\alpha_f} . \quad (4.18)$$

beschrieben. Der sich ergebende periodische Profilverlauf $P_{\perp,f}(\xi)$ entlang ξ wird zusätzlich mit einer einhüllenden Funktion

$$E(\xi) = a_{\perp,e} + P_{\perp,e}(\xi) \quad (4.19)$$

multipliziert, die sich über den gesamten Kontakt erstreckt und die allgemeine Fokussierung des Flusses in der Mitte des Multifacetten-Kontaktes ausdrückt. Dabei wird $P_{\perp,e}$ durch

$$P_{\perp,e} = \left[1 - \left(\frac{2\xi}{NL} \right)^2 \right]^{\alpha_e} \quad (4.20)$$

parametrisiert. Das gesamte Profil $B_{\perp}(\xi)$ ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} B_{\perp}(\xi) &= \mu_0 H g_{\perp}(\xi) \\ &= \mu_0 H f_{\perp} N_{\perp} E(\xi) [a_{\perp,f} + P_{\perp,f}(\xi)] . \end{aligned} \quad (4.21)$$

N_{\perp} normiert den Mittelwert von $B_{\perp}/(\mu_0 H f_{\perp})$ auf 1. f_{\perp} ist der Flusskomprimierungsfaktor.

Für beliebige Winkel θ^* und ϕ ergibt sich die Flussdichte B in den Facetten, die parallel zu x liegen, zu:

$$\begin{aligned} B_{\theta^*}(\xi) &= B_{\parallel} \cos \theta^* \cos \phi + B_{\perp}(\xi) \sin \theta^* \\ &= \mu_0 H (\cos \theta^* \cos \phi + g_{\perp}(\xi) \sin \theta^*) . \end{aligned} \quad (4.22)$$

Die Faktoren $\cos \theta^* \cos \phi$ und $\sin \theta^*$ ergeben sich aus der Projektion des angelegten Feldes H . Für die Facetten, die entlang y orientiert sind, gilt:

$$\begin{aligned} B_{\theta^*}(\xi) &= B_{\parallel} \cos \theta^* \sin \phi + B_{\perp}(\xi) \sin \theta^* \\ &= \mu_0 H (\cos \theta^* \sin \phi + g_{\perp}(\xi) \sin \theta^*) , \end{aligned} \quad (4.23)$$

mit der homogenen Flussdichte $B_{\parallel} = \mu_0 H$ entlang der Zick-Zack-Linie und $B_{\perp}(\xi)$ nach Gleichung (4.21).

Mit diesem Feldprofil für Facetten parallel zu x bzw. y wurden die Gleichungen (4.16) und (4.17) gelöst. x wurde durch ξ ersetzt. Für die effektive Eindringtiefe wurde entsprechend Gleichung (4.15) eine Abhängigkeit von der zu ξ senkrechten in der Ebene liegenden Koordinate \tilde{y} angesetzt. Für die kritische Stromdichte j_c wurde eine konstante Amplitude angenommen. Die π -Kopplung wurde durch einen Vorzeichenwechsel von j_c beim Übergang zwischen benachbarten Facetten berücksichtigt. Insgesamt beinhaltet das Modell die acht Parameter α_f , α_e , $a_{\perp,e}$, $a_{\perp,f}$, Δt_{eff} , $t_{\text{eff}0}$, f_{\perp} und θ_h . Des Weiteren musste für die Simulation eine durch den Messaufbau bedingte unbekannte Fehlorientierung $\theta_{\text{off}} < 1^\circ$ zwischen Substratebene und der in z_{off} -Richtung zeigenden Achse der felderzeugenden Spule berücksichtigt werden, siehe Abb. 4.12.

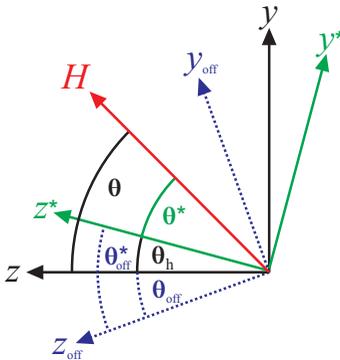


Abbildung 4.12: Zusammenhang von θ , θ^* , θ_h und Offset-Winkel θ_{off} bzw. θ_{off}^* . Das von den Achsen der Magnetfeldspulen bzw. von den Richtungen des erzeugten Feldes definierte Koordinatensystem (y_{off} , z_{off} , blau) ist gegen das durch die Substratebene definierte Koordinatensystem (schwarz) um θ_{off} verkippt. Die Koordinatenrichtungen „paralleles“ (z^* , $\theta^* = 0^\circ$) und „senkrecht“ (y^* , $\theta^* = 90^\circ$) Feld sind grün dargestellt.

Der Verlauf der $I_c(H)$ -Kurve für $\theta^* \approx 90^\circ$ ist wegen des kleinen Winkels θ_h gegenüber kleinen Variationen von θ^* unempfindlich. Daher kann anhand des senkrechten Falls α_f , α_e , $a_{\perp,e}$ und $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff}0}$ mit großer Genauigkeit bestimmt werden. Außerdem erhält man aus der Periode der I_c -Modulationen zunächst das Produkt $f_{\perp} t_{\text{eff}0}$. Über die winkelabhängigen $I_c(H)$ -Messungen kann der tote Winkel θ_d^* relativ zu θ_h genau ermittelt werden. Da bei parallelem Feld $I_c(H)$ nur über wenige Modulationsperioden messbar war, ist der Fall $\theta^* = (\theta - \theta_h) = 0^\circ$ deutlich schwieriger zu identifizieren. Da θ_d^* von f_{\perp} abhängt, muss f_{\perp} über den Vergleich einer Serie von $I_c(H)$ -Kurven für verschiedene Feldwinkel nahe der parallelen

Orientierung bestimmt werden, worüber dann $t_{\text{eff}0}$ und θ_{off}^* relativ zu θ_h ermittelt werden kann. θ_h bleibt jedoch mit einer Ungenauigkeit in der Größenordnung von θ_{off} schwer bestimmbar. Im Folgenden werden die Ergebnisse im Einzelnen diskutiert.

Senkrechtes Feld: $\theta^* = 90^\circ$

In Abbildung 4.13 ist das gemessene und simulierte $I_c(H)$ -Verhalten für $\theta^* = 90^\circ$ gezeigt. Es sei $H_0 \equiv \Phi_0/(\mu_0 N L t_{\text{eff}0})$ mit der Anzahl der Facetten N , der Facettenlänge L und der mittleren effektiven Eindringtiefe $t_{\text{eff}0}$. Die Feldachse der berechneten Kurven ist in Einheiten von H_0/f_\perp angegeben mit dem Flussfokussierungsfaktor der senkrechten Feldkomponente f_\perp . I_c ist in Einheiten von $I_{c0} = |j_c|A_J$ angegeben. Für die simulierte schwar-

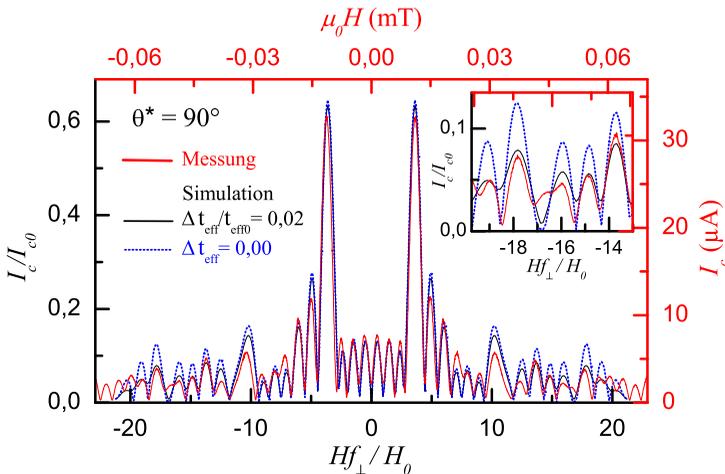


Abbildung 4.13: Gemessene (rot) und simulierte (schwarz, blau) $I_c(H)$ -Kennlinien für senkrechte Feldorientierung $\theta^* = 90^\circ$ mit den Parametern $\alpha_e = 0,5$; $a_{\perp,e} = 0,3$; $\alpha_f = 0,7$; $a_{\perp,f} = 2,0$ und $f_\perp = 100$, siehe Gleichungen (4.18), (4.19), (4.20) und (4.21). Für die schwarze Kurve wurde $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff}0} = 0,02$ und für die gepunktete blaue Kurve $\Delta t_{\text{eff}} = 0$ verwendet. Die Feldachse der Simulation ist in Einheiten von H_0/f_\perp mit $H_0 = \Phi_0/(\mu_0 N L t_{\text{eff}0})$ angegeben. Der simulierte kritische Strom ist auf $I_{c0} = |j_c|A_J$ normiert, wobei j_c die kritische Stromdichte und A_J die Kontaktfläche ist. Das Inset zeigt einen vergrößerten Ausschnitt der $I_c(H)$ -Kurven. Modifiziert aus [Sch12]. © 2012 APS.

ze Kurve wurde eine relative Änderung der effektiven Eindringtiefe von $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff}0} = 0,02$ berücksichtigt, während für die gepunktete blaue Kurve ein konstantes t_{eff} , also $\Delta t_{\text{eff}} = 0$ angenommen wurde. Für $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff}0} = 0,02$ zeigen Messung und Simulation die beste Übereinstimmung. Unterschiede treten hauptsächlich für Felder $H \gtrsim 5H_0/f_{\perp}$ auf. Für $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff}0} > 0,02$ werden die Nebenmaxima außerhalb der Hauptmaxima im Vergleich zu $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff}0} = 0,02$ unterdrückt, wohingegen sich der Wert der I_c -Minima erhöht. Die Kurven weichen damit zunehmend von der Messung ab. Der optimale Wertebereich für $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff}0}$ ist sehr eng. Für das sinusförmige Verhalten des Feldprofils der $(0-\pi)$ -Segmente nach Gleichung (4.18) wurde $\alpha_f = 0,7$ und $a_{\perp,f} = 2,0$ verwendet, wobei der Exponent α_f aus den 3D-MSLI-Simulationen übernommen wurde. Es zeigte sich, dass α_f nur einen kleinen Einfluss auf die simulierten $I_c(H)$ -Kurven hat. Im Gegensatz dazu konnte über den Parameter $a_{\perp,f}$ eine gute Anpassung der Simulation an den Kurvenverlauf der Messung erreicht werden. Dazu war ein relativ großer Wert nötig, was zur Folge hat, dass die Modulationstiefe der sinusförmigen Oszillation von $B_{\perp}(\xi)$ kleiner ist, als bei der in Abbildung 4.11 (b) gezeigten 3D-MSLI-Simulation. In Abb. 4.14 ist das auf $\mu_0 H/\sqrt{2}$ normierte parametrisierte Feldprofil $B_{\theta^*}(\xi)$ für verschiedene Winkel θ^* gezeigt. Mit dem Faktor $\sqrt{2}$ wird die Tatsache berücksichtigt, dass bei $\phi = 45^\circ$ für die parallele Komponente pro Facette nur ein Feld von $\mu_0 H/\sqrt{2}$ anliegt. Die blaue Kurve $\theta^* = 90^\circ$ zeigt das Profil der von

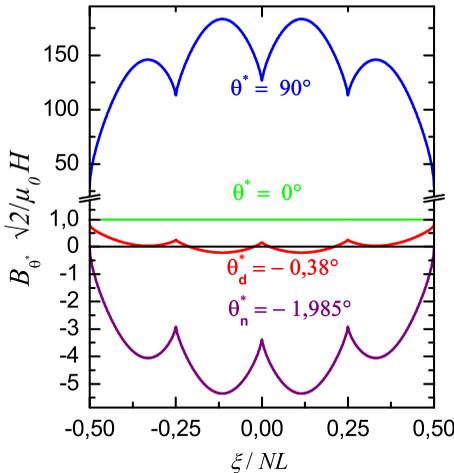


Abbildung 4.14:

Profil der magnetischen Flussdichte B_{θ^*} in Einheiten von $\mu_0 H/\sqrt{2}$ entlang der Zick-Zack-Linie ξ in Einheiten von NL . B_{θ^*} wurde nach den Gleichungen (4.22) und (4.23) für verschiedene Winkel θ^* bei $\phi = 45^\circ$ mit den Parametern $\alpha_e = 0,5$; $a_{\perp,e} = 0,3$; $\alpha_f = 0,7$; $a_{\perp,f} = 2,0$ und $f_{\perp} = 100$ bestimmt.

einer senkrechten Feldkomponente erzeugten magnetischen Flussdichte. Die Parameter der einhüllenden Funktion aus den Gln. (4.19) und (4.20) wurden zu $\alpha_e = 0,5$ und $a_{\perp,e} = 0,3$ bestimmt. Die Normierung ergab $N_{\perp} = 0,34$. Ein Vergleich der Feldachsen von simulierter und gemessener $I_c(H)$ -Abhängigkeit liefert $t_{\text{eff}}f_{\perp} = 8,5 \mu\text{m}$. Mit der aus der Geometrie der Filmdicken mit Glg. (4.14) bestimmten mittleren magnetischen Eindringtiefe $t_{\text{eff}0} = 69 \text{ nm}$ folgt ein Fokussierungsfaktor von $f_{\perp} = 120$. Dieser Wert ist für die Simulationen der weiter unten diskutierten Serien von $I_c(H)$ -Kurven bei unterschiedlichen Winkeln θ^* und ϕ zu groß. Dort ergab die Anpassungen an die Messkurven $f_{\perp} \sim 100$. Daraus folgt ein größerer Wert $t_{\text{eff}0} \sim 85 \text{ nm}$, was bereits auf Seite 119 vorweggenommen und interpretiert wurde.

An dieser Stelle soll erwähnt werden, dass eine periodische Modulation von $B_{\perp}(\xi)$ mit einer Periode pro Facette statt mit einer Periode pro $(0-\pi)$ -Segment ebenfalls zu einer Übereinstimmung von Simulation und Messung führte. Anhand des $I_c(H)$ -Verhaltens kann daher die Periodizität von $B_{\perp}(\xi)$ nicht eindeutig bestimmt werden.

Paralleles Feld: $\theta^* = 0^\circ$

In Abbildung 4.15 sind gemessene und simulierte $I_c(H)$ -Kennlinien nahe paralleler Feldorientierung für $\phi = 45^\circ$ dargestellt. Für den berechneten Verlauf bei $\theta^* = 0^\circ$ wurde eine homogene und unkomprimierte Flussdichte $B_{\parallel}(x) = \mu_0 H$ entlang der Zick-Zack-Linie des Kontaktes angenommen. Die Feldachse ist in Einheiten von $\sqrt{2}H_0$ angegeben, wobei mit dem Faktor $\sqrt{2}$ das auf $\mu_0 H/\sqrt{2}$ reduzierte Felde pro Facette berücksichtigt wird. Mit dieser Normierung liegen die Hauptmaxima annähernd bei $N/2 = 4$. Die gepunktete blaue $I_c(H)$ -Kurve zeigt den idealen Fall für $\Delta t_{\text{eff}} = 0$. Mit $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff}0} = 0,02$ der schwarzen Kurve kommt es im gezeigten Feldbereich nur zu kleinen Abweichungen.

Der Winkel $\theta^* = 0^\circ$ konnte erst nach Auswertung der aus den $I_c(H, \theta)$ -Serien gewonnenen Daten bestimmt werden. Bei exakt $\theta^* = 0,000^\circ$ liegen deshalb keine Messungen vor. Die gezeigte Messkurve für $\theta^* = -0,085^\circ$ liegt am nächsten an der parallelen Orientierung. Die Abweichung von $\theta^* = 0,000^\circ$ verändert die Feldskala. Um den Kurvenverlauf mit der Simulation vergleichen zu können, wurde daher die experimentelle Feldskala in Abbildung 4.15 zusätzlich um den Faktor 1,2 komprimiert. Generell sind experimentelle und theoretische Feldskalen über einen festen Wert f_{\perp} miteinander gekoppelt. Im verwendeten Versuchsaufbau ist die maximale

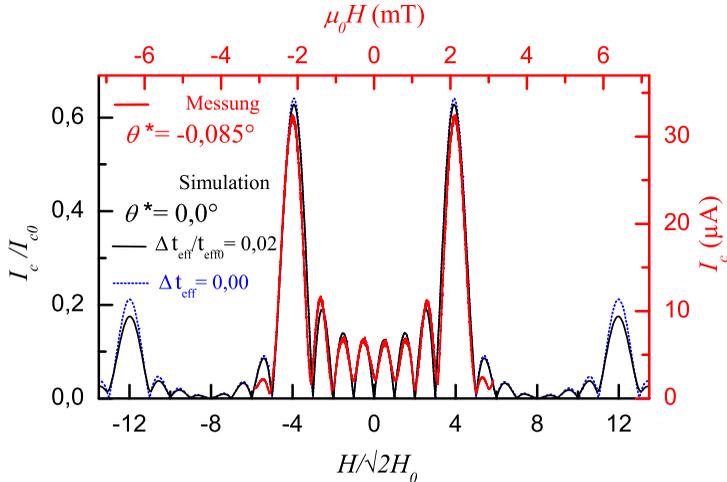


Abbildung 4.15: Gemessene (rot) und simulierte (schwarz, blau) $I_c(H)$ -Kennlinien nahe paralleler Feldorientierung für $\phi = 45^\circ$. Die Messung erfolgte bei $\theta^* = -0,085^\circ$, wobei der Offset-Winkel $\theta_{\text{off}}^* = 1,684^\circ$ bereits abgezogen wurde. Für die Simulation wurde $\theta^* = 0^\circ$ mit $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff0}} = 0,02$ (schwarz) und $\Delta t_{\text{eff}} = 0$ (blau) verwendet. Die Feldachse der Simulation ist in Einheiten von $\sqrt{2}H_0 = \sqrt{2}\Phi_0/(\mu_0 N L t_{\text{eff0}})$ angegeben. Der simulierte kritische Strom ist auf $I_{c0} = |j_c|A_J$ normiert. Aus [Sch12]. © 2012 APS.

Feldstärke limitiert. Deshalb konnten $I_c(H)$ -Kurven nur in einem begrenzten Feldbereich aufgenommen werden.

Ein Vergleich mit dem $I_c(H)$ -Verhalten für $\theta^* = 90^\circ$ (Abb. 4.13) verdeutlicht die beiden Hauptunterschiede zwischen paralleler und senkrechter Orientierung. Zum einen haben für $\theta^* = 0^\circ$ die Amplituden der Nebenmaxima zwischen den beiden Hauptmaxima einen U-förmigen Verlauf, wohingegen für $\theta^* = 90^\circ$ selbige Nebenmaxima konstante Amplituden haben. Zum anderen sind die Nebenmaxima bei Feldern höher als die Hauptmaxima für den Fall $\theta^* = 0^\circ$ im Vergleich zu $\theta^* = 90^\circ$ stark unterdrückt. Bei unter senkrechter Feldorientierung gemessenen $I_c(H)$ -Kurven fallen damit aber auch die Abweichungen vom idealen homogenen Fall deutlich geringer aus, als bei Zick-Zack-Rampenkontakten früherer Arbeiten [Smi02, Hil03, Ari05, Gür09]. Als Ursache kommt eine deutlich bessere Homogenität der kritischen Stromdichte der in dieser Arbeit untersuchten $0-\pi$ -Zick-Zack-Rampenkontakte in Betracht.

Beliebige Feldorientierung θ^* für $\phi = 45^\circ$

In Abbildung 4.16 ist eine Auswahl aus der $I_c(H, \theta)$ -Serie bei $\phi = 45^\circ$ für verschiedene Winkel $-1,128^\circ < \theta^* < 0,68^\circ$ gezeigt. Den gemessenen Kurven sind jeweils in der rechten Spalte die entsprechenden, mit den Modell-Parametern $\alpha_e = 0,5$; $a_{\perp,e} = 0,3$; $\alpha_f = 0,7$; $a_{\perp,f} = 2,0$; $f_{\perp} = 100$ und $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff}0} = 0,02$ simulierten $I_c(H)$ -Abhängigkeiten gegenübergestellt. Die Feldachse ist wieder auf $\sqrt{2}H_0$ und der kritischen Strom auf $I_{c0} = |j_c|A_J$ normiert, wobei A_J die Kontaktfläche ist. Der Feldwinkel der einzelnen gemessenen Kurven wurde nach Gleichung (3.1) über das Amplitudenverhältnis der Spulenströme eingestellt. Das Koordinatensystem der Feldspulenachsen weicht von der Substratebene um den für alle Messungen eine Serie konstanten und durch den Versuchsaufbau bedingten unbekanntem Offset-Winkel $\theta_{\text{off}} < 1^\circ$ ab (vgl. Abbildung 4.12). In allen Betrachtungen beziehen sich die Winkel daher auf $\theta^* = \theta - \theta_h = 0^\circ$, den in der Theorie definierbaren homogenen Fall. Für den bei der Messung eingestellten Feldwinkel gilt dann: $\theta^* + \theta_{\text{off}}^*$. Bei der Angabe der Winkel in den gemessenen Kurven wurde der, wie unten ausgeführt zu $\theta_{\text{off}}^* = 1,684^\circ$ bestimmte Offset-Winkel nicht abgezogen. Da hingegen θ_{off} nicht genauer bestimmbar ist, kann für $\theta_h = \theta_{\text{off}}^* - \theta_{\text{off}}$ nur die bereits erwähnte obere Grenze von $\theta_h \lesssim 2^\circ$ angegeben werden, die mit der geometrischen Abschätzung für $\theta_h \approx 1,8^\circ$ von Seite 118 übereinstimmt.

Für die Kurvenanpassung der $I_c(H)$ -Serien musste neben den bereits bei senkrechter und paralleler Orientierung ermittelten Modell-Parametern nur noch θ_{off}^* bestimmt werden, um den gemessenen Kurven bei unterschiedlichen Winkeln $\theta^* + \theta_{\text{off}}^*$ die jeweils entsprechende Simulation für θ^* zuordnen zu können. Dazu wurde experimentell der tote Winkel θ_d^* bestimmt, für den charakteristisch ist, dass die $I_c(H)$ -Kurve keine Oszillationen mehr zeigt. Da sich der $I_c(H)$ -Verlauf in der Umgebung von θ_d^* bei kleinsten Variationen von θ^* markant ändert, konnte mit einer fein aufgelösten $I_c(H)$ -Serie um den vermuteten toten Winkel dieser auf $0,001^\circ$ genau gemessen werden, siehe Abb. 4.16 (k) für einen eingestellten Winkel von $1,304^\circ$. Nach dem theoretischen Modell gilt für den toten Winkel (relativ zu $\theta^* = 0^\circ$):

$$\theta_d^* \approx -\arctan\left(\frac{\cos\phi + \sin\phi}{2f_{\perp}}\right). \quad (4.24)$$

Mit $\phi = 45^\circ$ und dem bereits festgelegten Fokussierungsfaktor f_{\perp} ergibt sich $\theta_d^* = -0,38^\circ$. Es soll angemerkt werden, dass auch die Win-

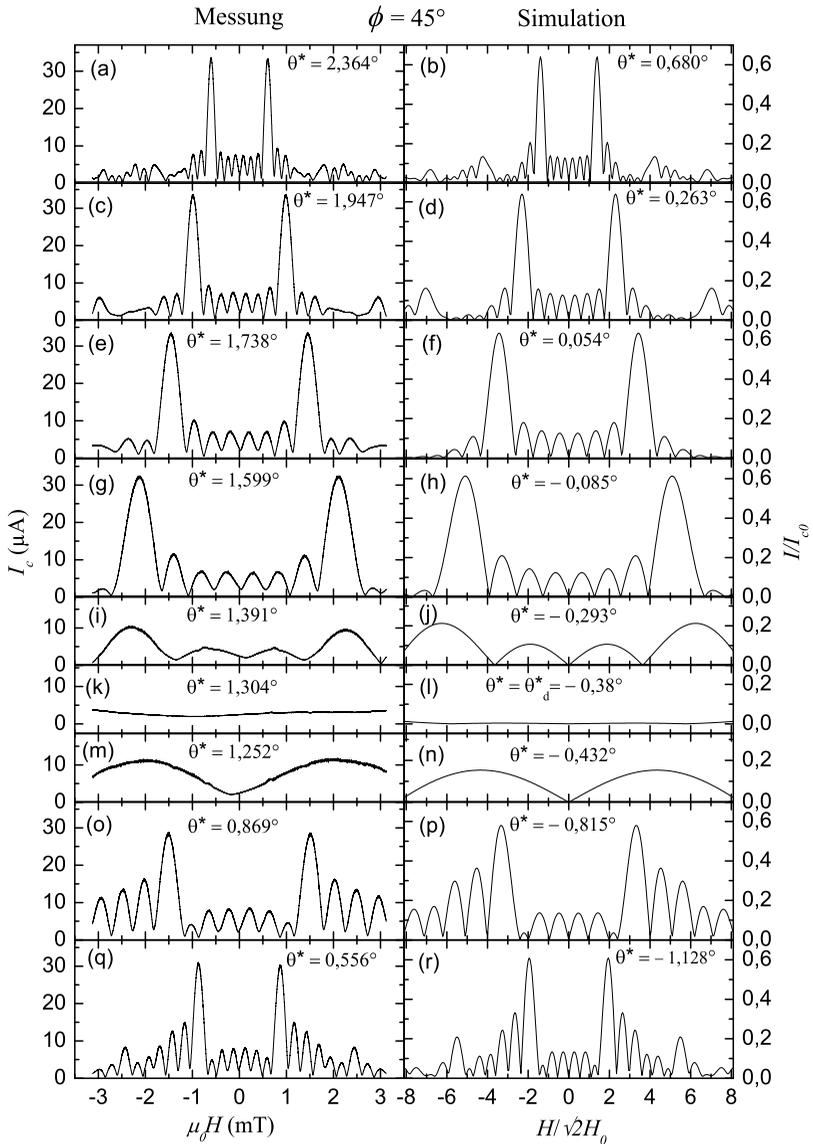


Abbildung 4.16: Gemessene und simulierte $I_c(H)$ -Abhängigkeiten für $\phi = 45^\circ$ und verschiedene Winkel θ^* . Der Offset-Winkel $\theta_{\text{off}}^* = 1,684^\circ$ wurde für die gemessenen Kurven nicht abgezogen. Die Achsen der Simulationen wurden auf $\sqrt{2}H_0$ bzw. I_{c0} normiert. Die Parameter sind $\alpha_e = 0,5$; $a_{\perp,e} = 0,3$; $\alpha_f = 0,7$; $a_{\perp,f} = 2,0$; $f_{\perp} = 100$ und $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff}0} = 0,02$. © 2012 APS.

kelabhängigkeit der $I_c(H)$ -Kurven stark von f_{\perp} abhängig ist. Weicht dieser Parameter mehr als 5% von dem Wert 100 ab, verschlechtert sich die Qualität der Kurvenanpassung erheblich.

Die Simulation für $\theta_d^* = -0,38^\circ$ ist in Abbildung 4.16 (l) gezeigt. Während der kritische Strom der simulierten Kurve nahezu konstant bei Null verläuft, liegt er für die gemessene Kurve bei $2,5 \mu A$ und zeigt noch eine leichte Oszillation. Dafür sind vermutlich kleine nicht abschirmbare Restfelder im Bereich der Probe verantwortlich, die auch das Minimum der $I_c(H)$ -Kurve in Abbildung 4.16 (m) relativ zu $H = 0$ verschieben.

Der somit präzise bestimmbare Offset-Winkel folgt aus der Differenz $\theta_{\text{off}}^* = 1,304^\circ - \theta_d^* = 1,684^\circ$. Nach Ermittlung von θ_{off}^* konnte aus den gemessenen Kurven auch der bereits im vorherigen Abschnitt diskutierte annähernd homogene Fall $\theta^* = 0^\circ$ bestimmt werden.

Für den toten Winkel ist das parametrisierte Profil der Flussdichte $B_{\theta^*}(\xi)$ als rote Kurve in Abbildung 4.14 dargestellt. Für positive Winkel θ^* ist das Profil an den Kontaktenden minimal und wechselt zunächst für Winkel unterhalb des homogenen Falls zu einem Maximum an den Kontaktenden, worauf sich ein Winkelbereich $-0,312^\circ < \theta^* < \theta_n^* = -\arctan[1/(\sqrt{2}f_{\perp}N_{\perp}a_{\perp,e}a_{\perp,f})] = -1,985^\circ$ anschließt, in dem das Vorzeichen der magnetischen Flussdichte entlang ξ wechselt. In diesem Bereich befindet sich auch der tote Winkel. Die Abhängigkeit des Feldprofils ähnelt dem des SIFS-Multifacetten-Kontaktes aus Abbildung 4.4 (a), mit dem Unterschied der durch den Verlauf der Zick-Zack-Ecken aufgeprägten periodischen Oszillationen.

Beliebige Feldorientierung θ^* für $\phi = 0^\circ$

Zur Überprüfung der allgemeinen Gültigkeit des entwickelten Modells für $B_{\theta^*}(\xi)$ und der ermittelten Parameter wurden $I_c(H)$ -Serien bei verschiedenen in-plane Winkeln ϕ gemessen und simuliert. In Abbildung 4.17 sind Messungen und Simulationen mit den bereits bestimmten Modellparametern bei $\phi = 0^\circ$ für verschiedene Winkel $-0,846^\circ < \theta^* < 0,823^\circ$ gezeigt. Der zu $\theta_{\text{off}}^* = 0,846^\circ$ bestimmte Offset-Winkel weicht von dem der $\phi = 45^\circ$ -Serie ab, da für den Wechsel der in-plane Orientierung die Probe ausgebaut werden musste. Die Abweichung liegt im Bereich der Genauigkeit von $\theta_{\text{off}} < 1^\circ$, mit der die Substratebene entlang der Feldachsen ausgerichtet werden kann. Für die Darstellung der $I_c(H)$ -Kurven wurden die Normierungen der Achsen aus der $\phi = 45^\circ$ -Serie übernommen. Im Fall $\phi = \theta^* = 0^\circ$ ergibt die Simulation $I_c = 0,5 \cdot I_{c0}$, wenn der Fluss

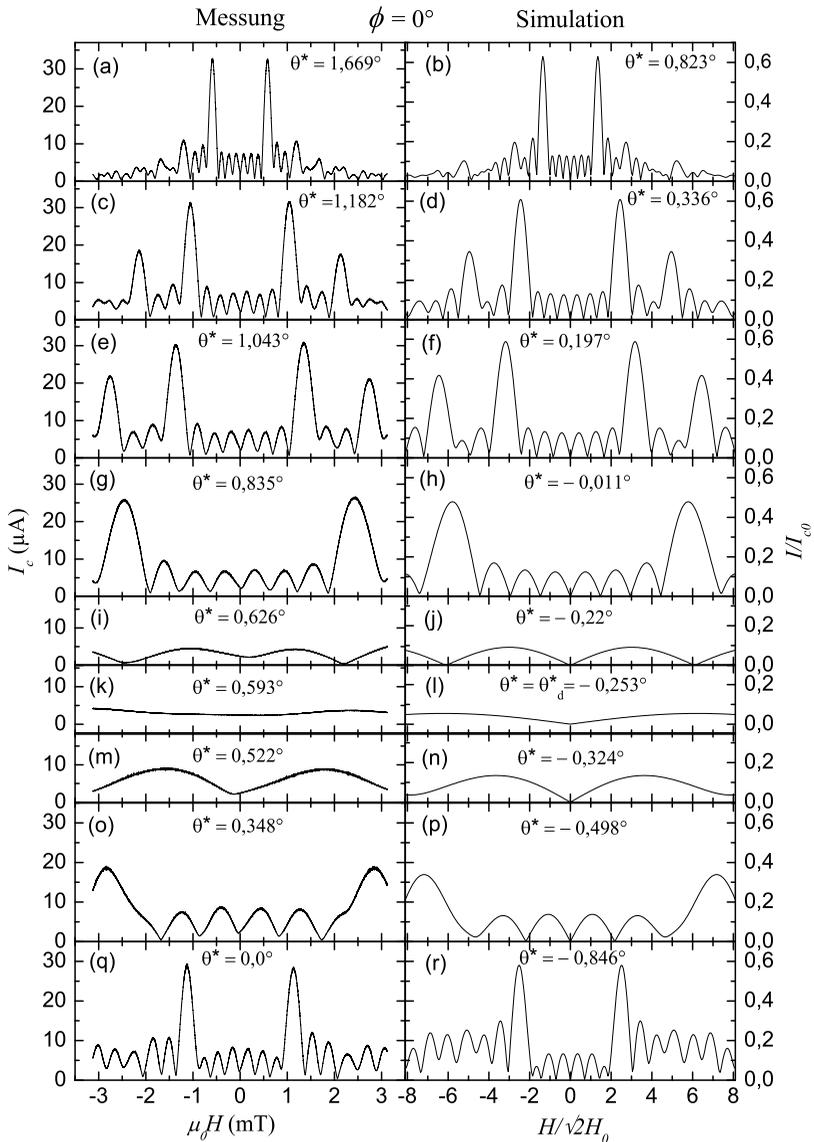


Abbildung 4.17: Gemessene und simulierte $I_c(H)$ -Abhängigkeiten für $\phi = 0^\circ$ und verschiedene Winkel θ^* . Der Offset-Winkel $\theta_{\text{off}}^* = 0,846^\circ$ wurde für die gemessenen Kurven nicht abgezogen. Die Achsen der Simulationen wurden auf $\sqrt{2}H_0$ bzw. I_{c0} normiert. Die Parameter sind $\alpha_e = 0,5$; $a_{\perp,e} = 0,3$; $\alpha_f = 0,7$; $a_{\perp,f} = 2,0$; $f_{\perp} = 100$ und $\Delta t_{\text{eff}}/t_{\text{eff}0} = 0,02$. © 2012 APS.

durch die vier entlang x orientierten Facetten ein Vielfaches von Φ_0 ist. Die kritischen Ströme dieser Facetten heben sich gerade auf. Das messbare I_c ergibt sich dann aus der Summe der kritischen Ströme der anderen vier Facetten, die entlang y orientiert sind. Der Fluss durch diese Facetten ist bei vorliegender in-plane Feldorientierung für alle Felder Null, d.h. ihr jeweiliger Suprastrom hat immer den maximalen Betrag. Die Kurven in Abbildungen 4.17 (a)-(f) zeigen mit Annäherung an diesen homogenen Fall $\theta^* \rightarrow 0^\circ$ das sich neben dem ersten Hauptmaximum bildende zweite I_c -Hauptmaximum, dessen Amplitude auf den Wert $I_c = 0,5 \cdot I_{c0}$ steigt. Der am nächsten zu $\theta^* = 0^\circ$ liegende Fall ist in den Abbildungen 4.17 (g) und (h) gezeigt. Hier hat auch das erste I_c -Hauptmaximum den Wert $0,5 \cdot I_{c0}$. In der dargestellten Normierung der Feldachsen liegt das erste Hauptmaximum bei $H \approx 5,7 \cdot \sqrt{2}H_0 \approx 8H_0$, was genau einem Fluss von Φ_0 pro x orientierter Facette entspricht. Wegen des limitierten maximalen Feldes des Versuchsaufbau konnte das zweite Hauptmaximum für $\theta^* = 0^\circ$ nicht aufgelöst werden. Trotzdem zeigen Experiment und Simulation für $\theta^* < 0,336^\circ$ eine gute Übereinstimmung der Entwicklung der ersten und zweiten Hauptmaxima. Bei weiterer Verringerung des Winkels θ^* tritt bei $\theta_d^* = -0,253^\circ$ wieder ein toter Winkel auf und es ergeben sich für $\theta^* < \theta_d^*$ ungewöhnliche $I_c(H)$ -Muster.

Eigenfeldeffekte

Abschließend werden die von Josephsonströmen verursachten Eigenfeldeffekte betrachtet. Diese treten dann auf, wenn die Kontaktlängen die Josephsonlänge λ_J um mehr als das Zwei- bis Vierfache überschreiten. Für die Abschätzung von λ_J werden zunächst Idle-Region-Effekte vernachlässigt und ein homogener Suprastrom über die Kontaktfläche $A_J = NLW \approx 37 \mu\text{m}^2$ angenommen. Für die kritische Stromdichte ergibt sich $j_{c0} = I_{c0}/A_J \approx 140 \text{ A/cm}^2$. Mit den Gleichungen (2.35) und (2.36) folgt für die effektive Dicke $d_{\text{eff}} \approx 470 \text{ nm}$, sowie $\lambda_J \approx 20 \mu\text{m}$ und für die normierte Kontaktlänge $l = NL/\lambda_J \approx 4$. Wird die Idle-Region berücksichtigt, so führt diese nach [Mon95, Mag97] zu einer vergrößerten Josephsonlänge $\lambda_{J,i} = \delta \cdot \lambda_J$, mit $\delta = [1 + (d_{\text{eff}}/d_{\text{eff},i}) \cdot (W_i/W)]^{0,5}$. W_i und $d_{\text{eff},i}$ stehen für Breite und effektive magnetische Dicke der Idle-Region. Mit $d_{\text{eff},i} = 535 \text{ nm}$ und $W_i = 3 \mu\text{m}$ folgt $\delta \approx 2,6$ und $\lambda_{J,i} \approx 50 \mu\text{m}$, sowie $l \approx 1,6$. Damit würde es sich um einen kurzen Kontakt handeln, bei dem Eigenfeldeffekte vernachlässigt werden können. Unklar ist jedoch, ob das gemessene I_c auf die gesamte Kontaktfläche A_J bezogen werden kann, wie oben gesche-

hen. Möglich wäre auch, dass der Josephsonstrom hauptsächlich von den Strömen in der (a, b) -Ebene des YBCO-Films getragen wird. Die Kontaktfläche wäre dann die Projektion der Rampenfläche auf eine senkrecht zur Substratebene stehende Fläche, wodurch sich j_{c0} um den Faktor 7 vergrößern und $\lambda_{J,i}$ um den Faktor ≈ 3 verkleinern würde. Somit läge der Kontakt wieder im Bereich eines langen Kontaktes.

