

# Photonische Eigenschaften eines eindimensionalen geordneten atomaren Mediums

Dissertation

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Eberhard Karls Universität zu Tübingen  
zur Erlangung des Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften  
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von  
Alexander Schilke  
aus Magadan/Russland

Tübingen  
2013

Tag der mündlichen Qualifikation: 26.02.2013

Dekan: Prof. Dr. Wolfgang Rosenstiel

1. Berichterstatter: Prof. Dr. Claus Zimmermann

2. Berichterstatter: Prof. Dr. Philippe W. Courteille

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen der photonischen Bandlücke</b>	<b>11</b>
2.1	Beugung an Kristallgittern . . . . .	11
2.2	Licht im periodisch dielektrischen Medium . . . . .	13
2.2.1	Lorentz Modell . . . . .	13
2.2.2	Maxwell-Gleichungen in periodischen Medien . . . . .	14
2.2.3	1D-photonische Kristalle . . . . .	16
2.3	Licht-Atom Wechselwirkung und atomare Polarisierbarkeit . . . . .	18
2.4	Theoretisches Modell in 1D . . . . .	20
2.4.1	Der Transfermatrixformalismus . . . . .	20
2.4.2	Weit verstimmtes Gitter . . . . .	25
2.4.3	Endliche Temperatur von Schichten . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Experimentelle Realisierung</b>	<b>29</b>
3.1	Der Aufbau . . . . .	29
3.1.1	Das Vakuumsystem . . . . .	29
3.1.2	Das Lasersystem . . . . .	32
3.1.3	Steuerung des Experiments . . . . .	35
3.2	Experimentierzyklus . . . . .	37
3.2.1	Laserkühlung . . . . .	37
3.2.2	Optische Gitter . . . . .	38
3.2.3	Charakterisierung . . . . .	39
3.2.4	Zyklusdauer . . . . .	40
3.3	Detektion und Kalibrierung . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Photonische Bandlücke mit einem zwei-Niveau Atom</b>	<b>45</b>
4.1	Experimentelle Parameter . . . . .	45
4.2	Messungen . . . . .	48
<b>5</b>	<b>Photonische Bandlücke mit elektromagnetisch induzierter Transparenz (EIT)</b>	<b>55</b>
5.1	Elektromagnetisch induzierte Transparenz . . . . .	55
5.2	Theoretische Vorhersagen . . . . .	57
5.3	Änderungen im Aufbau . . . . .	61
5.4	Messungen . . . . .	63
5.5	All-Optical Switch . . . . .	67

<b>6</b>	<b>Photonische Bandlücke mit Verstärkung: Distributed Feedback Laser</b>	<b>69</b>
6.1	Kombination von Bragg-Reflexion und Verstärkung . . . . .	69
6.1.1	Experimenteller Aufbau . . . . .	69
6.1.2	Raman-Verstärkung . . . . .	70
6.1.3	Vier-Wellen-Mischung (Four Wave Mixing, FWM) . . . . .	73
6.2	Laser mit verteilter Rückkopplung, DFB . . . . .	74
6.2.1	Beobachtung von DFB . . . . .	74
6.2.2	Das Profil des Lasers . . . . .	76
6.2.3	Die Frequenz des Lasers . . . . .	78
6.2.4	Die Intensität des Lasers . . . . .	79
6.3	Diskussion und Weiterführung . . . . .	80
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>83</b>
7.1	Zusammenfassung . . . . .	83
7.2	Ausblick . . . . .	84
<b>A</b>	<b>Termschema von Rubidium und verwendete Laserfrequenzen</b>	<b>87</b>
<b>B</b>	<b>Schematischer Aufbau des OPLL</b>	<b>91</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>93</b>

## Kurzfassung

Im Rahmen dieser Dissertation wurden photonische Eigenschaften einer periodisch geordneten Wolke aus ultrakaltem Rubidium untersucht. Basierend auf Erfahrungen aus früheren Experimenten wurde hierzu eine komplett neue experimentelle Anlage entwickelt und aufgebaut. Damit wurden drei Experimente realisiert.

In der ersten Messung wird die Atomwolke mit einem schwachen Test-Laserstrahl beleuchtet. Dabei wurde eine hohe Bragg-Reflexion von über 80% erreicht. Durch Verkleinerung des Einfallswinkels des Test-Strahls auf  $2^\circ$  und dadurch verbundenes Erreichen des Mehrfachstreueregimes konnten wir erstmals die Existenz einer photonischen Bandlücke in kalten geordneten Gasen nachweisen.

Um die Verluste zu minimieren und damit noch höhere Reflexionswerte zu erreichen, wurde das System mit Hilfe von elektromagnetisch induzierter Transparenz (EIT) in der Nähe der atomaren Resonanz untersucht. Dabei wurde neben der Bandlücke aus dem ersten Experiment eine neue Bandlücke gefunden und charakterisiert. Außerdem präsentieren wir einen optischen Schalter als eine Anwendungsmöglichkeit.

Im dritten Teil der Untersuchungen haben wir unser System aus kalten geordneten Atomen mit einem nahresonanten Laserstrahl gepumpt, wodurch Verstärkung erreicht wurde. Dabei wurden zwei mögliche Verstärkungsmechanismen erforscht. Das Zusammenspiel zwischen der positiven Rückkopplung (mehrfache Bragg-Reflexion) und Verstärkung (Vier-Wellen-Mischung) führte schlussendlich zur Demonstration des weltweit ersten Lasers bestehend nur aus kalten Atomen.



# 1 Einleitung

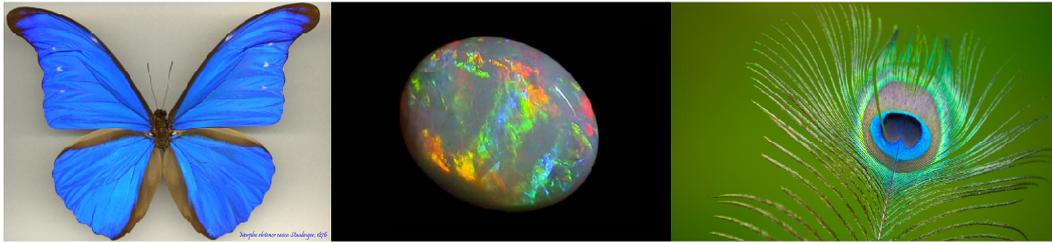


Abbildung 1.1: Photonische Kristalle in der Natur [Fot12a, Fot12b, Fot12c]. Von links nach rechts: ein Schmetterling (Morpho Rhetenor), ein Halbedelstein Opal und eine Pfauenfeder.

Die einzigartigen optischen Eigenschaften von Materialien, die in der Natur vorkommen, haben schon immer die Aufmerksamkeit der Menschen erregt. Man hat beobachtet, dass die Farben einiger ausgestellter Schmetterlinge mit der Zeit verblassen, während andere ihre Farben beibehalten (z. B. Morpho rhetenor). Eine genaue Untersuchung hat ergeben, dass die nicht verblassende Färbung nicht durch eine Pigmentierung, sondern durch so genannte photonische Strukturen entsteht. Hierbei handelt es sich um periodisch angeordnete Strukturen, die die meisten Wellenlängen durchlassen und einen bestimmten Wellenlängenbereich reflektieren. In der Natur trifft man oft auf Medien mit solchen Eigenschaften. Abhängig davon, wie die Medien strukturiert sind, treten solche Reflexionseffekte in einer Raumrichtung (Seeohren (Haliotis), Pfauenfeder etc.), zwei Raumrichtungen (Antennen einer Seemaus (Aphrodita aculeata) etc.) oder in allen drei Raumrichtungen (Halbedelsteine Opale, Morpho rhetenor etc.) auf (Abb. 1.1).

Um diese optischen Effekte zu verstehen, muss man sich überlegen, wie sich elektromagnetische Wellen in Medien mit einem sich periodisch ändernden Brechungsindex fortpflanzen. Erste Studien über die Propagation von elektromagnetischer Strahlung in periodischen eindimensionalen Medien wurden von Lord Rayleigh im Jahre 1887 durchgeführt [Ray87]. In dieser Arbeit erwähnt er als erster die Existenz eines eindimensionalen Sperrbereichs (Bandlücke). Damit bezeichnet er den Frequenzbereich von elektromagnetischer Strahlung, die nicht durch das Medium propagieren kann. Darüber hinaus leitet er eine Gleichung für dessen Grenzen in Abhängigkeit von der Modulationsperiode und dem Brechungsindexkontrast her. Rayleigh konnte zeigen, dass unendlich kleine periodische Variationen in einer mehrschichtigen 1D Struktur zu einer Bandlücke führen und man damit einen nahezu perfekten Spiegel herstellen kann.

In den 60er Jahren des letzten Jahrhunderts entstand im Zuge der Laser-Entwicklung ein Bereich der Optik, der sich mit solchen dielektrischen dünnen Schichten beschäftigt. In diesem Gebiet wird die Lichtfortpflanzung durch eine oder mehrere Schichten eines dielektrischen Mediums untersucht. Infolge der Interferenz wird transmittiertes oder reflektiertes Licht entweder verstärkt oder abgeschwächt. Dabei spielen die Dicke der Schichten und der Einfallswinkel eine entscheidende Rolle. Eine der Anwendungen aus diesem Gebiet sind die so genannten dielektrischen Bragg-Spiegel (DBR - distributed Bragg reflector). Da so ein Reflektor aus dielektrischen Materialien mit sich periodisch ändernden Brechungsindizes besteht, die eine optischen Dicke von  $\lambda/4$  (bezogen auf die Wellenlänge  $\lambda$ , für die der Spiegel entwickelt wird) aufweisen, kommt es an der Oberfläche des Spiegels zur konstruktiven Interferenz aller reflektierten Teilstrahlen. Je größer der Kontrast zwischen den Brechungskoeffizienten benachbarter Schichten ist, desto größer ist die Bandbreite, die erzielt werden kann. Höhere Reflexionskoeffizienten erhält man durch die Verwendung einer größeren Anzahl von Schichtpaaren. Dabei werden Reflexionskoeffizienten von nahe 100% in einem großen Wellenlängenbereich, z. B. im kompletten sichtbaren Spektrum, erreicht. Bringt man eine solche periodische Bragg-Struktur in die aktive Zone eines Lasers, so verursacht der Bragg-Reflektor die optische Rückkopplung, die den normalerweise üblichen Laserresonator ersetzt. Ein Laser dieser Art wurde von Kogelnik [Kog71, Kog72] entwickelt und trägt den Namen DFB-Laser (engl. distributed feedback laser; ein Laser mit verteilter Rückkopplung).

Die Lichtfortpflanzung in periodischen dielektrischen Medien wird mit Hilfe der Helmholtz-Gleichungen beschrieben, die ihrerseits ähnlich den Schrödinger-Gleichungen für freie Elektronen in einem Kristall sind. Der schweizer Physiker Felix Bloch [Blo28] und der französische Physiker Léon Brillouin (1930) entwickelten basierend auf der Arbeit des französischen Mathematikers Gaston Floquet [Flo83], der sich mit gewöhnlichen Differenzialgleichungssystemen mit periodischen Koeffizienten beschäftigte, das berühmte Bändermodell der Festkörperphysik. Dabei beschreibt das Modell die Form der Wellenfunktion eines Teilchens im periodischen Potential. Analog zum Festkörper treten unter bestimmten Bedingungen in der Bandstruktur eines periodischen dielektrischen Mediums gleichartig zu den verbotenen Zonen in kristallinen Festkörpern für Elektronen Bandlücken für die Strahlung auf.