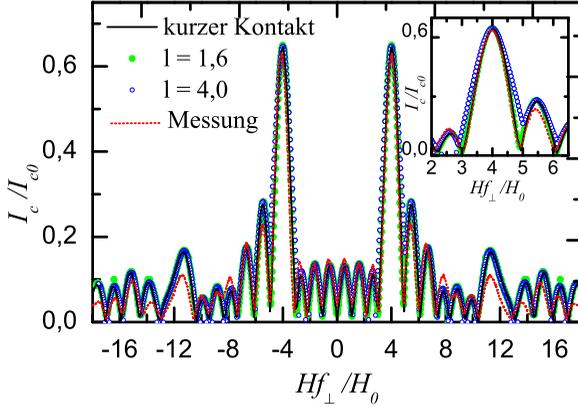


Abbildung 4.18: $I_c(H)$ für $\theta^* = 90^\circ$, berechnet nach dem Modell für kurze Kontakte mit $\Delta t_{\text{eff}} = 0$ (schwarz) und simuliert mit StkJJ für unterschiedliche l (grün, blau) im Vergleich mit der Messung (rot). Die Modellparameter entsprechen den oben verwendeten. Das Inset zeigt einen vergrößerten Bereich um das Hauptmaximum. Aus [Sch12]. ©2012 APS.

Zur Unterscheidung beider Szenarien, wurde in Zusammenarbeit mit Markus Turad das $I_c(H)$ -Verhalten auf Grundlage der Sinus-Gordon-Gleichungen (vgl. Kapitel 2.3.3 auf Seite 36) für $\theta^* = 90^\circ$ und verschiedene Werte von l simuliert. Für das Flussdichteprofil $B_{\theta^*}(\xi)$ wurde der selbe Verlauf wie für die blaue Kurve ($\theta^* = 90^\circ$) in Abbildung 4.14 verwendet. In Abb. 4.18 sind mit dem Simulationsprogramm StkJJ [Gol11a] berechnete $I_c(H)$ -Kurven für $l = 1,6$ und $l = 4$, die gemessene Kurve und die nach dem für kurze Kontakte entwickelten Modell simulierte Kurve aus Abb. 4.13 gezeigt. Abweichungen vom verwendeten Modell kurzer Kontakte, die mit den experimentellen Daten nicht übereinstimmen, treten in der Nähe der I_c -Hauptmaxima für $l = 4$ auf (vgl. Inset von Abb. 4.18). Für $l = 1,6$ entspricht im Gegensatz dazu $I_c(H)$ fast ununterscheidbar dem Modell für kurze Kontakte. Daher kann davon ausgegangen werden,

dass die Kontaktfläche A_J der Rampenebenen und nicht ihre Projektion für den Strom relevant ist, was gegen Josephsonströme exklusiv in (a, b) -Richtung des YBCO-Films spricht.

4.3 Diskussion der Ergebnisse

Die durchgeführten winkelabhängigen Untersuchungen des $I_c(H)$ -Verhaltens von $0-\pi$ -Multifacetten-Systemen aus SIFS-Kontakten und Zick-Zack-Rampenkontakten liefern ein verbessertes Verständnis über die bisher oft beobachtbaren Abweichungen zwischen experimentellen und nach einfacher idealer Theorie (d.h. lineare Phase) berechneten $I_c(H)$ -Kurven. In dem hier verwendeten erweiterten Modell wird berücksichtigt, dass eine homogene Magnetfeldkomponente senkrecht zur Substratebene einen stark feldkomprimierten und räumlich variierenden Beitrag zum Flussdichteprofil im Kontakt verursacht und zu einem nichtlinearen Phasenverlauf führt. Das für die Simulation verwendete Profil zeichnet sich bei den SIFS-Kontakten durch Minima an den Kontaktenden und durch ein Maximum in der Kontaktmitte aus. Für die Rampenkontakte konnte dieser Verlauf als Einhüllende qualitativ übernommen werden, musste aber durch vom Zick-Zack-Verlauf der Filmkanten aufgeprägte Oszillationen ergänzt werden.

Des Weiteren gibt es eine Feldkomponente, welche eine homogene Flussdichte erzeugt, d.h. für die der lineare Phasenansatz gilt. Für die untersuchten SIFS-Kontakte liegt diese Feldorientierung parallel zur Substratebene ($\theta_h = 0^\circ$). Wegen der komplexeren Geometrie der Rampenkontakte ist bei ihnen diese Richtung um einen Winkel $\theta_h \lesssim 2^\circ$ gegenüber der Substratebene geneigt. Damit ist θ_h kleiner als der Rampenwinkel $\theta_r = 8^\circ$. Mit der ermittelten magnetischen Dicke von 85 nm entlang der Rampe werden für den homogenen Fall relativ große Felder (~ 35 mT) benötigt, um ein Flussquant pro $(0-\pi)$ -Segment anzulegen. Das Verhältnis des Flusses durch die entlang x orientierten Facetten zum Fluss durch die entlang y orientierten Facetten hängt vom in-plane Winkel ϕ zwischen der Facettenorientierung und dem Magnetfeld ab. Abweichungen vom idealen Verhältnis 1 (bei $\phi = 45^\circ$) bewirken ebenfalls eine nicht homogene Flussverteilung entlang der Zick-Zack-Linie, wodurch sich das ideale $I_c(H)$ -Muster ändert und zusätzliche Maxima entstehen können, was für $\phi = 0^\circ$ gezeigt wurde. Bei beliebigen Feldwinkeln θ überlagern sich die Profile der beiden Feldkomponenten anteilmäßig. Die bei Multifacetten auftretende starke Feld-

fokussierung der senkrechten Komponente ($f \approx 23$ bei den SIFS-Kontakten und $f \approx 100$ bei den Rampenkontakten) ist zum einen dafür verantwortlich, dass die $I_c(H)$ -Muster nur für einen sehr kleinen Winkelbereich $|\theta - \theta_h| \ll 0,1^\circ$ als ideal im Sinne einer homogenen Flussdichte zu behandeln sind. Zum anderen liegt der tote Winkel θ_d für eine starke Fokussierung der senkrechten Feldkomponente sehr nahe am homogenen Fall. Beim toten Winkel fallen die konstanten Anteile der Flussdichte, entsprechend die linearen Anteile der Phase, vollständig weg, daher zeigen dort gemessene $I_c(H)$ -Kurven ein anormales Verhalten. Der Effekt des toten Winkels tritt auch in kurzen Einzelkontaktsystemen auf. θ_d liegt dort wegen der kleineren Flussfokussierung aber bei größeren Winkeln und nicht in der Nähe der parallelen Feldorientierung.

Wegen dieser Eigenschaften können Untersuchungen von Multifacetten-Kontakten in paralleler Feldorientierung mit homogener Flussdichte schwierig sein und zu Fehlinterpretationen bezüglich der Probenqualität oder physikalischer Phänomene führen.

Ausgehend von TTREM-Abbildungen wurden für die untersuchten SIFS- und Rampen-Kontaktsysteme homogene kritische Stromdichten innerhalb einer Facette zugrunde gelegt und konnten durch das verwendete Modell verifiziert werden. Für die Rampenkontakte waren zwischen den entlang x - und y -Richtung orientierten Facetten keine j_c -Asymmetrien beobachtbar. Bei den SIFS-Kontakten mussten für 0- und π -Facetten unterschiedliche kritische Stromdichten $|j_c^0| \neq |j_c^\pi|$ berücksichtigt werden.

Es wurde erwartet, dass es bei den Rampenkontakten zu stark dephasierenden Effekten der $I_c(H)$ -Abhängigkeit kommen würde, da der magnetische Fluss durch die Rampe nicht erhalten bleibt. Dieser Effekt konnte zwar bestätigt werden, ist jedoch eine Größenordnung kleiner als erwartet.

Ein Vergleich von auf Sinus-Gordon-Gleichungen basierenden Simulationen für unterschiedliche Josephsonlängen deutet bei den Rampenkontakten auf Josephsonströme hin, die senkrecht zur Rampenebene fließen. Mit der Idle-Region der Rampenkontakte ergab sich dann eine Josephsonlänge von $50 \mu\text{m}$.

Um Effekte langer Josephsonkontakte untersuchen zu können, werden Kontaktlängen im Bereich von $100 \mu\text{m}$ benötigt, wodurch die Feldkompression noch deutlich zunehmen würde. Für eine homogene Flussdichte müsste die Genauigkeit der Ausrichtung des Feldes bezüglich θ_h deutlich besser als $0,1^\circ$ sein. Sollten ähnliche SIFS-Multifacetten-Kontakte oder Zick-Zack-Rampenkontakte unter Anlegen externer Magnetfelder für Untersuchungen der Semifluxonen-Physik oder von Effekten in φ -Kontakten

herangezogen werden, so empfiehlt es sich, die Felder senkrecht zur Substratebene zu orientieren und die entsprechenden Feldprofile zu berücksichtigen, um experimentelle Ergebnisse genauer interpretieren zu können.

Kapitel 5

Lokale Eigenschaften in SLCO- Korngrenzenkontakten eines π -SDJ-SQUIDs

Die in diesem Kapitel vorgestellten Untersuchungen an Korngrenzenkontakten im elektronendotierten Infinite-Layer Kupratsupraleiter $\text{Sr}_{1-x}\text{La}_x\text{-CuO}_2$ sind in Folge der Dissertationsarbeit von Jochen Tomaschko [Tom12a] entstanden. Schwerpunkte seiner Arbeit waren die Herstellung einkristalliner supraleitender SLCO-Dünnschichten und die Untersuchung der Ordnungsparameter-Symmetrie von SLCO. Obwohl für viele Kuprate eine $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie bereits bestätigt werden konnte [Tsu00], galt bisher die Symmetrie der entsprechenden Infinite-Layer noch als ungeklärt. Hinsichtlich der ungelösten Frage nach dem Paarungsmechanismus unkonventioneller Supraleiter ist es von grundlegendem Interesse, ob eine dominante d -Wellen-Symmetrie inhärent für alle Kuprat-Supraleiter vorliegt, oder ob mit den Infinite-Layer die strukturell einfachsten Vertreter dieser Klasse eine andere Ordnungsparameter-Symmetrie aufweisen. Phasensensitive Experimente wie die im Theorieteil angesprochenen mehrfächigen Eck- bzw. Rampenkontakte sowie Realisierungen von π -SQUID-Strukturen oder trikristalline Ringe [Tsu94] eignen sich für verlässliche Symmetrieuntersuchungen des Ordnungsparameters.

Hier wurde auf Basis von Korngrenzenkontakten eines Tetrakristalls ein dc SDJ-SQUID strukturiert. Es wurde so ausgelegt, dass im Fall einer $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie von SLCO eine zusätzliche Phasendifferenz π induziert würde, so dass die in Kapitel 2.4.5 diskutierte Charakteristik eines π -SQUIDS in Erscheinung treten würde. Eine solche Struktur wird im Folgenden als π -Design-SQUID bezeichnet.

Integrale Transportmessungen zeigten jedoch Artefakte von parasitär eingefangenen magnetischem Fluss, der den eindeutigen Nachweis einer $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie in Frage stellt. Aufgabe dieser Arbeit war es, mit Hilfe der Abbildungsmöglichkeiten des TTREMs die lokale Ursache der Artefakte systematisch zu untersuchen und ein π -SQUID nachzuweisen. Dies führte zu einer Abbildung von Josephson-Vortices in langen SLCO-Korngrenzenkontakten, die in Abschnitt 5.2 vorgestellt werden, und zu anderen Abbildungen der Josephson-Stromverteilungen der SQUIDS, die in Abschnitt 5.3 gezeigt werden. Die gewonnenen Ergebnisse bezüglich des phasensensitiven Experiments sind in [Tom12c] veröffentlicht.

5.1 Phasensensitives Experiment und Probencharakterisierung

π -Design-SQUIDS eignen sich aufgrund des differenziert charakteristischen Verhaltens ihres kritischen Stroms im Magnetfeld als phasensensitives Instrument zur Bestimmung der Symmetrie des Ordnungsparameters. Allerdings ist die alleinige Beobachtung eines Minimums des kritischen Stroms im Nullfeld noch kein eindeutiger Beweis für eine π -Kopplung in einem der Kontakte der SQUID-Struktur. Eingefangener magnetischer Fluss, magnetische Hintergrundfelder sowie SQUID-Asymmetrien vermögen ebenso ein Minimum von 0-SQUID-Oszillationen entlang der Magnetfeldachse in den Bereich des Nullfeldes zu verschieben. Nach Gleichung (2.79) verschieben asymmetrische kritische Ströme $I_{c0,i}$ oder asymmetrische Induktivitäten L_i der SQUID-Arme das $I_{s,\max}(B)$ -Muster um einen Wert proportional zum Abschirmparameter β_L . Um solche „Fehlfunktionen“ der SQUIDS klein zu halten, werden für phasensensitive Experimente π -Design-SQUIDS als SDJ-SQUIDS (siehe Seite 61 f.) mit möglichst kleiner Induktivität ($LI_{c0} < \Phi_0$) ausgeführt. Mit einem SDJ-SQUID ist es möglich, simultan SQUID-Oszillationen und ein mögliches magnetisches Hintergrundfeld $\mu_0 H_0$ zu messen, bezüglich dem die $I_{s,\max}(B)$ -Kurve symmetrisch verläuft. Eine symmetrische Einhüllende der $I_{s,\max}(B)$ -Kurve im-

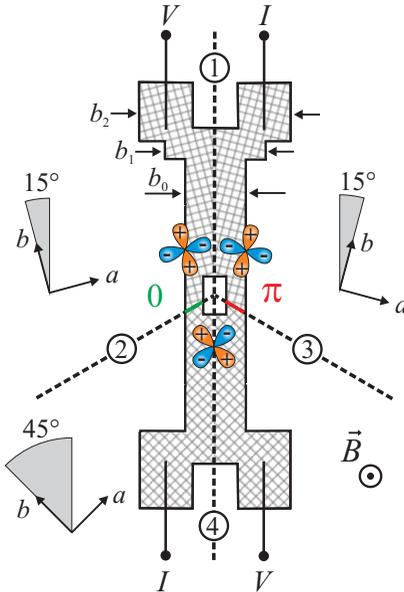


Abbildung 5.1: Skizze (nicht maßstabsgetreu) des strukturierten π -Design-SQUID auf einem Tetrakristall mit den vier Korngrenzenkontakten. (1), (2) und (3) sind 30° [001]-Tilt-Korngrenzen. Korngrenze (4) hat einen Winkel von 0° . Die Lage des $d_{x^2-y^2}$ -Wellenordnungsparameters ist durch eine Kleeblattstruktur angedeutet, modifiziert aus [Tom12c]. © 2012 APS.

pliziert zudem, dass weder eingefangener Fluss, noch Feldinhomogenitäten die SQUID-Oszillationen beeinflussen [Sch00].

Abbildung 5.1 zeigt das für das phasensensitive Experiment auf einem STO Tetrakristall-Substrat strukturierte π -Design-SQUID. Auf einer zuvor auf das Substrat aufgebracht, als Puffer dienenden 25 nm dicken BaTiO_3 -Schicht wurde mittels PLD ein $d = 22$ nm dicker $\text{Sr}_{1-x}\text{La}_x\text{CuO}_2$ -Dünnschicht mit einer Dotierung von $x \approx 0,15$ epitaktisch aufgewachsen. Abschließend folgte eine 10 nm dicke Au-Schicht, die eine Degradation des SLCO verhindern soll und als resistiver Shunt der Korngrenzen dient. Die Strukturierung erfolgte per Photolithographie und Ar-Ionenstrahlätzen. Eine ausführliche Beschreibung des Herstellungsprozesses befindet sich in [Tom12b]. Die kritische Temperatur des SLCO-Films wurde zu $T_c \approx 18$ K bestimmt. (1), (2) und (3) sind [001]-Tilt-Korngrenzen mit einem Korngrenzwinkel von 30° . Die Korngrenze (4) hat eine Fehlorientierung von 0° und bildet daher als einzige keinen Josephson-Korngrenzenkontakt. Der tetrakristalline Punkt befindet sich im rechteckigen SQUID-Loch der Größe $50 \mu\text{m} \times 75 \mu\text{m}$, so dass (2) und (3) die jeweils $L_{2,3} = 58 \mu\text{m}$ langen Josephsonkontakte des SQUIDs bilden. Der Korngrenzenkontakt (1)

ist mit einer Länge von $L_1 \approx 1,5$ mm deutlich länger und hat daher auch einen entsprechend größeren kritischen Strom. Die im Rahmen der Doktorarbeit von Jochen Tomaschko durchgeführte Probencharakterisierung fand bei $T = 4,2$ K in einem magnetisch und elektrisch abgeschirmten Helium-Badkryostaten statt. Für rauscharme Messungen in Vierpunktanordnung kam ein SQUID-Verstärker zum Einsatz. Hierbei wurde auch ein auf dem gleichen Chip befindliches Referenz-SQUID charakterisiert, das zwar die gleichen geometrischen Parameter wie das π -Design-SQUID hat, aber nur

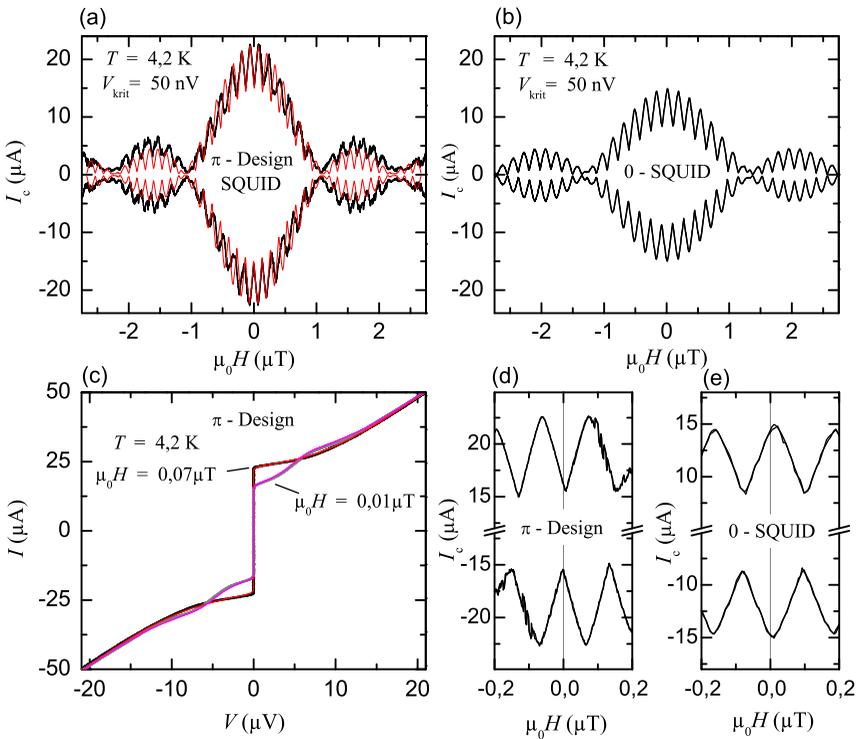


Abbildung 5.2: $I_c(H)$ -Charakteristik (a) des π -Design-SQUIDS und (b) des Referenz-SQUIDS. (c) $I(V)$ -Kennlinie des π -Design-SQUIDS für maximalen und minimalen kritischen Strom der SQUID-Oszillation. © APS. (d) und (e) sind vergrößerte Darstellungen der Messungen (a) und (b) um $\mu_0 H = 0 \mu\text{T}$. Gemessene Werte sind schwarz, berechnete rot dargestellt.

über eine Korngrenze so strukturiert wurde, dass es unabhängig von der Symmetrie der Ordnungsparameters ein 0-SQUID ist.

Die gemessenen $I(V)$ -Charakteristiken waren jeweils nicht hysteretisch und konnten durch numerisches Lösen der SQUID Langevin Gleichungen (2.82) und (2.83) reproduziert werden, siehe Abb. 5.2 (c). Für die Kontaktparameter des π -Design-SQUIDS ergaben sich dabei $I_0 = 12,2 \mu\text{A}$, $R = 0,87 \Omega$, und $C = 25 \text{ pF}$. Für den Induktivitätsparameter aus Glg. (2.77) konnte $\beta_L = 2,2$ mit $L = 187 \text{ pH}$ bei einer Asymmetrie von $a_L = 0,05$ ermittelt werden. Für den Anteil des in die einzelnen Josephsonkontakte einkoppelnden Flusses wurde $f_J = \Phi_J/\Phi_a = 0,12$ gefunden. Verteilt sich dieser homogen entlang der Kontakte, folgt mit dem linearen Phasenansatz analytisch eine sinc-förmige Einhüllende der $I_c(H)$ -Kurve.

Abbildung 5.2 (a) zeigt gemessene und berechnete $I_c(H)$ -Kurven des π -Design-SQUIDS. Das Magnetfeld wurde in z -Richtung senkrecht zur Filmebene angelegt. Es wurde ein Spannungskriterium von $V_{\text{krit}} = 50 \text{ nV}$ verwendet, womit der kritische Strom lediglich um bis zu $V_{\text{krit}}/R \sim 0,05 \mu\text{A}$ zu groß bestimmt wurde. Zu erkennen ist eine fraunhoferartige Modulation auf der eine SQUID-Oszillation mit einer Periode von $\mu_0\Delta H = 0,136 \mu\text{T}$ aufgeprägt ist, woraus sich eine Flussfokussierung von $4,05$ für das SQUID-Loch ableiten lässt. Für die Punktsymmetrie ($\pm 3,8 \text{ nT}$) der Kurven bei positivem und negativem I_c bezüglich eines Offset-Felds von etwa 4 nT ist die kleine induktive Asymmetrie verantwortlich.

Der kritische Strom hat also nahe $\mu_0 H = 0$ ein Minimum, vgl. auch Abbildung 5.2 (d). Dieses Merkmal tritt dann auf, wenn in einem der Kontakte eine zusätzliche Phasendifferenz von π induziert wird. Eine Verschiebung um $\pm\Phi_0/2$, entsprechend $\pm 0,068 \mu\text{T}$, aufgrund der Asymmetrie $\alpha_L = 0,05$ kann ausgeschlossen werden.

Die globale Modulation der $I_c(H)$ -Messung stimmt mit der aus der Berechnung gut überein. Die unterschiedlichen Amplituden im ersten Nebenmaximum sind auf Abweichungen von einer als homogen angenommenen Flussdichteverteilung zurückzuführen, wie später gezeigt wird.

Auffallend sind die Sprünge des kritischen Stroms in den gemessenen $I_c(H)$ -Kurven für $|\mu_0 H| \gtrsim \mu_0 H_S = 100 \text{ nT}$. Außerdem hat innerhalb der ersten Fraunhofer-Modulation die gemessene Kurve eine SQUID-Oszillation weniger als die berechnete Kurve. Das sind deutliche Hinweise darauf, dass parasitäre magnetische Flussquanten in die Probe eindringen und Streufluss in das SQUID einkoppelt. Für das Referenz-0-SQUID konnten diese Effekte nicht beobachtet werden, vgl. Abbildung 5.2 (b) und (e). Da Korngrenzenkontakt (1) bei Referenz-0-SQUID nicht vorhanden ist, sind

neben Abrikosov-Vortices vor allem Josephson-Vortices in der näheren Umgebung des π -Design-SQUIDS mögliche Ursache für die dort auftretenden Effekte.

Parasitär einkoppelnder Fluss könnte insbesondere mit Unterstützung von Flussfokussierungseffekten die SQUID-Oszillationen um einer halbe Periode verschieben und eine nachzuweisende intrinsische Phasendifferenz suggerieren, wobei die I_c -Diskontinuitäten durch eine spontane Vortexdynamik während der $I_c(H)$ -Messung entstehen könnten.

5.2 Abbildung von Josephson-Vortices

Zum Nachweis der $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie von SLCO gilt es, gepinnte Vortices, die auch im Nullfeld ihren Einfluss geltend machen, auszuschließen. Reproduzierbarkeit nach thermischem Cycling, Punktsymmetrie der Diskontinuitäten in den $I_c(H)$ -Kurven und Symmetrieuntersuchungen, für die über die Korngrenze (1) ein zusätzlicher Strom geschickt wurde, sprechen bereits dafür, dass Vortices erst ab einem kritischen Feld $\mu_0 H_c$ auftreten [Tom12a]. Zur eindeutigen Klärung wurden lokale Untersuchungen im TTREM durchgeführt.

Abbildung 5.3 zeigt eine im TTREM ohne SQUID-Verstärker gemessene $I_c(H)$ -Kurve des π -Design-SQUIDS bei $T = 4,8$ K und für ein $V_{\text{krit}} = 2 \mu\text{V}$ (schwarze Kurve). Es kann von einem bis zu $V_{\text{krit}}/R \sim 2 \mu\text{A}$ zu groß bestimmten kritischen Strom ausgegangen werden. Aufgrund des größeren magnetischen Restfelds in TTREM von $\sim 0,25 \mu\text{T}$ ist die $I_c(H)$ -Kennlinie

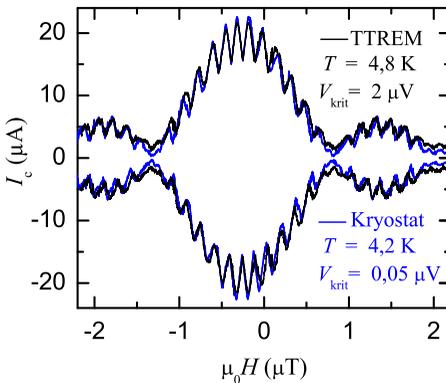


Abbildung 5.3: $I_c(H)$ -Charakteristik des π -Design-SQUIDS, gemessen im TTREM bei 4,8 K (schwarze Kurve). Im Vergleich dazu die Charakterisierungsmessung im Helium-Badkryostaten aus Abb. 5.2 (a), wobei die Kurve um $-0,25 \mu\text{T}$ verschoben wurde (blaue Kurve).

um etwa 2 SQUID-Oszillationsperioden verschoben. Aus der Lage des Maximums der sinc-förmigen Einhüllenden der $I_c(H)$ -Charakteristik des SDJ-SQUIDS ist diese Verschiebung eindeutig feststellbar. Der Vergleich mit der Charakterisierungsmessung im Helium-Badkryostaten aus Abb. 5.2 (a) zeigt nach Verschiebung dieser Kurve um den Betrag des Restfelds (blaue Kurve) eine gute Übereinstimmung auch hinsichtlich des Auftretens von I_c -Diskontinuitäten.

In Abbildung 5.4 (a) ist die $I_c(H)$ -Abhängigkeit zusammen mit der $V(H)$ -Kurve bei $I_{\text{Bias}} = 17,0 \mu\text{A}$ vergrößert um den Offset $\mu_0 H_{\text{off}} = -0,251 \mu\text{T}$ dargestellt. Die unterschiedlichen Sweep-Richtungen des Magnetfelds sind durch schwarze und grüne Linien dargestellt. Es zeigt sich ein nicht hysteretischer Bereich um das Offset-Feld. Bei größeren Feldern treten Diskontinuitäten im Verlauf von $I_c(H)$ auf, die zu magnetischen Hysteresen führen.

Für $\mu_0 H = 0,142 \mu\text{T}$ an der markanten Stelle (c) wurde zunächst ein Spannungsbild mit der in Kapitel 3.2.2 beschriebenen Abbildungstechnik aufgenommen. Die Arbeitspunkte aller für verschiedene Magnetfelder aufgenommenen Spannungsbilder (c) und (e) bis (k) liegen einheitlich bei $I_{\text{Bias}} = 17,0 \mu\text{A}$ und $V = V_{\text{krit}}$ und sind in der $I_c(H)$ -Kurve mit Pfeilen markiert. In der $V(H)$ -Kurve ergeben sich die entsprechenden Arbeitspunkte aus den Schnittpunkten der waagrechten rot-gestrichelten Linie mit der Messkurve. Wie im Folgenden auch, wurden die Strahlparameter $U_{\text{Strahl}} = 10 \text{ kV}$, $I_{\text{Strahl}} = 100 \text{ pA}$ und $f_{\text{Strahl}} = 6,669 \text{ kHz}$ verwendet. Relevante δV -Signale waren ausschließlich entlang der Korngrenzenkontakte (1), (2) und (3) zu beobachten, was für den gesamten möglichen Abbildungsparameterraum gilt. Abb. 5.4 (b) zeigt ein entsprechendes Oberflächenbild, in dem die Lagen der Korngrenzen skizziert sind.

Das homogene Spannungssignal mit einer Amplitude von 400 nV entlang eines der Josephsonkontakte des SQUIDS ist proportional zur dortigen Josephson-Stromverteilung, die in Abschnitt 5.3 eingehender untersucht wird. Das periodisch modulierende Signal mit einer maximalen Amplitude von 150 nV entlang Korngrenze (1), die vertikal und mittig in (c) verläuft, deutet auf eingedrungene Josephson-Fluxonen hin und soll nun näher diskutiert werden.

In Abbildung 5.4 (d) ist ein Linescan entlang der Korngrenze (1), beginnend an der Kante des SQUID-Lochs bei $x = 0$, gezeigt. Die Amplitude der Oszillation nimmt mit zunehmendem Abstand vom SQUID-Loch ab, wobei die Amplitude entlang $\Delta x = 1 \text{ mm}$ um den Faktor 5 kleiner wird. Für $x \gtrsim 0,65 \text{ mm}$, wo sich die Breite der supraleitenden Zuleitung sprunghaft

verändert, nimmt die Abnahme der Amplitude zu. Abbildung 5.5 (a) zeigt eine Analyse der Mittelpunkte der bipolaren Spannungssignale, die im Folgenden als Zentren von Josephson-Vortices betrachtet werden. Auffallend ist die Verringerung der Abstände zwischen den einzelnen Vortices wie-

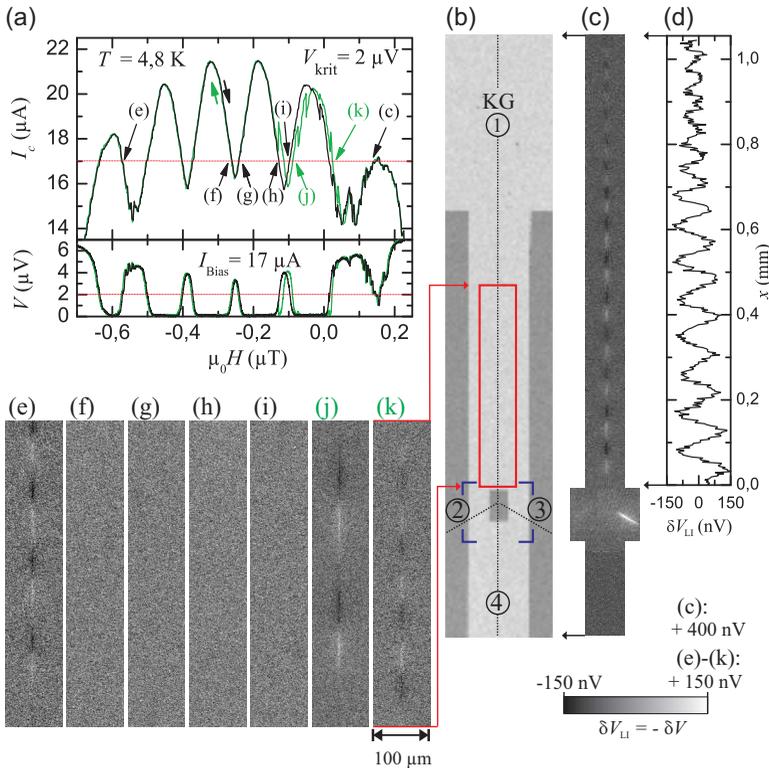


Abbildung 5.4: (a) $I_c(H)$ - und $V(H)$ -Kurven in einem Bereich von $\pm 3\Phi_0$ um das Offset-Feld, gemessen im TTREM, aus [Tom12c], © 2012 APS. Schwarze und grüne Linien unterscheiden die Sweep-Richtungen des Felds. Arbeitspunkte der Spannungsbilder (c) und (e)-(k) sind die Schnittpunkte der Messkurven mit den rot-gestrichelten Geraden bei $I_{\text{Bias}} = 17,0 \mu\text{A}$ bzw. $V = 2,0 \mu\text{V}$, die bei den entsprechenden Feldern mit Pfeilen markiert sind. (b) Oberflächenbild mit Orientierung der Korngrenzen. Das rote Rechteck zeigt die Lage der Aufnahmen (e)-(k). (d) Linienprofil $\delta V_{\text{LI}}(x)$ aus Spannungsbild (c) entlang von Korngrenze (1), die in (c) mittig verläuft.

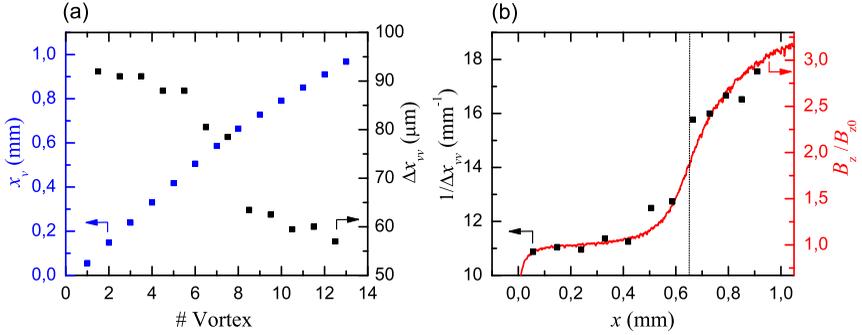


Abbildung 5.5: (a) Positionen der Vortices x_v (blau) aus Abb. 5.4 (c), ermittelt als Mittelpunkte der bipolaren Signale, sowie Abstände Δx_{vv} (schwarz) benachbarter Vortices. (b) Kehrwerte der Vortexabstände (schwarz) zusammen mit der mit Hilfe des Programms 3D-MSLI simulierten Verteilung der B_z -Magnetfeldkomponente in der Filmebene des Korngrenzenkontakts (rot) entlang x . Das Feld ist in Einheiten von B_{z0} , der in einer Entfernung von $x = 0,25$ mm zur SQUID-Lochkante anliegenden Feldkomponente, angegeben. Die gestrichelte Linie markiert die Stufe in der Stegbreite.

der für $x \gtrsim 0,65$ mm, was, wie weiter unten gezeigt wird, ein Effekt der Flussfokussierung in der Korngrenze ist.

Flussfokussierung, λ_L , Λ und Vortexausdehnung

Entlang 1 mm verteilen sich 13 Oszillationsperioden entsprechend einer Kette von 13 Fluxonen, woraus sich eine effektive Fläche von $A_{\text{eff},1} = 13\Phi_0 / (0,142 \mu\text{T} - \mu_0 H_{\text{off}}) = 6,84 \cdot 10^4 \mu\text{m}^2$ bestimmen lässt. Es folgt $t_{\text{eff}} \cdot \bar{f}_1 = 68,4 \mu\text{m}$, mit der effektiven magnetischen Eindringtiefe t_{eff} und der mittleren Flussfokussierung \bar{f}_1 entlang Korngrenze (1). Um aus den effektiven Größen auf die tatsächliche Flussfokussierung schließen zu können, ist nach Gleichung (2.37) die Kenntnis von λ_L bzw. der Pearl-Länge Λ nötig. Für die Londonsche Eindringtiefe wurde in [She05, Sat08, Kha08, Fru12] ein $\lambda_L \approx 100$ nm gefunden¹. Mit der Filmdicke $d = 22$ nm ergibt sich nach

¹Dieser Wert weicht von der Annahme in [Tom12a], wo $\lambda_L = 0,7 \mu\text{m}$ verwendet wurde, ab. Der Wert wurde vermutlich in der Referenz [Fru10] statt als Pearl-Länge bei einer Schichtdicke von 40 nm missverständlicher Weise als λ_L bezeichnet.

Glg. (2.11) eine Pearl-Länge von $\Lambda \approx 0,91 \mu\text{m}$. Für die effektive magnetische Eindringtiefe soll nach Glg.(2.39) $t_{\text{eff}} \approx 2\Lambda \approx 1,82 \mu\text{m}$ angesetzt werden.

Es ergibt sich $\bar{f}_1 = 37,6$. Eine geometrische Abschätzung der mittleren Flussfokussierung liefert mit $f_1 \approx (b_0/2)/t_{\text{eff}} = 41$ und der Stegbreite $b_0 = 150 \mu\text{m}$ (vgl. Abb. 5.1) einen ähnlichen Wert. Die Flussfokussierungen entlang der Korngrenzen (2) und (3) lassen sich ebenfalls über die effektiven Flächen bestimmen. Aus der Oszillationsperiode der sinc-förmigen Einhüllenden $\Delta B_J = 1,13 \mu\text{T}$ ergibt sich eine effektive Fläche für die Korngrenzen-Josephsonkontakte des SQUIDS von $A_{\text{eff},2,3} = \Phi_0/\Delta B_J = 1,825 \cdot 10^3 \mu\text{m}^2$. Der Wert stimmt mit der Abschätzung $A_{\text{eff}} \approx 0,543 \cdot L_{2,3}^2 = 1,827 \cdot 10^3 \mu\text{m}^2$ für dünne Filme und kurze Korngrenzenkontakte nach [Ros91, Hum93] überein. Es folgt $f_{2,3} = A_{\text{eff},2,3}/(L_{2,3}t_{\text{eff}}) = 17,5$.

Für vergleichbare Korngrenzenkontakte aus YBCO wurden ähnliche Flusskomprimierungen im Bereich $f \approx 15$ beobachtet [Zha95]. Die etwa um den Faktor 2 größere Flussfokussierung in Korngrenze (1) ist auf geometrische Unterschiede zurückzuführen. Die Betrachtungen zeigen, dass im vorliegenden Dünnschichtlimit t_{eff} durch die Pearl-Länge ausgedrückt werden kann.

Die vom SQUID aus gestuft größer werdende Stegbreite der supraleitenden Zuleitung, vgl. Abbildung 5.1, verursacht eine ortsabhängige Flussfokussierung $f_1(x)$ entlang Korngrenze (1). Die für die gezeigte TTREM-Abbildung (c) relevante Abstufung befindet sich bei $x = 0,65 \text{ mm}$, wo sich der supraleitende Steg von $b_0 = 150 \mu\text{m}$ auf $b_1 = 600 \mu\text{m}$ verbreitert. Für ein senkrecht zur Filmebene angelegtes Magnetfeld wurden mit dem Programm 3D-MSLI [Kha03] die Abschirmströme der untersuchten Struktur simuliert, womit die relative Feldverteilung entlang der als Schlitz modellierten Korngrenze berechnet werden konnte. Abbildung 5.5 (b) zeigt den simulierten Verlauf der bei $z = 0$ senkrecht zur Filmebene stehenden Feldkomponente $B_z(x)$, normiert auf den Feldwert B_{z0} bei $x = 0,25 \text{ mm}$, zusammen mit den Kehrwerten der aus Abbildung 5.4 (c) ermittelten Vortexabstände $\Delta x_{\text{vv}}(x)$. Die gewählte Darstellung verdeutlicht die Proportionalität zwischen berechneter lokaler Feldstärke, also der lokalen Flussfokussierung $f_1(x)$, und den reziproken Vortexabständen. Der zu erwartende mittlere Vortexabstand $\bar{\Delta x}_{\text{vv}} = \Phi_0/(\bar{f}_1\mu_0 H t_{\text{eff}}) = 77 \mu\text{m}$ liegt im Bereich der mittleren gemessenen Vortexabstände aus Abbildung 5.5 (a).