Die Idee eines Bändermodells für Licht hat in den letzten 40 Jahren in der Optik und der optischen Technik zu einer völlig neuen Richtung geführt, die sich mit periodisch dielektrischen Medien und der Lichtfortpflanzung darin beschäftigt. Die neuartigen Materialien, die äußerst interessante Eigenschaften besitzen, bekamen den Namen "Photonische Kristalle". Im Jahre 1972 sagte V. P. Bykov [Byk72] die Möglichkeit einer vollständigen Unterdrückung des spontanen Zerfalls angeregter Atome voraus, die sich in einem periodischen Dielektrikum befinden. Später schlug er auch eine mögliche Erzeugung solcher Strukturen mit Hilfe dicht gepackter kolloidaler dielektrischer Teilchen vor (1986). 1987 legte Eli Yablonovich die Idee nahe, mit Hilfe periodischer dreidimensionaler Medien den spontanen Zerfall vollständig zu unterdrücken [Yab87]. Ein solches System würde den Bau eines schwellenfreien Lasers ermöglichen. Yablonovitch führte Schlüsselbegriffe der

modernen Optik wie die photonische Bandlücke (engl. Photonic Band Gap) und den photonischen Kristall ein. Er und seine Mitarbeiter realisierten zum ersten Mal experimentell eine verbotene Zone für drei Dimensionen für den Millimeter-Bereich elektromagnetischer Strahlung [Yab89]. Um den Namen des Erfinders zu ehren, wurde der erste photonische Kristall "Yablonovit" genannt.

Was ist ein photonischer Kristall? Im allgemeinen ist es ein räumlich geordnetes System mit einem sich periodisch sehr genau ändernden Brechungsindex, dessen Variation sich auf der Dimension der Lichtwellenlänge befindet. Dabei ähnelt das Energiespektrum des Photons in einem photonischen Kristall einem Elektronenspektrum in einem Festkörper (z. B. Halbleiter). Die Modulationsperiode der Dielektrizitätskonstante legt die Position der Bandlücke fest, während der Kontrast die Breite der photonischen Bandlücke bestimmt. Photonische Kristalle werden durch die räumliche Variation des Brechungsindex klassifiziert (Abb. 1.2 (a)). Bei einem eindimensionalen photonischen Kristall wird der Brechungsindex nur in einer Dimension in der Fortpflanzungsrichtung des Lichtes moduliert<sup>1</sup>. Bei den 2D und 3D photonischen Kristallen wird der Brechungsindex entsprechend in zwei oder in allen drei Raumrichtungen variiert. Trifft ein Photon, dessen Energie innerhalb des verbotenen Bandes eines photonischen Kristalls liegt, auf die Grenze des Kristalls, so wird es reflektiert. Wenn die Energie des Photons dem erlaubten Band entspricht, so kann das Photon im Kristall ungehindert propagieren. Somit spielt ein photonischer Kristall die Rolle eines optischen Filters.

Photonische Kristalle sind sowohl für die Grundlagenphysik als auch für viele Anwendungen interessant. Basierend auf photonischen Kristallen werden optische Filter, Wellenleiter (besonders in der Faseroptik), Geräte, die thermische Abstrahlung kontrollieren, oder Laser mit einer niedrigen Schwelle entwickelt und gebaut [Joa08]. Die attraktivste, aber auch am schwersten herzustellende Anwendung ist die Verwendung von dreidimensionalen photonischen Kristallen für die Erstellung extra großer photonischer und elektronischer Geräte zur Informationsverarbeitung. Mit anderen Worten, photonische Kristalle kann man für den Bau eines optischen Rechners verwenden. So ein Computer, der anstatt Elektronen Photonen für die Datenübertragung verwendet, kann Terahertz-Taktfrequenzen erreichen, was drei Größenordnungen höher ist als die heute üblichen Silizium-Chips.

Bei der Herstellung photonischer Kristalle werden verschiedenste Methoden benutzt. Im folgenden sollen die zwei wichtigsten Methoden kurz erklärt werden. Die erste Methode beruht auf Selbst-Organisation. Dabei werden kolloidale Teilchen (z. B. monodisperses Siliziumdioxid oder Polystyrolteilchen), die sich in einer Flüssigkeit befinden, verwendet. Während der Verdampfung der Flüssigkeit organisieren sich die Teilchen in einem kubischen (fcc) oder einem hexagonalen Kristall. Das Verfahren ist aber sehr langsam (es kann mehrere Wochen dauern) und schlecht kontrollierbar in Bezug auf die Fehlstellen während der Abscheidung. Man kann damit aber sehr große Kristalle herstellen. Die zweite oft

---

<sup>1</sup>Trotz der Tatsache, dass in vielen Büchern und Veröffentlichungen der Name 1-D photonischer Kristall verwendet wird, bittet Eli Yablonovitch den Namen in Bezug auf den Bereich der dielektrischen Schichtsysteme erst bei den Kristallen zu verwenden, bei denen der Brechungsindex in zwei oder in allen drei Raumrichtungen moduliert wird [Yab07].

verwendete Methode beruht auf dem Ätzen einer Struktur. Der Nachteil dieses Verfahrens besteht darin, dass die Photolithographie, die für die Herstellung genutzt wird, durch die räumliche Auflösung begrenzt ist. Dieses Verfahren ist sehr teuer aber auch viel genauer.

Eine alternative Möglichkeit, geordnete periodische Strukturen herzustellen, bietet das Gebiet der Quantenoptik, das sich in den letzten rund 25 Jahren zu einem sich rasch entwickelnden Forschungsgebiet entfaltet. In unserer Gruppe an der Universität Tübingen werden Experimente mit kalten Gasen durchgeführt. Seit der Entdeckung der Laserkühlung [Chu98, Coh98, Phi98] (Nobelpreis 1997) entwickelte sich die magnetooptische Falle (magneto-optical trap, MOT) zu einem Standardwerkzeug, das in jedem unserer Experimente zum Fangen und Kühlen freier Atome verwendet wird. Solche Atome können anschließend mit Hilfe von Licht in einem optischen Gitter gefangen werden [Lew07]. Das Gitter wird durch eine stehende Welle gebildet. Das System, das dabei entsteht, ähnelt dem photonischen Kristall aus der Festkörperphysik sehr (Abb. 1.2). Die Atome im Gitter weisen genauso wie ein photonischer Kristall, einen Brechungsindexkontrast auf. Die Untersuchung der photonischen Eigenschaften des optischen Gitters stellt das Ziel dieser Dissertation dar.

Warum sind Atome ein interessantes Beobachtungsobjekt? Jeder Festkörperphysiker

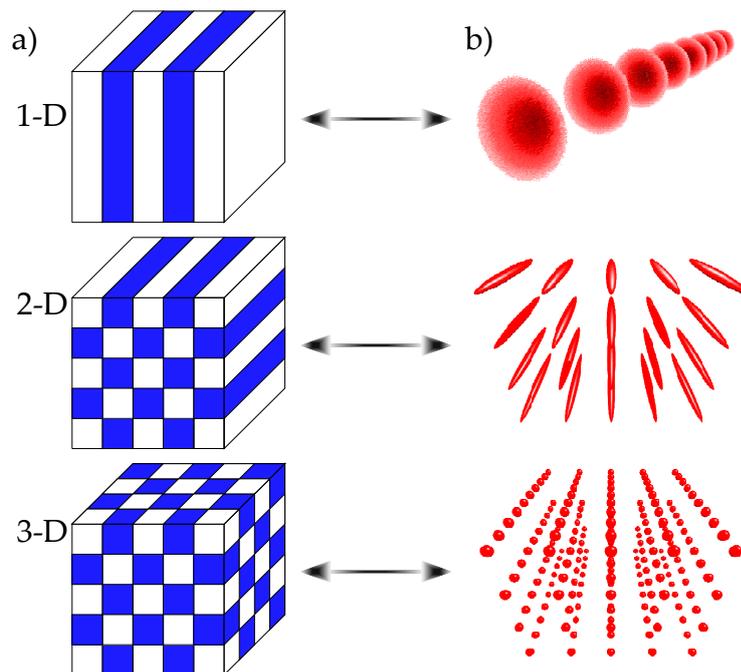


Abbildung 1.2: a) Photonische Kristalle in einer, zwei und drei Dimensionen [Joa08]. Im Teilbild b) sind die entsprechenden optischen Gitter dargestellt.

würde viel dafür geben, eine fehlerfreie Probe zu bekommen. Kalte Atome, gefangen in einem optischen Gitter, bieten eine Möglichkeit, einen Festkörper mit einer langreichweitigen Ordnung zu simulieren. Hierbei ergeben sich einige Vorteile, aber auch Nachteile

gegenüber Festkörpern. Die Atome sind nicht nur von der Umgebung abgekoppelt, was für die Untersuchung der Quanteneffekte von Vorteil ist, sondern besitzen eine Resonanz, was zu neuen Effekten führen kann. Die kalten Atome sind sehr flexibel, deshalb können wir ihre Eigenschaften dynamisch mit Hilfe externer Felder schnell variieren. Die Periodizität kann mit Hilfe der Gitterwellenlänge eingestellt werden. Außerdem können wir mit Atomen eine perfekte langreichweitige Ordnung herstellen. Schließlich besitzt das Gitter mit kalten Atomen eine sehr hohe Flexibilität in Bezug auf Dimensionalität. D. h. wir können unterschiedliche Kristallstrukturen sehr schnell ausprobieren. Es gibt aber einen signifikanten Nachteil, den die kalten Atome mit sich bringen: Die Atomwolke ist sehr dünn, d. h. die erreichbaren Dichten erlauben uns nur kleine Kontraste, was zur Abnahme der Bandbreite der Bandlücken führt.

Die Idee, eine photonische Bandlücke mit kalten Atomen zu untersuchen, ist nicht neu. Schon im Jahr 1995 sagte I. H. Deutsch [Deu95] eine Bandlücke in einem eindimensionalen quasiresonanten optischen Gitter voraus. Es folgten bahnbrechende Experimente in den Gruppen von W. D. Phillips [Bir95] und T. Hänsch [Wei95, Wei98]. Sie zeigten, dass optische Gitter, die kalte Atome umschließen, zu Bragg-Streuung führen, in der gleichen Art und Weise, wie die Bragg-Streuung von Röntgenstrahlen bei der Festkörperstrukturanalyse verwendet wird. Diese Demonstration ist der erste Schritt auf dem Weg zur Realisierung von photonischen Kristallen mit kalten Atomen. Kürzlich berechnete Antezza [Ant09] eine photonische Bandlücke in drei Dimensionen. Die Geometrien, die dafür notwendig sind, sind aber komplizierter als in niedrigeren Dimensionen. Daher ist es erforderlich, vor der Beschäftigung mit höheren Dimensionen zunächst den eindimensionalen Fall zu untersuchen.

In Tübingen wird die Lichtausbreitung in optischen Gittern seit mehreren Jahren untersucht. Dabei wurde mit Hilfe eines eindimensionalen optischen Gitters, das durch einen rot-verstimmten Laser im Inneren eines optischen Resonators (engl. cavity) erzeugt wurde, versucht eine photonische Bandlücke nachzuweisen. Die Nutzung der Cavity in dem Experiment erlaubte die Erhöhung der Laserleistung und folglich die Vergrößerung der Potentialtiefe. In [Sla05b] konnte man Bragg-Reflexion beobachten. Es wurde gezeigt, dass die Leistung des reflektierten Strahls eine quadratische Abhängigkeit von der Atomzahl aufweist, wie theoretisch zu erwarten war [Wei98, Sla05b]. Darüber hinaus wurde eine sensible Phasenmessung durchgeführt, um nicht nur den Reflexionskoeffizienten, sondern auch die Phasenverschiebung des Bragg-Streuungsprozesses zu untersuchen. Weiterführende Experimente erlaubten die Untersuchung der endlichen räumlichen Breite der Atomwolke in der transversalen Richtung, die einen starken Einfluss auf die Winkelabhängigkeit der Bragg-Beugung hat [Sla05a]. In späteren Experimenten wurde das Regime der Mehrfachreflexion untersucht [Sla06]. Bei diesen Experimenten hat man den Bragg-Winkel reduziert und die radiale Ausdehnung der Atomwolke erhöht, um damit die Anzahl der Schichten, mit denen der einfallende Strahl wechselwirken kann, zu vergrößern. Dies ist das so genannte "thick grating limit". Es wurden  $\sim 5\%$  Reflexion und erste Anzeichen einer Mehrfachreflexion beobachtet. Ein direkter Nachweis einer photonischen Bandlücke gelang nicht, da starke diffuse Streuung die erwarteten Signale überdeckte und die Anzahl

der beitragenden Schichten (bedingt durch den Bragg-Winkel) nicht ausreichte, um das optimale Signal zu detektieren.