Mit der kritischen Stromdichte $j_{c0} = 956 \text{ A/cm}^2$ folgt für die charakteristische Länge eines einzelnen Josephson-Vortex im Dünnschichtlimit der hier vorliegenden Korngrenzengeometrie $l = \Phi_0/(4\pi\mu_0 j_{c0}\lambda_L^2) = 1370 \mu\text{m}$. Da-

mit gilt $l \gg \Lambda$, womit nach Abschnitt 2.3.4 der „Phasenschweif“ und der Vortextkern eine temperaturabhängige Ausdehnung entlang des Josephsonkontaktes von je $\sqrt{l\Lambda}(T) \approx 35,3 \mu\text{m}$ bei $T = 4,8 \text{ K}$ haben. Mit der so bestimmten Vortextausdehnung im Dünnschichtlimit kann also ein einzelner Josephsonkontakt der SQUID-Struktur als kurzer Kontakt betrachtet werden, da $2L_{2,3}/\sqrt{l\Lambda} \approx 3$.

Würde die Josephson-Eindringtiefe nach Gleichung (2.35) bestimmt werden, welche für die vorliegende Kontaktgeometrie genau genommen nicht gültig ist, ergebe sich mit $d_{\text{eff}} = 2\lambda_L$ ein Wert von $\lambda_J = 11,7 \mu\text{m}$ und $L_{2,3}/\lambda_J \approx 5$, womit es sich bereits um lange Kontakte handeln würde.

Kritisches Feld $\mu_0 H_c$

Am oberen Ende der langen Korngrenze (1) bei $x \approx 1,5 \text{ mm}$ beträgt die Stegbreite $b_2 \approx 2 \text{ mm}$. Da in der speziellen Geometrie (vgl. Abbildung 5.1) entfernte supraleitende Flächen auf den Wert der Flussfokussierung in der Korngrenze nur einen kleinen Einfluss haben dürften, soll für eine geometrische Abschätzung der lokalen Flussfokussierung eine effektive Stegbreite $\tilde{b}_2 \approx 600 \mu\text{m}$ herangezogen werden. Damit ergibt sich $f_{1,\text{max}} \approx (\tilde{b}_2/2)/t_{\text{eff}} = 165$.

Das lokale kritische Feld, ab dem Vortices in einen Josephsonkontakt eindringen können, kann mit Gleichung (2.54) bestimmt werden. Hierbei geht die elliptische Fläche $A_v = \pi\lambda_J t_{\text{eff}}/2$ der Vortices mit ein.

Für den hier betrachteten Fall der Korngrenzengeometrie im Dünnschichtlimit beträgt, wie bereits gezeigt, die Ausdehnung der Josephson-Vortices $\sqrt{l\Lambda}$ entlang der Korngrenze, bzw. 2Λ senkrecht dazu, woraus sich eine ausgeprägt elliptische Vortex-Form mit einem Halbachsenverhältnis von ≈ 20 und einer Fläche von $A_v^{\text{thin}} = \pi\sqrt{l\Lambda}/2 \cdot \Lambda$ ergibt. Wird für eine Abschätzung des kritischen Feldes analog zu Glg. (2.54) A_v^{thin} berücksichtigt, folgt $\mu_0 \tilde{H}_c = \Phi_0/(\pi A_v^{\text{thin}}) = 13,0 \mu\text{T}$. Mit der abgeschätzten Flussfokussierung ergibt sich ein äußeres kritisches Feld von $\mu_0 H_c = \mu_0 \tilde{H}_c / f_{1,\text{max}} \approx 0,08 \mu\text{T}$. Dies entspricht in etwa dem gemessenen Wert für das Auftreten von Sprüngen in den $I_c(H)$ -Kurven ab $\mu_0 H_S \approx 0,1 \mu\text{T}$.

Am Rand von Korngrenze (1) eingedrungene Fluxonen erfahren durch über die Korngrenze fließende Abschirmströme unabhängig von der Polarität des Feldes eine Lorentzkraft, die zum SQUID hin gerichtet ist. Über die Korngrenze fließende Biasströme (diagonale Biasversorgung, vgl. Abbildung 5.1) erzeugen je nach Polarität von $\mu_0 H$ und den entsprechenden Fluxonen eine Lorentzkraft, die zum SQUID hin oder weg orientiert

sein kann, was das unsymmetrische Auftreten der Sprünge in den $I_c(H)$ -Kurven bezüglich des Offset-Felds erklären kann. Zudem lässt sich damit die in Abbildung 5.2 (d) gezeigte Punktsymmetrie der Diskontinuitäten erklären. Die kleinen Hysteresen im Bereich der Diskontinuitäten deuten darauf hin, dass die Vortices gepinnt sind, bevor sie bei Verkleinerung des Feldes die Korngrenze wieder verlassen.

Zur Bildentstehung

Auf der Temperaturabhängigkeit der Vortexausdehnung $\sqrt{l\Delta}(T)$ basiert die in Kapitel 3.3.2 beschriebene Vortexabbildung, bei der eine durch den Elektronenstrahl induzierte lokale Temperaturerhöhung eine virtuelle Verschiebung des Vortex Δr , und damit eine Änderung des im SQUID einkoppelnden Streuflusses $\Delta\Phi$ verursacht, die nach Glg. (3.13) von der Kopplungsstärke $\partial\Phi/\partial r$ abhängt. In dieser Hinsicht dient bei der TTREM-Abbildung das SDJ-SQUID selbst als Detektor für eine induzierte Flussänderung lokal gestörter Josephson-Vortices in der Korngrenze. Bei entsprechender Wahl des Arbeitspunktes ist die messbare Spannungsänderung δV proportional zu $\Delta\Phi$. Die Proportionalitätskonstante (oder optimalerweise die Transferfunktion V_Φ) ist die Steigung in den jeweiligen Arbeitspunkten der $V(H)$ -Abhängigkeit, siehe Abbildung 5.4 (a). Die vorliegenden Steigungen für die TTREM-Abbildungen 5.4 (e)-(k) sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

TTREM-Abbildung	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)	(j)	(k)
$\frac{\partial V}{\partial \Phi} (\mu V/\Phi_0)$	43	33	-33	40	-36	-57	68

Tabelle 5.1: Steigung in den Arbeitspunkten der TTREM-Aufnahmen aus Abbildung 5.4.

Für die TTREM-Abbildung (c) beträgt die Steigung $\frac{\partial V}{\partial \Phi} = -50,5 \mu V/\Phi_0$, woraus sich mit der Amplitude des detektierten Spannungssignals eine maximale induzierte Flussänderung von $|\Delta\Phi_{\max}| = 2,97 m\Phi_0$ ergibt.

Um die zugehörige virtuelle Verrückung eines Vortex durch die induzierte Störung abschätzen zu können, wurde zunächst die Verschiebung $|\Delta B|$ zwischen gemessener $I_c(H)$ -Kurve (Abb. 5.4 (a)) und simulierter Kurve (Abbildung 5.2 (a)) für die jeweiligen Arbeitspunkte der abgebildeten Vortexketten (c), (e), (j) und (k) bestimmt, wobei das Offset-Feld bereits abgezogen wurde. Daraus ergibt sich jeweils der Betrag des einkoppelnden

Flusses Φ_{Ke} der gesamten Vortextkette. Zusätzlich wurde in guter Näherung für die in Abbildung 5.6 (a) dargestellte Abhängigkeit der mittleren Vortexabstände $\overline{\Delta x_{\text{vv}}}$ von der Position x_1 des am nächsten am SQUID-Loch befindlichen Vortex ein linearer Verlauf $\overline{\Delta x_{\text{vv}}} = \alpha x_1$, mit $\alpha = 1,15$ ermittelt. Für die Vortexposition des vom SQUID aus gezählten n -ten Vortex der Kette ergibt sich $x_n = x_1 + (n - 1)\alpha x_1$. Der magnetische Fluss, den ein einzelner entlang der Korngrenze (1) befindlicher Vortex in das SQUID einkoppelt, soll dem Ansatz

$$\Phi_v(x) = \frac{p}{(x - x_c)^a} \quad (5.1)$$

genügen. Mit dieser Funktion kann die mit dem Programm 3D-MSLI numerisch berechnete Kopplung bestmöglich angepasst werden. x entspricht dem radialen Abstand vom SQUID. Eine Kette aus N Vortices koppelt in das SQUID insgesamt einen Fluss von

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{Ke}} &= \sum_{n=1}^N \Phi_v(x_n) \\ &= \left[1 + \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 + n \cdot \frac{\alpha \cdot x_1}{x_1 - x_c} \right)^{-a} \right] \cdot \Phi_v(x_1) \end{aligned} \quad (5.2)$$

ein. Für $a = 2$, $x_c = 0$ und unter der Annahme, dass hauptsächlich die ersten fünf Vortices der Kette zu berücksichtigen sind, folgt $\Phi_v(x_1) \approx 0,719 \cdot |\Phi_{\text{Ke}}|$. In Abbildung 5.6 (b) ist das so ermittelte $|\Phi_v|$ der abgebildeten Vortextketten in Abhängigkeit des jeweiligen x_1 gezeigt (schwarze Punkte). Die rote Kurve ist eine den Messpunkten durch Variation des Parameters p angepasste Funktion der Form $\Phi_v(x)$, mit Hilfe derer die Kopplungsstärke $\partial\Phi_v/\partial x$ eines einzelnen Vortex bei x_n bestimmt werden kann. Für den Zustand (c) ist diese im Inset mit zunehmendem n dargestellt.

Entgegen dieser Berechnung fällt die Amplitude des gemessenen Signals und damit die Flusskopplungsstärke mit zunehmendem Abstand x des Bestrahlungsortes innerhalb der Vortextkette wesentlich langsamer ab, vgl. Linescan in Abb. 5.4 (d). Als Ursache wird eine Wechselwirkung der Vortices untereinander angenommen, wie es für ähnliche Vortexabbildungen in YBCO-Korngrenzenkontakten vorgeschlagen wurde [Kei00]. Wird ein Vortex m innerhalb der Vortextkette durch den Elektronenstrahl virtuell um Δr_m bewegt, soll sich über eine Vortex-Vortex-Kopplung κ ein benachbarter Vortex um $\Delta r_{m\pm 1} = \kappa \cdot \Delta r_m$ verschieben, der wiederum den nächsten

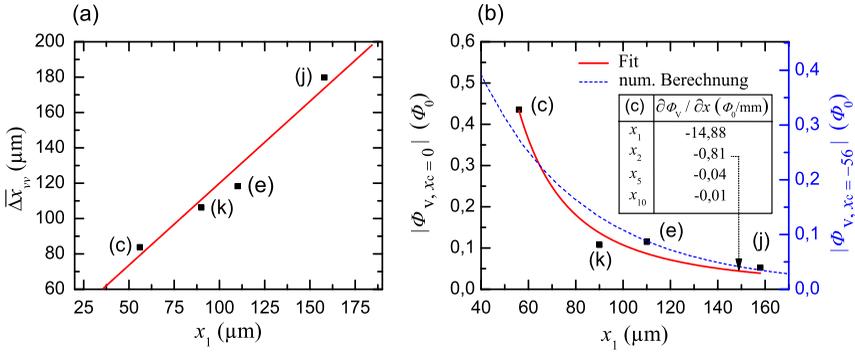


Abbildung 5.6: (a) Mittlere Vortexabstände $\overline{\Delta x_{vv}}$ im Bereich $0 < x < 0,5$ mm in Abhängigkeit der Position x_1 des dem SQUID am nächsten befindlichen Vortex für die Vorketten der verschiedenen Arbeitspunkte aus Abbildung 5.4. Die rote Gerade ist ein linearer Fit mit $\overline{\Delta x_{vv}} = 1,15 \cdot x_1$. (b) Aus der Verschiebung der gemessenen zur simulierten $I_c(H)$ -Kurve ermittelter, in das SQUID einkoppelnder Fluss Φ_v für die unterschiedlichen Abstände x_1 des jeweils SQUID-nächsten Vortex (schwarze Punkte). Der Verlauf wurde entsprechend Ansatz (5.1) mit $a = 2$, $x_c = 0$, $p = 1307 \Phi_0 \mu\text{m}^2$ angepasst (rote Kurve). Die unter der Randbedingung $\Phi_v(0) = \Phi_0$ mit 3D-MSLI numerisch berechnete Kopplung ist blau gestrichelt dargestellt. Inset: Für unterschiedliche Vortexpositionen x_n des Zustands (c) ermittelte Kopplungsstärken einzelner Vortices.

Vortex verrückt. Die sich ergebende Bewegung der gesamten Kette verursacht eine Flussänderung im SQUID von

$$\Delta \Phi_{\text{Ke},m} = \sum_{n=1}^N \left. \frac{\partial \Phi_v}{\partial x} \right|_{x_n} \kappa^{|m-n|} \Delta r_m, \quad (5.3)$$

die hauptsächlich von den SQUID-nächstgelegenen Vortices verursacht wird. Aus den abgebildeten Signalamplituden für $m = 1$ und für $m = 10$ wurden die einkoppelnden Flussänderungen $\Delta \Phi_{\text{Ke},1} = 2,970 \text{ m}\Phi_0$ und $\Delta \Phi_{\text{Ke},10} = 0,693 \text{ m}\Phi_0$ bestimmt. Wird eine ortsunabhängige Verrückung $\Delta r_{m=1} = \Delta r_{m=10}$ vorausgesetzt, so folgt mit Gleichung (5.3)

$$\Delta \Phi_{\text{Ke},1} \cdot \sum_{n=1}^N \left. \frac{\partial \Phi_v}{\partial x} \right|_{x_n} \kappa^{|10-n|} = \Delta \Phi_{\text{Ke},10} \cdot \sum_{n=1}^N \left. \frac{\partial \Phi_v}{\partial x} \right|_{x_n} \kappa^{|1-n|}. \quad (5.4)$$

a	$-x_c$ (μm)	p ($\Phi_0 \mu\text{m}^a$)	κ	Δr_m (nm)	$-\partial\Phi_{v1}/\partial x _{x_1}$ (Φ_0/mm)			
					(c)	(k)	(e)	(j)
3	0	94830	0,850	101	28,9	4,34	1,94	0,46
	37,5	354500	0,847	200	13,9	4,02	2,25	0,73
2	0	1307	0,848	188	14,9	3,60	1,96	0,66
	37,5	2619	0,843	403	6,41	2,53	1,63	0,70
*	56	3155	0,840	552	4,49	2,03	1,38	0,64
1	0	11,74	0,840	672	3,73	1,44	0,97	0,47
	37,5	14,11	0,830	1370	1,61	0,87	0,65	0,37
0,5	0	0,8483	0,830	2200	1,01	0,50	0,37	0,21
	37,5	0,8845	0,819	3950	0,49	0,31	0,25	0,16

Tabelle 5.2: Nach dem Ansatz (5.1) bestimmtes κ , Δr_m und Kopplungsstärken an der Stelle des ersten Vortex x_1 der TTREM-Abbildungen (c), (k), (e) und (j) für verschiedene Parameter a und x_c der Abstandsfunktion $\Phi_v(x)$, wobei über p der Verlauf den Messwerten aus Abbildung 5.6 (b) angepasst wurde. Die mit \star markierte Anpassung erfüllt zusätzlich die Randbedingung $\Phi_v(x=0) = \Phi_0$.

Unter der Annahme, dass für die Flussänderung im SQUID im Wesentlichen die ersten fünf Vortices der Kette verantwortlich sind ($N = 5$), folgt nach numerischer Lösung von Gleichung (5.4) ein $\kappa = 0,8476$, womit sich aus Glg. (5.3) eine virtuelle Verschiebung von $\Delta r_m = 188 \text{ nm}$ ergibt. Ein weiterhin bestehendes Problem des bisherigen Ansatzes ist, dass die Signalhöhen der Vortexketten (k), (e) und (j) entgegen der Abschätzung für die Kopplungsstärken der SQUID-nahen Vortices kaum gegenüber Abb. (c) verringert sind, wofür nicht allein die Variation der Transferfunktionen (vgl. Tabelle 5.1) verantwortlich sein kann. Eine Verringerung dieser Diskrepanz kann dadurch erreicht werden, dass die Abstandsfunktion des einkoppelnden Flusses $\Phi_v(x)$ so angepasst wird, dass sie im Bereich $55 \mu\text{m} \lesssim x \lesssim 160 \mu\text{m}$ zunehmend linear verläuft. Für den einfachen verwendeten Ansatz (5.1) kann dies in einem gewissen Rahmen durch Variation der Parameter a und x_c (unter optimaler Anpassung via p) erfolgen, wie in Tabelle 5.2 dargestellt ist. Wenn zusätzlich die Randbedingung $\Phi_v(x=0) = \Phi_0$ erfüllt sein soll, ergeben die Parameter der mit \star gekenn-

zeichneten Zeile die bestmögliche Kurvenanpassung, die dem in Abb. 5.6 (b) blau gestrichelt dargestellten Verlauf entspricht. Der jeweilige Wert von x_c bestimmt hier die Skalierung der Φ_v -Achse, vgl. Glg. (5.2).

Es zeigt sich, dass die Wechselwirkung zwischen den Vortices κ relativ unabhängig von der Variation des Kurvenverlaufs ist, während sich Δr_m um etwa eine Größenordnung ändert. Mit einer komplexeren Vortex-Vortex-Kopplung, die über die Vortextdichte vom jeweiligen Vortextzustand abhängt, könnte die oben erwähnte Diskrepanz ebenfalls verkleinert werden. Mit $\sqrt{l\Lambda}(T) = \sqrt{\Phi_0/[2\pi\mu_0 j_{c0}(T)d]}$ folgt die Temperaturabhängigkeit der Vortextausdehnung unabhängig von λ_L über die von der Cooper-Paardichte abhängigen maximalen kritischen Stromdichte.

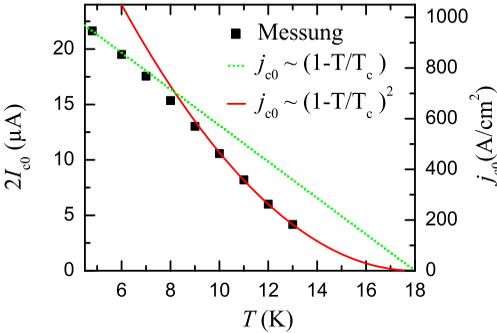


Abbildung 5.7: Temperaturabhängigkeit des kritischen Stroms bzw. der kritischen Stromdichte der SQUID-Kontakte, ermittelt im Maximum der $I_c(H)$ -Oszillation mit $V_{\text{krit}} = 2\mu\text{V}$. An die gemessene Kurve wurde für $T < 9\text{K}$ ein linearer, und für $T > 9\text{K}$ ein quadratischer Verlauf angepasst.

Abbildung 5.7 zeigt die gemessene $j_{c0}(T)$ -Abhängigkeit für die SQUID-Korngrenzenkontakte (2) und (3), deren Gültigkeit auch für Korngrenzenkontakt (1) angenommen wird. In Analogie zu [Tom11] verhält sich der Kurvenverlauf für $9\text{K} \leq T \leq T_c$ wie $j_{c0} \propto (1 - T/T_c)^2$, was auf die Abnahme des Ordnungsparameters Δ an der Korngrenze wegen der kleinen Kohärenzlänge ξ_{GL} des Kupratsupraleiters zurückzuführen ist [Deu87]. Für niedrigere Temperaturen geht der Verlauf in eine lineare $j_{c0}(T)$ -Abhängigkeit über, wie es für Korngrenzenkontakte in Hochtemperatursupraleitern typisch ist [Hil02]. An der Stelle $T = 4,8\text{K}$ wurde $dj_{c0}/dT \approx -100\text{A}/(\text{cm}^2 \cdot \text{K})$ bestimmt.

Eine homogenen angenommene Temperaturänderung ΔT innerhalb des effektiven Durchmessers $2 \cdot \sqrt{2}\sigma$ der thermischen Störung bewirkt eine Änderung der Vortextausdehnung $\Delta\sqrt{l\Lambda} = -2 \cdot \sqrt{2}\sigma / (2j_{c0}) \cdot dj_{c0}/dT \cdot \Delta T$, wobei berücksichtigt wird, dass nur ein Anteil $2 \cdot \sqrt{2}\sigma / \sqrt{l\Lambda}$ des Vortex thermisch gestört wird. Angenommen für die virtuelle Verschiebung gilt $\Delta r_m \approx$

$\frac{1}{2}\Delta\sqrt{l\Lambda}$, so ergibt sich für das in Kapitel 5.3 bestimmte $\sigma = 1,3\ \mu\text{m}$ des Gauß-förmigen Temperaturprofils:

$$\Delta r_m = 96,2\ \text{nm/K} \cdot \Delta T. \quad (5.5)$$

Die nach den Gleichungen (5.3) und (5.4) bestimmte virtuelle Verschiebung $\Delta r_m = 188\ \text{nm}$ erfordert schließlich $\Delta T = 2,0\ \text{K}$, das $\Delta r_m = 552\ \text{nm}$ der Parametrisierung unter Erfüllung der Randbedingung gar $\Delta T = 5,7\ \text{K}$.

Da für die Reichweite des Elektronenstrahls $R(10\ \text{kV}) \approx 500\ \text{nm} \gg d$ gilt, ergibt sich nach [Har89] die maximale induzierte Temperaturerhöhung aus der in einem homogenen Substrat deponierten Strahlleistung $P_{\text{Strahl}} = 1\ \mu\text{W}$ und der Wärmeleitfähigkeit von STO $\kappa_{\text{STO}}(5\ \text{K}) \approx 2,0\ \text{W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ [Yu08] zu $\Delta T_{\text{STO}} = 3P_0/(2\pi\kappa_{\text{STO}}R) = 0,5\ \text{K}$. In dieser Abschätzung wird der thermische Grenzflächenwiderstand zwischen Substrat und Pufferschicht bzw. SLCO-Film vernachlässigt, der vor allem für $T \lesssim 50\ \text{K}$ die induzierte Temperaturverteilung im Film beeinflusst [Gro85]. Spezielle Wärmeleitungseigenschaften entlang der Korngrenze könnten ebenfalls ein Grund für das bis zu einer Größenordnung größer bestimmte ΔT im SLCO-Film des Korngrenzenkontaktes sein.

Da für eine Einschätzung der korrekten Parametrisierung von $\Phi_v(x)$ die genaue Größe der thermischen Störung relevant ist, wird ΔT in Abschnitt 5.3 über eine quantitative Analyse der abgebildeten Suprastromdichte bestimmt und die Diskussion auf Seite 163 f. fortgeführt.

Polarität der Vortexsignale

Die Polarität der Vortices kehrt sich bei einem Vorzeichenwechsel des externen Feldes um, womit sich bei gleichbleibendem Vorzeichen der Transferfunktion die Polarität der abgebildeten Vortexsignale ebenfalls umkehrt, wie an den Abbildung 5.4 (e) und (k) zu erkennen ist. Den gleichen Effekt beobachtet man zwischen den Abbildungen (j) und (k), wenn das Vorzeichen der Transferfunktion bei gleichbleibender Feldorientierung wechselt. Die dem SQUID zugewandte Hälfte des bipolaren Signals entsteht durch eine betragsmäßige Zunahme des einkoppelnden Flusses, da sich der Vortex bei lokaler Störung in diesem Bereich zum SQUID hin verschiebt. Für den Fall (j) erwartet man dort mit der negativen Transferfunktion und dem positiven externen Feld ein negatives Spannungssignal $\delta V < 0$, was auch beobachtet wurde.

Der Phasenabgleich des Lock-In-Verstärkers wurde so gewählt, dass bei der Abbildung der Suprastromverteilung in den Josephsonkontakten, vgl.

Abb. 5.4 (c) unten, ein positives Lock-In-Signal δV_{LI} einem positiven j_s entspricht, weshalb das tatsächliche über das SQUID abfallende Spannungssignal $\delta V = -\delta V_{LI}$ beträgt.

Flusseinfang bei Einkühlen im Magnetfeld

Die bisherigen Betrachtungen zeigen, dass es sich bei den bipolaren Signalen entlang Korngrenze (1) um eingedrungene Fluxonen handelt, die Streufluss in das SDJ-SQUID einkoppeln. Der über das π -SQUID geführte Nachweis der $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie in SLCO wird aber dadurch nicht beeinflusst, da in einem Bereich $|\mu_0(H - H_{\text{off}})| \lesssim 0,1 \mu\text{T}$ um das Nullfeld der $I_c(H)$ -Kurve kein eingefangener Fluss abgebildet werden konnte, was die Auswahl an Arbeitspunkten der Abbildungen 5.4 (f)-(i) zeigt.

Zur Unterstützung dieser Interpretation wurde die Probe bei Anlegen eines externen Feldes $|\mu_0 H_{\text{cool}}| > 1 \mu\text{T}$ durch T_c abgekühlt, um gezielt Auswirkungen parasitär eingefangenen Flusses auf den Bereich um das Hauptmaximum zu untersuchen.

Die Einhüllende der anschließend gemessenen $I_c(H)$ -Kurve, siehe Abbildung 5.8 (a), war zunächst um ein zusätzliches Offset-Feld verschoben, wobei im Hauptmaximum je nach Stärke des Einkühlfeldes $\mu_0 H_{\text{cool}}$ ein Maximum der SQUID-Oszillationen liegen konnte, wie es für ein konventionelles 0-SQUID zu erwarten wäre. Zusätzlich traten markante Diskontinuitäten, verbunden mit einer ausgeprägten Hysterese, auf. TTREM-Abbildungen der Korngrenze (1) für einen stabilen Arbeitspunkt waren in diesem Zustand für $|\mu_0(H - H_{\text{off}})| \lesssim 0,2 \mu\text{T}$ nicht möglich, da sich die $I_c(H)$ -Kurve durch Bestrahlung der Korngrenze ohne erneutes Einkühlen irreversibel veränderte, wie Spannungsbild 5.8 (d) zeigt, das für einen Arbeitspunkt nahe des Hauptmaximums ($\mu_0[H - H_{\text{off}}] = 0,053 \mu\text{T}$, $I = 17 \mu\text{A}$, $48 \mu\text{V}/\Phi_0$) aufgenommen wurde. Zu Beginn des vom SQUID-Loch ausgehenden Rastervorgangs zeigte sich im Gegensatz zu den Zero-Field-Cooling-Aufnahmen 5.4 (f)-(i) bereits im Nullfeldbereich das Signal eines Fluxons. Das Spannungssignal verschwand jeweils in der zweiten Hälfte des bipolaren Signals, was vermutlich auf eine induzierte spontane Änderung des Flusszustands zurückzuführen ist, wobei die über das angelegte Magnetfeld und den Biasstrom eingestellte Transferfunktion aus dem für eine Abbildung notwendigen Wertebereich entweichen kann.

Die Veränderung des Flusszustands erfolgte derart, dass durch mehrmaliges Abrastern, ausschließlich des Stegs um die Korngrenze (1), ein bezüglich der Bestrahlung stabiler $I_c(H)$ -Zustand, vgl. Abbildung 5.8 (b),

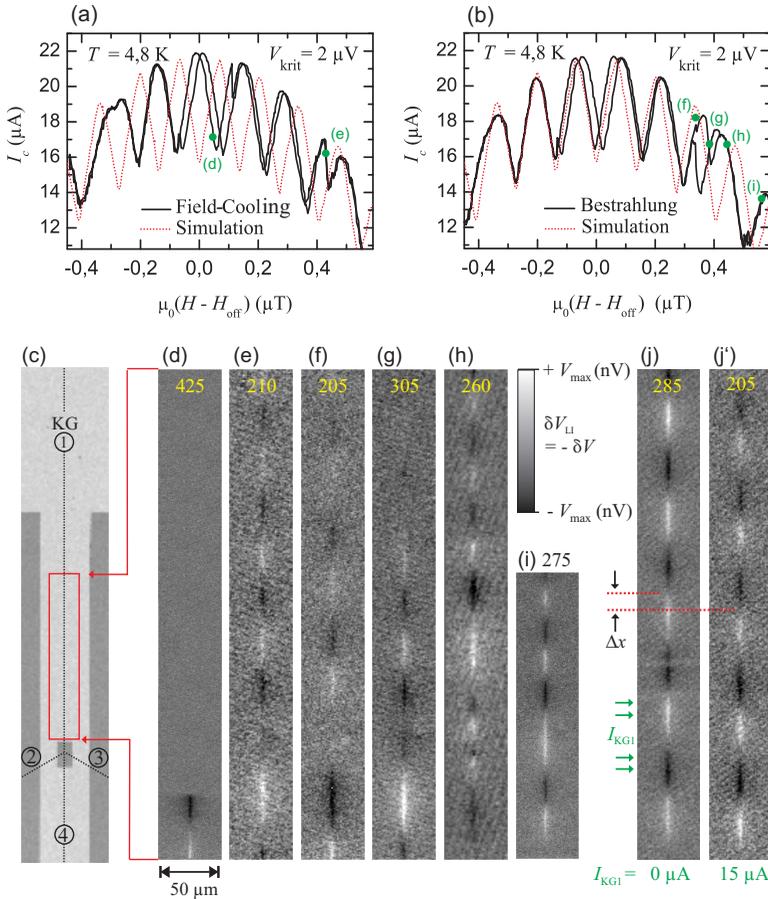


Abbildung 5.8: $I_c(H)$ -Kennlinien mit Flusseinfang durch Field-Cooling (a) vor Bestrahlung ($H_{\text{off}} = -0,338 \mu\text{T}$) und (b) nach anschließender Bestrahlung ($H_{\text{off}} = -0,262 \mu\text{T}$) von Korngrenze (1), jeweils mit simulierter $I_c(H)$ -Abhängigkeit und gekennzeichneten Arbeitspunkten der TTEM-Abbildungen (d)-(i). (j) und (j') sind Spannungsbilder nach Zero-Field-Cooling bei gleichem Arbeitspunkt wie Aufnahme 5.4 (c), die sich in einem zusätzlichen Strom I_{KG1} über Korngrenze (1) unterscheiden. Jeweils oben im Bild sind die maximalen Spannungswerte V_{max} der Graustufenskala in Einheiten von nV angegeben. Die Lage der Spannungsbilder ist im Oberflächenbild (c) durch ein rotes Rechteck angedeutet.

ähnlich dem Zustand aus Abb. 5.4, hergestellt werden konnte. Die SQUID-Oszillationen zeigen bezüglich des Fraunhofer-Maximums wieder eine Verschiebung von $\Phi_0/2$, entsprechend einem π -SQUID. Die weiterhin vorhandene Hysterese deutet auf verbliebenen gepinnten Fluss hin. Im Steg um die Korngrenze (1) wird offensichtlich in Pinningzentren mit kleiner Pinningbarriere magnetischer Fluss festgehalten, der in das SQUID einkoppelt und durch die Wechselwirkung mit dem Elektronenstrahl über größere Distanzen verschoben oder „herausgekämmt“ werden kann.

Für bezüglich der Wechselwirkung mit dem Elektronenstrahl stabile Zustände wurden die Spannungsbilder 5.8 (e)-(i) aufgenommen, deren Arbeitspunkte in den $I_c(H)$ -Kurven gekennzeichnet sind. Im Vergleich zu den Vortexketten bei Zero-Field-Cooling aus Abbildung 5.4 treten zum einen unregelmäßige Strukturen auf, zum anderen erfolgt nach einem SQUID-nahen großen Signal eine auffallend starke Abnahme der Signale der weiter entfernten Vortices. Beides wird als Hinweis auf eine Wechselwirkung der durch das Anlegen des Magnetfelds eindringenden Josephson-Vortices mit gepinntem magnetischem Fluss gewertet. Offenbar stabilisiert die eindringende Vortexkette den gepinnten Flusszustand, was die ab $|\mu_0(H - H_{\text{off}})| \gtrsim 0,2 \mu\text{T}$ möglichen stabilen Spannungs-Abbildungen erklären könnte. Dabei scheint die über die Vortexkette vermittelte Kopplung der virtuellen Verrückung für entferntere Vortices unterbrochen zu sein bzw. geringer auszufallen, als bei Zero-Field-Cooling, wofür ein schwächeres κ des gepinnten Flusszustands verantwortlich sein könnte.

Vermutet wird ein unmittelbar am SQUID-Rand gepinnter Vortex, der sich dort durch ein unsymmetrisches bipolares Signal bemerkbar macht. Angenommen es handele sich um einen einzigen gepinnten Vortex, so würde er mit der in Abb. 5.6 (b) gezeigten Kopplungsfunktion (blaue Kurve) an der Position $x_p = 23 \mu\text{m}$ einen Fluss von $\Phi_0/2$ in das SQUID koppeln und wäre somit für das Maximum der SQUID-Oszillationen bei $\mu_0 H_{\text{off}}$ der $I_c(H)$ -Kurve 5.8 (a) verantwortlich. Bei $x \approx 25 \mu\text{m}$ liegt im Spannungsbild 5.8 (d) das Zentrum des bipolaren Signals. Im Nullfeldbereich der $I_c(H)$ -Kurve 5.8 (b) wäre der gepinnte Fluss zunächst weiter vom SQUID entfernt und würde mit zunehmendem externen Magnetfeld von der eindringenden Vortexkette wieder näher ans SQUID gedrängt.

Diese Wechselwirkung kann die markanten Flusssprünge der $I_c(H)$ -Kurven erklären. Typisches Merkmal am Arbeitspunkt einer solchen Sprungstelle ist die Änderung des Zustands ohne Bestrahlung durch den Elektronenstrahl, wie Zeitspuren der entsprechenden Spannungen zeigen. In Abbildung 5.9 (a) ist diese für die Werte $\mu_0(H - H_{\text{off}}) = 0,43 \mu\text{T}$ und $I = 17 \mu\text{A}$

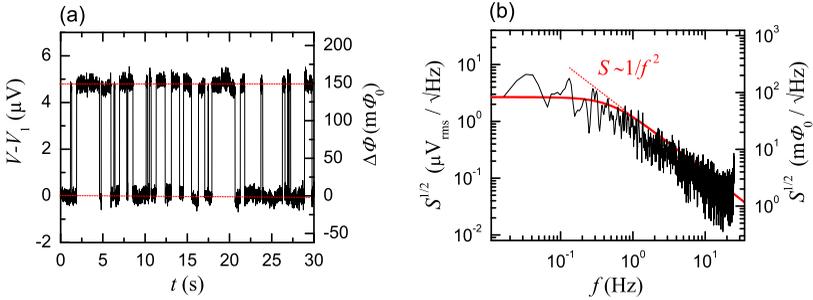


Abbildung 5.9: (a) Typische Zeitspur der Spannung an einer Diskontinuität am Beispiel der $I_c(H)$ -Kurve aus Abbildung 5.8 (a) bei $\mu_0(H - H_{\text{off}}) = 0,43 \mu\text{T}$ und $I = 17 \mu\text{A}$ mit $V_1 = 2,5 \mu\text{V}$. (b) Zugehöriges gemessenes Rauschleistungsspektrum (schwarz) und, mit Gleichung (5.6) aus den Verweildauern ermittelte, lorentzförmige Funktion des Spektrums (rot).

nahe des Arbeitspunkts (e) aus Abb. 5.8 dargestellt. Die Spannung wechselt in zufälligen zeitlichen Abständen zwischen den Werten $V_1 = 2,5 \mu\text{V}$ und $V_2 = V_1 + \Delta V$. Das sogenannte Random Telegraph Signal (RTS) ist vermutlich auf aktivierte Hüpfbewegungen der Vortices zwischen zwei diskreten Niveaus im Pinningpotential mit zwei unterschiedlichen Abständen zum SQUID zurückzuführen. Aus den Histogrammen der Verweildauern der beiden Niveaus konnten mittels exponentieller Anpassungen die mittleren Verweildauern τ_1 und τ_2 auf etwa 15% genau bestimmt werden. Mit dem Niveauunterschied ΔV verursacht das RTS eines Fluktuators nach [Mac54] ein lorentzförmiges Rauschleistungsspektrum

$$S_{\Delta V}(f) = \frac{4(\Delta V)^2}{(\tau_1 + \tau_2) \cdot \left[\left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right)^2 + (2\pi f)^2 \right]}, \quad (5.6)$$

dessen Wurzel in Abb. 5.9 (b) als rote Kurve gezeigt ist. Das aus der Zeitspur abgeleitete Rauschleistungsspektrum ist schwarz dargestellt. Für $f \gtrsim 1 \text{ Hz}$ verläuft $S_{\Delta V} \propto 1/f^2$, was in der doppellogarithmischen Darstellung von $S^{1/2}$ einem linearen Verlauf der Steigung -1 entspricht. Dieses Verhalten ist typisch für eine thermisch angeregte Flussquantenbewegung eines einzelnen dominanten Fluktuators [Str03].

Erst durch erneutes Zero-Field-Cooling konnte die um $\mu_0 H$ nicht hyste-

retisch verlaufende $I_c(H)$ -Kurve aus Abbildung 5.4 (a) und die homogene Fluxonen-Verteilung für $|\mu_0(H - H_{\text{off}})| \gtrsim 0,1 \mu\text{T}$ reproduziert werden, vgl. Abbildung 5.8 (j) und (j').

Abschließend soll die Mobilität der Vortextkette unter dem Einfluss einer Lorentzkraft $\vec{F}_L = \vec{j}_{\text{KG1}} \times \vec{\Phi}_0$ gezeigt werden. Dazu wurde während der Spannungsabbildung 5.8 (j') über die Korngrenze (1) ein Strom von $I_{\text{KG1}} = 15 \mu\text{A}$ angelegt. Im Vergleich zur Aufnahme 5.8 (j) ist die Signalkette zum SQUID hin verschoben. Eine genauere Analyse zeigt, dass dabei die Vortextkette gestaucht wird, mit einer größeren Verschiebung $\Delta x \approx 20 \mu\text{m}$ der SQUID-fernen Vortexkerne und einer kleineren Verschiebung $\Delta x \approx 5 \mu\text{m}$ der SQUID-nahen Vortices.

5.3 Abbildung der Josephson-Stromverteilung

Im vorherigen Abschnitt wurde die Abbildung von Josephson-Vortices mit Hilfe ihrer induktiven Kopplung in das SDJ-SQUID als Bestandteil des Nachweises der $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie im Kupratsupraleiter SLCO behandelt. Eine weitere Möglichkeit der Überprüfung bietet das Abbildungsverfahren des TTREMs, bei dem die Josephsonströme des mutmaßlichen π -SQUIDS dargestellt werden. Dies wird in [Tom12a] als ergänzendes Experiment vorgeschlagen. Demnach sollte im Grundzustand des π -SQUIDS eine negative kritische Stromdichte für den π -Kontakt bei gleichzeitiger positiver kritischer Stromdichte im 0-Kontakt zu beobachten sein.

Abbildungen für $J = 0$

Im Folgenden werden zunächst Spannungsabbildungen in den Maxima der SQUID-Oszillationen einer $I_c(H)$ -Kennlinie, siehe Abbildung 5.10 (a), gezeigt, die nach einem Zero-Field-Cooling aufgenommen wurden. Da hier $\partial V / \partial \Phi = 0$ ist, können induktiv über das SQUID induzierte Beiträge zum Spannungssignal ausgeschlossen werden.

In den Maxima gilt für den Kreisstrom $J = 0$. Die Phasendifferenz zwischen den Josephsonströmen $I_{s,2}$ und $I_{s,3}$ der beiden Kontakte (2) und (3) beträgt dann $\delta_2 - \delta_3 = n \cdot 2\pi$. Unter Voraussetzung symmetrischer Kontaktparameter und eines homogenen externen Magnetfelds sollten sich zum einen die Spannungssignale entlang beider Kontakte nicht unterscheiden. Zum anderen ist das entlang der Kontakte eindringende Magnetfeld

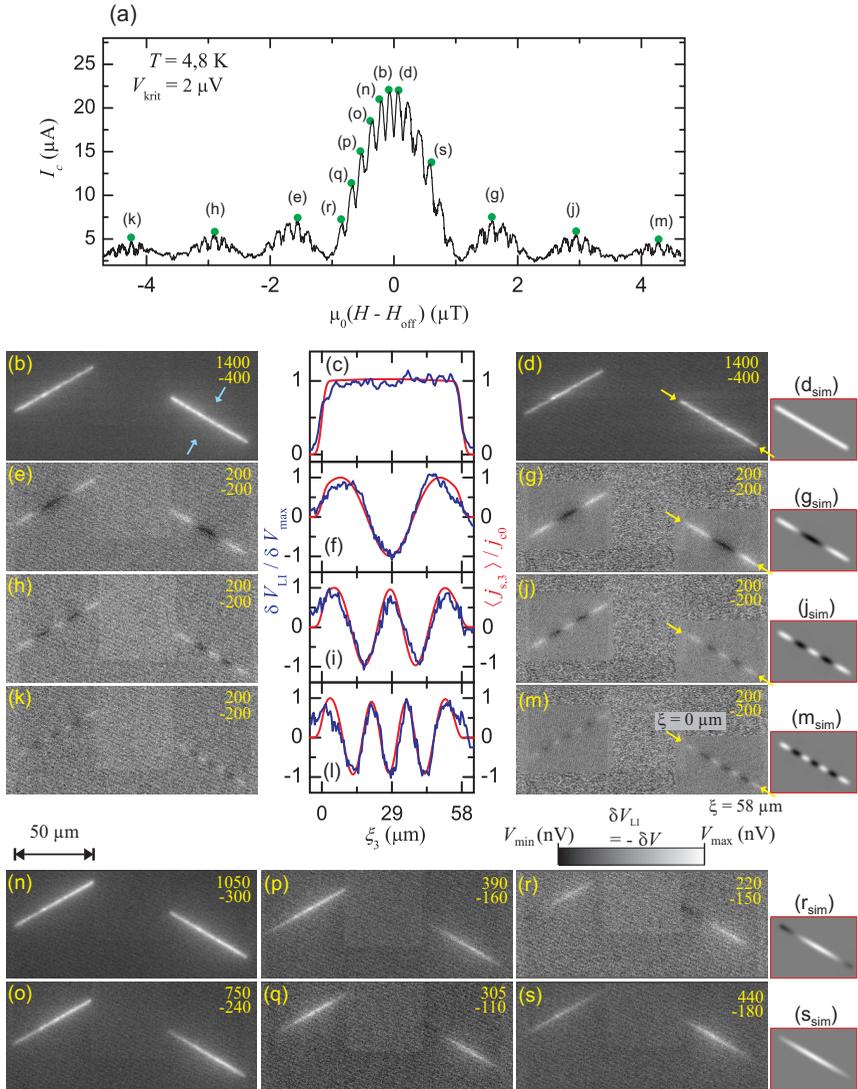


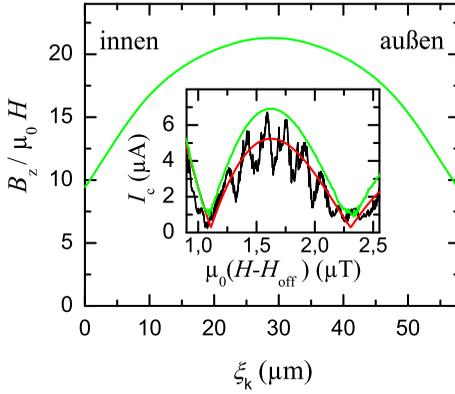
Abbildung 5.10: (a) $I_c(H)$ -Messung im Bereich $|\mu_0(H - H_{\text{off}})| \leq 4,7 \mu\text{T}$. (b)-(s) Spannungsbilder der SLCO-Korngrenzenkontakte (2) und (3) und Linienprofile $\delta V(\xi_3)$ für verschiedene, in (a) gekennzeichnete Feldwerte, jeweils im Maximum der SQUID-Oszillationen. Zahlen am oberen Bildrand geben den Wertebereich $[V_{\text{max}}, V_{\text{min}}]$ der Graustufenskala in (nV) an. Der Index „sim“ kennzeichnet simulierte Stromverteilungen $\langle j_{s,3}(x, y) \rangle$.

über die Phasenfunktionen $\delta_k(\xi_k)$ für die Ortsabhängigkeiten der Suprastromdichten $j_{s,k}(\xi_k) = j_{c0,k} \cdot \sin[(2\pi/\Phi_0)t_{\text{eff}}B_z(\xi_k) \cdot \xi_k + \delta_k]$ mit $k = 2, 3$ verantwortlich, wobei die Koordinate ξ_k entlang der Kontakte jeweils innen an der Kante des SQUID-Lochs beginnend ($\xi_k = 0 \mu\text{m}$) nach außen ($\xi_k = 58 \mu\text{m}$) verlaufen soll.

Die aufgenommenen Spannungsbilder und die daraus gewonnenen Linienprofile, vgl. Abbildungen 5.10 (b)-(s), bestätigen beide Aussagen. Der Bildbereich erstreckt sich jeweils über beide Josephsonkontakte des SQUIDS und ist im Oberflächenbild 5.4 (b) durch einen blauen Rahmen angedeutet. Für die Spannungsbilder (d), (g), (j) und (m), deren Arbeitspunkte unmittelbar am Hauptmaximum und bei den ersten 3 Nebenmaxima liegen, sind in (c), (f), (i) und (l) die gemittelten Linienprofile entlang Josephsonkontakt (3) als blaue Kurven dargestellt. Die Lage der Korngrenze ist mit gelben Pfeilen gekennzeichnet. Die gemessenen Signalverläufe entsprechen der theoretisch zu erwartenden räumlichen Modulationen der Josephson-Stromdichte eines Einzelkontaktes im Magnetfeld, als rote Kurve dargestellt. Im Inneren des Kontaktes liegt zunächst auch eine gute Übereinstimmung unter Annahme eines homogenen Feldverlaufs $B_z(\xi_k) = f_{2,3} \cdot \mu_0 H$ vor, wobei $f_{2,3} = 17,5$ ist. Abweichungen treten lediglich im Randbereich des Kontaktes auf. Dort nimmt zum einen die Faltung der Suprastromverteilung mit der induzierten Temperaturverteilung (vgl. Glg. (3.6), eindimensionaler Fall) und zum anderen ein ortsabhängiger Feldverlauf entlang des Kontaktes entsprechend Einfluss². Beides wird im Folgenden diskutiert und ist für die theoretische Bestimmung der Suprastromdichte berücksichtigt worden.

Ein homogener Feldverlauf ergibt eine Fraunhofer-Einhüllende der $I_c(H)$ -SQUID-Oszillationen. Flussfokussierungseffekte führen zu Abweichungen vom linearen Phasenansatz und zu einem Feldprofil, das in der Kontaktmitte maximal fokussiert ist und zu den Rändern hin abfällt, wie es auch für die in Kapitel 4 behandelten Multifacetten-Kontakte ermittelt wurde. Ein solches Feldprofil äußert sich in der $I_c(H)$ -Kennlinie durch eine relative Verstärkung der Nebenmaxima bezüglich des Hauptmaximums. In Abbildung 5.2 (a) tritt diese Eigenschaft bereits im ersten Nebenmaximum als deutliche Abweichung zwischen gemessener und der mit linearem Phasenansatz simulierten $I_c(H)$ -Kurve in Erscheinung. Mit Hilfe des Programms 3D-MSLI wurden Feldprofile $B_z(\xi_k) = [a + (f_{2,3} - a)\tilde{B}_z(\xi_k)]\mu_0 H$ der beiden Kontakte mit dem Mittelwert $\langle \tilde{B}_z(\xi_k) \rangle = 1$ berechnet. Unter Variati-

²Eine Variation des Feldwertes in der Größenordnung einer halben SQUID-Oszillation hat einen vergleichsweise kleinen Einfluss.

**Abbildung 5.11:**

Durch Simulation und Anpassung ermittelter Feldverlauf $B_z(\xi_k)$ entlang der Josephsonkontakte. „Innen“ entspricht der Kante des SQUID-Lochs. Inset: Mit StkJJ berechnete Einhüllende der $I_c(H)$ -Oszillationen im ersten Nebenmaximum (grün) im Vergleich mit linearem Phasenansatz (rot) und der Messung (schwarz).

on des homogenen Anteils via a konnte durch Lösung der Sinus-Gordon-Gleichung mit dem Programm StkJJ [Gol11a] die Einhüllende der $I_c(H)$ -Oszillationen auch in den Nebenmaxima der Messung angepasst werden. Abbildung 5.11 zeigt das verwendete Feldprofil und die sich damit ergebende $I_c(H)$ -Einhüllende im ersten Nebenmaximum zusammen mit einem linearen Phasenansatz und der Messung aus Abbildung 5.2 (a).

Mit diesem Feldprofil wurden unter Verwendung von StkJJ die Suprastromverteilungen $j_{s,k}(\xi_k)$ für die verschiedenen Magnetfelder der gezeigten TTREM-Abbildungen simuliert. Für alle Punkte (x, y) außerhalb der eindimensionalen $j_{s,k}(\xi_k)$ -Verteilung wurde $j_s = 0$ gesetzt. Die sich ergebende zweidimensionale Verteilung wurde mit einer Gauß-Funktion $g(x, y) = \exp[-r^2/(2\sigma^2)]$ gefaltet:

$$\langle j_{s,k}(x, y) \rangle = (j_{s,k} * g)(x, y), \quad (5.7)$$

wobei $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$ ist. Bei entsprechender Wahl der Breite der Gauß-Funktion σ wird durch die Faltung das Temperaturprofil der induzierten Störung berücksichtigt, wodurch ein besserer Vergleich mit den aufgenommenen Spannungsbildern möglich ist.

Um σ für die verwendeten Abbildungsparameter abschätzen zu können, wurde im Arbeitspunkt (b) von Abb. 5.10 ein Linienprofil senkrecht zur Korngrenze aufgenommen, dessen Lage durch hellblaue Pfeile markiert ist. Da die Breite der Korngrenze und damit des Josephsonkontaktes in der Größenordnung der Kohärenzlänge $\xi_{GL} \approx 5$ nm [Kim02] von SLCO liegt, kann diese im Vergleich mit der typischen Ausdehnung der thermischen

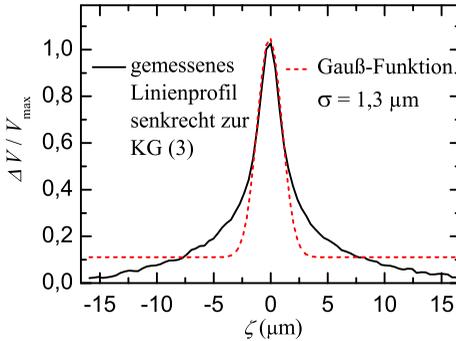


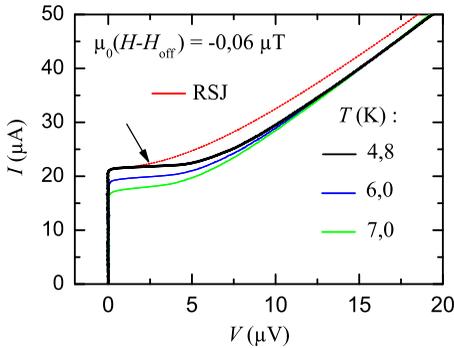
Abbildung 5.12: Line-scan senkrecht zur Korngrenze (3) bei $\xi_3 = 29 \mu\text{m}$ für den Arbeitspunkt (b) aus Abb. 5.10. Hellblaue Pfeile markieren dort die Lage des Linescans. Dem Profil wurde eine Gauß-Funktion mit $\sigma = 1,3 \mu\text{m}$ angepasst (rot gestrichelt).

Störung näherungsweise als Deltafunktion betrachtet werden, weshalb der Linescan die Form des Temperaturprofils selbst darstellt. Abbildung 5.12 zeigt das gemessene Linienprofil zusammen mit einer angepassten Gauß-Funktion für $\sigma = 1,3 \mu\text{m}$. Hier soll angemerkt werden, dass sich die Abweichung von einer idealen Gauß-Funktion auf den Randbereich der Verteilung beschränkt.

Die mit $\sigma = 1,3 \mu\text{m}$ simulierten Suprastromverteilungen $\langle j_{s,3}(x, y) \rangle$ der Korngrenze (3) sind für verschiedene Magnetfelder in den Abbildungen 5.10 (d_{sim}), (g_{sim}), (j_{sim}), (m_{sim}), (r_{sim}) und (s_{sim}) dargestellt. Sie stimmen sehr gut mit den TTREM-Spannungsbildern überein. Aus den simulierten Bildern wurden eindimensionale Stromverteilungen $\langle j_{s,3}(\xi_3) \rangle$ gewonnen, die zusammen mit den gemessenen Linescans $\delta V(\xi_3)$, wie bereits erwähnt, als rote Kurven in Abb. 5.10 dargestellt sind.

Für die Simulationen wurde eine über den Kontakt homogene kritische Stromdichte $j_{c0}(\xi) = 956 \text{ A/cm}^2$ angenommen. Dies ist dahingehend gerechtfertigt, da die Spannungssignale im Hauptmaximum im Rahmen des Signalrauschens einen konstant homogenen Verlauf zeigen (Abb. 5.10 (b,c,d)) und gleichzeitig $\delta V(\xi_k) \propto j_{c0}(\xi_k)$ gilt, da die Phase im Hauptmaximum räumlich konstant ist.

Der absolute Betrag der von der induzierten Störung verursachten Spannungsänderung kann nach Gleichung (3.7) und (3.10) theoretisch bestimmt werden. Voraussetzung ist eine RSJ-förmige $I(V)$ -Abhängigkeit. Abbildung 5.13 zeigt im Arbeitspunkt (b) bei unterschiedlichen Temperaturen gemessene $I(V)$ -Kurven, die im Vergleich zu der nach dem RSJ-Modell bestimmten Kurve (rot) zu größeren Spannungen verschoben sind. Hierfür ist die nicht verschwindende Kontaktkapazität, d.h. $\beta_c = 0,7 \neq 0$ verantwort-

**Abbildung 5.13:**

$I(V)$ -Kennlinien im Arbeitspunkt (b) aus Abbildung 5.10 für verschiedene Temperaturen. Die rote Kurve ist nach dem RSJ-Modell berechnet worden, vgl. Gleichung (3.9). Der Pfeil markiert den optimalen Biasstrom.

lich. Dennoch soll für den mit dem Pfeil markierten optimalen Biaspunkt $I_{\text{Bias}}^{\text{opt}} \approx 1,015 \cdot 2I_c(B)$ das Spannungssignal abgeschätzt werden. Der für die TTREM-Abbildungen optimale Biasstrom wurde aus einer Serie von Aufnahmen mit unterschiedlichen Biasströmen entnommen, siehe Abbildung B.1 in Anhang B.

Für die Abschätzung wird berücksichtigt, dass eine eindimensionale Verteilung der Stromdichte entlang des Kontaktes vorliegt, der Strom in-plane über den Kontakt fließt und die thermische Störung entlang der Filmdicke d homogen verläuft. Bei konstanter Phase im Hauptmaximum folgt $\delta I_c \approx (dI_c/dT)(1/I_c)\Delta T \cdot L_s d \cdot j_{c0} = -81 \text{ nA/K} \cdot \Delta T$, mit der effektiven Länge $L_s = 2 \cdot \sqrt{2}\sigma$ unter der eindimensionalen Gauß-Verteilung, die dem Durchmesser der vom Elektronenstrahl erwärmten Fläche entspricht. Mit $2I_c(B) = 21,5 \mu\text{A}$ der vorliegenden $I(V)$ -Kennlinie bei $T = 4,8 \text{ K}$ ergibt sich nach Glg. (3.10) eine induzierte Spannungsänderung von $\delta V \approx 205 \text{ nV/K} \cdot \Delta T$.

Der Beitrag einer induzierten Leitfähigkeitsänderung δG kann hier vernachlässigt werden, da sich die gezeigten $I(V)$ -Kennlinien für verschiedene Temperaturen in ihrer Leitfähigkeit nur marginal unterscheiden. Gewöhnlich verursacht δG einen konstanten Spannungs-Offset, der knapp oberhalb von I_c das Signal ohnehin nicht dominiert.

Das im Arbeitspunkt (b) gemessene Spannungssignal $\delta V_{\text{max}} = 1,2 \mu\text{V}$ erfordert schließlich $\Delta T = 5,85 \text{ K}$.

An dieser Stelle soll nochmals auf die Abschätzung der thermischen Störung für die Vortextsignale in Kapitel 5.2 eingegangen werden. Dort wurde die Kopplungsfunktion (Glg. (5.1)) für verschiedene Parametrisierungen bestimmt, aus der sich jeweils eine virtuelle Verrückung Δr_m ergibt, und

der nach Gleichung (5.5) ein ΔT_{Vortex} zugeordnet werden kann.

Da für die Vortexabbildungen der selbe Strahlparameter verwendet wurden wie für die Abbildungen der Josephsonströme und sich die thermischen Eigenschaften im Bereich um die Korngrenzen (1), (2) und (3) nicht grundlegend unterscheiden, sollten die jeweils bestimmten Amplituden der durch den Elektronenstrahl induzierten thermischen Störung ΔT und ΔT_{Vortex} identisch sein. Eine gute Übereinstimmung mit dem für die Stromabbildung ermittelten ΔT zeigt die in Tabelle 5.2 mit \star gekennzeichnete Parametrisierung für $\Delta r_m = 552 \text{ nm}$, mit der $\Delta T_{\text{Vortex}} = 5,74 \text{ K}$ folgt. Dies legt zusammen mit der Erfüllung der physikalisch notwendigen Randbedingung $\Phi_v(x=0) = \Phi_0$ die Richtigkeit dieser Parametrisierung nahe, obwohl hier die Messwerte die größeren Abweichungen von der berechneten Kopplungsfunktion zeigen (vgl. blaue Kurve in Abbildung 5.6).

Abbildungen für $J \neq 0$

Im vorausgegangenen Abschnitt wurde dargelegt, dass Spannungsabbildungen der Korngrenzenkontakte die Josephson-Stromverteilung der SQUID-Struktur wiedergeben. In diesem Abschnitt wird auf unsymmetrische Stromverteilungen der beiden SQUID-Arme eingegangen, die dann vorliegen, wenn der Kreisstrom J im SQUID von Null verschieden ist. Dies ist für Feldwerte abseits der Maxima der $I_c(H)$ -SQUID-Oszillationen gegeben. Abbildung 5.14 zeigt TTREM-Spannungsaufnahmen der Josephson-Korngrenzenkontakte (2) und (3) für verschiedene Feldwerte einer SQUID-Oszillation, die in der $I_c(H)$ -Kurve (a) markiert sind. Während für die in den Oszillationsmaxima bei $I_{\text{Bias}}^{\text{opt}}$ aufgenommenen Bilder (c) und (d) symmetrische Stromverteilungen vorliegen, zeigen die Bilder (e) und (f) deutlich den symmetriebrechenden Einfluss des angelegten Feldes $\mu_0(H - H_{\text{off}}) = \pm 25 \text{ nT}$, entsprechend einem magnetischen Fluss im SQUID von $\Phi_a \pm 0,18 \cdot \Phi_0$, bzw. einer Abweichung von $\pm 0,32 \cdot \Phi_0$ vom nächsten Maximum. Hier wurde für den Biasstrom ebenfalls $I_{\text{Bias}}^{\text{opt}} = 1,015 \cdot I_c(\pm 25 \text{ nT})$ gewählt, vgl. auch die $I(V)$ -Kurve (b) mit den gekennzeichneten Arbeitspunkten.

Nach Gleichung (2.75) reagiert ein SQUID auf den zusätzlichen Phasenbeitrag $\delta_{\Phi_a} = 2\pi\Phi_a/\Phi_0$ mit einer Änderung der relativen Phase $\delta_3 - \delta_2$ der beiden Josephsonkontakte und bzw. oder durch Ausbildung eines Kreisstroms um das SQUID-Loch. Für große Induktivitäten mit $\beta_L \gg 1$ bleibt $\delta_3 - \delta_2$ konstant, während für $\beta_L \lesssim 1$ der maximal mögliche Ringstrom $J = I_{c0}$ nicht alleine δ_{Φ_a} kompensieren kann, weshalb sich die Josephson-

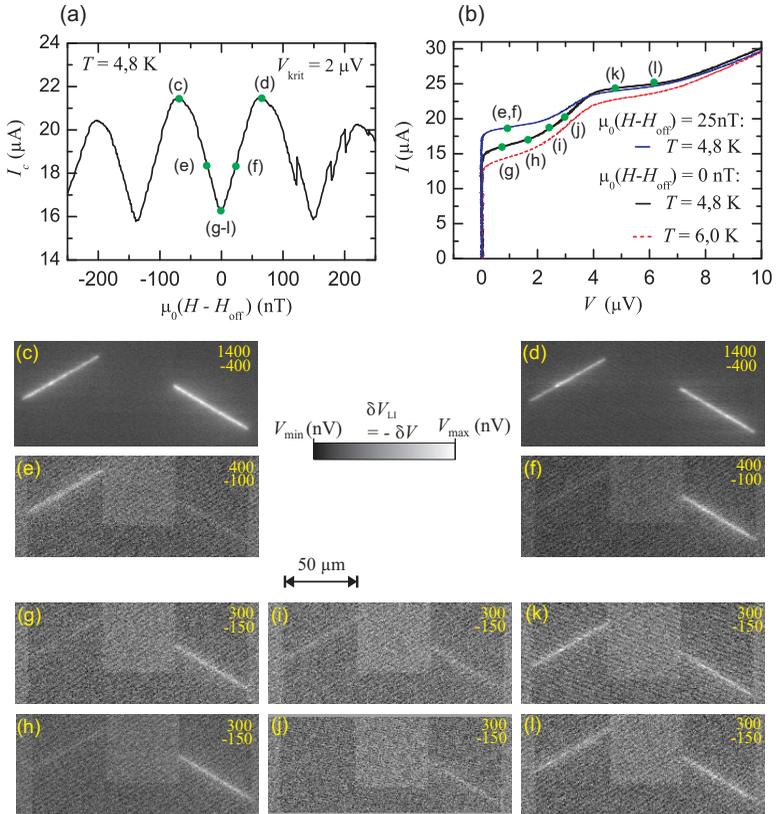


Abbildung 5.14: (a) $I_c(H)$ -Kennlinie im Bereich $|\mu_0(H - H_{\text{off}})| \leq 250$ nT. (b) $I(V)$ -Kurven für verschiedene Feldwerte und Temperaturen. (c)-(l) Spannungsbilder der Josephsonkontakte für verschiedene, in (a) und (b) gekennzeichnete Arbeitspunkte einer SQUID-Oszillation. Zahlen am oberen Bildrand geben den Wertebereich $[V_{\text{max}}, V_{\text{min}}]$ der Graustufenskala in (nV) an.

phasen bis zu π unterscheiden können.

Wird in diesem Fall ein zusätzlicher Phasenbeitrag π durch eine $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie induziert, wie für den hier vorliegenden Fall eines π -SQUIDS angenommen wird, wäre im Grundzustand eine negative kritische Stromdichte für einen der Kontakte die Folge, was sich durch entgegengesetzte Vorzeichen der abgebildeten Spannungswerte δV_k der beiden Kon-

takte $k = 2, 3$ bemerkbar machen würde. Abbildungen 5.14 (g)-(l), alle aufgenommen bei $\mu_0(H - H_{\text{off}}) = 0$ und aus Gründen, die weiter unten erläutert werden für verschiedene Biasströme, zeigen keine negativen kritischen Stromdichten. Dies ist auch nicht zu erwarten, da hier $I_{\text{Bias}} \gg 0 \mu\text{A}$ die Voraussetzung für das Auftreten von Spannungssignalen ist, und daher der Grundzustand nicht abgebildet werden kann. Mit den vorliegenden Abbildungen lässt sich also kein π -SQUID der Art nachweisen, dass einer der Kontakte die Funktion eines frustrierten π -Josephsonkontaktes einnehmen würde.

Genau genommen sind die Abbildungsvoraussetzungen bei $J \neq 0$ mit der zu $\beta_L = 2, 2$ bestimmten Kopplung der beiden Josephsonkontakte nicht mehr erfüllt. Unter der Annahme, dass dennoch kurze Kontakte bei vernachlässigbarer Kopplung vorliegen, bilden die Spannungsaufnahmen die lokalen Suprastromdichten ab.

Der vorliegende Kreisstrom macht sich in den Abbildungen dann dadurch bemerkbar, dass in den beiden SQUID-Armen unterschiedliche lokale Suprastromdichten vorliegen. Außerdem wechselt das Verhältnis der Stromdichten mit dem Drehsinn von J , der sich bei einem π -SQUID mit $\beta_L \gg 1$ bei $\mu_0(H - H_{\text{off}}) = 0$ sprunghaft umkehrt. Beides kann mit den Aufnahmen (e) und (f) deutlich gezeigt werden.

Vorausgesetzt es sei $\delta_3 - \delta_2 \approx 0$, dann beträgt der maximale Kreisstrom $|J| = \Phi_0/(2L) = I_{c0}/\beta_L = 5, 5 \mu\text{A}$, während für die Arbeitspunkte (e) bzw. (f), unter der Annahme einer linearen Abhängigkeit vom externen Fluss, $J = \pm|\Phi_0 - 2 \cdot 0, 18\Phi_0|/(2L) = \pm 3, 55 \mu\text{A}$ gilt. Unter der Annahme, dass der maximale kritische Strom o.B.d.A. für den Kontakt (3) $I_{3,\text{max}} = I_{c0}$ betrage, während er im anderen Kontakt entsprechend $J = (I_{2,\text{max}} - I_{3,\text{max}})/2$ geringer sein muss, folgt hier für das Verhältnis der maximalen Ströme $I_{2,\text{max}}/I_{3,\text{max}} = 0, 42$. Gelte weiterhin die Proportionalität zwischen dem Spannungssignal und der lokalen Suprastromdichte bzw. dem kritischem Strom der SQUID-Arme, sollte sich das abgeschätzte Verhältnis in den Spannungsabbildungen (e) und (f) widerspiegeln. Tatsächlich ist dort das Verhältnis der gemessenen Spannungswerte mit $\delta V_3/\delta V_2 \approx 0, 26$ für Abbildung (e) bzw. mit $\delta V_2/\delta V_3 \approx 0, 28$ für (f) etwa um einen Faktor 2 kleiner. Gründe für die Abweichung sind die verwendeten Näherungen bei der quantitativen Abschätzung der vorliegenden Ströme, insbesondere die vereinfachende Annahme für die relativen Phasen, sowie eine zum $I_c(H)$ -Minimum hin zunehmende Abweichung der $I(V)$ -Charakteristik von einer RSJ-Kurve. Für letzteres ist eine LC -Resonanz verantwortlich, die durch resonant angeregte Kreisströme im SQUID-Ring entsteht. Eine genauere

re Untersuchung erfolgt in [Tom12c]. Die LC -Resonanz mit ihrem steileren Verlauf in der Nähe von I_c machte es insbesondere für Abbildungen im Minimum schwierig, einen optimalen Biasstrom zu finden, für den die gleiche Proportionalitätskonstante zwischen Stromdichte und Spannungssignal vorliegt wie für Aufnahmen außerhalb des Minimums. Auf eine quantitative Analyse wird aus diesem Grund verzichtet. Für das Minimum, Abb. 5.14 (g)-(l), wird daher eine Serie von Aufnahmen mit Biasströmen über die gesamte Resonanz hinweg gezeigt. Unterhalb der Resonanz ist dabei noch der beschriebene Einfluss des Kreisstroms zu erkennen, während mit steigendem Strom die Spannungssignale erst abnehmen und oberhalb der Resonanz wieder zunehmen, wobei dann die Signale der Kontakte symmetrisch sind. Dieses Verhalten zeigt, dass über die Resonanz hinweg ein weiterer Phasenbeitrag von π entsteht, so dass der Kreisstrom wieder verschwindet.

5.4 Diskussion der Ergebnisse

Der Nachweis der $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie in SLCO-Filmen, der zunächst über integrale Transportmessungen in einem SDJ- π -SQUID-System erfolgen sollte, erforderte lokale Untersuchungen, die mit den zur Verfügung stehenden Abbildungsmöglichkeiten des TTREM-Systems erfolgreich durchgeführt werden konnten. Dabei wurde gezeigt, dass mit Spannungsbildern sowohl die Josephson-Stromverteilungen in den SQUID-Armen als auch magnetische Vortices dargestellt werden können.

Für die Flussabbildungen diente das untersuchte SQUID selbst als Magnetfelddetektor. Artefakte der integralen Transportmessungen konnten eindeutig mit Josephson-Vortices und ihrer Dynamik in Verbindung gebracht werden. Die Vortices wurden entlang einer Korngrenze im Bereich des SQUIDs lokalisiert. Sie drangen aber erst oberhalb eines kritischen Feldes in den Josephsonkontakt ein, so dass zumindest für eine Oszillationsperiode im Bereich um das Nullfeld eine Einflussnahme auf den Nachweis der $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie generell ausgeschlossen werden kann. Durch gezielten Flusseinfang mit Field-Cooling konnten Vortices so gepinnt werden, dass sie $\Phi_0/2$ in das SQUID einkoppeln. Diese Zustände waren bezüglich der Bestrahlung mit dem Elektronenstrahl instabil, so dass auch für sie nach „Säubern“ mit dem Elektronenstrahl eine parasitäre Einflussnahme ausgeschlossen werden konnte.

Das vorliegende SQUID-System eignet sich zudem für eine genauere Untersuchung der in Form einer Vortextkette eindringenden Josephson-Vortices entlang einer radial zum SQUID-Loch verlaufenden langen Korngrenze des SLCO-Films. Für quantitative Aussagen des Signalentstehungsmechanismus wurde ein einfaches Modell für die Kopplung der Kette mit dem SQUID entwickelt. Die Flussänderung, die eine induzierte Verschiebung eines Vortex innerhalb der Kette verursacht, beruht dabei auf einer Wechselwirkung benachbarter Vortices, die die gesamte Kette verschiebt. Eine virtuelle Verrückung eines einzelnen Vortex wird somit über die Vortextkette zum SQUID geführt. Um die Kopplungsfunktion eindeutig beschreiben zu können, musste allerdings die induzierte Temperaturerhöhung ΔT_{Vortex} bestimmt werden. Während eine Abschätzung über die deponierte Strahlleistung zu ungenau war, ist dies mit dem aus den Abbildungsparametern der gemessenen Supraströmverteilung gewonnenen ΔT gelungen. Für quantitative Analysen ergänzen sich also beide TTREM-Abbildungsarten. Für das vorliegende Dünnschichtlimit konnten Aussagen über die Ausdehnung eines einzelnen Josephson-Vortex getroffen werden, die in die quantitative Analyse der Vortextsignale eingeht und mit einer Abschätzung für $\lambda_J \approx 20 \mu\text{m}$ aus Messungen an vergleichbaren Kontakten übereinstimmt [Tom12a].

Im Gegensatz zu den Josephson-Vortices mit Phasenkern verteilen sich die Abschirmströme um ein Abrikosov-Vortex mit normaleitendem Kern rotationssymmetrisch über die Londonsche-Eindringtiefe $\lambda_L(T) \propto (1 - [T/T_c]^4)^{-0.5}$ (empirisch für Kuprate³), die für eine Störung ΔT bei $T \ll T_c$ unempfindlicher ist, als die von der kritischen Stromdichte $j_{c0}(T) \propto (1 - T/T_c)$ abhängige Ausdehnung der Josephson-Vortices entlang des Kontaktes. Anders als hier bei $T \cong 0,25 \cdot T_c$, sind für die Abbildung von Abrikosov-Vortices in SQUID-Washern [Kei99, Kei00, Str03, Dön06] daher Proben temperaturen in der Nähe von T_c nötig, wobei die virtuelle Verrückung des Vortex dort bei ähnlicher Störung mit $\Delta r \approx 20 \text{ nm}$ eine Größenordnung kleiner ausfällt. Die räumliche Ausdehnung der Signale hängt primär vom Durchmesser der thermischen Störung ab, während bei der Josephson-Vortexabbildung nur das Signal in Richtung senkrecht zum Kontakt mit einer Ausdehnung von $t_{\text{eff}} \approx 2\lambda$ in gleicher Größenordnung der lokalen Störung liegt. Entlang des Kontakts bestimmt die Größe des Vortex selbst die Ausdehnung der Signale. Die sich insbesondere im Dünnschichtlimit ergebende elliptische Form der auch als „Pearl“-Josephsonvortices

³Nach der GL-Theorie gilt $\lambda_L(T) \propto (1 - T/T_c)^{-0.5}$.

bezeichneten Flussquanten konnte mit den Abbildungen nachgewiesen werden.

Die Josephson-Stromverteilungen in den SQUID-Armen sind für unterschiedliche Kreisströme abgebildet worden. Für $J = 0$ konnten durch Anlegen eines externen Magnetfelds die räumlichen Modulationen der Josephsonströme in den Korngrenzen dargestellt werden, die für die Einhüllende der $I_c(H)$ -Oszillationen des SDJ-SQUIDs verantwortlich sind. Durch Simulationen der Stromverteilungen konnten die Abbildungen unter Berücksichtigung eines zur Kontaktmitte fokussierten Feldprofils reproduziert werden.

Abbildungen abseits der Oszillationsmaxima konnten die unterschiedlichen maximalen Josephsonströme der SQUID-Kontakte, bedingt durch das Entstehen eines Kreisstroms $J \neq 0$ veranschaulichen.

Kapitel 6

Dephasierung in Serien-SQUID-Arrays

Für Systeme aus gekoppelten Josephson-Bauelementen existiert eine Reihe von Anwendungsmöglichkeiten, wie in den vorherigen Kapiteln bereits erwähnt wurde. Hierzu zählen auch SQUID-basierte Sensoren, mit denen elektrische Ströme im pA-Bereich gemessen werden können. Diese werden oft als komplexe dc Serien-SQUID-Arrays (SSA) ausgelegt und finden Verwendung in metrologischen Anwendungen, der Tieftemperatur-Messtechnik, in Suszeptometern oder NMR-Spektrometern sowie in der Astrophysik als mikrokalorimetrische Strahlungsdetektoren [Dru07, Bey08b, Bey08a, Bey09] oder als Verstärker für das Auslesen von nano-SQUIDs [Hao08, Sch13].

Hierbei wird das zu messende Stromsignal $\Delta I_{\text{mod}} \propto \Delta \Phi_n$ über eine Spule induktiv in jedes einzelne SQUID $n \in [1, \dots, N]$ eingekoppelt und im linearen Bereich der Spannungs-Fluss-Charakteristik der N in Serie betriebenen SQUIDs als Spannungssignal $\Delta V_N = \sum \Delta V_n \propto N \cdot \Delta I_{\text{mod}}$ verstärkt ausgegeben. Bei der Herstellung und technologischen Optimierung dieser Sensoren hat die Realisierung identischer SQUID-Parameter innerhalb des Arrays eine große Bedeutung. Auch parasitär eingefangene Flussquanten können die Funktion des SSA beeinträchtigen. Zum einen können magnetische Vortices in der Umgebung eines Josephsonkontaktes dessen kritischen Strom reduzieren und dadurch die $V_n(\Phi)$ -Charakteristik beeinflussen. Zum anderen erzeugen Flussquanten bei thermischer Aktivierung im Bereich der SQUID-Loop parasitäre Signale und Rauschen. Außerdem muss für

den optimalen Betrieb des SSA in jedes SQUID zu jedem Zeitpunkt der gleiche magnetische Fluss einkoppeln. Gepinnter magnetische Fluss, der nur in ein einzelnes SQUID einkoppelt, führt zu einer Dephasierung der $V_N(\Phi)$ -Charakteristik und zu einer reduzierten Linearität, so dass das SSA dann praktisch nicht einsetzbar ist.

Mit der Möglichkeit, lokale Transporteigenschaften im TTREM abzubilden, entstand aus einer Kooperation mit der Arbeitsgruppe Kryosensoren um Dr. Jörn Beyer von der PTB Berlin die Aufgabe, SSA-Proben in Hinblick auf magnetischen Flusseinfang und auf die Verteilung der kritischen Ströme zu untersuchen. Die Ergebnisse werden im Folgenden dargestellt.