Für die Experimente in dieser Arbeit war es uns möglich, basierend auf den Erkenntnissen aus den früheren Experimenten, alle Schwierigkeiten und Einschränkungen zu identifizieren, die verhindern könnten, dass wir photonische Bandlücken an kalten Atomen beobachten. Bei dem Aufbau des neuen Experimentes ist es uns gelungen, die beste Voraussetzung dafür zu schaffen, den Beweis für die photonischen Bandlücke zu erbringen. Im Laufe dieser Arbeit haben sich drei Ergebnisse herauskristallisiert. Bei der ersten Messreihe an unserem neuen Experiment erreichten wir das Mehrfachstreuungs-Regime. Dabei wurde erstmals sehr effektive Bragg-Reflexion von mehr als 80% gezeigt, indem der Einfallswinkel auf  $2^\circ$  verkleinert wurde. Neben den Ergebnissen wurden in *Physical Review Letters* [Sch11b] auch die Einschränkungen für noch höhere Reflexionskoeffizienten identifiziert und Verbesserungsmöglichkeiten diskutiert.

Das zweite Experiment behandelt eine Möglichkeit die Verluste zu minimieren. Dabei untersuchten wir nicht nur die Reflexions- und Transmissionseigenschaften des optischen Gitters in der Nähe der atomaren Resonanz mit Hilfe elektromagnetisch induzierter Transparenz (engl. electromagnetically induced transparency, EIT [Scu91, Fle92]), sondern konnten auch noch eine neue Anwendungsmöglichkeit, einen rein optischen Schalter, präsentieren. Die Ergebnisse der zweiten Messreihe kann man in der Fachzeitschrift *Physical Review A* [Sch12b] ansehen.

Das dritte Ergebnis behandelt die zweite Möglichkeit die Verluste zu minimieren, nämlich die Verstärkung. Analog zum DFB-Laser verwendeten wir die positive Rückkopplung des Gitters für den Bau eines neuartigen Lasers. Den weltweit ersten Spiegel-freien Laser aus kalten Gasen kann man auf dem Titelblatt der Zeitschrift *Nature Photonics* [Sch12a] bewundern.

Die hier vorgestellte Arbeit ist wie folgt gegliedert: In Kapitel 2 werden theoretische Grundlagen dargestellt. Da bei der Untersuchung periodischer Medien die Effekte der Bragg-Beugung und der Bandlücke eine Rolle spielen, werden sie hier näher erklärt. Außerdem wird die Lichtfortpflanzung in periodischen Materialien behandelt. Die Verwendung der Atome in unserem Experiment macht die Behandlung der Atom-Licht-Wechselwirkung unabdingbar. Dabei wird hier die zentrale Größe, die in den theoretischen Simulationen verwendet wird, die atomare Polarisierbarkeit  $\alpha$ , eingeführt. Am Ende des Kapitels präsentieren wir den Transfer-Matrix-Formalismus, den wir für theoretische Vorhersagen verwendet haben, und die theoretischen Kurven. Kapitel 3 widmet sich der Darstellung des experimentellen Aufbaus. Zu ihm gehören die Experimentierkammer mit Vakuumapparatur. Hier werden außerdem die verwendeten Laser und ihre Anwendungen beschrieben. Die experimentelle Steuerung mit dem typischen experimentellen Zyklus wird beschrieben und die Detektion wird erklärt. Kapitel 4 beschäftigt sich mit den experimentellen Ergebnissen zur photonischen Bandlücke in einer Dimension. Dabei werden aufgenommene Spektren analysiert und diskutiert. Außerdem werden die Verlustkanäle ans Licht gebracht und es wird dargestellt, wie wir die Verluste umgehen können. Kapitel 5 ist dem

EIT-Experiment gewidmet. Mit Hilfe der EIT-Methode wurde die atomare Polarisierbarkeit modifiziert, so dass eine Untersuchung einer neuen Bandlücke in der Nähe der atomaren Resonanz möglich wird. Außerdem wird als imposante Anwendungsmöglichkeit ein All-Optical-Switch präsentiert. Auf der Suche nach einer Möglichkeit die Verluste zu minimieren stießen wir bei der Manipulation der atomaren Polarisierbarkeit auf überraschende Effekte. In Kapitel 6 zeigen wir die erstaunliche Entdeckung eines neuartigen Lasers aus kalten Atomen. Die Arbeit schließt mit dem Kapitel Zusammenfassung und Ausblick.



## 2 Grundlagen der photonischen Bandlücke

Die Beugung einer Lichtwelle an einer periodischen Anordnung von Teilchen wird im Allgemeinen dadurch erklärt, dass sich die Sekundärwellen, die von verschiedenen Streuzentren ausgehen, unter einem bestimmten Winkel konstruktiv überlagern. Die Wellen interferieren nur dann konstruktiv, wenn die Wegdifferenz zwischen den gestreuten Teilwellen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge der einfallenden Strahlung ist. Die in dieser Arbeit untersuchten photonischen Bandlücken mit kalten Atomen sind ein Mehrfachstreuungsprozess. Es finden sich sowohl Ähnlichkeiten als auch Unterschiede in den photonischen Strukturen, die mit Hilfe verschiedener Methoden hergestellt werden. Zum Beispiel werden schon seit Ende der 80er Jahre photonische Kristalle, basierend auf den Arbeiten von Eli Yablonovich und Sajeev John [Yab87, Joh87] intensiv erforscht. Dabei werden künstliche Materialien hergestellt, die mit einem räumlich periodisch variierenden Brechungsindex die Untersuchung der Unterdrückung von Lichtfortpflanzung in einem Kristall ermöglichen, die ganz ähnlich den Effekten mit Elektronen im Halbleiter sind, die ihrerseits mit Hilfe von Bänder- und Strukturfaktorrechnungen beschrieben werden und die Unterdrückung des Elektronentransports aufgrund von Bandlücken im Kristallgitter behandeln. Zum Verständnis diese Vorgänge werden in diesem Kapitel die theoretischen Grundlagen beschrieben.

### 2.1 Beugung an Kristallgittern

Das Verfahren der Braggstreuung an kristallinen Festkörpern ist schon seit geraumer Zeit bekannt und weit verbreitet. In den Jahren 1913 und 1914 haben Max von Laue und Vater und Sohn William Henry Bragg und William Lawrence Bragg unabhängig voneinander Röntgenspektroskopieverfahren zur Charakterisierung der Festkörperkristalle entwickelt. In (Abb. 2.1) kann man die zwei Ansätze sehen. Während von Laue von einer Streuung von ebenen Wellen an zwei Streuzentren ausging und die Phasendifferenz aus dem Gangunterschied der beiden Wellen ausrechnete, geht der Ansatz von Bragg von einer spiegelnden Reflexion von den Gitterebenen aus und besagt, dass die Reflexe genau dann konstruktiv miteinander interferieren, wenn die Strahlen die so genannte Bragg Bedingung erfüllen.

$$2d \sin \vartheta = n\lambda, \quad (2.1)$$

und nach von Laue:

$$2\vec{d} \cdot (\vec{k} - \vec{k}') = 2\pi m. \quad (2.2)$$

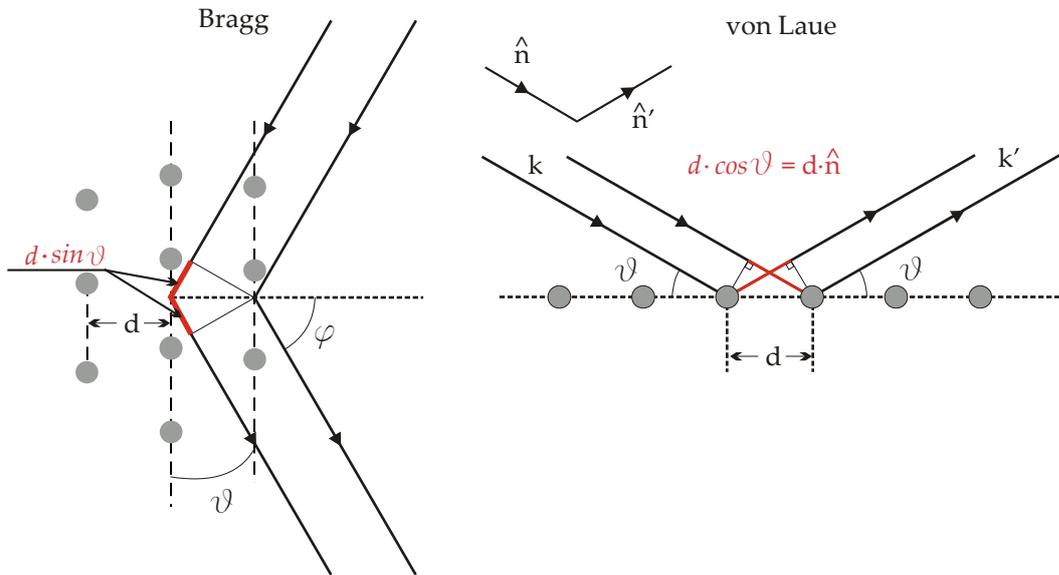


Abbildung 2.1: Streuung von Licht an parallelen Gitterebenen nach Bragg und von Laue. Nach Bragg erwartet man die konstruktive Interferenz des gestreuten Lichts von den parallelen Gitterebenen mit dem Abstand  $d$  unter der Bragg-Bedingung  $2d \sin \vartheta = n\lambda$ ,  $n$  ist die Ordnung des Reflexes. Nach von Laue lautet die konstruktive Interferenzbedingung  $2\vec{d} \cdot (\vec{k} - \vec{k}') = 2\pi m$ . Hier sind  $k$  und  $k'$  die Wellenvektoren des einfallenden und gestreuten Lichtes.

Beide Beugungsbedingungen nach Bragg und nach von Laue sind equivalent, falls der Impulsübertrag vernachlässigbar ist ( $k = k'$ ).

Das gleiche Prinzip der Beugung von Licht an parallelen Gitterebenen verwenden wir in unserem Experiment. Anstelle von parallelen Gitterebenen im Festkörper werden atomare Gitter verwendet, die durch eine optische Dipolfalle zusammengehalten werden. Da wir in diesem Experiment die Propagation von Licht in einem periodischen atomaren Medium untersuchen, ist es unabdingbar, die Wechselwirkung von Licht mit Atomen zu behandeln.

## 2.2 Licht im periodisch dielektrischen Medium

### 2.2.1 Lorentz Modell

Die erste Beschreibung der Frequenzabhängigkeit der elastischen Wechselwirkung zwischen Licht und Materie ist die Dispersionstheorie von Lorentz. Das Lorentz Modell behandelt das Atom mit einem gebundenen Valenzelektron als einen klassischen Oszillator mit Dämpfung. Makroskopisch induziert das elektrische Feld, das auf ein polarisierbares Medium wirkt, eine Polarisation:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad (2.3)$$

wobei die Proportionalitätskonstante  $\chi$  als Suszeptibilität (enthält materialspezifische Eigenschaften) und  $\epsilon_0$  als Permittivität (dielektrische Leitfähigkeit) definiert sind. Wir erhalten für die Elektrische Flussdichte  $D$  folgenden Ausdruck:

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 (1 + \chi) E. \quad (2.4)$$

Aus dem Zusammenhang der Suszeptibilität  $\chi$  und der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi)$  können wir den Brechungsindex schreiben als:

$$n^2 = \epsilon_r = 1 + \chi. \quad (2.5)$$

Da die Suszeptibilität eine komplexe Größe ist, für die gilt:

$$\chi = \chi' + i\chi'', \quad (2.6)$$

teilen wir die Größe in Real- und Imaginärteil auf. Da für  $|\chi| \ll 1$  gilt:

$$n = \sqrt{1 + \chi} \sim 1 + \frac{\chi}{2}, \quad (2.7)$$

schreiben wir für  $n$  und  $\zeta$ :

$$n = 1 + \frac{1}{2} \text{Re}[\chi] \quad \text{und} \quad \zeta = \frac{\omega}{2c} \text{Im}[\chi]. \quad (2.8)$$

Wobei hier  $n$  eine Verkürzung der Wellenlänge anzeigt während  $\zeta$  die Verringerung der Intensität beschreibt. Dies ist das zentrale Ergebnis des klassischen Lorentz-Modells, nämlich die Verknüpfung zwischen der optischen Suszeptibilität  $\chi$  und den Koeffizienten  $n$  (Brechungsindex) und  $\zeta$  (Absorptionskoeffizient). Die Transmission  $T$  eines Mediums der Dicke  $L$  wird dann geschrieben als:

$$T = e^{-2\zeta L} = e^{-\chi'' kL} \quad (2.9)$$

und die Phase des Feldes akkumuliert sich zu:

$$\phi = \left(1 + \frac{\chi'}{2}\right)kL. \quad (2.10)$$

Außerdem definieren wir die optische Dicke  $b$ , indem wir den Transmissionskoeffizienten wie folgt schreiben:

$$T = e^{-b}. \quad (2.11)$$

### 2.2.2 Maxwell-Gleichungen in periodischen Medien

Die Fortpflanzung von Licht in periodischen Medien wird mit Hilfe der vier allgemein bekannten makroskopischen Gleichungen von J. C. Maxwell beschrieben [Sch02, Ric04, Mat05, Mit07]:

$$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = \nabla \cdot \varepsilon(\vec{r})\varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.12)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \mu \nabla \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.13)$$

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\mu_0 \mu \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (2.14)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \varepsilon(\vec{r})\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (2.15)$$

dies sind die quellenfreien Gleichungen (ohne Angabe von Strom- und Ladungsdichten). Hier bezeichnet  $\vec{E}$  das elektrische Feld,  $\vec{D}$  die dielektrische Verschiebung,  $\vec{B}$  die magnetische Flussdichte,  $\vec{H}$  das magnetische Feld. Außerdem sind  $\varepsilon(\vec{r})$  die Dielektrizitätskonstante und  $\mu$  die magnetische Permeabilität.

Eine räumlich periodische dielektrische Funktion  $\varepsilon(\vec{r})$  stellt den photonischen Kristall dar (2.2.3). Wir führen einige Einschränkungen ein. Die Dielektrizitätskonstante ist eine skalare Größe und ist frequenzunabhängig. Im untersuchten Spektralbereich tritt keine Absorption auf, daher ist  $\varepsilon$  eine rein reelle Funktion<sup>1</sup>. Wir betrachten nicht magnetisierbare Materialien ( $\mu = 1$ ). Aus den Gleichungen (2.14) und (2.15) erhalten wir die Wellengleichung für das elektrische bzw. magnetische Feld:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\varepsilon(\vec{r})}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2.16)$$

---

<sup>1</sup>Diese Bedingung ist in unserem Experiment nicht erfüllt.

$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) \right] = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2.17)$$

wobei  $c$  ( $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ ) die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Durch den Ansatz der harmonischen Wellen  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{i\omega t}$  und  $\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{i\omega t}$  können wir die Zeitabhängigkeit abseparieren und erhalten für die Wellengleichungen (2.16 und 2.17) folgende Ausdrücke:

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}, \omega) \quad (2.18)$$

$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, \omega) \right] = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{H}(\vec{r}, \omega) \quad (2.19)$$

Um die Lichtausbreitung in einem unendlich ausgedehnten periodischen Kristall, der durch eine räumlich periodische Funktion  $\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon(\vec{r} + \vec{R})$  definiert wird, zu beschreiben, müssen wir nur eine der beiden Gleichungen lösen. Wobei hier sowohl Gleichung (2.18) als auch (2.19) die Form eines Eigenwertproblems haben, aus dem wir die Moden  $\vec{E}$  bzw.  $\vec{H}$  bestimmen können. Da der Operator des elektrischen Feldes nicht hermitesch ist, benutzt man die Gleichung für das magnetische Feld. Das elektrische Feld bestimmen wir aus der Gleichung (2.15):

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \left( \frac{-ic}{\omega \varepsilon(\vec{r})} \right) \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, \omega) \quad (2.20)$$

Die Bandstruktur wird aus der Wellengleichung (2.19) ausgerechnet, in dem wir  $\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})}$  in einer Fourierreihe im reziproken Gitter entwickeln:

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} = \sum_{\vec{G}} \kappa_{\vec{G}} e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (2.21)$$

Das Gitter ist translationsinvariant, deshalb wird der unendliche reziproke Raum auf die erste Brillouin-Zone zurückgefaltet. In der Analogie zum Festkörper werden die Eigenzustände des Feldes durch den Bandindex  $n$  und den Blochwellenvektor  $\vec{k}$  charakterisiert. Nach dem Bloch-Floquet-Theorem erhalten wir folgenden Ausdruck für das  $\vec{H}$ -Feld:

$$\vec{H}(\vec{r}, \omega) = \vec{H}_{n,\vec{k}}(\vec{r}, \omega) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} u_{n,\vec{k}}^H(\vec{r}) \quad (2.22)$$

wobei  $u_{n,\vec{k}}^H(\vec{r})$  eine mit der Periode  $\vec{R}$  periodische Funktion ist, für die gilt:

$$u_{n,\vec{k}}^H(\vec{r}) = u_{n,\vec{k}}^H(\vec{r} + \vec{R}) \quad (2.23)$$

Weiterhin entwickeln wir die Eigenfunktionen (2.22) in eine Fourier-Reihe:

$$\vec{H}(\vec{r}, \omega) = \sum_{\vec{G}} \vec{H}_{n,\vec{k}}(\vec{G}) e^{i(\vec{k}+\vec{G})\cdot\vec{r}} \quad (2.24)$$

Wir setzen die Gleichungen (2.24) und (2.21) in Gleichung (2.19) und erhalten:

$$\sum_{\vec{G}'} \kappa_{(\vec{G}-\vec{G}')} (\vec{k} + \vec{G}) \times (\vec{k} + \vec{G}') \times \vec{H}_{n,\vec{k}}(\vec{G}') = \left( \frac{\omega_{n,\vec{k}}}{c} \right)^2 \vec{H}_{n,\vec{k}}(\vec{G}) \quad (2.25)$$

wobei hier  $\vec{G}$  ein reziproker Gittervektor ist und  $\kappa_{\vec{G}}$  Fourierkoeffizient für  $\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})}$  bezeichnen.

Weiterhin werden die  $N$ -Eigenwerte  $\omega_{n,\vec{k}}$  dieses homogenen Gleichungssystems aus den Koeffizientendeterminanten berechnet. Dabei bestimmt der gewählte  $k$ -Vektor die Eigenwerte. Um in Analogie zum Festkörper die Bandstruktur eines photonischen Kristalls zu erhalten, wählt man in der ersten Brillouin-Zone die Pfade für die  $k$ -Werte, für die man die Frequenzen  $\omega_{n,\vec{k}}$  berechnet hat. Für bestimmte periodische Medien entstehen dabei in Abhängigkeit vom dielektrischen Kontrast Frequenzintervalle, in denen keine freien Zustände für die elektromagnetische Strahlung vorhanden sind. Diese Bereiche werden als *Photonische Bandlücken* bezeichnet.

### 2.2.3 1D-photonische Kristalle

Als ein photonischer Kristall wird eine räumlich periodische Anordnung mit einem variierenden Brechungsindex bezeichnet. Dabei ist die Periodenlänge mit der Wellenlänge des einfallenden Lichtes vergleichbar. Dies führt zur Bragg-Streuung und zu konstruktiver Interferenz der gestreuten Wellen. Variiert man den Brechungsindex in einer, zwei oder allen drei Dimensionen spricht man von 1-D, 2-D oder 3-D photonischen Kristallen. In unserem Experiment ändert sich der Brechungsindex nur in einer Dimension, nämlich in der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahls, deshalb werden wir im Folgenden nur über 1-D photonische Kristalle reden.

Interessanterweise führt die periodische Änderung des Brechungsindex in einer Dimension immer zu einer Bandlücke, was in 2-D und 3-D nicht der Fall ist. Das einfachste Beispiel für einen eindimensionalen photonischen Kristall ist ein so genannter Braggspiegel. Dabei handelt es sich um eine Schichtstruktur, in der der Brechungsindex von Schicht zu Schicht periodisch (mit der Periode  $a$ ) variiert (Abb.2.2). Die räumliche Lokalisation und Periodizität sind nur in der Fortpflanzungsrichtung des Lichtes vorhanden, zwei andere Dimensionen werden als uneingeschränkt und konstant behandelt.

Betrachten wir die Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle innerhalb der ersten Brillouin-Zone. Anhand der Dispersionsrelation für den Wellenvektor  $\vec{k}$  können wir sehen, dass sie an der Brillouin-Zonen-Grenze am Punkt  $\frac{\pi}{a}$  zurückgefaltet wird. Ähnlich wie im Festkörper für freie Elektronen kommt es zur Öffnung von photonischen Bandlücken.

Wenn jetzt eine Welle mit einer Frequenz innerhalb der Bandlücke senkrecht auf die Grenze

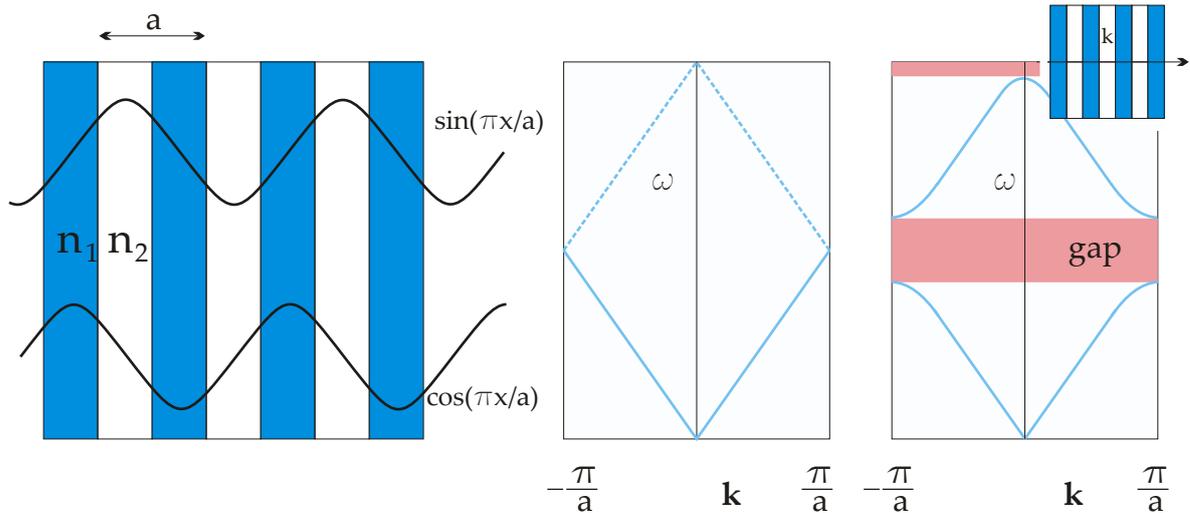


Abbildung 2.2: Links: Zwei Möglichkeiten für die Entstehung einer stehenden Welle in einem Braggspiegel, wobei hier  $n_1 > n_2$  ist; rechts: Zurückfaltung der Dispersionsrelation am Rand der ersten Brillouin-Zone. [Joa08]

des periodischen Mediums trifft, wird sie total reflektiert. Die Ursache dafür ist die Braggreflexion. Die konstruktive Interferenzbedingung für reflektierte Wellen tritt dann auf, wenn das ganzzahlige Vielfache der elektromagnetischen Welle gerade der doppelten Schichtperiode ( $m\lambda = 2a$ ) entspricht. Für  $\vec{k} = \frac{\pi}{a}$  entstehen in dem photonischen Kristall stehende Wellen mit der Wellenlänge  $\lambda = 2a$ . Dabei existieren nur zwei Möglichkeiten für die Position der Schwingungsbäuche des elektrischen Feldes, die sich wegen der Kristallsymmetrie entweder im Material mit hohem Brechungsindex ( $n_1$ ) oder mit niedrigem Brechungsindex ( $n_2$ ) befinden (Abb. 2.2 links). Dies führt zu den unterschiedlichen Frequenzen der beiden stehenden Wellen. Wenn sich die  $E$ -Feld Komponente im Medium mit dem niedrigeren Brechungsindex ansammelt, ergibt sich eine höhere Frequenz als für die stehende Welle, deren  $E$ -Feld Komponente sich in dem höheren Brechungsindexmedium konzentriert. Für die Lichtfrequenzen dazwischen ist die Ausbreitung nicht möglich.