6.1 Untersuchte Proben

Die untersuchten Serien-SQUID-Arrays wurden von der PTB Berlin in einem Multilagenverfahren hergestellt. Abbildung 6.1 zeigt eine Skizze eines einzelnen SQUID-Elements des Arrays. Die Struktur besteht aus einer Niob Top-Lage (blau) und einer Niob Bottom-Lage (rot), die durch eine Isolationsschicht aus SiO_2 bzw. SiN_3 voneinander getrennt sind. Über sogenannte Vias können die strukturierten Schichten miteinander verbunden werden, wofür ein spezielles Ätzverfahren angewandt wird. Über die Vias ist eine gradiometrische Loop realisiert worden, so dass ein homogenes Hintergrundfeld effektiv keinen Fluss in das SQUID einkoppeln kann. Die Josephsonkontakte bestehen aus sich überkreuzenden Leitungen der

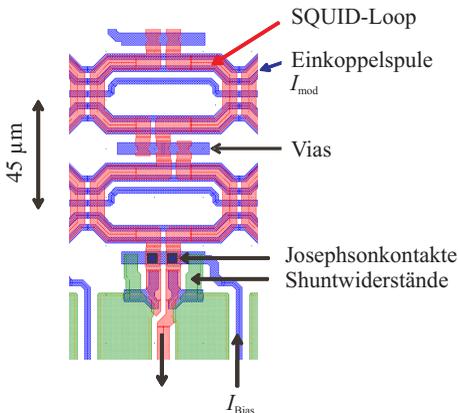


Abbildung 6.1: Skizze eines einzelnen SQUID-Elements des untersuchten Serien-SQUID-Arrays. Die Josephsonkontakte haben eine Fläche von $2,5 \times 2,5 \mu\text{m}^2$. An den Vias kehrt sich der Drehsinn der Loops um, so dass ein gradiometrisches SQUID entsteht.

Top- und Bottom-Lage, zwischen denen sich nur eine Barriere aus Aluminiumoxid befindet. Sie haben eine Kontaktfläche von $A = 2,5 \times 2,5 \mu\text{m}^2$. Ihre kritische Stromdichte beträgt $j_{c0} = 128 \text{ A/cm}^2$ bei $4,2 \text{ K}$ und der Normalwiderstand $R_N = 8 \Omega$.

Die Breite der supraleitenden Stege $w = 6 \mu\text{m}$ wurde so dimensioniert, dass sie auch bei $B_0 = 55 \mu\text{T}$ (\sim Erdmagnetfeld) keine magnetischen Vortices einfangen können. Nach [Sta04] ist dies dann gegeben, wenn $w \leq \sqrt{\Phi_0/B_0}$ erfüllt ist. Das vollständige SSA mit $N = 16$ aktiven Elementen ist als REM-Oberflächenbild in Abbildung 6.3 (a) gezeigt.

6.2 Integrale Transportmessungen

Um den Einfluss von eingefangenen Fluss auf die elektrischen Transporteigenschaften des SSA zu charakterisieren, wurden nach dem Einkühlen mit unterschiedlichen Einkühlfeldern $0 \leq |\mu_0 H_{\text{cool}}| \leq 100 \mu\text{T}$ bei $T = 4,7 \text{ K}$ $I_c(\Phi)$ - und $V_N(\Phi)$ -Kurven aufgenommen. Das Einkühlfeld wurde mit einer externen Spule senkrecht zur Filmebenen angelegt. Während der Messungen wurde es wieder ausgeschaltet. Das äußere Restmagnetfeld am Ort der Probe beträgt etwa 200 nT . Die Einkoppelspule erzeugt pro SQUID einen Fluss von $\frac{1}{34} \Phi_0 \cdot I_{\text{mod}}/\mu\text{A}$.

Abbildung 6.2 zeigt Messkurven für drei verschiedene Einkühlfelder. Für $\mu_0 H_{\text{cool}} = 0 \mu\text{T}$ liegt der gewünschte Normalzustand vor, bei dem in jedes SQUID der gleiche Gesamtfluss einkoppelt. Die einzelnen $I_c(\Phi)$ -Charakteristiken der 16 SQUIDs liegen alle in Phase. Die sich aus der Überlagerung ergebende und gemessene Kurve gleicht der eines einzelnen SQUIDs. Die $V(\Phi)$ -Kurve zeigt pro Φ_0 einen Peak, dessen Höhe proportional zur Anzahl der SQUIDs ist. Bereits mit einem Einkühlfeld von $4 \mu\text{T}$ konnte ein dephasierter Zustand präpariert werden, vgl. Abbildung 6.2 (c) und (d). Pro Φ_0 zeigt die $V(\Phi)$ -Kurve zwei unterschiedlich hohe Peaks, die dadurch Zustände kommen, dass ein SQUID des Arrays außer Phase ist. Das bedeutet, dass seine $I_c(\Phi)$ -Kurve bezüglich der von den 15 restlichen in Phase befindlichen SQUIDs, um den Betrag eines parasitär einkoppelnden Flusses $\Delta\Phi_{\text{n,p}}$ verschoben ist. Der sich theoretisch ergebende Verlauf $I_{c,1}(\Phi + \Delta\Phi_{\text{n,p}})$ für ein einzelnes SQUID mit $\Delta\Phi_{\text{n,p}} = 0,38 \cdot \Phi_0$ ist in (d) blau gestrichelt dargestellt. Eine Verschiebung $\Delta I_c \approx 2V_{\text{krit}}/R_N(1 - 1/15) = 1,2 \mu\text{A}$ aufgrund des gewählten Spanningskriteriums ist ebenfalls berücksichtigt worden. Der theoretische Verlauf der $I_{c,15}(\Phi)$ -Kurve der restlichen 15 SQUIDs ist grün gestrichelt dargestellt. Sobald für das

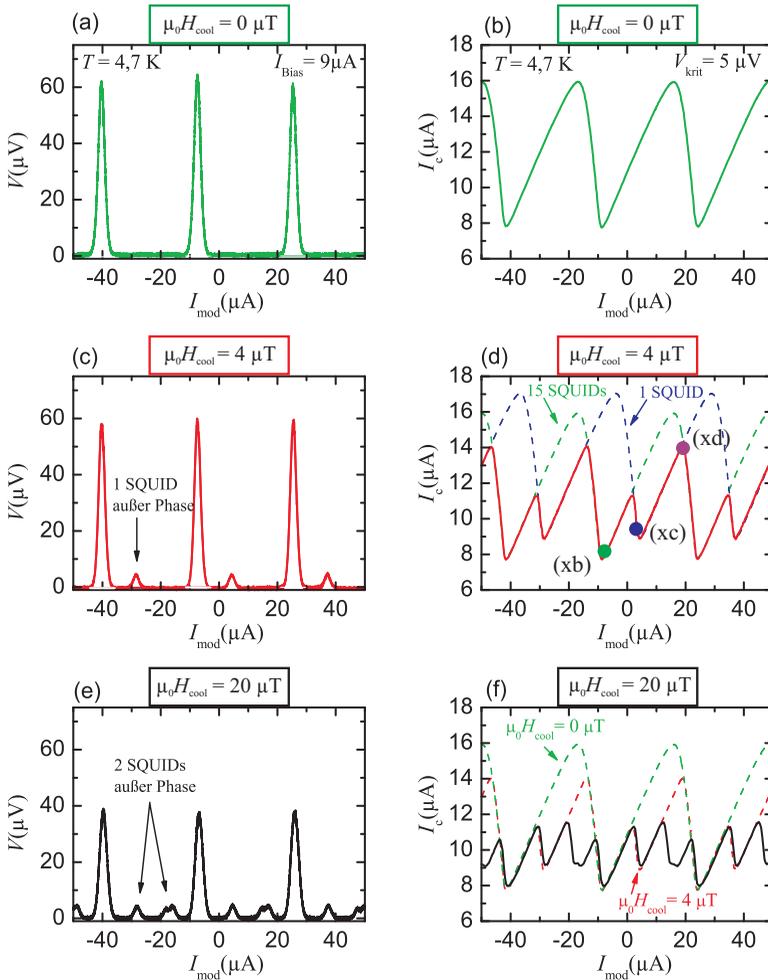


Abbildung 6.2: $V(\Phi)$ -Kennlinien bei $I_{\text{Bias}} = 9,0 \mu\text{A}$ und $I_c(\Phi)$ -Kurven mit $V_{\text{krit}} = 5 \mu\text{V}$ für verschiedene Einkühlfelder $\mu_0 H_{\text{cool}}$, gemessen bei $T = 4,7 \text{ K}$. Die Feldachsen sind in Einheiten von I_{mod} angegeben. In (d) sind die Arbeitspunkte der Spannungsabbildungen markiert. Zum Vergleich sind in (f) zusätzlich Kurven kleinerer Einkühlfelder gestrichelt dargestellt.

„schwächste“ Element des Arrays $I_c(\Phi) = \text{Min}\{I_{c,15}, I_{c,1}\}$ überschritten ist, fällt über das SSA eine Spannung ab, so dass sich die gemessene rote Kurve ergibt. Für zunehmende Einkühlfelder nimmt die Anzahl der außer Phase liegenden SQUID-Elemente zu, wie in den Abbildungen (e) und (f) zu erkennen ist.

6.3 Abbildung dephasierter Flusszustände

Mit den gezeigten Transportmessungen kann eine Aussage über die Anzahl der außer Phase befindlichen SQUID-Elemente eines dephasierten Zustands getroffen werden. Um die entscheidenden SQUIDs, bei denen sich parasitärer Fluss festsetzt, identifizieren zu können, wurden TTREM-Spannungsabbildungen mit den Strahlparametern ($U_{\text{Strahl}} = 10 \text{ kV}$, $I_{\text{Strahl}} = 100 \text{ pA}$, $f_{\text{Strahl}} = 13,3 \text{ kHz}$) aufgenommen. In Abbildung 6.3 sind TTREM-Aufnahmen für die in Abb. 6.2 (d) markierten Flusswerte gezeigt, also für den Fall eines außer Phase liegenden SQUIDs. Für den Biasstrom wurde jeweils $I_{\text{Bias}} = 1,1 \cdot I_c(\Phi)$ gewählt. Für den Arbeitspunkt (xb) kann dem entsprechenden Bild 6.3 (b) entnommen werden, dass alle Josephsonkontakte des SSA mit Ausnahme der Kontakte von SQUID 14 ein thermisch induziertes Spannungssignal $\delta V \approx 250 \text{ nV}$ erzeugen. Dieses ist proportional zur lokalen kritischen Stromdichte. Voraussetzung für das Entstehen eines Spannungssignals bei entsprechend kleinen thermischen Störungen ist nach Glg. (3.10), dass $I_c(\Phi) < I_{\text{Bias}}$ für den bestrahlten Kontakt erfüllt ist. Da aber am gewählten Arbeitspunkt $I_{c,1} \gg I_{\text{Bias}} = 1,1 \cdot I_c(\Phi) = 1,1 \cdot \text{Min}\{I_{c,15}, I_{c,1}\}$ ist (vgl. Abb. 6.2 (d)) und nur $I_{c,15} < I_{\text{Bias}}$ erfüllt ist, zeigen nur die Josephsonkontakte der SQUIDs ein Signal, die miteinander in Phase liegen. Umgekehrte Verhältnisse sollten für den Arbeitspunkt (xc) vorliegen, was mit Spannungsbild 6.3 (c) bestätigt wird. Dasjenige SQUID außer Phase kann daher als SQUID 14 identifiziert werden.

Für Arbeitspunkt (xd) ist sowohl $I_{c,1} < I_{\text{Bias}}$ als auch $I_{c,15} < I_{\text{Bias}}$ erfüllt, weshalb nun alle SQUIDs unabhängig von ihrer Phasenlage ein Spannungssignal ergeben, wie Spannungsbild 6.3 (d) zeigt. Die vergrößerte Darstellung in Abb. 6.3 (e) und (f) bestätigt, dass die Spannungssignale an den Josephsonkontakten entstehen.

SQUIDs außer Phase können also bei richtiger Wahl des Arbeitspunktes, der idealerweise in einem Minimum der degradierten $I_c(\Phi)$ -Abhängigkeit eines SSA liegt, ermittelt werden. Es kann davon ausgegangen werden,

dass sich in seiner unmittelbaren induktiven Umgebung parasitärer Fluss festgesetzt hat. Die vergrößerten Oberflächenbilder 6.3 (g) und (h) zeigen einen auf dem supraleitenden Steg der Einkoppelspule von SQUID 14 liegenden Partikel, der möglicherweise der Grund für einen parasitären eingefangenen Fluss an diesem Ort ist.

Im vorliegenden dephasierten Zustand wurde daher ausschließlich der Bildbereich (h) um den Partikel mit einem erhöhten Strahlstrom von $I_{\text{Strahl}} \gtrsim 500 \text{ pA}$ bestrahlt, um den dort vermuteten festsitzenden Fluss durch die

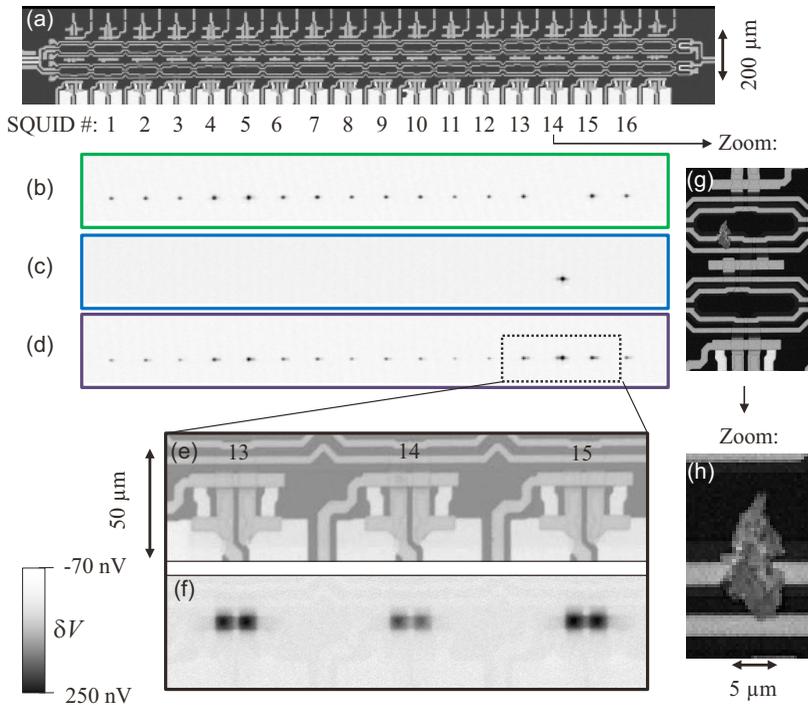


Abbildung 6.3: TTREM-Aufnahmen des SSA für dephasierten Zustand. (a), (e), (g), und (h) Oberflächenbilder unterschiedlicher Vergrößerungen und Bildbereiche. (b), (c) und (d) Spannungsbilder über das gesamte Array für die in Abb. 6.2 (d) markierten Flusswerte. (f) vergrößertes Spannungsbild bei Arbeitspunkt (xd). Für alle Spannungsaufnahmen wurde $I_{\text{Bias}} = 1,1 \cdot I_c(\Phi)$ gewählt.

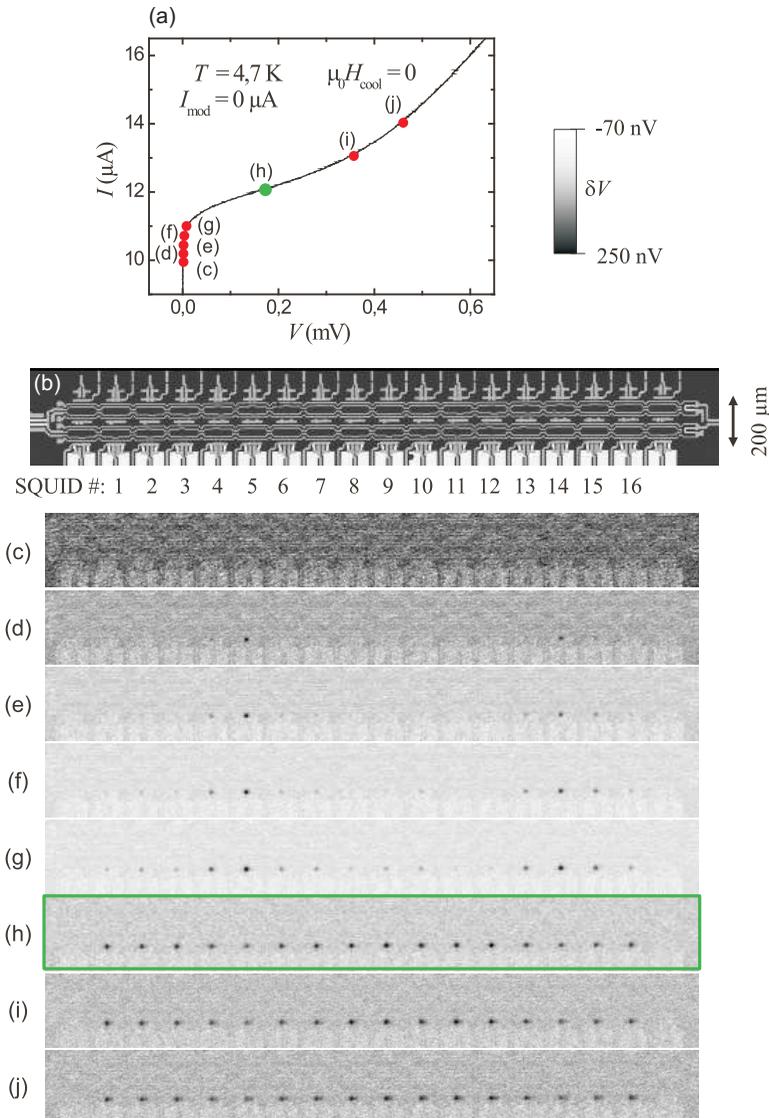


Abbildung 6.4: TTREM-Aufnahmen des SSA im nicht dephasierten Normalzustand bei $I_{\text{mod}} = 0$ und für verschiedene Biasströme $10 \mu\text{A} \leq I_{\text{Bias}} \leq 14 \mu\text{A}$. (a) $I(V)$ -Kurve mit markierten Arbeitspunkten der Spannungsbilder (c)-(j). (b) Oberflächenbild des SSA.

Wechselwirkung mit dem Elektronenstrahl auszukämmen. Eine anschließend durchgeführte integrale Transportmessung zeigte, dass nun wieder der nicht dephasierte Normalzustand entsprechend Abb. 6.2 (a) und (b) vorlag, womit der Partikel als Ursache für den dephasierenden Flusseinfang bestätigt werden konnte. Für Zustände mit mehreren dephasierten SQUIDs konnten mit dem gleichen Verfahren des Fluss-Auskämmens die Vias als weitere Zentren für parasitären Flusseinfang unterhalb von $55 \mu\text{T}$ nachgewiesen werden.

Abbildung 6.4 zeigt eine Serie von Spannungsabbildungen für verschiedene Biasströme $10 \mu\text{A} \leq I_{\text{Bias}} \leq 14 \mu\text{A}$ und $I_{\text{mod}} = 0$, nachdem der Normalzustand auf diese Weise erfolgreich hergestellt werden konnte. Für den oben verwendeten Biasstrom $I_{\text{Bias}} \gtrsim 1,1 \cdot I_c(\Phi)$ zeigt sich hier eine homogene Verteilung der Spannungssignale. Bei kleineren Biasströmen wird mit der dann nicht mehr homogenen Spannungsverteilung entlang des SSA die Variation ΔI_c der kritischen Ströme abgebildet. Es ist $|\Delta I_c| \leq 1 \mu\text{A}$, wobei SQUID 5 und 14 die kleinsten I_c 's besitzen.

6.4 Diskussion der Ergebnisse

In speziell für die Messung von dc Strömen ausgelegten Serien-SQUID-Arrays wurde der störende Einfluss von in einzelne SQUIDs des Arrays parasitär einkoppelndem Streufluss gepinnter Flussquanten untersucht. Während mit Hilfe integraler $I_c(\Phi)$ - bzw. $V(\Phi)$ -Messungen nur die Anzahl der betroffenen Elemente, die zu einer Dephasierung der Kurven beitragen, bestimmt werden konnte, ist es mit lokalen Untersuchungsmethoden des TTREMs gelungen, die betroffenen SQUIDs innerhalb des SSA zu lokalisieren. Dazu wurde der kritische Strom der Josephsonkontakte abgebildet, der innerhalb des Arrays abhängig vom Dephasierungszustand und vom angelegten Modulationssignal variiert und für miteinander in Phase befindliche SQUIDs gleich ist. Voraussetzung ist eine homogene Verteilung des maximal möglichen Josephsonstroms der einzelnen Kontakte des Arrays. Diese konnte im nicht dephasierten Normalzustand ebenfalls abgebildet werden.

Des Weiteren konnte mit einer lokal vergrößerten thermischen Störung des Elektronenstrahls parasitärer Fluss wieder entfernt werden, was mit einer veränderten $I_c(\Phi)$ -Kurve bestätigt werden konnte. Damit wurde es möglich, parasitär gepinnten Fluss gewissen strukturellen Bereichen oder Defekten innerhalb des SSA zuzuordnen. Daraus lassen sich Bedingungen

für ein flussfreies Einkühlen optimierter SSA-Sensoren in endlichen Hintergrundfeldern ableiten.

Eine direkte induktive Abbildung des parasitären Flusses, entsprechend der in Kapitel 5 diskutierte Abbildung von Josephson-Vortices, oder der Abbildung von Abrikosov-Vortices [Kei99, Kei00, Str03, Dön06], blieb erfolglos. Es wird vermutet, dass der maximal mögliche Strahlstrom (bevor der Fluss ausgekämmt wird) eine zu kleine virtuelle Verschiebung des in den Niobflächen gepinnten Flusses verursacht, als dass ein sich aus dem Rauschen abhebendes induziertes Spannungssignal gemessen werden könnte. Mit einem im geplanten Neubau des TTREM-Kryostaten integrierten SQUID-Verstärker sollen zukünftig Messungen dieser Art möglich werden.

Trotzdem ist in Abbildung 6.5 ein Spannungsbild gezeigt, für das die induktive Kopplung von thermisch gestörten Abschirmströmen hauptsächlich in den Niobstegen ($T_c \approx 9,2$ K) der SQUID-Loop verantwortlich sein dürften. Während der Abbildung bei 4,7 K wurde senkrecht zur Filmebene ein Hintergrundfeld von $\mu_0 H = 200 \mu\text{T}$ angelegt. Die gradiometrische SQUID-Loop macht sich dabei durch das an den Vias umkehrende Vorzeichen des Spannungssignals bemerkbar.

Obwohl somit direkt keine magnetischen Flussquanten aufgelöst werden konnten, sind mit Hilfe der vielfältigen Untersuchungsmöglichkeiten des

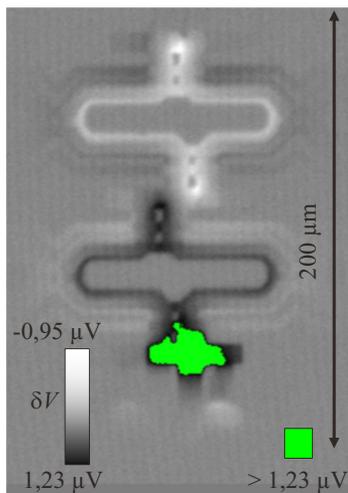


Abbildung 6.5:

TTREM-Spannungsbild eines SQUID-Elements des SSA bei einem extern angelegten Hintergrundfeld von $\mu_0 H = 200 \mu\text{T}$, sowie $I_{\text{Bias}} = 12 \mu\text{A}$, $I_{\text{mod}} = 16 \mu\text{A}$ und $I_{\text{Strahl}} \approx 500 \text{pA}$. Wegen des im Vergleich zu oben größeren Strahlstroms, ergeben sich die grün dargestellten, deutlich stärkeren Signale der Josephsonkontakte.

TTREMs anwendungsspezifische Fragestellungen beantwortet worden. Dabei wurde gezeigt, dass das TTREM auch zur Qualitätskontrolle komplexer Systeme aus supraleitenden Bauelementen erfolgreich eingesetzt werden kann.

Kapitel 7

Elektrischer Durchbruch am Isolator-Metall-Übergang von V_2O_3

Ein seit vielen Jahren interessantes Forschungsgebiet im Bereich der Kondensierten Materie sind Isolator-Metall-Übergänge (IMT). Zahlreiche experimentelle und theoretische Arbeiten zur Klärung des Mechanismus des IMT sind in den letzten 50 Jahren verfasst worden. Morin beschrieb 1959 in einer Arbeit über Phasenübergänge in Übergangsmetalloxiden, dass der elektrische Widerstand beispielsweise in den Vanadiumoxiden VO, VO₂ und V₂O₃ oder im Titanoxid Ti₂O₃ um einige Größenordnungen ansteigt, wenn die Temperatur unter eine bestimmte Übergangstemperatur verringert wird [Mor59]. Davon ausgehend entstand ein wachsendes Interesse an IMT in oxidischen Materialien, wozu nicht zuletzt bedeutende Entdeckungen in korrelierten Oxiden, wie z.B. der Hochtemperatursupraleitung in Kupraten [Bed86] oder des kolossalen Magnetowiderstands in Manganaten [Jin94] beitrugen. Bauteile aus korrelierten Oxiden bieten vielversprechende Anwendungen insbesondere bei einem IMT nahe der Raumtemperatur. Beispiele sind ultraschnelle Schalter zwischen isolierendem und metallischem Zustand, bei denen kleine thermische, elektrische, magnetische oder optische Störungen den Phasenübergang auslösen, auf Mott-

Isolatoren basierende Feldeffekttransistoren (MottFETs), oder Varistoren sowie Memristoren unter Ausnutzung nichtlinearer und hysteretischer Materialeigenschaften [Yan11].

In Sub-Mikrometer großen Proben aus Vanadiumoxiden treten beim thermisch induzierten Isolator-Metall-Übergang markante Sprünge im elektrischen Widerstand auf, was darauf hindeutet, dass der Übergang nicht kontinuierlich, sondern in einer Serie von „Lawinen“ erfolgt. Die statistische Verteilung der Sprunggrößen folgt einem Potenzgesetz. Dies ist nicht alleine durch ein, das allgemeine Transportverhalten beschreibende Perkolationsmodell erklärbar, weshalb sich eine inhärente Eigenschaft des Vanadiumoxids ableiten lässt [Sha08].

Die Motivation aktueller Forschungsarbeiten ist die Frage, ob und wie neben thermisch induzierten Übergängen in solchen stark korrelierten Systemen Spannungs-induzierte IMT auftreten [Oka03, Oka08, Lee08, HM10, Eck10]. Ein Spannungs-induzierter Übergang würde sich als dielektrischer Durchbruch für große elektrische Felder bemerkbar machen. Da sich allerdings der Widerstand beim Übergang um einige Größenordnungen ändert, können Selbstheizeffekte auch einen elektrothermischen Durchbruch auslösen, bei dem es zu lokalen Temperatur- und Stromumverteilungen kommt [Ber69, Duc71].

In diesen Zusammenhang lassen sich die in diesem Kapitel vorgestellten Untersuchungen elektrischer Eigenschaften in V_2O_3 -Dünnschichtbrücken eingliedern, die sich aus einer Kooperation mit der Gruppe um Ivan Schuller des *Department of Physics and Center for Advanced Nanooscience* der *University of California - San Diego* ergaben. Dabei sollten mit Hilfe der TTREM-Abbildungstechnik lokale Transporteigenschaften untersucht und metallische und isolierende Phasen abgebildet werden. Die Ergebnisse, die in diesem Kapitel gezeigt werden, sind in [Gué13], © EPLA, veröffentlicht.

7.1 Integrale Probencharakterisierung

Der polykristalline V_2O_3 -Film wurde per rf-Magnetron-Sputtern auf ein Saphir-Substrat (r-Schnitt) bei 750°C aufgewachsen. Mittels optischer Lithographie und reaktivem Plasmaätzen wurden $D = 100\text{ nm}$ dicke V_2O_3 -Brücken der Breite $W = 200\text{ }\mu\text{m}$ mit unterschiedlichen Längen strukturiert. Als Zuleitungen dienen aufgedampfte Goldelektroden. Für die vorgestellten Messungen wurde eine Brücke der Länge $L = 10\text{ }\mu\text{m}$ ausgewählt. Abbildung 7.1 zeigt ein im TTREM aufgenommenes Oberflächenbild der

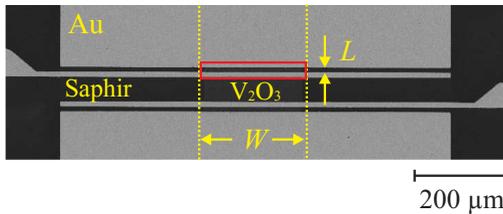


Abbildung 7.1: Oberflächenbild der untersuchten Probe. Die Lage der V_2O_3 -Dünnschichtbrücke ist durch ein rotes Rechteck angedeutet.

untersuchten Probe. Zwischen den beiden gestrichelten gelben Linien verläuft vertikal der $200\ \mu\text{m}$ breite V_2O_3 -Dünnschicht-Steifen. Das rote Rechteck markiert die Lage der Schichtbrücke. Der Strom fließt in vertikaler Richtung innerhalb der Lücke zwischen zwei Goldelektroden.

Die Charakterisierung fand in dem in Kapitel 3.2 beschriebenen Heliumkryostaten des TTREMs statt, der zu diesem Zweck mit flüssigem Stickstoff betrieben wurde. Die Temperatur konnte von 80 K bis 300 K geregelt werden. Ergänzend zu der im TTREM-System enthaltenen Tunnelelektronik konnte mit einer Stromquelle von Keithley (Modell 2400) Strom über die hochohmige Probe geschickt werden.

7.1.1 $R(T)$ -Charakteristik

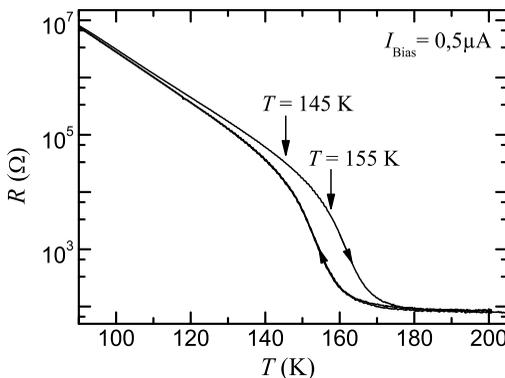


Abbildung 7.2: Temperaturabhängigkeit des Probenwiderstandes für einen Messstrom von $I_{\text{Bias}} = 0,5\ \mu\text{A}$. Die Kurven für Abkühlen und Aufwärmen sind durch Pfeile markiert. Die beiden für die folgende Diskussion relevanten Basistemperaturen sind ebenfalls gekennzeichnet.

Abbildung 7.2 zeigt die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands der Probe, der bei einem Biasstrom von $I_{\text{Bias}} = 0,5\ \mu\text{A}$ gemessen wurde. Die Kurven wurden mit einer Abkühl- bzw. Aufwärmrate von $\Delta T/t = 5\ \text{K}/\text{min}$ aufgenommen. Aufgrund eines thermisch induzierten

Isolator-Metall-Übergangs kommt es innerhalb von 20 K zu einer Widerstandsänderung von drei Größenordnungen. Der Übergang erfolgt zwischen einer antiferromagnetisch isolierenden und einer paramagnetisch metallischen Phase, wobei sich die Kristallsymmetrie von einem monoklinischen zu einem rhomboedrischen System ändert [Der70]. Das $R(T)$ -Verhalten zeigt eine ausgeprägte Hysterese zwischen beiden Zuständen, wie sie für einen Mott-Hubbard-Übergang erster Ordnung zu erwarten ist. Die Aufwärmkurve ist gegenüber der Abkühlkurve um etwa 7 K zu höheren Temperaturen verschoben. Der Punkt maximaler Widerstandsänderung liegt bei 152 K bzw. 159 K.

Um für die weiteren Untersuchungen der elektrischen Transporteigenschaften identische Ausgangssituationen auf dem oberen Ast der $R(T)$ -Hysterese zu gewährleisten, wurde die Probertemperatur vor jeder Messung zunächst auf $T = 80$ K reduziert und anschließend auf die jeweils vorgesehene Basistemperatur T_b erhöht. Mit diesem thermischen *Cycling* konnte jeweils der gleiche vollständig isolierende Start-Zustand eingestellt werden.

7.1.2 $I(U)$ -Charakteristiken

Aus einer Serie von $I(U)$ -Kurven für verschiedene Basistemperaturen konnten im Wesentlichen zwei Klassen von Abhängigkeiten ermittelt werden, die von den in Abbildung 7.3 dargestellten Kurven bei den Temperaturen $T_b = 145$ K und $T_b = 155$ K repräsentiert werden. Abb. 7.3 (a) zeigt die $I(U)$ -Kennlinie für $T_b = 145$ K nach thermischen Cycling. Ausgehend vom Ursprung beginnt die Kurve nahezu linear mit schwacher aufwärts gerichteter Krümmung. Bei einem Strom von 0,6 mA springt die Spannung von 10 V auf 7 V. Es folgen einige kleinere Sprünge, bevor die Spannung in einem weiteren großen Sprung zurück auf 3,8 V fällt. Anschließend verläuft die Kurve nahezu vertikal mit positiver Steigung und einigen sägezahnartigen Diskontinuitäten unterschiedlicher Größe. Bei Verringerung des Stroms zeigt sich eine Hysterese im $I(U)$ -Verhalten. Ohne die Basistemperatur zu verändern, wurde eine zweite $I(U)$ -Kurve aufgenommen, siehe Abb. 7.3 (b). Diese ist der ersten Messung sehr ähnlich, mit dem Unterschied, dass die maximale Spannung deutlich geringer ausfällt. Nach thermischen Cycling konnte die erste Kurve reproduziert werden, was auf einen Trainingseffekt schließen lässt.

Die erst gemessene Kurve bei $T_b = 155$ K in Abbildung 7.3 (c) unterscheidet sich von der bei $T_b = 145$ K. Zunächst steigt der Strom annähernd linear mit der Spannung. Übersteigt der Strom 1 mA, verläuft diese Kur-

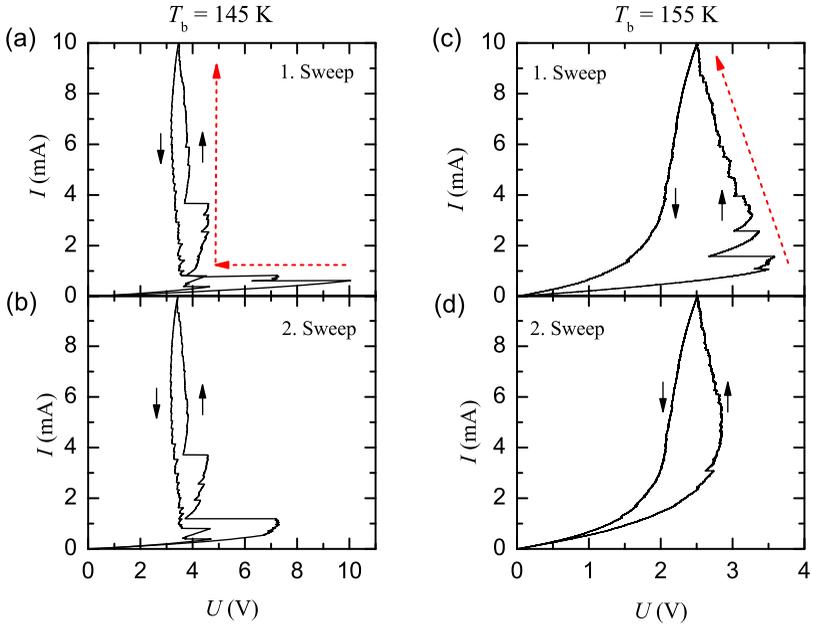


Abbildung 7.3: Strom-Spannungs-Kennlinien bei zwei verschiedenen Temperaturen $T_b = 145 \text{ K}$ und $T_b = 155 \text{ K}$. Die schwarzen Peile zeigen die Sweeprichtung an. Der globale Verlauf des elektrischen Durchbruchs wird durch gestrichelte rote Pfeile angedeutet. Die Kurven (a) und (c) wurden unmittelbar nach thermischen Cycling gemessen. Die Kurven (b) und (d) wurden jeweils direkt anschließend ohne weiteres Cycling aufgenommen.

ve diagonal mit negativer Steigung und sägezahnartigen Diskontinuitäten unterschiedlicher Größen, wobei die maximale Spannung bei 3,5 V liegt. Für abnehmenden Strom ergibt sich ein abgerundeter Verlauf mit einigen sehr kleinen Sprüngen. Die Hysterese ist deutlich stärker ausgeprägt als bei $T_b = 145 \text{ K}$. Die zweite aufgenommene Kurve ohne vorheriges thermisches Cycling in Abbildung 7.3 (d) zeigt die Übereinstimmung des Hystereseastes bei abnehmendem Strom mit dem der erst gemessenen Kurve. Im Gegensatz dazu hat sich der Verlauf bei steigendem Strom verändert. Die Kurve ist nun rund und weist nur noch sehr wenige Diskontinuitäten auf. Der Vergleich von erster und zweiter Kurve lässt erkennen, dass der Trainingseffekt bei 155 K zu einer qualitativen Veränderung der Kurve führt. Weiter folgende $I(U)$ -Messungen ohne thermisches Cycling zeigten keine

wesentlichen Unterschiede zu der zweiten gemessenen Kurve. Dies gilt auch für $T_b = 145$ K. Die Rampengeschwindigkeit hatte Einfluss auf die Sprünge in den $I(U)$ -Kennlinien. Für größere Änderungsgeschwindigkeiten des Stroms konnten mehr und kleinere Sprünge beobachtet werden. Die globale Form der Kurven änderte sich dabei nicht.

Bei $T_b = 145$ K sprechen der ausgeprägte Spannungssprung und der anschließend vertikale Verlauf für einen elektrischen Durchbruch der Probe. Bei $T_b = 155$ K hingegen deuten der diagonale Verlauf mit negativer Steigung und die kleinen Sprünge in der erst gemessenen $I(U)$ -Kurve auf einen elektrischen Durchbruch hin, der sich über stabile Zwischenzustände entwickelt.

Aus der Hysterese und dem Trainingseffekt kann auf einen Memory-Effekt in der V_2O_3 -Probe geschlossen werden, was bedeutet, dass Eigenschaften von der Vorgeschichte der Probe abhängen. Dies wurde bereits bei VO_2 beobachtet [Kim10].