Experimentell werden die photonischen Bandlücken durch Reflexions- und Transmissionsmessungen nachgewiesen. Für den senkrechten Einfall erwartet man bei einer verschwindenden Absorption den Reflexionskoeffizient nahe 1 und  $T \sim 0$ .

## Zustandsdichte

Eine weitere Größe, die wir in unseren Simulationen benutzt haben ist die so genannte Zustandsdichte (engl. density of states, DOS). Die Zustands- oder Modendichte ergibt sich aus der Dispersionsrelation zu [Coe96, Ric04]:

$$DOS(\omega) = 2\omega \sum_{n,\vec{k}} \delta(\omega^2 - \omega_n^2(\vec{k})) \quad (2.26)$$

Für das Photonengas im Vakuum ergibt sich folgender Ausdruck:

$$DOS(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \quad (2.27)$$

Die Zustandsdichte ist im Frequenzintervall der photonischen Bandlücke für die gegebene Dispersionsrelation gleich Null (Abb. 2.2 rechts). Das Licht kann sich im Intervall (rot markiert) nicht ausbreiten. An den Rändern der Bandlücke ist die Zustandsdichte hingegen überhöht. Die Erhöhung ist durch die Gruppengeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle im Kristall erklärbar:

$$v_g \sim DOS^{-1}, v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n_{\text{eff}}}. \quad (2.28)$$

Das heißt, die Propagation der Welle in der Nähe der Ränder der Bandlücke (an der Stelle mit der Ableitung gleich Null) wird langsamer.

### 2.3 Licht-Atom Wechselwirkung und atomare Polarisierbarkeit

Betrachten wir das Atom als ein Zwei-Niveau-System. Der angeregte Zustand  $|2\rangle$  und der Grundzustand  $|1\rangle$  sind durch eine Energiedifferenz  $\Delta E_{21} = \hbar\omega_{21}$  voneinander getrennt. Das System wechselwirkt mit einem Lichtfeld der Frequenz  $\omega$  (im nahresonanten Fall gilt  $\omega \approx \omega_{21}$ ). Das Ziel ist, die zeitliche Entwicklung des Systems unter der Einwirkung des äußeren Lichtfeldes vorausszusagen. Ein oszillierendes elektrisches Feld  $\vec{E}(\omega)$  erzeugt ein Dipolmoment der Form:

$$\vec{p} = \alpha \vec{E}, \quad (2.29)$$

und wechselwirkt damit [Gri00]. Die komplexe Proportionalitätskonstante  $\alpha(\omega)$ , die wir aus den optischen Bloch-Gleichungen erhalten, wird als atomare Polarisierbarkeit bezeichnet. Daraus lassen sich sowohl Absorptions- als auch Dispersionseigenschaften eines atomaren Mediums ableiten. Die frequenzabhängige atomare Polarisierbarkeit  $\alpha$  wird in allen unseren Berechnungen eine sehr wichtige Rolle spielen.

Im Falle eines atomaren Gases der Dichte  $\rho$  schreiben wir die Suszeptibilität  $\chi$  wie folgt:

$$\chi = \rho\alpha. \quad (2.30)$$

Wir führen die resonante Rabi-Frequenz ein:

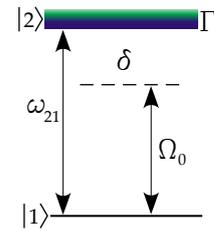


Abbildung 2.3: Hier ist  $\Omega_0$  die resonante Rabi-Frequenz,  $\Gamma$  die natürliche Linienbreite,  $\delta$  die Verstimmung zum resonanten Übergang,  $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1 = \omega_0$ .

$$\Omega_0 = \frac{dE_0}{\hbar}, \quad (2.31)$$

hier ist  $d$  das Dipolmatrixelement  $d_{21} = \langle 2 | \vec{d} | 1 \rangle$ , welches die Kopplungsstärke des Übergangs angibt. Der Zusammenhang zwischen der natürlichen Linienbreite und dem Dipolmatrixelement ist wie folgt bestimmt:

$$\Gamma = \frac{8\pi^2 d^2}{3\epsilon_0 \hbar \lambda^3}. \quad (2.32)$$

Wenn wir ein atomares Medium mit einem Strahl, dessen Verstimmung zur atomaren Resonanz  $\delta = \omega - \omega_{21}$  ist, beleuchten, erhalten wir für die Polarisierbarkeit:

$$\alpha = \frac{6\pi}{k^3} \frac{-2\delta/\Gamma + i}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2 + I/I_{sat}}. \quad (2.33)$$

Weiterhin gilt für den resonanten Streuquerschnitt:

$$\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi} = \frac{6\pi}{k^2} = \frac{\hbar\omega_0\Gamma}{2I_{sat}}. \quad (2.34)$$

Wobei hier  $\Gamma$  die natürliche Linienbreite und  $I_{sat}$  die Sättigungsintensität bezeichnen. Da wir in unserem Experiment mit einem sehr schwachen Probe-Stahl arbeiten, für den  $I \ll I_{sat}$  gilt, kann der letzte Term im Nenner der Gleichung (2.33) vernachlässigt werden und wir erhalten:

$$\alpha = \frac{6\pi}{k^3} \frac{-2\delta/\Gamma + i}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}. \quad (2.35)$$

Es ist manchmal hilfreich, bei der Berechnung der Polarisierbarkeit eine dimensionslose Polarisierbarkeit anzugeben:

$$\alpha = \frac{\sigma_0}{k} \tilde{\alpha}. \quad (2.36)$$

Zum Beispiel kann dabei die optische Dichte als  $b = \chi'' kL = \rho \text{Im}(\alpha) kL = \rho \sigma_0 \text{Im}(\tilde{\alpha}) L$  geschrieben werden, dass heißt der Streuquerschnitt wird wie folgt definiert:

$$\sigma_{ex} = k \text{Im}(\alpha) = \sigma_0 \text{Im}(\tilde{\alpha}). \quad (2.37)$$

Wir erhalten die dimensionslose atomare Polarisierbarkeit  $\tilde{\alpha}$ :

$$\tilde{\alpha} = -\frac{1}{2\delta/\Gamma + i} = \frac{-2\delta/\Gamma + i}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}. \quad (2.38)$$

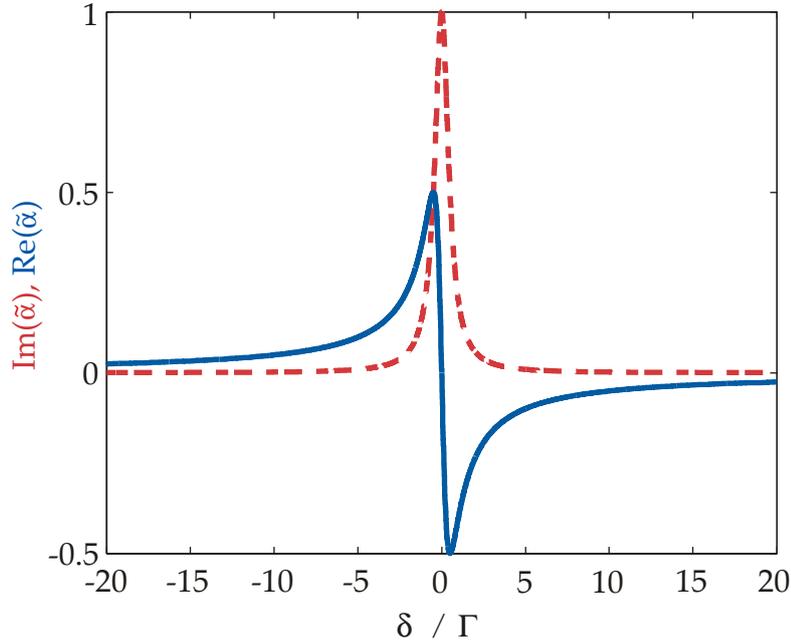


Abbildung 2.4:  $\text{Re}(\tilde{\alpha})$  (durchgezogene blaue Linie) und  $\text{Im}(\tilde{\alpha})$  (gestrichelte rote Linie) als Funktion der Verstimmung  $\delta$  in Einheiten  $\Gamma$ .

Die atomare Polarisierbarkeit ist eine komplexe Größe. Der Realteil der Polarisierbarkeit beschreibt äquivalent zum klassischen Lorentz-Modell das dispersive Verhalten des Brechungsindex. Der Imaginärteil seinerseits dominiert in der Nähe der Resonanz und charakterisiert die Streuverluste (Abb. 2.5).

## 2.4 Theoretisches Modell in 1D

### 2.4.1 Der Transfermatrixformalismus

In einer Dimension mit Periodizität erwies sich die Transfermatrixmethode als sehr effizient. Eine umfassende Darstellung der Transfermatrixmethode ist in [Deu95] zu finden. An dieser Arbeit orientiert sich die folgende Betrachtung.

Wir fangen mit der Definition der Wellengleichung an. Es wird der Fall der Propagation in einer Dimension in Anwesenheit einer polarisierbaren Ebene unter einem normalen Einfallswinkel betrachtet. Wir erhalten folgende Gleichung:

$$[\partial_z^2 + k^2]\vec{E} = -4\pi k^2 \vec{P} = -4\pi k^2 \eta \alpha \delta(z) \vec{E}, \quad (2.39)$$

wobei hier  $\eta$  die homogene Flächendichte und  $\alpha$  die atomare Polarisierbarkeit bezeichnen. Um die Transfermatrix für eine Periode zu definieren, teilen wir eine atomare Lage in mehrere Teilschichten der Dicke  $\delta z$  auf. Dabei setzt sich die Matrix  $M$  aus dem Produkt von der

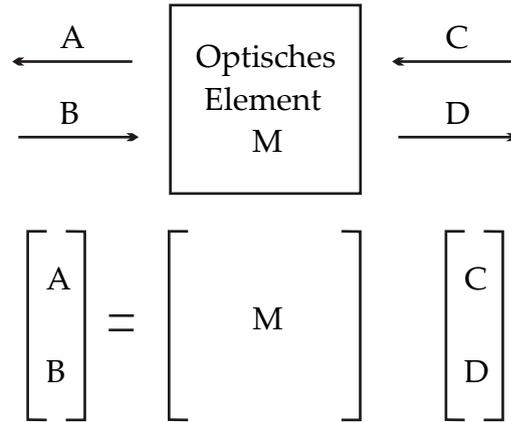


Abbildung 2.5: Transfermatrixmethode. Matrix  $M$  überführt Felder  $A$  und  $B$  auf einer Seite in die Felder  $C$  und  $D$  auf der anderen Seite. Die Propagation der Felder ist in beide Richtungen erlaubt.