Der Einfluss der Rampengeschwindigkeit auf die Details der Sprünge in den $I(U)$ -Kurven könnte die Auswirkung einer verlangsamten Relaxation eines kleinen Anteils des Films sein, die sich aufgrund einer gewissen Streuung der Übergangstemperaturen in einzelnen Domänen des Films ergibt [Gry08].

Simulation für homogene Temperaturverteilung

Unter Annahme einer homogenen Temperaturverteilung über die Filmbrücke bei einem auftretenden Selbstheizeffekt (vgl. Kapitel 2.5.1), wurden $I(U)$ -Kennlinien für die beiden Basistemperaturen $T_b = 145$ K und $T_b = 155$ K berechnet. Dazu wurde von einer thermischen Kopplung der im Vakuum befindlichen Probe ausgegangen, die ausschließlich per Wärmeleitung über das Saphirsubstrat der Dicke $H = 0,5$ mm an das Wärmereservoir erfolgt. Mit der thermischen Leitfähigkeit von Saphir $\kappa(T)$ (Abbildung 7.4 (b)) konnte nach Gleichung (2.84) die Wärmeleistung der Kopplung bestimmt werden, vgl. Abbildung 7.4 (a). Für die $R(T)$ -Abhängigkeit wurde der obere Ast der gemessenen hysteretischen Kurve aus Abbildung 7.2 verwendet. Mit der Parametrisierung aus Gleichung (2.85) ergeben sich die in Abbildung 7.4 (c), (d) und (e) gezeigten Strom-Spannungskurven. Für Ströme $\lesssim 1$ mA sind die berechneten $I(U)$ -Abhängigkeiten den gemessenen Kurven sehr ähnlich. Die darüber hinaus gemessene Abhängigkeit und die auftretenden Diskontinuitäten sind deutliche Hinweise einer zunehmend inhomogenen Temperatur- und Stromverteilung entlang

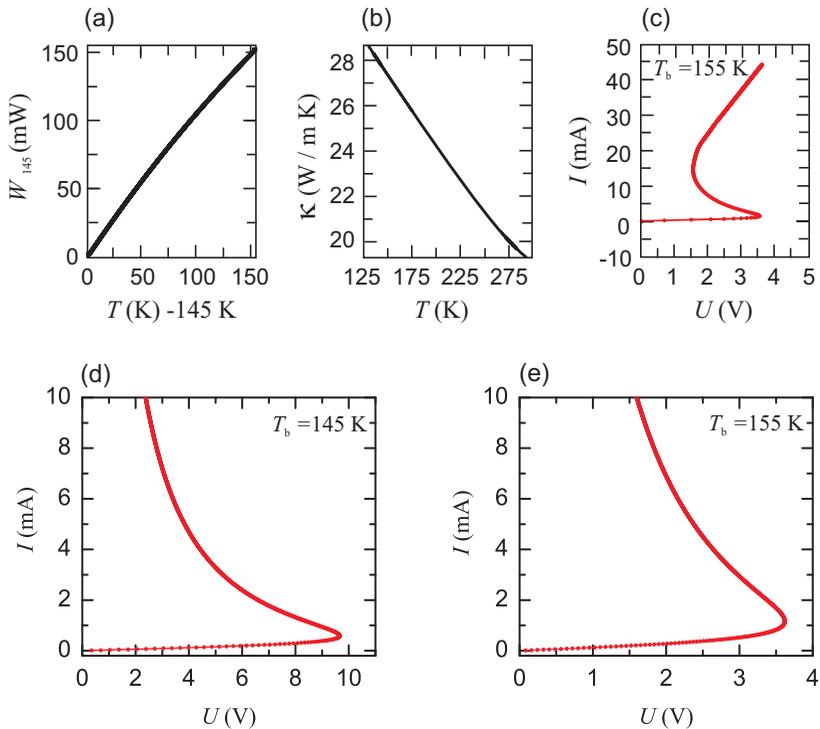


Abbildung 7.4: Selbstheizeffekt in Strom-Spannung-Charakteristik. (a) Temperaturabhängigkeit der von der Probe an das Wärmebad abgebenen Wärmeleistung bei $T_b = 145 K$ nach Gleichung (2.84). (b) Thermische Leitfähigkeit von Saphir in Abhängigkeit der Temperatur. (d) und (e) Nach Gleichung (2.85) berechnete $I(U)$ -Abhängigkeiten der Probe unter Annahme einer homogenen Temperaturverteilung für $T_b = 145 K$ und $T_b = 155 K$. (c) zeigt die Kurve aus (e) für einen größeren Strombereich.

der Filmbrücke, die durch Bildung elektrothermischer Domänen (ETDs) hervorgerufen werden, vgl. Kapitel 2.5.2. Für große Ströme jenseits des auf 10 mA limitierten Messstroms zeigt sich in der verwendeten Parametrisierung der $I(U)$ -Kennlinien eine typische, stark ausgeprägt S-förmige Abhängigkeit, vgl. Abbildung 7.4 (c). Aus dieser Eigenschaft lässt sich ebenfalls auf stark ausgeprägte Diskontinuitäten bei der Bildung von ETDs schließen. Markante Diskontinuitäten konnten in den Messungen, zumindest nach vorherigem thermischen Cycling, bestätigt werden.

7.2 Lokale Transporteigenschaften

Die integrale Probencharakterisierung, bei der hysteretisches Verhalten, Trainingseffekt und deutliche Hinweise auf ETDs gefunden wurden, deutet bereits auf lokale Effekte beim elektrischen Durchbruch in der V_2O_3 -Probe hin. Die weitere Analyse bestand aus einer lokalen Leitfähigkeitsuntersuchung mit Hilfe des TTREMs und der Entwicklung eines numerischen Modells, mit dem das lokale Transportverhalten simuliert werden kann.

7.2.1 TTREM-Abbildungen

Bei den beiden Basistemperaturen wurden mit der in Kapitel 3.2.2 beschriebenen Abbildungstechnik Spannungsbilder für verschiedene Biasströme aufgenommen. Abbildung 7.5 zeigt eine Serie für $T_b = 145$ K. Während des Abbildungsvorgangs veränderte sich durch die lokale Störung mit dem Elektronenstrahl ($U_{\text{Strahl}} = 10$ kV, $I_{\text{Strahl}} = 100$ pA, $f_{\text{Strahl}} = 13,3$ kHz) der Widerstand der Probe irreversibel um kleine Werte, vgl. auch Kapitel 3.3.3. Durch thermisches Cycling konnte auch hier der ursprüngliche Zustand wieder hergestellt werden. Um die aufgenommenen Bilder der Strom-Spannungs-Charakteristik zuordnen zu können, ist in Abbildung 7.5 (a) die $I(U)$ -Kennlinie aus Abb. 7.3 (b) dargestellt, wobei die Arbeitspunkte vor und nach der jeweiligen Bildaufnahme durch rote Pfeile markiert sind. Für Biasströme unterhalb des ersten großen Sprungs entwickelt sich in den Spannungsbildern (b)-(e) mit zunehmendem Strom eine Anhäufung von hellen Punkten. Diese befindet sich in einem etwa $10 \mu\text{m}$ breiten Bereich der Probe. Die Spannungsbilder oberhalb des ersten Spannungssprungs (f)-(k) zeigen an gleicher Stelle einen hellen Streifen, dessen Breite mit zunehmendem Strom wächst. Damit scheint der elektrische Durchbruch in einem schmalen Bereich der V_2O_3 -Brücke lokalisiert zu sein.

Die Serie von Spannungsbildern für $T_b = 155$ K ist in Abbildung 7.6 dargestellt. Mit steigendem Biasstrom erscheinen im Sub-Mikrometerbereich zunehmend Punkte unterschiedlicher Intensität. Die meisten von ihnen siedeln sich an der selben schmalen Stelle an, wo bei $T_b = 145$ K der elektrische Durchbruch auftritt. Mit steigendem Strom erhöht sich die Dichte dieser Punkte, so dass sie zunehmend ineinander übergehen. Wiederholungen der Abbildungen für den gleichen Arbeitspunkt ergaben qualitativ die gleichen Bilder, wobei zusätzlich einzelne helle Punkte an unterschiedlichen Stellen der Brücke auftreten können.

In Kapitel 3.3.3 wurde der Signalentstehungsmechanismus für die aufge-

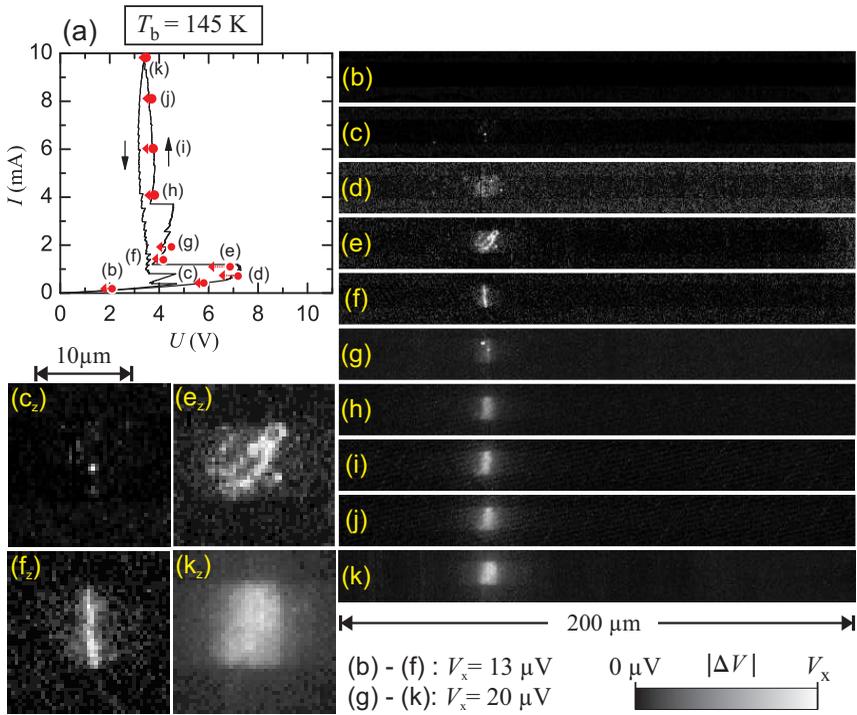


Abbildung 7.5: Spannungsbilder der V_2O_3 -Filmbrücke bei $T_b = 145 \text{ K}$ für verschiedene Biasströme $0 < I_{\text{Bias}} \leq 10 \text{ mA}$. (a) $I(U)$ -Kennlinie aus Abb. 7.3 (b). Die Arbeitspunkte vor und nach der jeweiligen Bildaufnahme sind durch rote Pfeile gekennzeichnet. (b)-(k) zeigen die Serie mit zunehmendem Strom. (c_z), (e_z), (f_z) und (k_z) sind vergrößert dargestellte Bildausschnitte im Bereich des maximalen Signals. Modifiziert aus [Gué13].

nommenen Spannungsbilder vorweggenommen. Dabei wurden Sub-Mikrometer große Domänen der polykristallinen Probe zugrunde gelegt, wie sie für das Modell in Abschnitt 7.2.2 verwendet werden. Demnach können die drei möglichen Antwortmechanismen einer metallischen, isolierenden oder reversibel schaltenden Domäne das abgebildete Spannungssignal ΔV erzeugen.

Für das Spannungsbild bei $T_b = 145 \text{ K}$, $I_{\text{Bias}} = 10 \text{ mA}$ und $U = 3,5 \text{ V}$ aus Abbildung 7.5 (k) sollen die unterschiedlichen Signalbeiträge berechnet und diskutiert werden. Die spezifische Leitfähigkeit g_i und $\frac{dg_i}{dT}$ der iso-

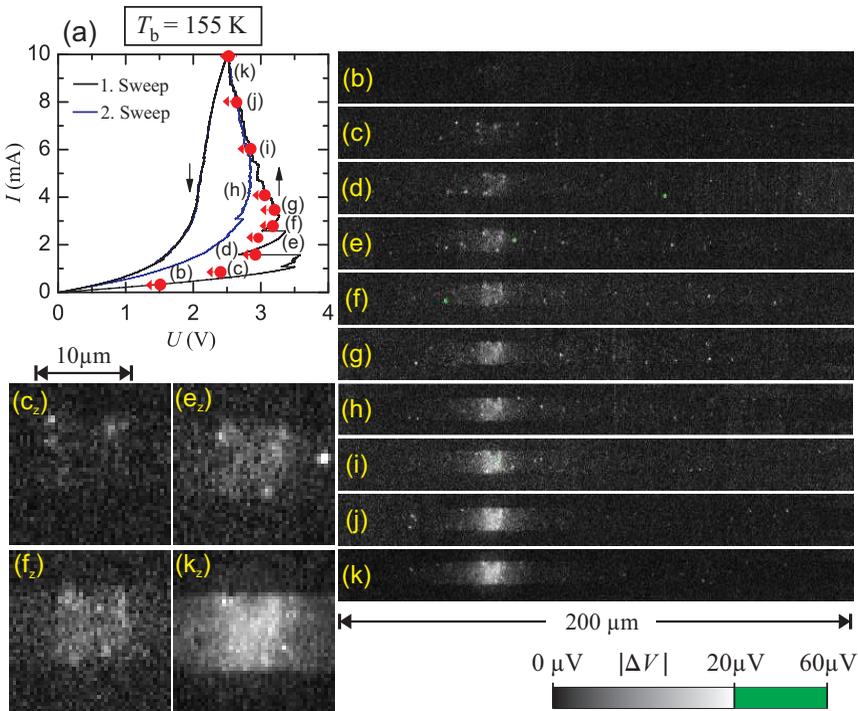


Abbildung 7.6: Spannungsbilder der V_2O_3 -Filmbrücke bei $T_b = 155$ K für verschiedene Biasströme $0 < I_{\text{Bias}} \leq 10$ mA. (a) $I(U)$ -Kennlinien aus Abb. 7.3 (c) und (d). Die Arbeitspunkte vor und nach der jeweiligen Bildaufnahme sind durch rote Pfeile gekennzeichnet. (b)-(k) zeigen die Serie mit zunehmendem Strom. (c_z), (e_z), (f_z) und (k_z) sind vergrößerte Bildausschnitte im Bereich des maximalen Signals. Aus [Gué13].

lierenden Phase kann aus der für das numerische Modell angenommenen $R_D(T)$ -Abhängigkeit einer einzelnen Domäne in Abbildung 7.8 (b) entnommen werden. Für $T = 145$ K ist $g_i \approx 26,6 \frac{1}{\Omega \text{ m}}$ und $\frac{dg_i}{dT} \approx 1,37 \frac{1}{\Omega \text{ K m}}$. Wegen des großen Kontaktwiderstandes der in Zweipunkt-Messanordnung untersuchten Probe wurde aus einer Vierpunkt-Messung an einer vergleichbaren V_2O_3 -Dünnschichtprobe $g_m \approx 1,43 \cdot 10^5 \frac{1}{\Omega \text{ m}}$ und $\frac{dg_m}{dT} \approx -310 \frac{1}{\Omega \text{ K m}}$ abgeschätzt.

Für das strahlinduzierte Schalten der Domänen zwischen metallischem und isolierendem Zustand folgt aus Gleichung (3.22) $\Delta V_h(x_0, y_0) \approx -0,05$ V.

Es wurde eine angeregte Domäne ($N = 1$) mit der Fläche $A_n = (0,5 \times 0,5) \mu\text{m}^2$ angenommen. Das berechnete zu erwartende Spannungssignal liegt einige Größenordnungen über dem gemessenen Signal und würde für kleinere Biasströme noch größer sein. Die Simulationen im nächsten Abschnitt zeigen, dass die lokale Temperatur bei einem elektrischen Durchbruch etwa 210 K beträgt und damit deutlich oberhalb der lokalen Übergangstemperatur T_i vom isolierenden zum metallischen Zustand liegt. Da außerdem die lokale Erwärmung durch den Elektronenstrahl hier bei etwa $\Delta T \approx 0,25$ K liegt, und für die Hysterese der Domänen $T_i - T_m = 8$ K $\gg \Delta T$ gilt, kann ein periodisches Schalten der Domänen ausgeschlossen werden.

Für das Spannungssignal metallischer bzw. isolierender Domänen ergibt sich aufgrund der differentiellen Änderung ihrer spezifischen Leitfähigkeiten mit der Temperatur nach Gleichung (3.24) $\Delta V_i(x_0, y_0) \approx -82$ nV für die isolierende Phase und $\Delta V_m(x_0, y_0) \approx 19$ μ V für die metallische Phase. Aus der Auflösung der TTREM-Abbildungen wurde das für die Berechnung notwendige Δx zu $\approx 0,5$ μ m abgeschätzt. Das deutlich kleinere Signal der isolierenden Phase kann vernachlässigt werden. Die berechnete Signalamplitude ΔV_m stimmt mit dem gemessenen maximalen Signal in Abbildung 7.5 (k) überein. Folglich verursacht hauptsächlich die metallische Phase der Domänen das Spannungssignal in den TTREM-Abbildungen. Die obige Abschätzung ist eine obere Grenze für die Amplituden der Spannungssignale. Das Signal verkleinert sich, wenn nicht alle Domänen innerhalb des vom Elektronenstrahl erzeugten Temperaturprofils metallisch sind. Dadurch lassen sich unterschiedliche Helligkeiten in den Spannungsbildern erklären. Bei Betrachtung des Mechanismus der Signalentstehung wurden Stromumverteilungseffekte vernachlässigt, die aber in einem Netzwerk von metallisch leitenden Pfaden in einer isolierenden Umgebung relevant werden können. Dies könnte die Ursache für die sehr hellen punktförmigen Signale der Spannungsbilder in Abbildung 7.6 sein.

Die beiden bei der integralen Charakterisierung auftretenden Klassen von elektrischen Durchbrüchen unterscheiden sich auch auf lokaler Ebene. In den TTREM-Abbildungen bei $T_b = 145$ K (Abb. 7.5) ist in Zusammenhang mit dem Auftreten der markanten Diskontinuität in der $I(U)$ -Kennlinie die Entstehung eines metallischen Filaments zu beobachten, wie es auch für VO₂-Proben auftritt [Ber69, Duc71]. Damit lässt sich die Bildung einer elektrothermischen Domäne in Verbindung bringen. In der Abbildungsserie bei $T_b = 155$ K (Abb. 7.6) tritt kein solches Filament auf. Hier wird die Probe bei zunehmendem Biasstrom in einem kleinen Bereich fortschreitend

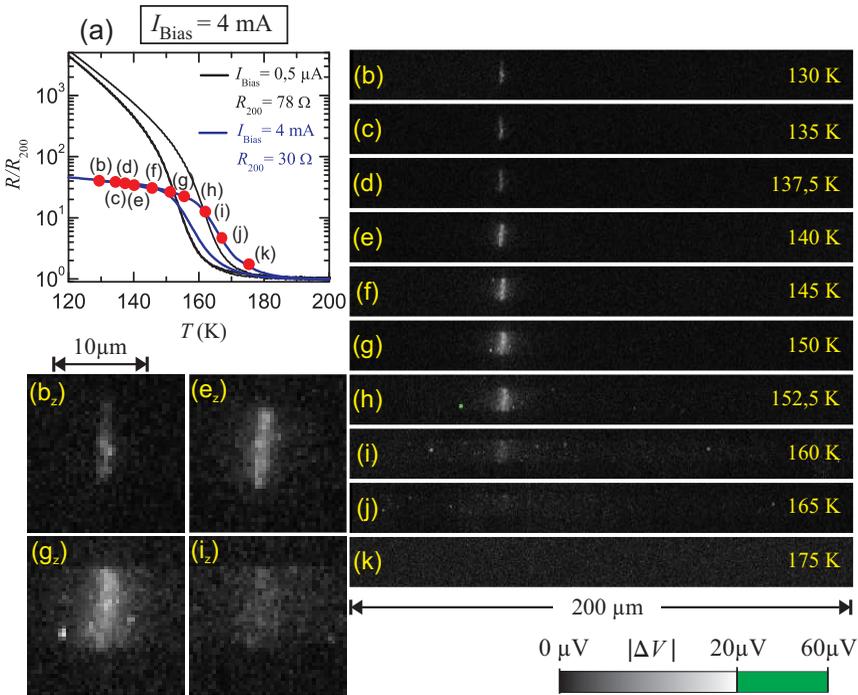


Abbildung 7.7: Spannungsbilder der V_2O_3 -Filmbrücke bei $I_{\text{Bias}} = 4 \text{ mA}$ für verschiedene Temperaturen $130 \text{ K} \leq T \leq 175 \text{ K}$. (a) $R(T)$ -Kurven aufgenommen mit $I_{\text{Bias}} = 4 \text{ mA}$ und $I_{\text{Bias}} = 0,5 \mu\text{A}$ aus Abb. 7.2. R ist normiert auf den Widerstand R_{200} bei 200 K . Die Arbeitspunkte der jeweiligen Bildaufnahme sind durch rote Punkte gekennzeichnet. (b)-(k) zeigen die Serie mit zunehmender Temperatur. (b_z) , (e_z) , (g_z) und (i_z) sind vergrößert dargestellte Bildausschnitte im Bereich des maximalen Signals.

metallisch.

Offensichtlich ist die Basistemperatur ein Parameter, der Einfluss auf die Form des metallischen Bereiches nimmt. Anhand einer Serie von Spannungsbildern bei festem Biasstrom $I_{\text{Bias}} = 4 \text{ mA}$ und unterschiedlichen Basistemperaturen entlang des MIT wird dies verdeutlicht. Abbildung 7.7 (a) zeigt die bei diesem Biasstrom gemessene $R(T)$ -Abhängigkeit im Vergleich zu der bei $I_{\text{Bias}} = 0,5 \mu\text{A}$ gemessenen Kurve aus Abb. 7.2. Der Widerstand wurde auf R_{200} , den jeweiligen Widerstand bei 200 K , nor-

miert um auch eine Verschiebung der Kurven durch den relativ großen Kontaktwiderstand auszugleichen. Für den größeren Biasstrom fällt im isolierenden Zustand der absolute Widerstand bei kleinerer Steigung entsprechend niedriger aus. Rote Punkte markieren die Basistemperaturen für die in Abbildungen 7.7 (b)-(k) dargestellten Spannungsbilder. Bei im Vergleich zum Übergangsbereich kleinen Temperaturen ist ein eng begrenztes metallisches Filament zu erkennen. Zunächst steigt die Signalstärke des Filaments an (b)-(f). Mit zunehmender Temperatur weitet sich dann das Filament auf. Dabei treten auch wieder einzelne Punkte auf (h)-(j). Die Intensität der Signals geht zurück und verschwindet, nachdem der Übergang durchlaufen ist (k), obwohl hier eine vollständig metallische Brücke zu erwarten wäre. Da aber ΔV_m quadratisch von R_{aus} abhängt (Glg. (3.24)), verringert sich nach Durchlaufen des IMT die Signalstärke um mehrere Größenordnungen und geht im Rauschen unter. Dieser Effekt konnte durch ein größeres ΔT , das sich aus vergrößerten Strahlparametern I_{Strahl} bzw. U_{Strahl} ergibt, nur bedingt aufgehalten werden. Nur bei entsprechend hohen Strömen und hohen Probenwiderständen R_{aus} im isolierenden Zustand der $R(T)$ -Abhängigkeit ist daher mit aussagekräftigen Spannungsbildern zu rechnen.

7.2.2 Numerisches Modell

Der polykristalline Aufbau der Probe legt es nahe, die Dünnschichtbrücke als aus Sub-Mikrometer große V_2O_3 -Domänen bestehend zu betrachten. Um den Einfluss der Isolator-Metall-Übergänge der einzelnen Domänen eines solchen Systems auf den elektrischen Durchbruch der Probe zu untersuchen, wurde von Stefan Guénon in Anlehnung an [Sha08] ein numerisches Modell entwickelt, in dem die Domänen mit unterschiedlichen Übergangstemperaturen und inhomogener Temperaturverteilung durch ein rautenförmiges Netzwerk von Widerständen R_D repräsentiert werden und thermisch untereinander und mit dem Wärmebad gekoppelt sind. In Abbildung 7.8 (a) ist die Struktur des Widerstandsnetzwerks bestehend aus $M \times N$ Rauten mit je vier Widerständen gezeigt. Die elektrischen Eigenschaften sowie die lokalen Temperaturen dieser Widerstände werden mit $4 \times M \times N$ dimensional Vektoren beschrieben. Die Visualisierung erfolgt durch Darstellung als zweidimensionale Matrizen. Die Simulation der $I(U)$ -Kurve beginnt mit einem Eingangsstrom $I_{\text{in}} = 0$ und einer T_b entsprechenden homogenen Temperaturverteilung \vec{T} . Für jeden Widerstand, also jede Domäne, wird eine mikroskopische $R_D(T)$ -Abhängigkeit mit in-

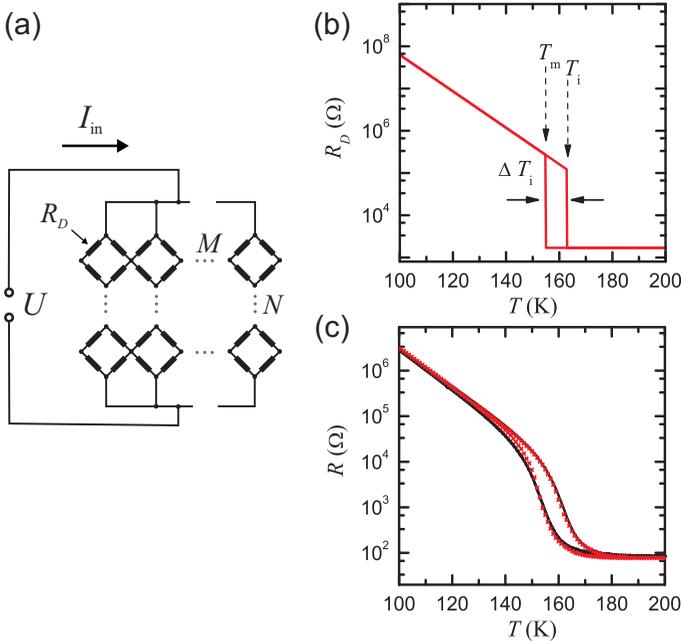
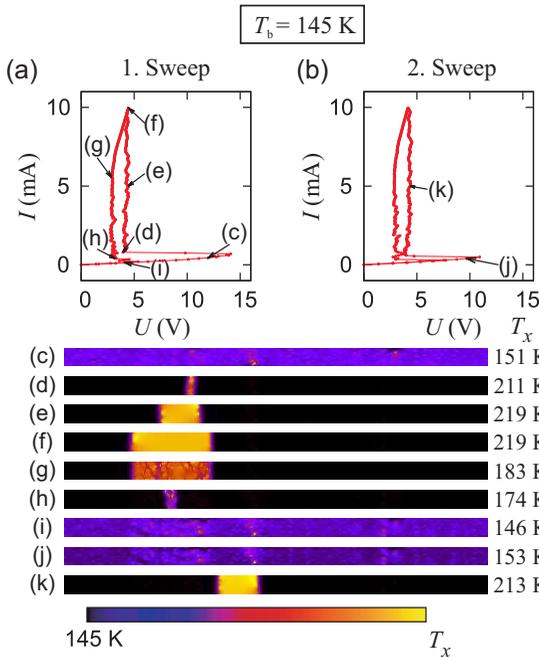


Abbildung 7.8: Numerisches Modell. (a) Netzwerk aus $4 \times M \times N$ Widerständen R_D . (b) Angenommene $R_D(T)$ -Abhängigkeit einer einzelnen Domäne. T_i ist die Übergangstemperatur bei steigender Temperatur, T_m bei fallender Temperatur. ΔT_i ist die Breite der Hysterese. (c) Simulierte $R(T)$ -Kurve der gesamten Brücke bei kleinem Strom $I_{in} < 10 \mu A$ (rote Punkte) im Vergleich mit der gemessenen Kurve (schwarze Linie), modifiziert aus [Gué13].

dividueller Übergangstemperatur angesetzt. Mit Hilfe von \vec{T} kann also die Leitfähigkeitsverteilung \vec{G} bestimmt werden.

Mit einem entsprechenden Algorithmus wird ein Satz von $4 \times M \times N$ unabhängigen Kirchhoff-Gleichungen $\mathbf{KM}(\vec{G})\vec{U} = \vec{I}_{in}$ erzeugt. Durch Auflösen nach der Spannungsverteilung $\vec{U} = \mathbf{KM}^{-1}\vec{I}_{in}$ können Strom- und Leistungsverteilung $\vec{I} = \vec{G} \cdot \vec{U}$ und $\vec{Q} = \vec{I} \cdot \vec{U}$ innerhalb des Widerstandnetzwerks der Domänen bestimmt werden. Mit \vec{Q} wird eine neue Temperaturverteilung und damit ein neues \vec{G} bestimmt. Dazu wird eine thermische Kopplung der Widerstandselemente untereinander über nächste Nachbarn mit einem Kopplungsparameter A_c berücksichtigt, woraus sich eine thermische Kopplungsmatrix \mathbf{TCM} ergibt. Zusätzlich koppelt jedes Element mit einem Parameter A_s an das Wärmereservoir der Basistemperatur T_b .

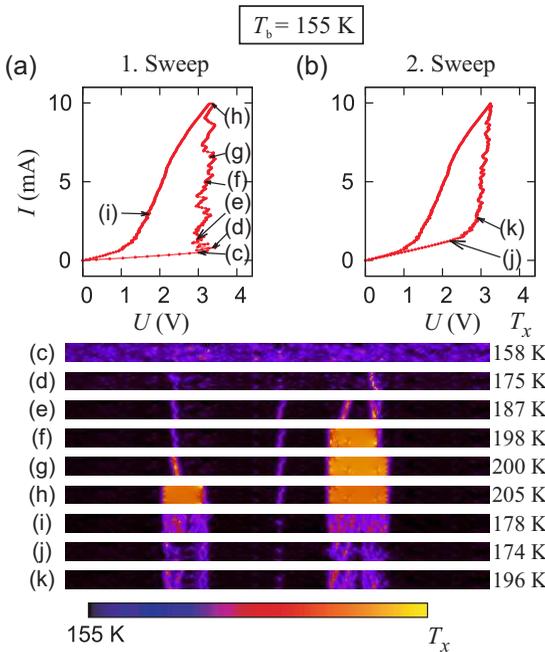
**Abbildung 7.9:**

Simulation der V_2O_3 -Brücke für $T_b = 145$ K. (a) $I(U)$ -Kennlinie mit anfänglicher Temperaturverteilung $\vec{T} = T_b \mathbb{1}$. (b) $I(U)$ -Kennlinie für darauffolgende Stromsweeps, mit $\vec{T} \neq T_b \mathbb{1}$. (c)-(k) Temperaturverteilungen für verschiedene Biaspunkte, die in den entsprechenden $I(U)$ -Kennlinien markiert sind. Modifiziert aus [Gué13]. © 2013 EPLA.

Es gilt $\mathbf{TCM}\vec{T} + A_s T_b \mathbb{1} = \vec{Q}$, womit die neue Temperaturverteilung $\vec{T} = (\mathbf{TCM})^{-1}(\vec{Q} - A_s T_b \mathbb{1})$ bestimmbar ist. Solange die neue Temperaturverteilung im Vergleich zur angesetzten Temperaturverteilung gewisse Konvergenzkriterien nicht erfüllt, wird aus der gewonnenen Temperaturverteilung erneut die Leitfähigkeit \vec{G} bestimmt und die Prozedur wiederholt. Bei Erreichen des Konvergenzkriteriums wird der Eingangstrom I_{in} erhöht und der nächste Biaspunkt bestimmt.

Nach gleicher Methode kann die $R(T)$ -Kurve simuliert werden, wobei der Biasstrom bei einem kleinen Wert festgehalten und die Basistemperatur inkrementell verändert wird.

Für die zu simulierende Brücke wurden 20×400 Widerstände entsprechend einer Domänengröße von $0,5 \mu\text{m} \times 0,5 \mu\text{m}$ angesetzt. Für jede Domäne wurde die gleiche Breite der Hysterese $\Delta T_i = T_i - T_m$ in der $R_D(T)$ -Abhängigkeit angenommen, wohingegen für die Übergangstemperatur T_i eine Gauß-Verteilung verwendet wurde, vgl. Abbildung 7.8 (b). Die bestmögliche Anpassung der simulierten $R(T)$ -Abhängigkeit an die Messkurve aus Abb. 7.2 gelang für $\Delta T_i = 8$ K und für einen Mittelwert der Verteilung

**Abbildung 7.10:**

Simulation der V_2O_3 -Brücke für $T_b = 155 \text{ K}$. (a) $I(U)$ -Kennlinie mit anfänglicher Temperaturverteilung $\vec{T} = T_b \mathbf{1}$. (b) $I(U)$ -Kennlinie für darauffolgende Stromsweeps, mit $\vec{T} \neq T_b \mathbf{1}$. (c)-(k) Temperaturverteilungen für verschiedene Biaspunkte, die in den entsprechenden $I(U)$ -Kennlinien markiert sind. Modifiziert aus [Gué13]. © 2013 EPLA.

von $T_i = 163 \text{ K}$ bei einer Standardabweichung von $\sigma \approx 3,16 \text{ K}$, vgl. Abbildung 7.8 (c). Die Optimierung der simulierten $I(U)$ -Kennlinien bezüglich der gemessenen Kurven aus Abb. 7.3 ergab einen Kopplungsparameter von $A_s = 4,25 \cdot 10^{-7} \text{ W/K}$. Eine Abschätzung aus der spezifischen Leitfähigkeit von Saphir ergibt einen etwa um den Faktor 10 kleineren Wert, was durch vernachlässigte Randeﬀekte erklärbar ist. Für die thermische Kopplung der Domänen untereinander wurde $A_c = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ W/K}$ verwendet.

Nach Ermittlung der Parameter konnten $I(U)$ -Abhängigkeiten, sowie Temperatur-, Strom- und Spannungsverteilungen entlang der Filmbrücke simuliert werden. Die Stromverteilungen zeigten erwartungsgemäß das gleiche Verhalten und die gleichen Strukturen wie die Temperaturverteilungen. In den Abbildungen 7.9 und 7.10 sind die simulierten $I(U)$ -Abhängigkeiten und entsprechenden Temperaturverteilungen für die Temperaturen $T_b = 145 \text{ K}$ bzw. $T_b = 155 \text{ K}$ gezeigt. Sowohl Hysterese als auch Trainingseﬀekt der gemessenen $I(U)$ -Kurven konnten reproduziert werden.

Die simulierten Temperaturverteilungen zeigen für $T_b = 145 \text{ K}$ die Bildung einer elektrothermischen Domäne in Form eines metallischen Filaments,

wie es auch in den TTREM-Abbildungen (Abb. 7.5) zu beobachten ist. Bei $T_b = 155$ K hingegen treten deutliche Unterschiede zwischen Simulation und Messung auf. Die Simulation bestätigt eindeutig die Bildung von elektrothermischen Domänen. Die $I(U)$ -Kennlinie verläuft nach Bildung der ETDs erwartungsgemäß vertikal. In den Messungen (Abb. 7.6) kann kein eindeutiges Filament beobachtet werden, während die $I(U)$ -Kennlinie diagonal mit negativer Steigung verläuft.

7.3 Diskussion der Ergebnisse

Die Simulation zeigt, dass sich die Hysterese und der Trainingseffekt in den $I(U)$ -Charakteristiken aus einer hysteretischen $R_D(T)$ -Abhängigkeit und unterschiedlichen Übergangstemperaturen der Sub-Mikrometer großen Domänen des polykristallinen Dünnsfilms ergeben. Vermutlich ist die Hysterese mikroskopischer Domänen die Folge struktureller Bistabilitäten. Unterschiedliche Spannungen im polykristallinen Gefüge des Films können für die Variation der Übergangstemperatur verantwortlich sein [Gry08].

Insgesamt erzeugt der Spannungs- bzw. Strom-getriebene Übergang beachtliche lokale Selbstheizeffekte, die sich in den integralen Transporteigenschaften zeigen und mit dem TTREM orts aufgelöst darstellbar sind. Die TTREM-Abbildungen zeigen, dass der elektrische Durchbruch immer an der gleichen Stelle der Probe auftritt. Ein Grund dafür könnte eine Inhomogenität in der Filmbrücke sein, die durch eine lokale Variation der Sauerstoffstöchiometrie des V_2O_3 -Films hervorgerufen wird.

Während sich die unterschiedlichen Klassen der $I(U)$ -Charakteristiken für $T_b = 145$ K und $T_b = 155$ K in den Abbildungen der lokalen Leitfähigkeit wiederfinden, kann mit den Simulationen nur bei 145 K die gesamte $I(U)$ -Kennlinie und das metallisch leitende Filament einer sich bildenden ETD reproduziert werden, was eindeutige Merkmale eines elektrothermischen Durchbruchs der Probe sind.

Im Gegensatz dazu zeigt die Probe bei $T_b = 155$ K ein für einen elektrothermischen Durchbruch untypisches Verhalten. Hierzu zählen sowohl die abgebildeten kleinen metallischen Domänen, die sich in einem kleinen Bereich der Probe anhäufen, als auch die gemessene $I(U)$ -Kennlinie mit diagonalem Verlauf bei negativer Steigung¹. In einem System, in dem es

¹Hier soll angemerkt werden, dass es sich bei dem diagonalen Verlauf der $I(U)$ -Kennlinie nicht um einen negativen differentiellen Widerstand handelt, der reversibel verlaufen kann. Vielmehr entsteht die negative Steigung durch irreversible Schaltvorgänge.

aufgrund einer großen Widerstandsänderung bei steigender Temperatur zu einer elektrothermischen Bistabilität kommt, sind die Wände der ETD für gewöhnlich parallel zur Stromrichtung ausgerichtet. In der untersuchten Probe müssten die ETDs daher immer die Form eines metallischen Filaments haben. Es sollte mit zunehmendem Strom wachsen, so dass die $I(U)$ -Kurve nach der Entstehung der Domäne einen vertikalen Verlauf hat. Die untypischen Merkmale bei 155 K könnten auf einen Durchbruch über stabile Zwischenzustände hindeuten. Für einen solchen Durchbruch gibt es verschiedene Erklärungen. Die wahrscheinlichste Variante ist, dass der elektrothermisch bistabile Zustand der Probe durch einen Lastwiderstand in Form von Zwischenzuständen stabilisiert wird. Dadurch würde die $I(U)$ -Kennlinie im Bereich des elektrothermischen Durchbruchs einen diagonalen Verlauf bekommen [Fis75]. Mit dem relativ großen Kontaktwiderstand der Probe von $\approx 80 \Omega$ ließe sich der Verlauf der $I(U)$ -Kennlinie und die sägezahnförmigen Diskontinuitäten bei 155 K erklären, wenn sich dieser Widerstand nicht ohmsch verhielte und eine entsprechende Tunnelcharakteristik hätte. Alternativ könnten oberhalb einer bestimmten Spannung ein intrinsisches Shunten von kleinen Domänen durch Landau-Zener-Tunneln [Oka03, Eck10] oder andere dielektrische Durchbruchmechanismen einen ähnlichen Effekt verursachen. Aus simulierten Spannungsverteilungen \vec{U} kann eine kritische Durchbruchspannung von $< 20 \text{ kV/cm}$ abgeleitet werden. Für einen rein Spannungs-induzierten dielektrischen Durchbruch wäre dieser Wert zu klein. Folglich wird der Übergang zum großen Teil durch lokale Heizeffekte induziert.