Propagationsmatrix, die die Fortpflanzung des Lichtes über die Länge des Gittervektors  $a = \frac{\lambda_{\text{lat}}}{2}$  (stehende Welle) charakterisiert und der Unstetigkeitsmatrix, deren Koeffizienten durch die Fresnel-Koeffizienten definiert sind [Ben96], zusammen:

$$M = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} t^2 - r^2 & r \\ -r & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

Wobei hier  $r = A/B$  und  $t = D/B$  sind. Unter Berücksichtigung der Eigenschaft  $\det(M) = 1$ , entsprechen die Eigenvektoren der Matrix  $M$  gleichwohl den Blochvektoren aus der Bändertheorie. Für den Idealfall des unendlich langen Gitters bilden die Blochvektoren die Eigenzustände des periodischen Potentials. Die Eigenwerte der Matrix  $M$  sind  $m_{\pm} = e^{\pm i\Theta}$  mit

$$\cos(\Theta) = \cos(k_{\text{eff}} \frac{\lambda_{\text{lat}}}{2}) = \frac{\text{Tr}(M)}{2}. \quad (2.41)$$

Diese Beziehung liefert den effektiven Wellenvektor (Bloch-Wellenvektor)  $k_{\text{eff}}$ , der die Dispersionsrelation im Medium angibt, was uns die Beschreibung der photonischen Eigenschaften des periodischen Mediums erlaubt (oder entsprechend den effektiven komplexen Brechungsindex  $n_{\text{eff}} = k_{\text{eff}}/k_0$  mit  $k_0 = \omega/c$ ). Um jetzt den Transmissions- bzw. Reflexionskoeffizient durch  $N$  Schichten auszurechnen, führen wir die Matrix  $A$  ein:

$$M = e^{i\Theta A} = \cos(\Theta)I + i \sin(\Theta)A. \quad (2.42)$$

$I$  bezeichnet hier die Einheitsmatrix. Dann lautet die Transfermatrix für  $N$  periodische Schichten wie folgt:

$$M^N = e^{iN\Theta A} = \cos(N\Theta)I + i \sin(N\Theta)A. \quad (2.43)$$

Den Transmissionskoeffizient  $T = |t_N|^2$  und den Reflexionskoeffizient  $R = |r_N|^2$  bestimmen wir aus den Einträgen der Matrix  $M^N$ .

$$r_N = \frac{(M^N)_{12}}{(M^N)_{22}} = \frac{r}{1 - t[\cos(\Theta) - \sin(\Theta \cot(N\Theta))]}, \quad (2.44)$$

$$t_N = \frac{1}{(M^N)_{22}} = \frac{t \sin(\Theta) / \sin(N\Theta)}{1 - t[\cos(\Theta) - \sin(\Theta \cot(N\Theta))]}. \quad (2.45)$$

Für ein unendliches Medium erhalten wir mit  $\text{Im}(\Theta) > 0$ :

$$r_\infty = \frac{r}{1 - te^{i\Theta}}. \quad (2.46)$$

Die Phasenverschiebung, die das Licht bei Reflexion an dem optischen Gitter erfährt, ist gegeben durch:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\text{Im}(r_N)}{\text{Re}(r_N)}. \quad (2.47)$$

Abhängig davon wie lang und dicht das optische Gitter ist, sieht der Reflexionskoeffizient unterschiedlich aus.

Wir betrachten zuerst den quasi-resonanten Fall, d. h. das optische Gitter ist um einige natürliche Linienbreiten  $\Gamma$  von der atomaren Resonanz verstimmt. Der Probe-Strahl ist vorerst kollinear zum Gitter. In dem Fall kann der Brechungsindex des Gitters nicht vernachlässigt werden und muss in die Berechnungen einbezogen werden [Deu95]. Weit von der Resonanz hat das Gitter keinen Einfluss auf den Probe-Strahl, daher ist die Dispersionsrelation in dem Bereich linear. Der relevante Bereich ist in der Nähe der Resonanz, wenn der Probe-Wellenvektor den Wert  $k = 2\pi/\lambda \sim 2\pi/\lambda_{\text{lat}} = \pi/a$  einnimmt, d.h. an der Grenze der ersten Brillouin-Zone.

Im verlustfreien Medium öffnet sich die Bandlücke wenn der Imaginärteil des  $k_{\text{eff}}$  nicht Null ist, was zur Entstehung einer evaneszenten Welle während der Propagation im Medium führt und für die Reflexion des einfallenden Lichtes verantwortlich ist und sogar totale Reflexion nach sich zieht, wenn das Medium unendlich ausgedehnt ist. Gleichzeitig geht die Ableitung des Realteils von  $k_{\text{eff}}$ , die die Zustandsdichte angibt, gegen Null. Dies kommt dann zustande, wenn  $|\text{Tr}(M)/2| > 1$  so dass  $\cos^{-1}$  einen imaginären Teil besitzt und der Realteil eine verschwindende Zustandsdichte aufweist. Beide Bedingungen, der nichtvernachlässigbare Imaginärteil und die verschwindende Zustandsdichte, erscheinen gemeinsam.

In einem realen Medium (mit Atomen und daher mit Verlusten) ist die atomare Polarisierbarkeit  $\alpha$  komplex. Der Wellenvektor besitzt immer einen Imaginärteil. Die Tatsache, dass  $Tr(M) \in \mathbb{C}$  ist, führt zu einem nichtverschwindenden Imaginärteil des Brechungsindex auch ohne jegliche Bandlücke, was die Definition der Bandlücke schwieriger macht.

Betrachten wir (Abb.2.6). In Teilbildern (a und b) sehen wir die Dispersionsrelation ( $\omega$  vs.  $Re(k_{\text{eff}})$  und  $Im(k_{\text{eff}})$ ). Die Bandlücke befindet sich zwischen der atomaren Resonanz und der Frequenz des Gitters. Sogar wenn die Grenze nicht scharf definiert ist, können wir unschwer erkennen, dass die Bandlücke in (a) als ein flacher Bereich an der 1. Brillouin-Zonengrenze  $k_{\text{eff}}\lambda_{\text{lat}} = \pi$  erscheint. Dies führt zur Reduzierung der Variation in  $Re(k_{\text{eff}})$  mit  $\omega$  und folglich zur Abnahme der Zustandsdichte. Durch die zusätzliche Komponente, die auch im gleichen Bereich zwischen der Gitterwellenlänge und der Probe-Wellenlänge liegt, offenbart sich die Bandlücke auch im Imaginärteil des effektiven Wellenvektors.

Experimentell ist es viel einfacher die Transmission und Reflexionsspektren,  $T$  und  $R$ , zu messen. Solche theoretisch simulierten Kurven sind in (Abb. 2.6 (c1-c3)) dargestellt. Wie wir klar erkennen, erscheint eine starke Reflexion in dem Bereich, in dem wir die Bandlücke erwarten.

In [Deu95] wird ein quasi resonantes Gitter mit einem kollinearen Probe-Strahl behandelt. So ein Aufbau ist experimentell sehr schwer zu realisieren, da wir den reflektierten Strahl von dem Gitterstrahl abseparieren müssen. Daher ist es einfacher ein weit rotverstimmtes Gitter zu benutzen und das Gitter mit einem schräg einfallenden Strahl zu proben.

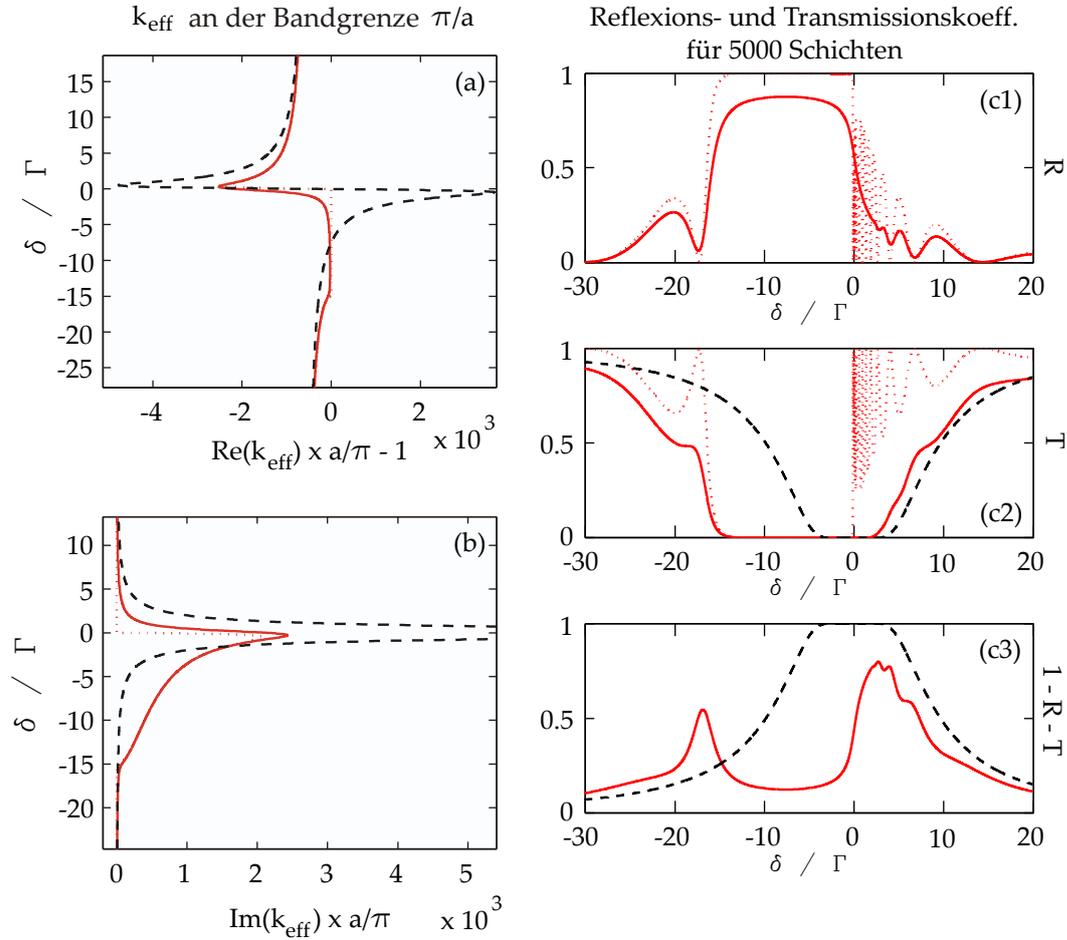


Abbildung 2.6: (a) und (b) zeigt die Dispersionsrelationen  $\text{Re}(k_{\text{eff}})$  und  $\text{Im}(k_{\text{eff}})$ . Rechte Seite: Reflexions-(c1), Transmissions-(c2) und Verlustkoeffizienten (c3) für 5000 Schichten. Für alle Plots: die rote durchgezogene Linie ist eine Simulation mit Gitter und komplexer atomarer Polarisierbarkeit. Die rote gepunktete Linie ist die Berechnung mit dem Gitter und der realen Polarisierbarkeit. Die gestrichelte schwarze Linie steht für ein homogenes Medium der gleichen Dichte  $\rho$ . Die Gitterverstimmung beträgt  $\Delta = -15\Gamma$ . Die Bandlücke befindet sich im Bereich zwischen der atomaren Resonanz und der Gitterfrequenz, wie in [Deu95] vorhergesagt.