Eine weitere mögliche Erklärung bietet die Referenz [She11]. In einem theoretischen Modell werden darin zwei unterschiedliche Mechanismen für einen elektrischen Durchbruch vorgeschlagen, die auf Spannungs-induziertes Schalten von Domänen basieren, und zwar ein blitzartiges und ein perkolatives Schalten. Demnach könnte der elektrische Durchbruch bei 145 K als blitzartiges und bei 155 K als perkolatives Schalten von Domänen interpretiert werden. Allerdings werden in dieser Theorie keine thermischen Kopplungen berücksichtigt. Innerhalb des in Abschnitt 7.2.2 beschriebenen Modells konnte auch dann kein perkolatives Verhalten beobachtet werden, wenn zusätzlich zum thermisch-induzierten Schalten ein Spannungs-induziertes Schalten oberhalb einer kritischen Spannung (entsprechend einem kritischen elektrischen Feld) der Domänen berücksichtigt wurde. Auch hier kam es stets nur zur Bildung eines metallischen Filaments, wobei sich der Durchbruch zu etwas kleineren Spannungen hin verschoben hatte.

Kapitel 8

Zusammenfassung

Ziel der Arbeit war es, durch Untersuchungen lokaler Eigenschaften in supraleitenden Bauelementen und in speziellen Systemen korrelierter Elektronen Einblicke in deren physikalisches Verhalten zu gewinnen. So konnten grundlegende Erkenntnisse über $0-\pi$ -Multifacetten-Kontakte, die Ordnungsparameter-Symmetrie in Kupraten, parasitäre Flussquanten in SQUID-Elementen und über Isolator-Metall-Übergänge gewonnen werden. Die in den einzelnen Kapiteln dargestellten Ergebnisse werden nun gesamttheitlich zusammengefasst. Tiefergehende kritische Auseinandersetzungen und Ausblicke sind in den jeweiligen Diskussionsteilen zu finden.

Für die Untersuchungen wurden zwei experimentelle Ansätze verfolgt. Direkte Abbildungen mit dem Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskop (TTREM) aber auch Analysen der Abhängigkeit integraler Messgrößen unter Variation externer Parameter ließen Rückschlüsse auf innere lokale (Transport)-Eigenschaften zu.

Letzteres Verfahren wurde erfolgreich für die Untersuchung von $0-\pi$ -Multifacetten-Josephsonkontakten eingesetzt. Sowohl für SIFS-Multifacetten-Kontakte als auch für Zick-Zack-Rampenkontakte konnte mit modellbasierten Interpretationen winkelabhängiger $I_c(H)$ -Messungen der räumliche Verlauf der Flussdichteprofile entlang der Josephsonkontakte, entsprechend einer nichtlinearen Phasenabhängigkeit, ermittelt werden. Hierbei wurde gezeigt, dass eine senkrecht zur Substratebene orientierte Magnetfeldkomponente einen stark flusskomprimierten und räumlich variierenden Beitrag zum Flussprofil mit einem Maximum in der Kontaktmitte

verursacht, während es eine von der Probengeometrie abhängige Feldorientierung gibt, für die eine homogene Flussdichte vorliegt. Weiter wurde gezeigt, dass bereits minimale Abweichungen von dieser Orientierung ($\ll 0, 1^\circ$) einen erheblichen Einfluss auf die $I_c(H)$ -Charakteristiken haben. Diese entwickeln für einen von der Flussfokussierung abhängigen sogenannten „toten Feldwinkel“ ein völlig anormales Verhalten, da hier der mittlere Fluss verschwindet. Für die Zick-Zack-Geometrie konnten zusätzliche vom in-plane Winkel abhängige Merkmale der $I_c(H)$ -Kurven analysiert werden.

Lokale Flussabbildungen mit Hilfe des TTREMs ermöglichten über ein phasensensitives SQUID-Experiment den erstmaligen und eindeutigen Nachweis der $d_{x^2-y^2}$ -Wellen-Symmetrie des Ordnungsparameters in $\text{Sr}_{1-x}\text{La}_x\text{CuO}_2$ (SLCO). Parasitäre Effekte konnten abgebildeten Josephson-Vortices zugeordnet werden, deren Auftreten als Vortexkette oberhalb eines kritischen Feldes in einer Korngrenze untersucht wurde. Die für die Signalentstehung genutzte induktive Kopplung der Vortices ist quantitativ bestimmt worden. Hierbei wurden Flussfokussierungseffekte, die elliptische Ausdehnung der im Dünnschichtlimit vorliegenden Pearl-Josephsonvortices und ihre Wechselwirkung in einer eindimensionalen Vortexkette berücksichtigt.

Mit einer leicht variierten Messmethode konnte die räumliche Modulation der Josephson-Stromverteilung in den Korngrenzen der SQUID-Arme für verschiedene externe Magnetfelder abgebildet und durch Simulationen bestätigt werden, womit das Signalentstehungsmodell verifiziert wurde. Die Strom-Modulationen sind für die Einhüllende der $I_c(H)$ -Oszillationen des verwendeten SDJ-SQUIDs verantwortlich. Ebenso konnten kreisförmige Abschirmströme im SQUID über ihre Auswirkung auf die kritischen Ströme der Josephsonkontakte abgebildet werden. Ein π -SQUID ist erstmalig sozusagen „bei der Arbeit“ ortsaufgelöst abgebildet worden.

Der gleichermaßen parasitäre Einfluss magnetischer Vortices in Serien-SQUID-Arrays konnte in Form dephasierter $I_c(H)$ -Abhängigkeiten beobachtet werden. Während anhand der $I_c(H)$ -Charakteristik nur Aussagen über den Dephasierungszustand und die Anzahl der dephasierten SQUIDs möglich sind, konnte mit Hilfe von lokalen Spannungsaufnahmen das dephasierte SQUID innerhalb des Arrays identifiziert werden und die Homogenität der kritischen Ströme der einzelnen SQUIDs abgebildet werden. Eine direkte induktive Abbildung magnetischer Vortices, wie sie im phasensensitiven SQUID-Experiment von SLCO erfolgte, war hier nicht

möglich. Trotzdem konnte parasitärer magnetischer Fluss über eine Wechselwirkung des Elektronenstrahls derart irreversibel verschoben werden, dass eine Lokalisierung im Bereich einiger μm möglich wurde.

Eine andere Abbildungsmöglichkeit des TTREMs fand ihren Einsatz in einem weiteren System korrelierter Elektronen. Hierbei wurden für den nicht supraleitenden Effekt des elektrischen Durchbruchs am Isolator-Metall-Übergang von V_2O_3 lokale Unterschiede in der elektrischen Leitfähigkeit nachgewiesen, die auf lokalen Selbstheizeffekten des Spannungs- bzw. Strom-getriebenen Übergangs beruhen.

Im isolierenden Zustand konnten für verschiedene Temperaturen sowohl die Formierung eines metallischen Filaments eines typischen elektrothermischen Durchbruchs mit einer elektrothermischen Domäne als auch punktförmige metallische Domänen abgebildet werden, die auf einen atypischen Durchbruch über Zwischenzustände hinweisen. Beiden metallischen Strukturen konnte ein unterschiedliches integrales Transportverhalten zugeordnet werden. Numerische Simulationen zeigen, dass Hysterese- und Trainingseffekte aus der Mikrostruktur des V_2O_3 -Films und der Verteilung der lokalen Übergangstemperaturen hervorgehen, und bestätigen die Bildung elektrothermischer Domänen.

Über thermisch induzierte Spannungsänderungen konnten bei allen vorgestellten TTREM-Untersuchungen Aussagen entweder über die lokale Suprastromverteilung, über lokale magnetische Strukturen oder über die lokale elektrische Leitfähigkeitsverteilung der untersuchten Bauelemente abgeleitet werden. Diese lokalen Untersuchungen lieferten neben den globalen Transporteigenschaften grundlegende physikalische Erkenntnisse im Bereich der unkonventionellen Supraleitung, bei der Charakterisierung und Qualitätskontrolle komplexer Bauelemente aus Josephsonkontakten und Systemen korrelierter Elektronen. Des Weiteren konnten Optimierungsmöglichkeiten für Herstellung und Konzeption zukünftiger Bauelemente und Experimente gewonnen werden.

Auch 30 Jahre nach Etablierung am Physikalischen Institut Tübingen bietet die TTREM-Abbildungstechnik ein wissenschaftlich effektives und einzigartiges Werkzeug für Untersuchungen lokaler Phänomene im Bereich der Supraleitung und darüber hinaus, welches auch für zukünftige Fragestellungen und anschauliche Untersuchungen Verwendung finden wird.

Anhang A

Spezifikationen EO Scan Vega XL-H

REM	
Kammer	315 mm × 315 mm × 315 mm
Auflösung	3,0 nm
Vakuum	Hochvakuum $< 1 \cdot 10^{-5}$ mBar
Vergrößerung	3 bis 10^6 fach
Detektoren	Sekundär- (SE), Rückstreuelektronen (BSE) und Strahlstrommessung
Beschleunigungsspannung	500 V bis 30 kV
Kathodensystem	Wolfram-Haarnadelkathode
Strahlstrom	1 pA bis $2 \mu\text{A}$
Vakuumsystem	Vollautomatisch, Rotationsvor- und luftgekühlte Turbomolekularpumpe

Tabelle A.1: Eigenschaften und Spezifikationen des Rasterelektronenmikroskops vom Typ EO Scan Vega XL-H.

Strahlausblender	elektrostatisch
$t_{\text{blank,min}}$	100 ns
$t_{\text{light,min}}$	300 ns
$t_{\text{delay,min}}$	30 ns
maximale Blankfrequenz $f_{\text{Strahl,max}}$	800 kHz
Eingangsspannung light	0 V
Eingangsspannung blank	5 V, 50 Ω
Eingangsimpedanz	statisch 100 Ω , dynamisch 50 Ω
Anschluss Eingang	BNC
Ablenkspannung	-250 V

Tabelle A.2: Eigenschaften des im Rasterelektronenmikroskop vom Typ EO Scan Vega XL-H integrierten Strahlausblender.

Anhang B

Biasstromabhängige Spannungssignale im SLCO- π -SQUID

Für die in Kapitel 5.3 gezeigten Abbildungen der Supraströmverteilung in den Korngrenzen des SLCO- π -SQUIDs wurden die idealen Abbildungsparameter, für welche die Spannungssignale den bestmöglichen Kontrast zeigen, empirisch bestimmt. Um die Korngrenzen nicht zu schädigen, wurde unter Verwendung möglichst kleiner Strahlströme für konstante Feldwerte eine Serie von Abbildungen bei unterschiedlichen Biasströmen $2I_c \lesssim I_{\text{Bias}} \lesssim 1,25 \cdot 2I_c$ aufgenommen. Die Abbildungen B.1 und B.2 zeigen Serien in der Nähe des Hauptmaximums bzw. des ersten Nebenmaximums der $I_c(H)$ -Einhüllenden. Es zeigte sich, dass der ideale Biasstrom für Abbildungen im Hauptmaximum auf einem schmalen Intervall eingegrenzt ist und optimalerweise $I_{\text{Bias}}^{\text{opt}} \approx 1,015 \cdot 2I_c$ beträgt, während für die Nebenmaxima der ideale Bereich größer ist und eine exakte Einstellung des Biasstroms weniger entscheidend war.

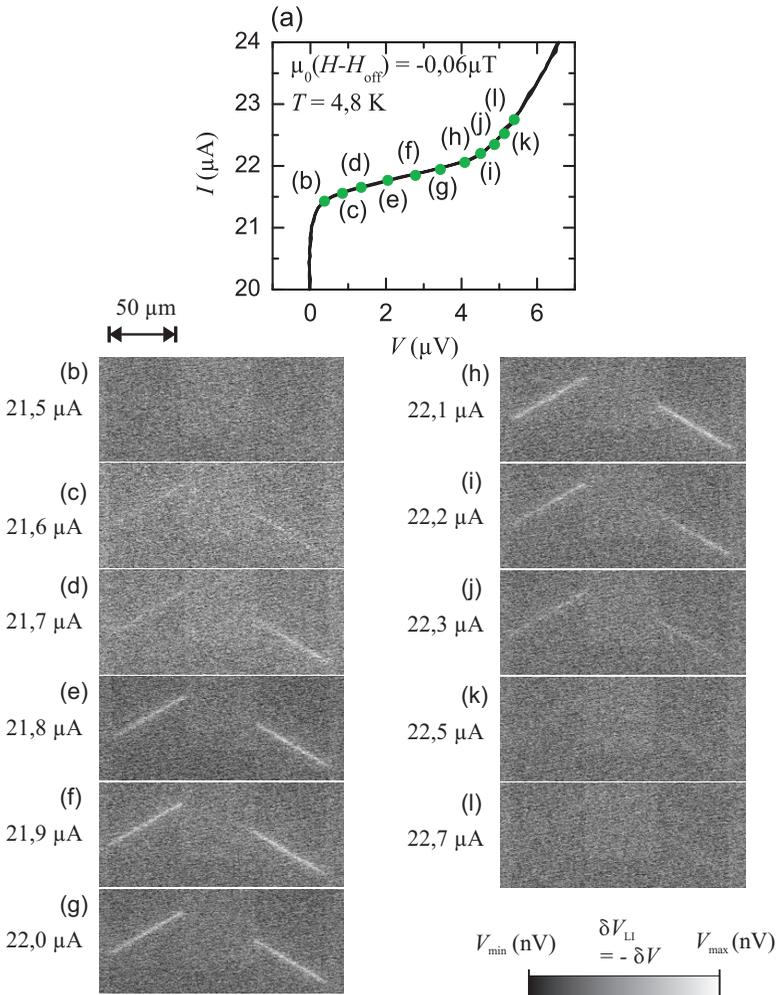


Abbildung B.1: TTREM-Spannungsbilder der SLCO Korngrenzen (2) und (3) für verschiedene Biasströme beim Hauptmaximum. Die Arbeitspunkte (b)-(l) sind in der $I(V)$ -Kennlinie (a) markiert. Strahlparameter: $I_{\text{Strahl}} = 15 \text{ pA}$, $U_{\text{Strahl}} = 10 \text{ kV}$, $f_{\text{Strahl}} = 6,669 \text{ kHz}$. $|V_{\text{max,min}}| = 250 \text{ nV}$.

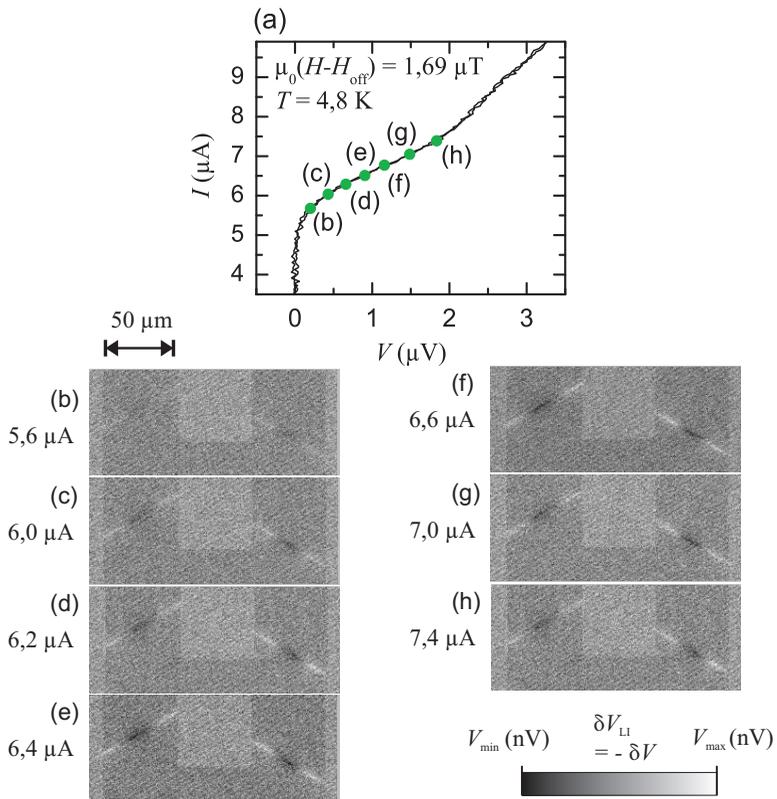


Abbildung B.2: TTREM-Spannungsbilder der SLCO Korngrenzen (2) und (3) für verschiedene Biasströme beim ersten Nebenmaximum. Die Arbeitspunkte (b)-(h) sind in der $I(V)$ -Kennlinie (a) markiert. Strahlparameter: $I_{\text{Strahl}} = 15 \text{ pA}$, $U_{\text{Strahl}} = 10 \text{ kV}$, $f_{\text{Strahl}} = 6,669 \text{ kHz}$. $|V_{\text{max},\text{min}}| = 250 \text{ nV}$.

Anhang C

Abkürzungen

BSCCO	$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$
BCS	Bardeen-Cooper-Schrieffer
BNC	Bayonet-Neill-Concelman
BSE	<i>Back-Scattered Electrons</i>
BTK	Blonder-Tinkham-Klapwijk
dc SQUID	<i>direct current SQUID</i>
DMFT	Dynamische Mean-Field-Theorie
EBIC	<i>Electron Beam Induced Current</i>
EDX	<i>Energy Dispersive X-ray Analysis</i>
ETD	<i>Electrothermal Domains</i>
FFLO-Zustand	Fulde-Ferrel-Larkin-Ovchinnikov-Zustand
GL	Ginzburg-Landau
HTSL	Hochtemperatursupraleiter
IMT	<i>Insulation-to-Metall Transition</i>
LCC	<i>Leadless Chip Carrier</i>
MBE	<i>Molecular Beam Epitaxy</i>
MottFET	Mott-Feldefekttransistor
NCCO	$\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_{4-\delta}$
OFHC	<i>Oxygen-Free High thermal Conductivity</i>
PID	<i>Proportional Integral Derivative</i>
PLD	<i>Pulsed Laser Deposition</i>
RC-Filter	<i>Resistor-Capacitor-Filter</i>

RCSJ	<i>Resistively and Capacitively Shunted Junction</i>
REM	Rasterelektronenmikroskop(ie)
rf SQUID	<i>radio frequency SQUID</i>
RSFQ	<i>Rapid Single Flux Quanta</i>
RSJ	<i>Resistively Shunted Junction</i>
RTS	<i>Random Telegraph Signal</i>
SDJ	<i>Spatially Distributed Junction</i>
SE	<i>Secondary Electrons</i>
SFS-Kontakt	Supraleiter-Ferromagnet-Supraleiter-Kontakt
SIFS-Kontakt	Supraleiter-Isolator-Ferromagnet-Supraleiter-Kontakt
SIS-Kontakt	Supraleiter-Isolator-Supraleiter-Kontakt
SLCO	$\text{Sr}_{1-x}\text{La}_x\text{CuO}_2$
SN-Kontakt	Supraleiter-Normalleiter-Kontakt
SNS-Kontakt	Supraleiter-Normalleiter-Supraleiter-Kontakt
SQIF	<i>Superconducting Quantum Interference Filter</i>
SQUID	<i>Superconducting Quantum Interference Device</i>
STO	SrTiO_3
TTREM	Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskop
YBCO	$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$

Literaturverzeichnis

- [Amb63a] V. Ambegaokar and A. Baratoff. *Erratum to "Tunneling Between Superconductors"*. Phys. Rev. Lett. **11**, 104 (1963).
- [Amb63b] V. Ambegaokar and A. Baratoff. *Tunneling Between Superconductors*. Phys. Rev. Lett. **10**, 486 (1963).
- [Amb69] V. Ambegaokar and B. I. Halperin. *Voltage Due to Thermal Noise in the dc Josephson Effect*. Phys. Rev. Lett. **22**, 1364 (1969).
- [And58] P. W. Anderson. *Absence of Diffusion in Certain Random Lattices*. Phys. Rev. **109**, 1492 (1958).
- [And87] P. W. Anderson. *The Resonating Valence Bond State in La_2CuO_4 and Superconductivity*. Science **235**, 1196 (1987).
- [Ari05] Ariando, D. Darminto, H.-J. H. Smilde, V. Leca, D. H. A. B. H. Rogalla and H. Hilgenkamp. *Phase-Sensitive Order Parameter Symmetry Test Experiments Utilizing $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_{4-y}/\text{Nb}$ Zig-zag Junctions*. Phys. Rev. Lett. **94**, 167001 (2005).
- [Bai09] M. Bailer. *Herstellung und Charakterisierung von dc SQUIDS aus $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ -Dünnschichten für die Abbildung einzelner Flussquanten mittels Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskopie*. Diplomarbeit, Universität Tübingen (2009).
- [Bar50] J. Bardeen. *Wave Functions for Superconducting Electrons*. Phys. Rev. **80**, 567 (1950).
- [Bar57] J. Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer. *Theory of Superconductivity*. Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).

- [Bar82] A. Barone and G. Paterno. *Physics and Applications of the Josephson Effect*. Wiley, New York (1982).
- [Bas99] J. Baselmans, A. Morpurgo, B. van Wees and T. Klapwijk. *Reversing the direction of the supercurrent in a controllable Josephson junction*. Nature **397**, 43 (1999).
- [Bed86] J. G. Bednorz and K. A. Müller. *Possible High- T_c Superconductivity in the Ba-La-Cu-O system*. Z. Phys. B **64**, 189 (1986).
- [Bel94] D. Belitz and T. R. Kirkpatrick. *The Anderson-Mott transition*. Rev. Mod. Phys. **66**, 261 (1994).
- [Ber69] C. Berglund. *Thermal filaments in vanadium dioxide*. IEEE Trans. Electron Devics **16**, 432 (1969).
- [Bey08a] J. Beyer and D. Drung. *A SQUID multiplexer with superconducting-to-normalconducting switches*. Superconductor Science and Technology **21**, 105 022 (2008).
- [Bey08b] J. Beyer and D. Drung. *A SQUID series array dc current sensor*. Superconductor Science and Technology **21**, 095 012 (2008).
- [Bey09] J. Beyer, D. Drung, M. Peters, T. Schurig and S. Bandler. *A Single-Stage SQUID Multiplexer for TES Array Readout*. Applied Superconductivity, IEEE Transactions on **19**, 505 (2009).
- [Bla94] G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin and V. M. Vinokur. *Vortices in high-temperature superconductors*. Rev. Mod. Phys. **66**, 1125 (1994).
- [Bla01] G. Blatter, V. B. Geshkenbein and L. B. Ioffe. *Design aspects of superconducting-phase quantum bits*. Phys. Rev. B **63**, 174511 (2001).
- [Blo82] G. E. Blonder, M. Tinkham and T. M. Klapwijk. *Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions: Excess current, charge imbalance and supercurrent conversion*. Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
- [Bor06] F. Born, M. Siegel, E. K. Hollmann, H. Braak, A. A. Golubov, D. Y. Gusakova and M. Y. Kupriyanov. *Multiple $0 - \pi$ transitions in superconductor/insulator/ferromagnet/superconductor Josephson tunnel junctions*. Phys. Rev. B **74**, 140501 (2006).

- [Bos85] J. Bosch, R. Gross, M. Koyanagi and R. P. Huebener. *Direct Probing of the Spatial Distribution of the Maximum Josephson Current in a Superconducting Tunnel Junction*. Phys. Rev. Lett. **54**, 1448 (1985).
- [Bos87] J. Bosch, R. Gross, M. Koyanagi and R. P. Huebener. *Measurement of the Spatial Distribution of the Maximum Josephson Current in Superconducting Tunnel Junctions*. J. Low Temp. Phys. **68**, 245 (1987).
- [Bra95] E. H. Brandt. *The flux-line lattice in superconductors*. Rep. Prog. Phys. **58**, 1465 (1995).
- [Buc04] W. Buckel and R. Kleiner. *Supraleitung*. Wiley-VCH Verlag, Weinheim (2004).
- [Buc10] K. Buckenmaier. *Aktivierungsenergie fraktionaler Flusswirbel und Spektroskopie an Vortex-Molekülen in langen Josephsonkontakten*. Dissertation, Universität Tübingen (2010).
- [Bul77] L. Bulaevskii, V. Kuzii and A. Sobyanin. *Superconducting system with weak coupling to the current in the ground state*. JETP Lett. **25**, 290 (1977).
- [Bul78] L. Bulaevskii, V. Kuzii and A. Sobyanin. *On possibility of the spontaneous magnetic flux in a Josephson junction containing magnetic impurities*. Solid Stat. Comm. **25**, 1053 (1978).
- [Buz82] A. I. Buzdin, L. N. Bulaevskii and S. V. Panyukov. *Critical-current oscillations as a function of the exchange field and thickness of the ferromagnetic metal (F) in an SFS Josephson junction*. JETP Lett. **35**, 290 (1982).
- [Buz03] A. Buzdin and A. E. Koshelev. *Periodic alternating 0 - and π -junction structures as realization of π -Josephson junctions*. Phys. Rev. B. **67**, 220 504 (2003).
- [Buz08] A. Buzdin. *Direct Coupling Between Magnetism and Superconducting Current in the Josephson Φ_0 Junction*. Phys. Rev. Lett. **101**, 107 005 (2008).

- [Ced10a] K. Cedergren, T. Bauch, H. Pettersson, J. R. Kirtley, E. Olsson and F. Lombardi. *Biepitaxial $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ $0-\pi$ Josephson junctions*. Supercond. Sci. Technol. **23**, 034 027 (2010).
- [Ced10b] K. Cedergren, J. R. Kirtley, T. Bauch, G. Rotoli, A. Troeman, H. Hilgenkamp, F. Tafuri and F. Lombardi. *Interplay between Static and Dynamic Properties of Semifluxons in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ $0-\pi$ Josephson Junctions*. Phys. Rev. Lett. **104**, 177 003 (2010).
- [Che99] B. Chesca. *Magnetic field dependencies of the critical current and of the resonant modes of dc SQUIDs fabricated from superconductors with $s + id_{x^2-y^2}$ order-parameter symmetries*. Ann. Phys. **8**, 511 (1999).
- [Che03] B. Chesca, K. Ehrhardt, M. Mößle, R. Straub, D. Koelle, R. Kleiner and A. Tsukada. *Magnetic-Field Dependence of the Maximum Supercurrent of $\text{La}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_{4-y}$ Interferometers: Evidence for a Predominant $d_{x^2-y^2}$ Superconducting Parameter*. Phys. Rev. Lett. **90**, 057 004 (2003).
- [Che10] C. T. Chen, C. C. Tsuei, M. B. Ketchen, Z. A. Ren and Z. X. Zhao. *Integer and half-integer flux-quantum transitions in a niobium-iron pnictide loop*. Nat. Phys. **6**, 260 (2010).
- [Cir98] M. Cirillo, N. Grønbech-Jensen, M. R. Samuelsen, M. Salerno and G. V. Rinati. *Fiske modes and Eck steps in long Josephson junctions: Theory and experiments*. Phys. Rev. B **58**, 12 377 (1998).
- [Cla04] J. Clarke and A. I. Braginski. *The SQUID Handbook*. Wiley-VCH Verlag, Weinheim (2004).
- [Cle06] J. P. Cleuziou, W. Wernsdorfer, V. Bouchiat, T. Ondarcuhu and M. Monthieux. *Carbon nanotube superconducting quantum interference device*. Nature Nanotechnology **1**, 53 (2006).
- [Cos78] G. Costabile, R. D. Parmentier, B. Savo, D. W. McLaughlin and A. C. Scott. *Exact solutions of the sine-Gordon equation describing oscillations in a long (but finite) Josephson junction*. Appl. Phys. Lett. **32**, 587 (1978).
- [De 11] R. De Luca. *Quantum interference in parallel connections of N x ($0-\pi$) overdamped Josephson junctions*. Supercond. Sci. Technol. **24**, 065 026 (2011).

- [Dea61] B. S. Deaver and W. M. Fairbank. *Experimental Evidence for Quantized Flux in Superconducting Cylinders*. Phys. Rev. Lett. **7**, 43 (1961).
- [Dem97] E. A. Demler, G. B. Arnold and M. R. Beasley. *Superconducting proximity effects in magnetic metals*. Phys. Rev. B **55**, 15 174 (1997).
- [Der70] P. D. Dernier and M. Marezio. *Crystal Structure of the Low-Temperature Antiferromagnetic Phase of V_2O_3* . Phys. Rev. B **2**, 3771 (1970).
- [Deu87] G. Deutscher and K. A. Müller. *Origin of superconductive glassy state and extrinsic critical currents in high- T_c oxides*. Phys. Rev. Lett. **59**, 1745 (1987).
- [DG64] P. G. De Gennes. *Boundary Effects in Superconductors*. Rev. Mod. Phys. **36**, 225 (1964).
- [dG66] P. G. de Gennes. *Superconductivity of metals and alloys*. W. A. Benjamin, New York (1966).
- [Dir26] P. A. M. Dirac. *On the Theory of Quantum Mechanics*. Proc. R. Soc. Lond. A **112**, 661 (1926).
- [Doe06] D. Doenitz, M. Ruoff, E. H. Brandt, J. R. Clem, R. Kleiner and D. Koelle. *Sheet-current distribution in a dc SQUID washer probed by vortices*. Phys. Rev. B **73**, 064 508 (2006).
- [Doe07] D. Doenitz, R. Kleiner, D. Koelle, T. Scherer and K. F. Schuster. *Imaging of thermal domains in ultrathin NbN films for hot electron bolometers*. Applied Physics Letters **90**, 252 512 (2007).
- [Dol61] R. Doll and M. Näbauer. *Experimental Proof of Magnetic Flux Quantization in a Superconducting Ring*. Phys. Rev. Lett. **7**, 51 (1961).
- [Dön02] D. Dönitz. *Abbildungen von Vortices und niederfrequentes Rauschen in $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ dc SQUIDs*. Diplomarbeit, Universität Tübingen (2002).
- [Dön06] D. Dönitz. *Abbildung von Stromverteilungen in supraleitenden Dünnschichtstrukturen*. Dissertation, Universität Tübingen (2006).

- [Dru96] D. Drung, E. Dantsker, F. Ludwig, H. Koch, R. Kleiner, J. Clarke, S. Krey, D. Reimer, B. David and O. Doessel. *Low noise $YB_2Cu_3O_{7-x}$ SQUID magnetometers operated with additional positive feedback*. Appl. Phys. Lett. **68**, 1856 (1996).
- [Dru07] D. Drung, C. Assmann, J. Beyer, A. Kirste, M. Peters, F. Ruede and T. Schurig. *Highly Sensitive and Easy-to-Use SQUID Sensors*. Applied Superconductivity, IEEE Transactions on **17**, 699 (2007).
- [Duc71] J. Duchene, M. Terrailon, P. Pailly and G. Adam. *Filamentary Conduction in VO_2 Coplanar Thin-Film Devices*. Applied Physics Letters **19**, 115 (1971).
- [Eck10] M. Eckstein, T. Oka and P. Werner. *Dielectric Breakdown of Mott Insulators in Dynamical Mean-Field Theory*. Phys. Rev. Lett. **105**, 146404 (2010).
- [Eic83] R. Eichele, L. Freytag, H. Seifert, R. Huebener and J. Clem. *Two-dimensional imaging of hotspots in superconducting bridges by low-temperature scanning electron microscopy*. J. Low Temp. Phys. **52**, 449 (1983).
- [Er91] G. Er, Y. Miyamoto, F. Kanamaru and S. Kikkawa. *Superconductivity in the infinite-layer compound $Sr_{1-x}La_xCuO_2$ prepared under high pressure*. Physica C **181**, 206 (1991).
- [Er92] G. Er, S. Kikkawa, F. Kanamaru, Y. Miyamoto, S. Tanaka, M. Serra, M. Sato, Z. Hiroi, M. Takano and Y. Bando. *Structural, electrical and magnetic studies of infinite-layered $Sr_{1-x}La_xCuO_2$ superconductor*. Physica C **196**, 271 (1992).
- [Fer26] E. Fermi. *Sulla quantizzazione del gas perfetto monoatomico*. Rendiconti Lincei **3**, 145 (1926).
- [Fer65] R. A. Ferrell. *Josephson Tunneling and Quantum Mechanical Phase*. Phys. Rev. Lett. **15**, 527 (1965).
- [Fis75] B. Fisher. *Moving boundaries and travelling domains during switching of VO_2 single crystals*. Journal of Physics C: Solid State Physics **8**, 2072 (1975).

- [Frö50] H. Fröhlich. *Theory of the Superconducting State. I. The Ground State at the Absolute Zero of Temperature*. Phys. Rev. **79**, 845 (1950).
- [Fru10] L. Fruchter, V. Jovanovic, H. Raffy, S. Labdi, F. Bouquet and Z. Z. Li. *Penetration depth of electron-doped infinite-layer $Sr_{0.88}La_{0.12}CuO_{2+x}$ thin films*. Phys. Rev. B **82**, 144529 (2010).
- [Fru12] L. Fruchter, F. Bouquet and Z. Z. Li. *Point-Contact spectroscopy on electron-doped $Sr_{0.88}La_{0.12}CuO_2$ thin films*. ArXiv e-prints **1201.3790** (2012).
- [Ful64] P. Fulde and R. A. Ferrell. *Superconductivity in a Strong Spin-Exchange Field*. Phys. Rev. **135**, A550 (1964).
- [Ful73] T. Fulton and R. Dynes. *Single vortex propagation in Josephson tunnel junctions*. Solid State Commun. **12**, 57 (1973).
- [Ger97] R. Gerber. *Ortsaufgelöste Untersuchungen an Bauelementen aus Hochtemperatur-Supraleitern*. Diplomarbeit, Universität Tübingen (1997).
- [Gol97] E. Goldobin. *Software Manual for GoldExI: Frequently asked questions (F.A.Q.)*. www.geocities.com/goldexi/ (1997).
- [Gol02] E. Goldobin, D. Koelle and R. Kleiner. *Semifluxons in long Josephson $0-\pi$ -junctions*. Phys. Rev. B **66**, 100508 (2002).
- [Gol04a] E. Goldobin, A. Sterck, T. Gaber, D. Koelle and R. Kleiner. *Dynamics of Semifluxons in Nb Long Josephson $0-\pi$ Junctions*. Phys. Rev. Lett. **92**, 057005 (2004).
- [Gol04b] A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov and E. Il'ichev. *The current-phase relation in Josephson junctions*. Rev. Mod. Phys. **76**, 411 (2004).
- [Gol07] E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner and A. Buzdin. *Josephson junctions with second harmonic in the current-phase relation: Properties of ϕ junctions*. Phys. Rev. B **76**, 224523 (2007).
- [Gol10] T. Golod, A. Rydh and V. M. Krasnov. *Detection of the Phase Shift from a Single Abrikosov Vortex*. Phys. Rev. Lett. **104**, 227003 (2010).

- [Gol11a] E. Goldobin. *StkJJ – User’s Reference*.
www.geocities.com/SiliconValley/Heights/7318/StkJJ.htm
(2011).
- [Gol11b] E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner and R. G. Mints. *Josephson junction with magnetic-field tunable ground state*. Phys. Rev. Lett. **107**, 227 001 (2011).
- [Gor57] L. P. Gor’kov. *Derivation of the Ginzburg-Landau Equations in the Theory of Superconductivity*. Sov. Phys. JETP **36**, 1364 (1957).
- [Gro85] R. Gross and M. Koyanagi. *Effect of electron-beam irradiation on superconducting films*. Journal of Low Temperature Physics **60**, 277 (1985).
- [Gro94] R. Gross and D. Koelle. *Low temperature scanning electron microscopy of superconducting thin films and Josephson junctions*. Reports on Progress in Physics **57**, 651 (1994).
- [Gro12] B. Gross, S. Guénon, J. Yuan, M. Y. Li, J. Li, A. Ishii, R. G. Mints, T. Hatano, P. H. Wu, D. Koelle, H. B. Wang and R. Kleiner. *Hot-spot formation in stacks of intrinsic Josephson junctions in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$* . Phys. Rev. B **86**, 094524 (2012).
- [Grü88] G. Grüner. *The dynamics of charge-density waves*. Rev. Mod. Phys. **60**, 1129 (1988).
- [Gry08] Grygiel, C., Pautrat, A., Prellier, W. and Mercey, B. *Hysteresis in the electronic transport of V_2O_3 thin films: Non-exponential kinetics and range scale of phase coexistence*. EPL **84**, 47 003 (2008).
- [Gué13] S. Guénon, S. Scharinger, S. Wang, J. G. Ramírez, D. Koelle, R. Kleiner and I. K. Schuller. *Electrical breakdown in a V_2O_3 device at the insulator-to-metal transition*. EPL **101**, 57 003 (2013).
- [Gué10] S. Guénon, M. Grünzweig, B. Gross, J. Yuan, Z. G. Jiang, Y. Y. Zhong, M. Y. Li, A. Iishi, P. H. Wu, T. Hatano, R. G. Mints, E. Goldobin, D. Koelle, H. B. Wang and R. Kleiner. *Interaction of hot spots and terahertz waves in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ intrinsic Josephson junction stacks of various geometry*. Phys. Rev. B. **82**, 214 506 (2010).