## 2.4.2 Weit verstimmtes Gitter

Neben den Schwierigkeiten, den kollinearen Probe-Strahl von dem Gitterstrahl zu trennen, treten bei einem quasi-resonanten Gitter auch Heizverluste auf. Wir benutzen im Experiment daher ein weit rot verstimmtes Gitter und proben das mit einem schräg einfallenden Strahl für bessere räumliche Auflösung und verringern dabei die Heizverluste. Die Bandlücke öffnet sich dann mit Berücksichtigung des Winkels  $\theta$  in der Nähe der geometrischen Bragg-Bedingung:

$$\cos(\theta) = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{lat}}}. \quad (2.48)$$

Die Reflexion erscheint in der Nähe dieser Bragg-Bedingung. Die Differenz zwischen dem Wellenvektor des einfallenden Probe-Strahls und dem Wellenvektor des reflektierten Strahls ist gleich dem Gittervektor

$$2n(\delta)k_0 \cos(\theta) = K_{\text{lat}} \quad (2.49)$$

wobei  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  der Probe-Wellenvektor im Vakuum ist,  $n$  der Realteil des Durchschnittsbruchungsindex des Mediums angibt,  $\delta = \omega - \omega_0$  die Probe-Strahl Verstimmung angibt und  $K_{\text{lat}} = 4\pi/\lambda_{\text{dip}}$  der Gitterwellenvektor ist.

Um die Bragg-Bedingung über die Resonanz zu verstimmen, ist es im Experiment sinnvoller nicht den Einfallswinkel des Probe-Strahls zu variieren, sondern die Gitterwellenlänge durchzustimmen. Daher schreiben wir die Bragg-Bedingung um zu:

$$n(\delta) - 1 = -\frac{\Delta\lambda_{\text{dip}}}{\lambda_{\text{dip}}}, \quad (2.50)$$

wo  $\Delta\lambda_{\text{dip}} = \lambda_{\text{dip}} - \lambda_{\text{dip}_0}$  den Versatz von der geometrischen Bragg-Bedingung:  $\lambda_{\text{dip}_0} = \lambda_0/\cos(\theta)$  darstellt ( $\theta_{\text{Experiment}} \sim 2^\circ$  entspricht  $\lambda_{\text{dip}_0} \simeq 780.7\text{nm}$ ).

Die Bragg-Bedingung ist für eine bestimmte Gitterwellenlänge erfüllt und durch die Probeverstimmung  $\delta$  (Gl. 2.50) gegeben. Damit haben wir auf der linken Seite die Größen, die für den Brechungsindexkontrast (proportional zum Realteil der atomaren Polarisierbarkeit) verantwortlich sind. Auf der rechten Seite der Gleichung steht eine rein geometrische Bedingung, die wir mit dem Gitterlaser verstimmen können. Wie wir sehen, gibt es zwei Schnittpunkte (Abb. 2.7 rote Punkte 1 und 2). Der erste Punkt ist in der Nähe der Resonanz. Die Absorptionsverluste sind sehr groß, deshalb ist die effiziente Reflexion hier unterbunden. Im späteren Verlauf des Experiments wird dieser Punkt wieder interessant, wenn wir mit Hilfe der EIT (Elektromagnetisch induzierte Transparenz) diese Stelle näher untersuchen.

Weit verstimmt von der Resonanz ist die Reflexion ebenso gering, da die Licht-Atom-Wechselwirkung schwächer ist. Dies deutet darauf hin, dass das Optimum irgendwo dazwischen liegt. Durch die Veränderung des Einfallswinkels oder der Gitterwellenlänge (was equivalent ist) suchen wir nach der stärksten Reflexion.

Die Spektren in (Abb. 2.8) zeigen, was wir im Falle eines perfekten Gitters erwarten.

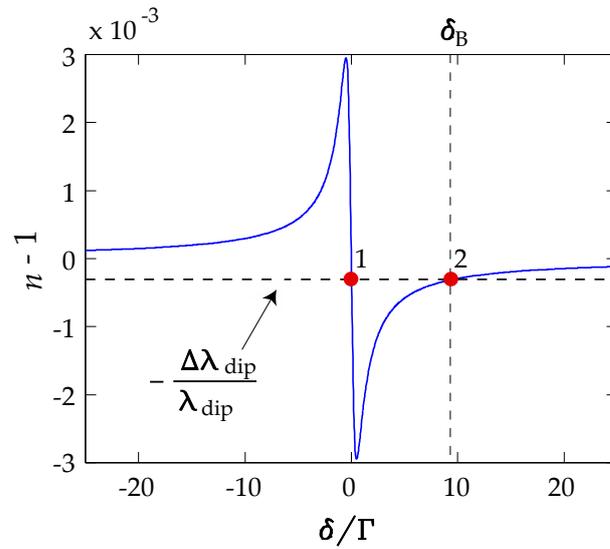


Abbildung 2.7: Die blaue Linie zeigt den Brechungsindex  $n$  als Funktion der normierten Verstimmung  $\delta$  in Einheiten  $\Gamma$  an. Die gestrichelten schwarzen Linien bilden die Bragg-Bedingung Gl.(2.50) ab.

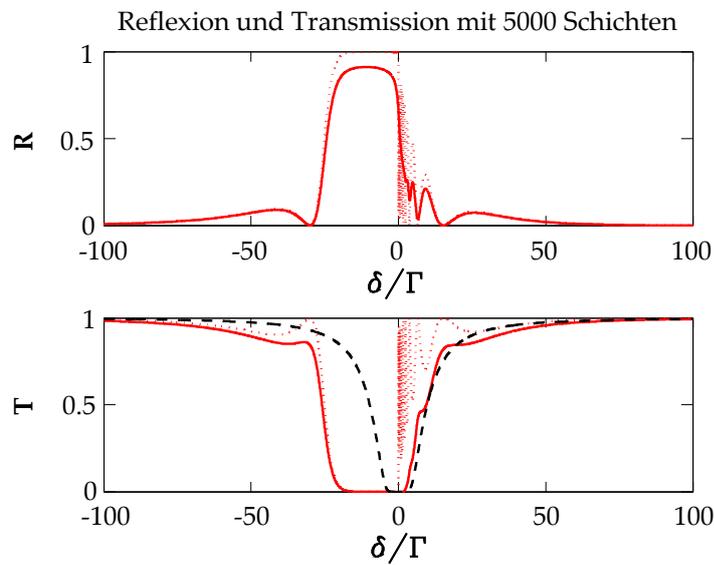


Abbildung 2.8: Die schwarze gestrichelte Linie zeigt das Verhalten der Transmission für ein homogenes Medium. Die rote gepunktete Linie stellt die Berechnung ohne Verluste dar. Die rote durchgezogene Linie zeigt die Simulation mit Verlusten. Die Gitterverstimmung  $\Delta\lambda_{\text{dip}}$  beträgt 0.24nm.

### 2.4.3 Endliche Temperatur von Schichten

Bis hierher wurde angenommen, dass sich die Atome in den Potentialminima des optischen Gitters befinden und keinerlei räumlicher Verteilung aufweisen. In Wirklichkeit besitzen die Atome eine endliche Temperatur, die sich auf die Bragg-Bedingung auswirkt. Die Atome schwingen um die Potentialminima. Um die endliche Ausdehnung der einzelnen atomaren Schichten in der Propagationsrichtung in der Transfermatrixmethode zu berücksichtigen, nutzen wir die Teilschichtmethode wie in [Sla06].

Die Temperatur bestimmen wir aus der Flugzeitmessung (siehe 3.2.3). Um das Verhältnis der Potentialtiefe  $U_0$  mit der Temperatur  $T$  der Atome anzugeben, benutzen wir einen typischen Wert  $\eta = U_0/k_B T = 5$ . Damit lässt sich der Debye-Waller-Faktor, der die Abweichung der Atome von den Gitterplätzen angibt, bestimmen zu:

$$\beta = e^{-\frac{1}{\eta}}. \quad (2.51)$$

Ist  $\beta = 1$ , so sind die Atome perfekt in den Gitterplätzen lokalisiert. Bei einer Abweichung reduziert sich der Debye-Waller-Faktor zu  $\beta < 1$ .

In (Abb. 2.9) sind die theoretischen Kurven für verschiedene Gitterwellenlängen dargestellt. Die Zahl der Schichten beträgt  $N_l = 5000$ . Für die atomare Dichte wurde  $\rho = 3 \times 10^{11}$  angenommen. Durch die Analyse erhaltener Spektren können wir folgendes feststellen:

Erstens, an der geometrischen Bragg-Bedingung (Abb. 2.9 rechte Spalte) stellen wir starke Absorption aufgrund des nicht verschwindenden Imaginärteils der atomaren Polarisierbarkeit fest, was zu einer starken Abnahme des Reflexionskoeffizienten führt.

Zweitens, wie wir sehen können, gibt es in der oberen Reihe eine optimale Gitterwellenlänge, die zu einem größeren Reflexionskoeffizienten führt. Die globale Verteilung wird durch die Position der Bandlücke erklärt. Während die Bandlücke in der Nähe der atomaren Resonanz schwächer und schmaler ist (wegen der Absorption), ist sie stärker, wenn sie von der geometrischen Bragg-Bedingung verstimmt ist. (Beachte: Je mehr wir von der Resonanz verstimmt sind, desto schwächer ist die Licht-Atom-Wechselwirkung, was wiederum zu einem kleineren Reflexionskoeffizienten führt).

In (Abb. 2.9) sind die Spektren dargestellt, die wir bei unseren Messungen erwarten. Im Laufe der Arbeit werden die theoretischen Vorhersagen durch weitere Effekte ergänzt. Zum Beispiel sind die Atome in der transversalen Richtung nicht unendlich ausgedehnt und weisen eine bestimmte Verteilung auf. Die Verteilung der gefangenen Atome in der longitudinalen Richtung wird auch später berücksichtigt. Sowohl die Verbreiterung des Probe-Strahls als auch die inhomogene Licht-Verschiebung muss einkalkuliert werden. Bevor wir mit den Messungen beginnen, wenden wir uns der Messapparatur zu, die wir für das Experiment entwickelt haben.

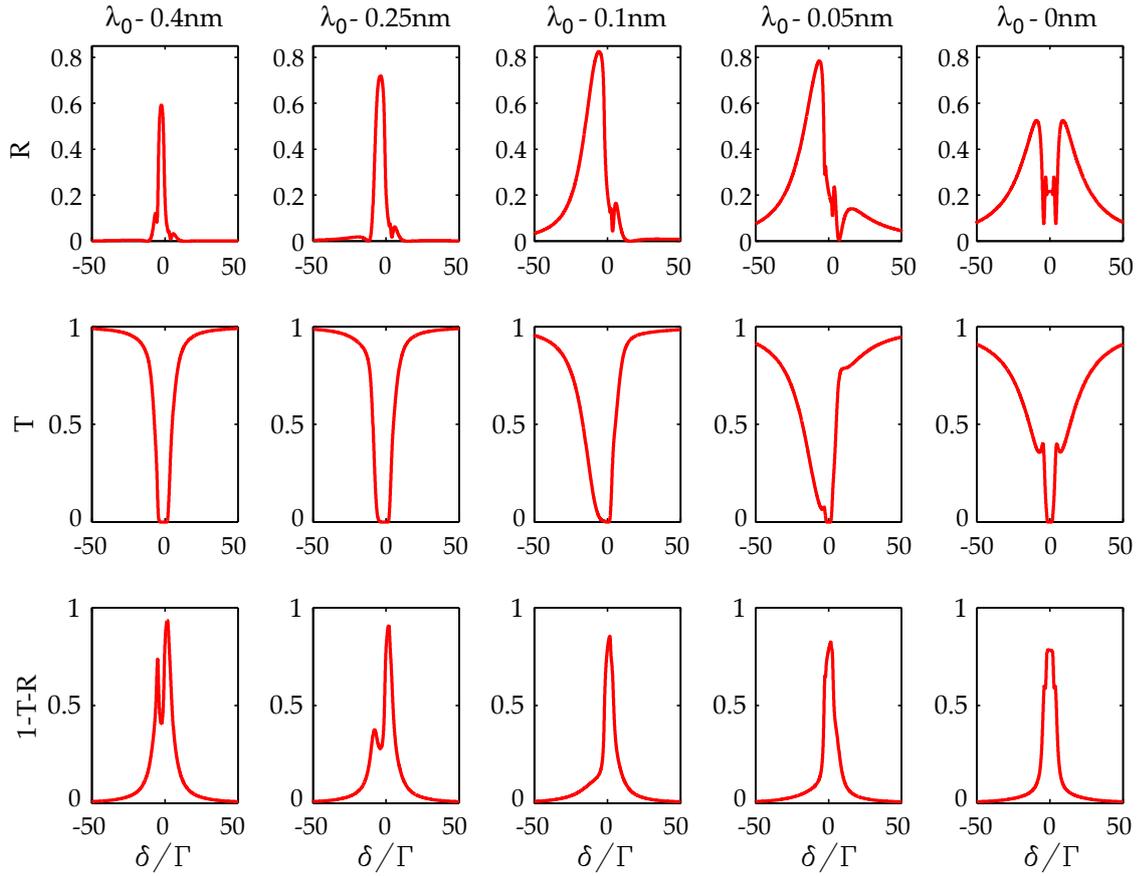


Abbildung 2.9: Die theoretischen Spektren mit dem Effekt der endlichen Temperatur. Die Simulation zeigt die Reflexions- (obere Reihe), Transmissions- (mittlere Reihe) und Verlustkoeffizienten (unten) für verschiedene Gitterwellenlängen. Die geometrische Bragg-Bedingung liegt bei  $\lambda_0 = 781\text{nm}$ .