- [Gum07] A. Gumann, C. Iniotakis and N. Schopohl. *Geometric π Josephson junction in d-wave superconducting thin films*. Appl. Phys. Lett. **91**, 192 502 (2007).
- [Gum09] A. Gumann and N. Schopohl. *Phase diagram of geometric d-wave superconductor Josephson junctions*. Phys. Rev. B **79**, 144 505 (2009).
- [Gur87] A. V. Gurevich and R. G. Mints. *Self-heating in normal metals and superconductors*. Rev. Mod. Phys. **59**, 941 (1987).
- [Gür09] C. Gürlich, E. Goldobin, R. Straub, D. Doenitz, Ariando, H.-J. H. Smilde, H. Hilgenkamp, R. Kleiner and D. Koelle. *Imaging of Order Parameter Induced π Phase Shifts in Cuprate Superconductors by Low-Temperature Scanning Electron Microscopy*. Phys. Rev. Lett. **103**, 067 011 (2009).
- [Gür10a] C. Gürlich. *Visualisierung der Stromverteilung in Josephsonkontakten mit 0- und π -Facetten*. Dissertation, Universität Tübingen (2010).
- [Gür10b] C. Gürlich, S. Scharinger, M. Weides, H. Kohlstedt, R. G. Mints, E. Goldobin, D. Koelle and R. Kleiner. *Visualizing supercurrents in ferromagnetic Josephson junctions with various arrangements of 0 and π segments*. Phys. Rev. B **81**, 094 502 (2010).
- [Gut63] M. C. Gutzwiller. *Effect of Correlation on the Ferromagnetism of Transition Metals*. Phys. Rev. Lett. **10**, 159 (1963).
- [Hao08] L. Hao, J. C. Macfarlane, J. C. Gallop, D. Cox, J. Beyer, D. Drung and T. Schurig. *Measurement and noise performance of nano-superconducting-quantum-interference devices fabricated by focused ion beam*. Applied Physics Letters **92**, 192 507 (2008).
- [Har89] M. Hartmann, K. Hipler, D. Koelle, F. Kober, K. Bernhardt, T. Sermet, R. Gross and R. P. Huebener. *Characterization of Superconducting YBaCuO-Films by Low Temperature Scanning Electron Microscopy*. Z. Phys. B **75**, 423 (1989).
- [Hei01] J.-K. Heinsohn, R. Dittmann, J. R. Contreras, E. Goldobin, A. M. Klushin, M. Siegel, D. Hagedorn, R. Pöpel, R. Dolata, F.-I. Buchholz and J. Niemeyer. *Effect of the magnetic-field orientation on*

- the modulation period of the critical current of ramp-type Josephson junctions.* Journal of Applied Physics **90**, 4623 (2001).
- [Hic09] C. W. Hicks, T. M. Lippman, M. E. Huber, Z.-A. Ren, J. Yang, Z.-X. Zhao and K. A. Moler. *Limits on the Superconducting Order Parameter in NdFeAsO_{1-x}Fy from Scanning SQUID Microscopy.* J. Phys. Soc. Jpn. **78** (2009).
- [Hil02] H. Hilgenkamp and J. Mannhart. *Grain boundaries in high-T_c superconductors.* Rev. Mod. Phys **74**, 485 (2002).
- [Hil03] H. Hilgenkamp, Ariando, H. H. Smilde, D. H. A. Blank, G. Rijnders, H. Rogalla, J. Kirtley and C. C. Tsuei. *Ordering and manipulation of the magnetic moments in large-scale superconducting π loop arrays.* Nature (London) **422**, 50 (2003).
- [Hil08] H. Hilgenkamp. *Pi-phase shift Josephson structures.* Supercond. Sci.Technol. **21**, 034011 (2008).
- [HM10] F. Heidrich-Meisner, I. González, K. A. Al-Hassanieh, A. E. Feiguin, M. J. Rozenberg and E. Dagotto. *Nonequilibrium electronic transport in a one-dimensional Mott insulator.* Phys. Rev. B **82**, 205110 (2010).
- [Hsu08] F.-C. Hsu, J.-Y. Luo, K.-W. Yeh, T.-K. Chen, T.-W. Huang, P. M. Wu, Y.-C. Lee, Y.-L. Huang, Y.-Y. Chu, D.-C. Yan and M.-K. Wu. *Superconductivity in the PbO-type structure α -FeSe.* Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **105**, 14262 (2008).
- [Hub63] J. Hubbard. *Electron Correlations in Narrow Energy Bands.* Proc. R. Soc. Lond. A **276**, 238 (1963).
- [Hum93] R. Humphreys and J. Edwards. *YBa₂Cu₃O₇ thin film grain boundary junctions in a perpendicular magnetic field.* Physica C: Superconductivity **210**, 42 (1993).
- [Hux00] A. Huxley, P. Rodiere, D. Paul, N. van Dijk, R. Cubitt and J. Flouquet. *Realignment of the flux-line lattice by a change in the symmetry of superconductivity in UPT3.* Nature **406**, 160 (2000).
- [Ima98] M. Imada, A. Fujimori and Y. Tokura. *Metal-insulator transitions.* Rev. Mod. Phys. **70**, 1039 (1998).

- [Iof99] L. Ioffe, V. Geshkenbein, M. Feigel'man, A. Fauchere and G. Blatter. *Environmentally decoupled sds-wave Josephson junctions for quantum computing*. Nature **398**, 679 (1999).
- [Ish98] T. Ishida, K. Okuda, A. I. Rykov, S. Tajima and I. Terasaki. *In-plane anisotropy of vortex-lattice melting in large $YBa_2Cu_3O_7$ single crystals*. Phys. Rev. B **58**, 5222 (1998).
- [Jin94] S. Jin, T. H. Tiefel, M. McCormack, R. A. Fastnacht, R. Ramesh and L. H. Chen. *Thousandfold Change in Resistivity in Magneto-resistive La-Ca-Mn-O Films*. Science **264**, 413 (1994).
- [Jor90] J. D. Jorgensen, B. W. Veal, A. P. Paulikas, L. J. Nowicki, G. W. Crabtree, H. Claus and W. K. Kwok. *Structural properties of oxygen-deficient $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$* . Phys. Rev. B **41**, 1863 (1990).
- [Jor93] J. D. Jorgensen, P. G. Radaelli, D. G. Hinks, J. L. Wagner, S. Kikkawa, G. Er and F. Kanamaru. *Structure of superconducting $Sr_{0.9}La_{0.1}CuO_2$ ($T_c=42$ K) from neutron powder diffraction*. Phys. Rev. B **47**, 14654 (1993).
- [Jor94] J. D. Jorgensen, P. G. Radaelli, H. Shaked, J. L. Wagner, B. A. Hunter, J. F. Mitchell, R. L. Hitterman and D. G. Hinks. *Roles of oxygen defects in copper oxide superconductors*. Journal of Superconductivity **7**, 145 (1994).
- [Jos62] B. D. Josephson. *Possible Effects In Superconductive Tunneling*. Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- [Kam08] Y. Kamihara, T. Watanabe, M. Hirano and H. Hosono. *Iron-Based Layered Superconductor $La[O_{1-x}F_x]FeAs$ ($x = 0.05-0.12$) with $T_c = 26$ K*. Journal of the American Chemical Society **130**, 3296 (2008).
- [Kei99] S. Keil, R. Straub, R. Gerber, R. Huebener, D. Koelle, R. Gross and K. Barthel. *Imaging of vortices and $1/f$ noise sources in $YB-CO$ dc SQUIDS using low-temperature scanning electron microscopy*. Appl. Supercond. **9**, 2961 (1999).
- [Kei00] S. Keil. *Flussquantenabbildung und lokale Analyse von niederfrequentem Flussrauschen in $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ dc SQUIDS*. Dissertation, Universität Tübingen (2000).

- [Kem10] M. Kemmler, M. Weides, M. Weiler, M. Opel, S. T. B. Goennenwein, A. S. Vasenko, A. A. Golubov, H. Kohlstedt, D. Koelle, R. Kleiner and E. Goldobin. *Magnetic interference patterns in $0 - \pi$ superconductor/insulator/ferromagnet/superconductor Josephson junctions: Effects of asymmetry between 0 and π regions*. Phys. Rev. B **81**, 054522 (2010).
- [Kha03] M. Khapaev, M. Kupriyanov, E. Goldobin and M. Siegel. *Current distribution simulation for superconducting multi-layered structures*. Supercond. Sci. Technol. **16**, 24 (2003).
- [Kha08] R. Khasanov, A. Shengelaya, A. Maisuradze, D. Di Castro, I. M. Savic, S. Weyeneth, M. S. Park, D. J. Jang, S.-I. Lee and H. Keller. *Nodeless superconductivity in the infinite-layer electron-doped cuprate superconductor $Sr_{0.9}La_{0.1}CuO_2$* . Phys. Rev. B **77**, 184512 (2008).
- [Kim02] M.-S. Kim, T. R. Lemberger, C. U. Jung, J.-H. Choi, J. Y. Kim, H.-J. Kim and S.-I. Lee. *Anisotropy and reversible magnetization of the infinite-layer superconductor $Sr_{0.9}La_{0.1}CuO_2$* . Phys. Rev. B **66**, 214509 (2002).
- [Kim10] J. Kim, C. Ko, A. Frenzel, S. Ramanathan and J. E. Hoffman. *Nanoscale imaging and control of resistance switching in VO_2 at room temperature*. Applied Physics Letters **96**, 213106 (2010).
- [Koe92] D. Koelle. *Ortsaufgelöste Untersuchung der Transporteigenschaften von dünnen Schichten aus Hochtemperatur-Supraleitern*. Dissertation, Universität Tübingen (1992).
- [Koe99] D. Koelle, R. Kleiner, F. Ludwig, E. Dantsker and J. Clarke. *High-transition-temperature superconducting quantum interference devices*. Rev. Mod. Phys. **71**, 631 (1999).
- [Koe00] D. Koelle, R. Gross, R. Straub, S. Keil, M. Fischer, M. Peschka, R. P. Huebener and K. Barthel. *Vortex imaging by low-temperature scanning electron microscopy and correlation with low-frequency noise in YBCO DC SQUIDS*. Physica C **332**, 148 (2000).
- [Kog01] V. G. Kogan, V. V. Dobrovitski, J. R. Clem, Y. Mawatari and R. G. Mints. *Josephson junction in a thin film*. Phys. Rev. B **63**, 144501 (2001).

- [Kon02] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genêt, B. Stephanidis and R. Boursier. *Josephson Junction through a Thin Ferromagnetic Layer: Negative Coupling*. Phys. Rev. Lett. **89**, 137007 (2002).
- [Kot04] G. Kotliar and D. Vollhardt. *Strongly Correlated Materials: Insights From Dynamical Mean-Field Theory*. Physics Today **57**, 53 (2004).
- [Lar64] A. Larkin and Y. Ovchinnikov. *Nonuniform state of superconductors*. Zh. Eksp. Teor. Fiz. **47**, 1136 (1964).
- [Lau95] A. Laub, T. Doderer, S. G. Lachenmann, R. P. Huebener and V. A. Oboznov. *Lorentz Contraction of Flux Quanta Observed in Experiments with Annular Josephson Tunnel Junctions*. Phys. Rev. Lett. **75**, 1372 (1995).
- [Lec03] V. Leca. *Heteroepitaxial growth of copper oxide superconductors by Pulsed Laser Deposition*. Dissertation, Universität Twente (2003).
- [Lee08] S. Lee, A. Fursina, J. T. Mayo, C. T. Yavuz, V. L. Colvin, R. G. S. Sofin, I. V. Shvets and D. Natelson. *Electrically driven phase transition in magnetite nanostructures*. Nat. Mat. **7**, 130 (2008).
- [Lom02] F. Lombardi, F. Tafuri, F. Ricci, F. M. Granozio, A. Barone, G. Testa, E. Sarnelli, J. R. Kirtley and C. C. Tsuei. *Intrinsic d-Wave Effects in $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ Grain Boundary Josephson Junctions*. Phys. Rev. Lett. **89**, 207001 (2002).
- [Mac54] S. Machlup. *Noise in Semiconductors: Spectrum of a Two-Parameter Random Signal*. Journal of Applied Physics **25**, 341 (1954).
- [Mag97] S. Maggi and V. Lacquanti. *Analysis of Magnetic Field Patterns of Single Josephson Tunnel Junctions with Large Idle Regions*. J. Low Temp. Phys. **106**, 393 (1997).
- [Maj02] J. B. Majer, J. R. Butcher and J. E. Mooij. *Simple phase bias for superconducting circuits*. Appl. Phys. Lett. **80**, 3638 (2002).
- [Mal04] B. A. Malomed and A. V. Ustinov. *Creation of classical and quantum fluxons by a current dipole in a long Josephson junction*. Phys. Rev. B **69**, 064502 (2004).

- [Mar05] W. Martienssen and H. Warlimont. *Condensed Matter and Materials Data*. Springer, 1. Edition, Oxford (**2005**).
- [Max50] E. Maxwell. *Isotope Effect in the Superconductivity of Mercury*. Phys. Rev. **78**, 477 (**1950**).
- [May87] K. Mayer, R. Gross, J. Parisi, J. Peinke and R. Huebener. *Spatially resolved observation of current filament dynamics in semiconductors*. Solid State Communications **63**, 55 (**1987**).
- [May88a] K. Mayer, J. Parisi and R. Huebener. *Imaging of self-generated multifilamentary current patterns in GaAs*. Z. Phys. B **71**, 171 (**1988**).
- [May88b] K. Mayer, J. Parisi, J. Peinke and R. Huebener. *Resonance imaging of dynamical filamentary current structures in a semiconductor*. Physica D **32**, 306 (**1988**).
- [May93] B. Mayer, L. Alff, T. Träuble, R. Gross, P. Wagner and H. Adrian. *Superconducting transport properties of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$ bicrystal grain boundary junctions*. Applied Physics Letters **63**, 996 (**1993**).
- [McC68] D. E. McCumber. *Effect of ac Impedance on dc Voltage-Current Characteristics of Superconductor Weak-Link Junctions*. Journal of Applied Physics **39**, 3113 (**1968**).
- [Mei33] W. Meissner and R. Ochsenfeld. *Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitung*. Naturwissenschaften **21**, 787 (**1933**).
- [Mei60] H. Meissner. *Superconductivity of Contacts with Interposed Barriers*. Phys. Rev. **117**, 672 (**1960**).
- [Mes69] R. Meservey and P. M. Tedrow. *Measurements of the Kinetic Inductance of Superconducting Linear Structures*. Journal of Applied Physics **40**, 2028 (**1969**).
- [Min97] R. G. Mints and V. G. Kogan. *Josephson junctions with alternating critical current density*. Phys. Rev. B **55**, R8682 (**1997**).
- [Min98] R. G. Mints. *Self-generated Flux in Josephson Junction with Alternating Critical Current Density*. Phys. Rev. B **57**, R3221 (**1998**).

- [Min01] R. G. Mints and I. Papiashvili. *Josephson vortices with fractional flux quanta at $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ grain boundaries*. Phys. Rev. B **64**, 134501 (2001).
- [Min02] R. G. Mints, I. Papiashvili, J. R. Kirtley, H. Hilgenkamp, G. Hammerl and J. Mannhart. *Observation of Splintered Josephson Vortices at Grain Boundaries in $YBa_2Cu_3O_{7-x}$* . Phys. Rev. Lett. **89**, 067004 (2002).
- [Mon94] P. Monthoux and D. Pines. *Spin-fluctuation-induced superconductivity and normal-state properties of $YBa_2Cu_3O_7$* . Phys. Rev. B **49**, 4261 (1994).
- [Mon95] R. Monaco, G. Costabile and N. Martucciello. *Influence of the idle region on the dynamic properties of window Josephson tunnel junctions*. J. Appl. Phys. **77**, 2073 (1995).
- [Mon08] R. Monaco, M. Aaroe, J. Mygind and V. P. Koshelets. *Static properties of small Josephson tunnel junctions in a transverse magnetic field*. J. Appl. Phys. **104**, 023906 (2008).
- [Mon09] R. Monaco, M. Aaroe, J. Mygind and V. P. Koshelets. *Static properties of small Josephson tunnel junctions in an oblique magnetic field*. Phys. Rev. B **79**, 144521 (2009).
- [Mor59] F. J. Morin. *Oxides Which Show a Metal-to-Insulator Transition at the Neel Temperature*. Phys. Rev. Lett. **3**, 34 (1959).
- [Mos07] M. Moshe and R. G. Mints. *High-field vortices in Josephson junctions with alternating critical current density*. Phys. Rev. B. **76**, 140507 (2007).
- [Mos09] M. Moshe, V. G. Kogan and R. G. Mints. *Thin-film Josephson junctions with alternating critical current density*. Phys. Rev. B **79**, 024505 (2009).
- [Mot68] N. F. Mott. *Metal-Insulator Transition*. Rev. Mod. Phys. **40**, 677 (1968).
- [Nag08] J. Nagel. *Absolut Negativer Widerstand (ANW) in Josephson Kontakten*. Diplomarbeit, Universität Tübingen (2008).

- [Nai97] M. Naito, H. Sato and H. Yamamoto. *MBE growth of $(La,Sr)_2CuO_4$ and $(Nd,Ce)_2CuO_4$ thin films*. Physica C **293**, 36 (1997).
- [Nak98] H. Nakagawa, T. Takamasu, N. Miura and Y. Enomoto. *DC and AC magneto-resistance measurement technique for $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ thin films in megagauss fields*. Physica B **246**, 429 (1998).
- [Nor11] M. R. Norman. *The Challenge of Unconventional Superconductivity*. Science **332**, 196 (2011).
- [Obo06] V. A. Oboznov, V. V. Bol'ginov, A. K. Feofanov, V. V. Ryazanov and A. I. Buzdin. *Thickness Dependence of the Josephson Ground States of Superconductor-Ferromagnet-Superconductor Junctions*. Phys. Rev. Lett. **96**, 197 003 (2006).
- [Oka03] T. Oka, R. Arita and H. Aoki. *Breakdown of a Mott Insulator: A Nonadiabatic Tunneling Mechanism*. Phys. Rev. Lett. **91**, 066 406 (2003).
- [Oka08] S. Okamoto. *Nonlinear Transport through Strongly Correlated Two-Terminal Heterostructures: A Dynamical Mean-Field Approach*. Phys. Rev. Lett. **101**, 116 807 (2008).
- [Onn11] H. K. Onnes. *The Superconductivity of Mercury*. Leiden Comm. **120b**, **122b**, **124c** (1911).
- [Opp02] J. Oppenländer, C. Häussler, T. Träuble and N. Schopohl. *Highly sensitive magnetometers for absolute magnetic field measurements based on quantum interference filters*. Physica C: Superconductivity **368**, 119 (2002).
- [Ort06] T. Ortlepp, Ariando, O. Mielke, C. J. M. Verwijs, K. F. K. Foo, H. Rogalla, F. H. Uhlmann and H. Hilgenkamp. *Flip-Flopping Fractional Flux Quanta*. Science **312**, 1495 (2006).
- [Pag10] J. Paglione and R. L. Greene. *High-temperature superconductivity in iron-based materials*. Nature Physics **6**, 645 (2010).
- [Pea64] J. Pearl. *Current Distribution in Superconducting Films Carrying Quantized Fluxoids*. Appl. Phys. Lett. **5**, 65 (1964).

- [Ped84] N. F. Pedersen and D. Welner. *Comparison between experiment and perturbation theory for solitons in Josephson junctions*. Phys. Rev. B **29**, 2551 (1984).
- [Pff09] C. Pfeleiderer. *Superconducting phases of f-electron compounds*. Rev. Mod. Phys. **81**, 1551 (2009).
- [Pri11] A. Prinz. *Konstruktion und Aufbau einer Helium-Kryostufe für die Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskopie und Experimente an Supraleiter-Bauelementen*. Diplomarbeit, Universität Tübingen (2011).
- [Rey50] C. A. Reynolds, B. Serin, W. H. Wright and L. B. Nesbitt. *Superconductivity of Isotopes of Mercury*. Phys. Rev. **78**, 487 (1950).
- [Ros91] P. A. Rosenthal, M. R. Beasley, K. Char, M. S. Colclough and G. Zaharchuk. *Flux focusing effects in planar thin-film grain-boundary Josephson junctions*. Applied Physics Letters **59**, 3482 (1991).
- [Rya01] V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Y. Rusanov, A. V. Veretenikov, A. A. Golubov and J. Aarts. *Coupling of Two Superconductors through a Ferromagnet: Evidence for a π Junction*. Phys. Rev. Lett. **86**, 2427 (2001).
- [Sat01] N. Sato, N. Aso, K. Miyake, R. Shiina, P. Thalmeier, G. Varelogiannis, C. Geibel, F. Steglich, P. Fulde and T. Komatsubara. *Strong coupling between local moments and superconducting 'heavy' electrons in UPd_2Al_3* . Nature **410**, 340 (2001).
- [Sat08] K. H. Satoh, S. Takeshita, A. Koda, R. Kadono, K. Ishida, S. Pyon, T. Sasagawa and H. Takagi. *Fermi-liquid behavior and weakly anisotropic superconductivity in the electron-doped cuprate $Sr_{1-x}La_xCuO_2$* . Phys. Rev. B **77**, 224503 (2008).
- [Sca95] D. J. Scalapino. *The case for $d_{x^2-y^2}$ pairing in the cuprate superconductors*. Phys. Rep. **250**, 95 (1995).
- [Sch97] V. V. Schmidt. *The Physics of Superconductors*. Springer, Berlin (1997).

- [Sch00] R. R. Schulz, B. Chesca, B. Goetz, C. W. Schneider, A. Schmehl, H. Bielefeldt, H. Hilgenkamp, J. Mannhart and C. C. Tsuei. *Design and realization of an all d-wave dc π -superconducting quantum interference device*. Appl. Phys. Lett. **76**, 912 (2000).
- [Sch10] S. Scharinger, C. Gürlich, R. G. Mints, M. Weides, H. Kohlstedt, E. Goldobin, D. Koelle and R. Kleiner. *Interference patterns of multifacet $20 \times (0-\pi)$ Josephson junctions with ferromagnetic barrier*. Phys. Rev. B **81**, 174535 (2010).
- [Sch12] S. Scharinger, M. Turad, A. Stöhr, V. Leca, E. Goldobin, R. G. Mints, D. Koelle and R. Kleiner. *Magnetic field dependence of the critical current in $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}/Au/Nb$ ramp-zigzag Josephson junctions*. Phys. Rev. B **86**, 144531 (2012).
- [Sch13] T. Schwarz, J. Nagel, R. Wölbing, M. Kemmler, R. Kleiner and D. Koelle. *Low-Noise Nano Superconducting Quantum Interference Device Operating in Tesla Magnetic Fields*. ACS Nano **7**, 844 (2013).
- [Sco64] A. C. Scott. *Distributed device applications of the superconducting tunnel junction*. Solid-State Electronics **7**, 137 (1964).
- [Sei82] H. Seifert. *Liquid helium cooled sample stage for scanning electron microscope*. Cryogenics **22**, 657 (1982).
- [Sel04] H. Sellier, C. Baraduc, F. Lefloch and R. Calemczuk. *Half-Integer Shapiro Steps at the $0-\pi$ Crossover of a Ferromagnetic Josephson Junction*. Phys. Rev. Lett. **92**, 257005 (2004).
- [Sha08] A. Sharoni, J. G. Ramírez and I. K. Schuller. *Multiple Avalanches across the Metal-Insulator Transition of Vanadium Oxide Nanoscaled Junctions*. Phys. Rev. Lett. **101**, 026404 (2008).
- [She05] A. Shengelaya, R. Khasanov, D. G. Eshchenko, D. Di Castro, I. M. Savić, M. S. Park, K. H. Kim, S.-I. Lee, K. A. Müller and H. Keller. *Muon-Spin-Rotation Measurements of the Penetration Depth of the Infinite-Layer Electron-Doped $Sr_{0.9}La_{0.1}CuO_2$ Cuprate Superconductor*. Phys. Rev. Lett. **94**, 127001 (2005).
- [She11] A. Shekhawat, S. Papanikolaou, S. Zapperi and J. P. Sethna. *Dielectric Breakdown and Avalanches at Nonequilibrium Metal-Insulator Transitions*. Phys. Rev. Lett. **107**, 276401 (2011).

- [Sie88] T. Siegrist, S. M. Zahurak, D. W. Murphy and R. S. Roth. *The parent structure of the layered high-temperature superconductors*. Nature **334**, 231 (1988).
- [Smi91] M. Smith, A. Manthiram, J. Zhou, J. B. Goodenough and J. Markert. *Electron-Doped Superconductivity at 40-K in the Infinite-Layer Compound $Sr_{1-y}Nd_yCuO_2$* . Nature **351**, 549 (1991).
- [Smi02] H. J. H. Smilde, Ariando, D. H. A. Blank, G. J. Gerritsma, H. Hilgenkamp and H. Rogalla. *d-Wave Induced Josephson Current Counterflow in $YBa_2Cu_3O_7/Nb$ Zigzag Junctions*. Phys. Rev. Lett. **88**, 057004 (2002).
- [Smi04] H. J. H. Smilde, Ariando, D. H. A. Blank, H. Hilgenkamp and H. Rogalla. *π -SQUIDS based on Josephson contacts between high- T_c and low- T_c superconductors*. Phys. Rev. B **70**, 024519 (2004).
- [Spe36a] E. Spenke. *Eine anschauliche Deutung der Abzweigtemperatur scheibenförmiger Heißleiter*. Electrical Engineering **30**, 728 (1936).
- [Spe36b] E. Spenke. *Zur technischen Beherrschung des Wärmedurchschlages von Heißleitern*. Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken **15**, 92 (1936).
- [Sta04] G. Stan, S. B. Field and J. M. Martinis. *Critical Field for Complete Vortex Expulsion from Narrow Superconducting Strips*. Phys. Rev. Lett. **92**, 097003 (2004).
- [Ste68] W. C. Stewart. *Current-Voltage Characteristics of Josephson Junctions*. Applied Physics Letters **12**, 277 (1968).
- [Ste79] F. Steglich, J. Aarts, C. D. Bredl, W. Lieke, D. Meschede, W. Franz and H. Schäfer. *Superconductivity in the Presence of Strong Pauli Paramagnetism: $CeCu_2Si_2$* . Phys. Rev. Lett. **43**, 1892 (1979).
- [Ste12] M. K. Stewart, D. Brownstead, S. Wang, K. G. West, J. G. Ramirez, M. M. Qazilbash, N. B. Perkins, I. K. Schuller and D. N. Basov. *Insulator-to-metal transition and correlated metallic state of V_2O_3 investigated by optical spectroscopy*. Phys. Rev. B **85**, 205113 (2012).

- [Sto79] P. Stoehr and R. Huebener. *Liquid-helium stage in a scanning electron microscope*. *Cryogenics* **19**, 472 (1979).
- [Sto11] O. Stockert, J. Arndt, E. Faulhaber, C. Geibel, H. S. Jeevan, S. Kirchner, M. Loewenhaupt, K. Schmalzl, W. Schmidt, Q. Si and F. Steglich. *Magnetically driven superconductivity in $CeCu_2Si_2$* . *Nat. Phys.* **7**, 119 (2011).
- [Str01] R. Straub, S. Keil, R. Kleiner and D. Koelle. *Low-frequency noise and visualization of vortices in a $YBa_2Cu_3O_7$ dc SQUID washer with an intergrated input coil*. *Appl. Phys. Lett.* **78**, 3645 (2001).
- [Str03] R. Straub. *Abbildung von Flussquanten in $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ SQUIDs und Josephsonströmen in $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ -Nb Kontakten*. Dissertation, Universität Tübingen (2003).
- [Str09] J. D. Strand, D. J. Van Harlingen, J. B. Kycia and W. P. Halperin. *Evidence for Complex Superconducting Order Parameter Symmetry in the Low-Temperature Phase of UPt_3 from Josephson Interferometry*. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 197002 (2009).
- [Sun94] A. G. Sun, D. A. Gajewski, M. B. Maple and R. C. Dynes. *Observation of Josephson pair tunneling between a high- T_c cuprate ($YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$) and a conventional superconductor (Pb)*. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2267 (1994).
- [Sus05] H. Susanto, E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner and S. A. van Gils. *Controllable plasma energy bands in a one-dimensional crystal of fractional Josephson vortices*. *Phys. Rev. B* **71**, 174510 (2005).
- [Swi61] J. C. Swihart. *Field Solution for a Thin-Film Superconducting Strip Transmission Line*. *J. Appl. Phys.* **32**, 461 (1961).
- [Taf00] F. Tafuri, F. Carillo, F. Lombardi, F. Miletto Granozio, F. Ricci, U. Scotti di Uccio, A. Barone, G. Testa, E. Sarnelli and J. R. Kirtley. *Feasibility of biepitaxial $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ Josephson junctions for fundamental studies and potential circuit implementation*. *Phys. Rev. B* **62**, 14431 (2000).
- [Taf04] F. Tafuri, J. R. Kirtley, P. G. Medaglia, P. Orgiani and G. Balestrino. *Magnetic Imaging of Pearl Vortices in Artificially Layered $Ba_{0.9}Nd_{0.1}CuO_{2+x}/(CaCuO_2)_n$ Systems*. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 157006 (2004).

- [Tak91] M. Takano, M. Azuma, Z. Hiroi, Y. Bando and Y. Takeda. *Superconductivity in the Ba-Sr-Cu-O System*. Physica C **176**, 441 (1991).
- [Ter97] E. Terzioglu, D. Gupta and M. Beasley. *Complementary Josephson Junction circuits*. IEEE Trans. Appl. Supercond. **7**, 3642 (1997).
- [Ter98] E. Terzioglu and M. Beasley. *Complementary Josephson junction devices and circuits: A possible new approach to superconducting electronics*. IEEE Trans. Appl. Supercond. **8**, 48 (1998).
- [Tin96] M. Tinkham. *Introduction to Superconductivity*. McGraw-Hill, New York (1996).
- [Tom11] J. Tomaschko, V. Leca, T. Selistrovski, R. Kleiner and D. Koelle. *Importance of grain-boundary Josephson junctions in the electron-doped infinite-layer cuprate superconductor $Sr_{1-x}La_xCuO_2$* . Phys. Rev. B **84**, 214 507 (2011).
- [Tom12a] J. Tomaschko. *Order Parameter Symmetry of the Electron-Doped Infinite-Layer Cuprate Superconductor $Sr_{1-x}La_xCuO_2$* . Dissertation, Universität Tübingen (2012).
- [Tom12b] J. Tomaschko, V. Leca, T. Selistrovski, S. Diebold, J. Jochum, R. Kleiner and D. Koelle. *Properties of the electron-doped infinite-layer superconductor $Sr_{1-x}La_xCuO_2$ epitaxially grown by pulsed laser deposition*. Phys. Rev. B **85**, 024 519 (2012).
- [Tom12c] J. Tomaschko, S. Scharinger, V. Leca, J. Nagel, M. Kemmler, T. Selistrovski, D. Koelle and R. Kleiner. *Phase-sensitive evidence for $d_{x^2-y^2}$ -pairing symmetry in the parent-structure high- T_c cuprate superconductor $Sr_{1-x}La_xCuO_2$* . Phys. Rev. B **86**, 094 509 (2012).
- [Tou96] H. Tou, Y. Kitaoka, K. Asayama, N. Kimura, Y. Ōnuki, E. Yamamoto and K. Maezawa. *Odd-Parity Superconductivity with Parallel Spin Pairing in UPt_3 : Evidence from ^{195}Pt Knight Shift Study*. Phys. Rev. Lett. **77**, 1374 (1996).
- [Tsu94] C. C. Tsuei, J. R. Kirtley, C. C. Chi, L. S. Yu-Jahnes, A. Gupta, T. Shaw, J. Z. Sun and M. B. Ketchen. *Pairing Symmetry and Flux Quantisation in a Tricrystal Superconducting Ring of $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$* . Phys. Rev. Lett. **73**, 593 (1994).

- [Tsu00] C. C. Tsuei and J. R. Kirtley. *Pairing symmetry in cuprate superconductors*. Rev. Mod. Phys. **72**, 969 (2000).
- [Tsu02] C. Tsuei and J. Kirtley. *d-Wave pairing symmetry in cuprate superconductors - fundamental implications and potential applications*. Physica C: Superconductivity **367**, 1 (2002).
- [Tur13] M. Turad. *YBa₂Cu₃O_x-Nb-Hybrid-Josephson-Rampenkontakte: Einfluss der 0- π -Kopplung und geometrischer Parameter auf die Transporteigenschaften*. Dissertation, Universität Tübingen (2013).
- [Ust98] A. Ustinov. *Solitons in Josephson junctions*. Physica D **123**, 315 (1998).
- [Ust02] A. V. Ustinov. *Fluxon insertion into annular Josephson junctions*. App. Phys. Lett. **80**, 3153 (2002).
- [Ust03] A. V. Ustinov and V. K. Kaplunenko. *Rapid single-flux quantum logic using π -shifters*. J. Appl. Phys. **94**, 5405 (2003).
- [vD06] J. A. van Dam, Y. V. Nazarov, E. P. A. M. Bakkers, S. De Franceschi and L. P. Kouwenhoven. *Supercurrent reversal in quantum dots*. Nature **442**, 667 (2006).
- [vH95] D. J. van Harlingen. *Phase-sensitive tests of the symmetry of the pairing state in the high-temperature superconductors - Evidence for $d_{x^2-y^2}$ symmetry*. Rev. Mod. Phys. **67**, 515 (1995).
- [Vol69] A. F. Volkov and S. M. Kogan. *Reviews of Topical Problems: Physical Phenomena in Semiconductors with Negative Differential Conductivity*. Soviet Physics Uspekhi **11**, 881 (1969).
- [Vol10] D. Vollhardt. *Korrelierte Elektronen im Festkörper*. Physik Journal **9**, 31 (2010).
- [Vol12] D. Vollhardt. *Dynamical mean-field theory for correlated electrons*. Annalen der Physik **524**, 1 (2012).
- [Wag08] M. Wagenknecht. *Korn Grenzen-Tunnelspektroskopie am elektronendotierten Kupratsupraleiter La_{2-x}Ce_xCuO₄*. Dissertation, Universität Tübingen (2008).

- [Wal96] M. B. Walker and J. Luetttmer-Strathmann. *Josephson tunneling in high- T_c superconductors*. Phys. Rev. B **54**, 588 (1996).
- [Wan09] H. B. Wang, S. Guénon, J. Yuan, A. Iishi, S. Arisawa, T. Hatano, T. Yamashita, D. Koelle and R. Kleiner. *Hot Spots and Waves in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ Intrinsic Josephson Junction Stacks: A Study by Low Temperature Scanning Laser Microscopy*. Phys. Rev. Lett. **102**, 017006 (2009).
- [Wan10] H. B. Wang, S. Guénon, B. Gross, J. Yuan, Z. G. Jiang, Y. Y. Zhong, M. Grünzweig, A. Iishi, P. H. Wu, T. Hatano, D. Koelle and R. Kleiner. *Coherent Terahertz Emission of Intrinsic Josephson Junction Stacks in the Hot Spot Regime*. Phys. Rev. Lett. **105**, 057002 (2010).
- [Wan11] F. Wang and D.-H. Lee. *The Electron-Pairing Mechanism of Iron-Based Superconductors*. Science **332**, 200 (2011).
- [Web03] A. Weber. *Fluxodynamik in annularen intrinsischen Josephson-Kontakten*. Dissertation, Universität Tübingen (2003).
- [Wei69] M. Weihnacht. *Influence of Film Thickness on D. C. Josephson Current*. Phys. Stat. Sol. **32**, 169 (1969).
- [Wei06a] M. Weides, M. Kemmler, E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, H. Kohlstedt and A. Buzdin. *High quality ferromagnetic 0 and π Josephson tunnel junctions*. Appl. Phys. Lett. **89**, 122511 (2006).
- [Wei06b] M. Weides, M. Kemmler, H. Kohlstedt, R. Waser, D. Koelle, R. Kleiner and E. Goldobin. *0 - π Josephson tunnel junctions with ferromagnetic barrier*. Phys. Rev. Lett. **97**, 247001 (2006).
- [Wei06c] M. Weides, K. Tillmann and H. Kohlstedt. *Fabrication of high quality ferromagnetic Josephson junctions*. Physica C **437**, 349 (2006).
- [Wei07a] M. Weides, H. Kohlstedt, R. Waser, M. Kemmler, J. Pfeiffer, D. Koelle, R. Kleiner and E. Goldobin. *Ferromagnetic 0 - π Josephson junctions*. Appl. Phys. A **89**, 613 (2007).
- [Wei07b] M. Weides, C. Schindler and H. Kohlstedt. *Low- T_c Josephson junctions with tailored barrier*. Journal of Applied Physics **101**, 063902 (2007).

- [Wol93] D. A. Wollman, D. J. van Harlingen, W. C. Lee, D. M. Ginsberg and A. J. Leggett. *Experimental Determination of the Superconducting Pairing State in YBCO from the Phase Coherence of YBCO-Pb dc SQUIDS*. Phys. Rev. Lett. **71**, 2134 (1993).
- [Yam05] T. Yamashita, K. Tanikawa, S. Takahashi and S. Maekawa. *Superconducting π Qubit with a Ferromagnetic Josephson Junction*. Phys. Rev. Lett. **95**, 097001 (2005).
- [Yan11] Z. Yang, C. Ko and S. Ramanathan. *Oxide Electronics Utilizing Ultrafast Metal-Insulator Transitions*. Annual Review of Materials Research **41**, 337 (2011).
- [Yu08] C. Yu, M. L. Scullin, M. Huijben, R. Ramesh and A. Majumdar. *Thermal conductivity reduction in oxygen-deficient strontium titanates*. Applied Physics Letters **92**, 191911 (2008).
- [Zan99] A. Zannoni. *On the Quantization of the Monoatomic Ideal Gas*. arXiv:cond-mat/9912229 (1999).
- [Zaz09] A. Zazunov, R. Egger, T. Jonckheere and T. Martin. *Anomalous Josephson Current through a Spin-Orbit Coupled Quantum Dot*. Phys. Rev. Lett. **103**, 147004 (2009).
- [Zha93] J.-G. Zhang and P. Eklund. *Filament formation in switching devices based on V_2O_5 gel films*. Journal of Materials Research **8**, 558 (1993).
- [Zha95] Y. M. Zhang, D. Winkler, P.-A. Nilsson and T. Claeson. *Josephson flux-flow resonances in overdamped long $YBa_2Cu_3O_7$ grain-boundary junctions*. Phys. Rev. B **51**, 8684 (1995).
- [Zha09] X. Zhang, Y. S. Oh, Y. Liu, L. Yan, K. H. Kim, R. L. Greene and I. Takeuchi. *Observation of the Josephson Effect in Pb/Ba_{1-x}K_xFe₂As₂ Single Crystal Junctions*. Phys. Rev. Lett. **102**, 147002 (2009).