## 3 Experimentelle Realisierung

Im Bereich Quantenoptik ist ein Experiment ohne ein Labor natürlich unvorstellbar. Für diese Dissertation musste ein komplett neues experimentelles System entwickelt und aufgebaut werden. Das Experiment ist in einer Hochvakuumkammer (Druck  $\sim 10^{-11}$  mbar) mit einem sehr guten optischen Zugang untergebracht. Die Kammer wird mit Hilfe von Dispensern kontinuierlich mit atomarem Rubidium geflutet, das in einer magneto-optischen Falle (engl. magneto-optical trap, MOT) gefangen, vorgekühlt, komprimiert und anschließend in die optische Dipolfalle umgeladen wird. Die Dipolfalle wird mit Hilfe eines haushemachten Titan-Saphir-Lasers aus einer retroreflektierten Konfiguration gebildet, was die Entstehung des so genannten optischen Gitters ermöglicht. In Abhängigkeit davon, wie die Dipolfalle zur atomaren Resonanz verstimmt ist, werden die Atome entweder ein attraktives oder ein repulsives Potential spüren und entsprechend in den Intensitätsmaxima oder in den Intensitätsminima gefangen. In diesem Kapitel betrachten wir zunächst den Aufbau, der für das Experiment zur Messung der photonischen Bandlücke (Photonic Band Gap, PBG) in 1-D aufgebaut wurde. Die Experimentierkammer wurde von früheren Experimenten übernommen, das Lasersystem und die Steuerung mussten neu aufgebaut werden. Zwischen den drei Ergebnissen, die im Rahmen dieser Arbeit erzielt wurden, mussten viele kleine und große Umbauten, sowohl im Messzyklus als auch im Aufbau, vorgenommen werden. So zum Beispiel musste für die Messung der photonischen Bandlücke mit der elektromagnetisch induzierten Transparenz (Electromagnetically Induced Transparency, EIT) eine optische Phasenstabilisierung (Phase Locked Loop, PLL) aufgebaut werden. In diesem Kapitel wird zuerst die Vakuumapparatur dargestellt, gefolgt von dem Lasersystem und dem Messzyklus mit der Steuerung. Zum Schluss wird die Funktionsweise der Detektion erläutert.

### 3.1 Der Aufbau

#### 3.1.1 Das Vakuumsystem

Die Experimente mit kalten Atomen sind nur im Ultrahochvakuum (UHV) möglich, da die Experimentierzeit direkt mit der Lebensdauer gefangener Atome zusammenhängt. Die Lebensdauer ihrerseits ist mit dem Umgebungsdruck in der Kammer gekoppelt. Da die Restgasatome, die die kalte Atomwolke umgeben, mit jedem Zusammenstoß mit der Wolke, wegen der riesigen Temperaturdifferenz von 300 K zu Atomverlusten führen, ist ein Druck von  $P \approx 10^{-10}$  mbar erforderlich. Mit dem erreichbaren Druck erzielen wir mit der nahresonanten Dipolfalle Lebensdauern von mehreren hundert Millisekunden.

### 3 Experimentelle Realisierung

---

Das Vakuumsystem (Abb. 3.1) besteht aus der Vakuummkammer, dem Drucksensor und der Ionen-Getterpumpe mit einem Ganzmetallventil (nicht auf der Abbildung). Die Experimentierkammer ist ein vakuumtauglicher Zylinder aus Edelstahl, an dem seitlich acht Flansche (CF 40) angebracht sind. Einer der seitlichen Flansche wird als Zugang für die Ionen-Getterpumpe mit dem Ventil benutzt und dient außerdem sowohl als Zugang für eine elektrische Vakuumdurchführung der Dispenser als auch als Öffnung für den Drucksensor. Die Experimente werden mit  $^{87}\text{Rb}$  durchgeführt. Wir verwenden zwei vakuumtaugliche Rubidium-Dispenser (SAES Getters) mit jeweils 2 mg Fassungsvermögen. Die Dispenser werden im permanenten Modus bei 4-7 A betrieben. Mit Hilfe des Ventils lassen sich eine Vor- und eine Turbo-Molekular-Pumpe anschließen, die während des Ausheizens und Abpumpens des Vakuumsystems aus dem belüfteten Zustand verwendet werden. Dies ist nötig, da die Ionengetterpumpe erst ab dem Druck von  $10^{-5}$  mbar eingesetzt werden kann. Da die Leistung der Turbo-Molekular-Pumpe ab dem Druck von  $10^{-9}$  mbar negativ wird, wird sie abgeschaltet und von der Hauptkammer mit Hilfe des Ventils abgetrennt. Auf der vertikalen Achse sind am Kammerboden ein weiterer Flansch (CF40) und am Kammerdeckel ein (CF 100) Flansch zentral positioniert. Sowohl vertikale als auch horizontale Flanschfenster sind mit einer Antireflexbeschichtung versehen.

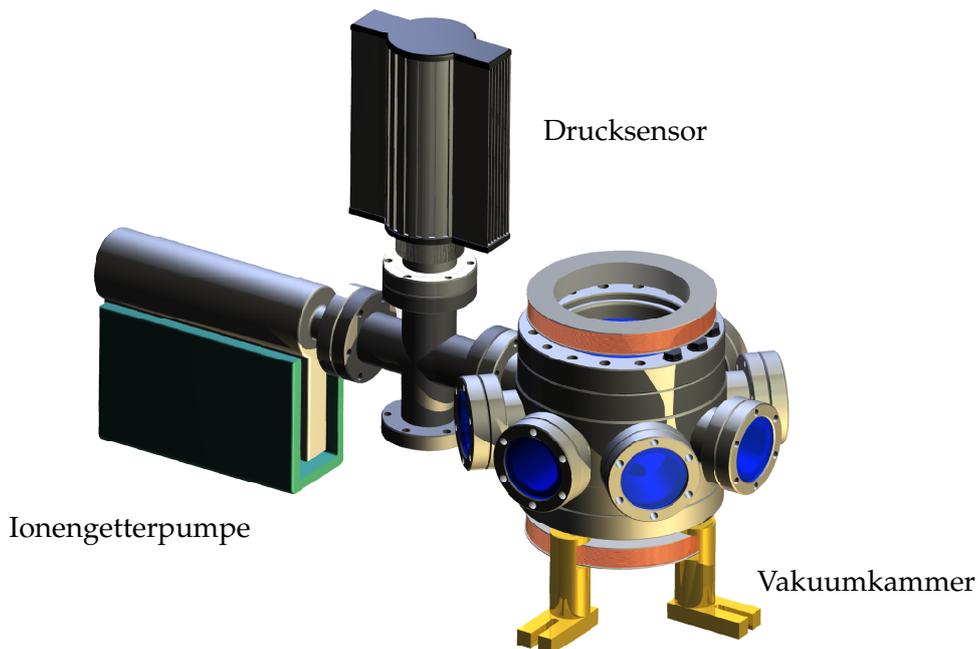


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau des Vakuumsystems. Gezeigt sind die Hauptkammer mit wassergekühlten MOT-Spulen, der Drucksensor und die Ionengetterpumpe.

An der oberen und unteren Seite der Vakuummkammer ist jeweils eine wassergekühlte Spule ( $\varnothing=10$  cm, 250 Windungen) zur Erzeugung des Quadrupolmagnetfeldes befestigt. Die Spulen werden mit Hilfe der Spannungsquelle (STATRON 32 V/16 A) betrieben und mit den Schaltboxen (Eigenbau Nr. 7706) geschaltet. Neben den MOT-Spulen verwenden wir in un-

serem Aufbau die so genannten Kompensationsspulen, die sich an den seitlichen Flanschen befinden. Vier Spulen ( $\varnothing=10$  cm, 40 Windungen) in Helmholtz-Konfiguration werden zur Kompensation des Erdmagnetfeldes und schwacher Magnetfelder am Ort der Atome verwendet (siehe 3.2.1). Der niedrige Druck in der Kammer wird im Permanentbetrieb durch die Ionen-Getterpumpe (Varian) mit der Saugleistung 80 L/s realisiert. Die Überwachung des Drucklevels geschieht über das Ionisations-Vakuummeter (Leybold, ITR100).

### 3.1.2 Das Lasersystem

Der gesamte Aufbau (Vakuuapparatur und Lasersystem) befindet sich auf einem optischen Tisch. Das Lasersystem dient dazu, die benötigten Lichtfrequenzen für das Experiment bereitzustellen. Hier stellen wir das Kernstück des Lasersystems dar, das in allen Messungen unverändert blieb. Da wir in verschiedenen Phasen des Experiments eine verschiedene Anzahl von Lasern und Laserfrequenzen benötigten, werden wir sie entsprechend für jede Messung extra erklären.

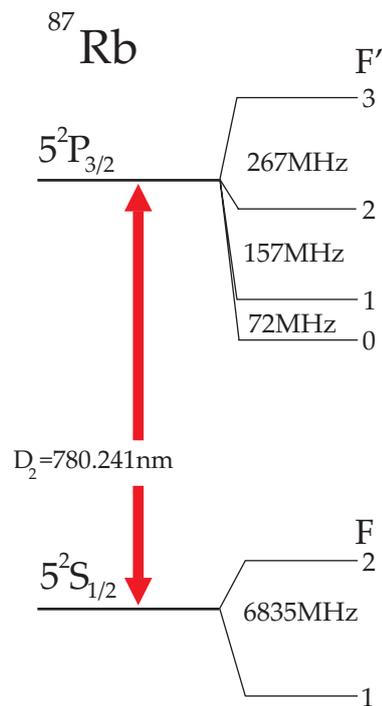


Abbildung 3.2: Hyperfeinstruktur der  $D_2$ -Linie von  $^{87}\text{Rb}$ . Wegen des Kernspins  $I = 3/2$  spaltet der Grundzustand  $5^2S_{1/2}$  in zwei und der angeregte Zustand  $5^2P_{3/2}$  in vier Hyperfeinzustände auf. [Ste].

Das Lasersystem (Abb. 3.3) besteht insgesamt aus vier Diodenlasern und einem Ti:Sa (Titan-Saphir-Laser). Drei Diodenlaser sind gitterstabilisierte Laser in Littrow-Konfiguration [Ric95] (Referenz-, Master- und Rückpump Laser) und einer ist Slave-Laser, der mit dem Licht des Master-Lasers injiziert wird, um eine höhere Laserleistung für die MOT (Magneto-optische Falle [Pri86, Raa87, Ada97]) zu ermöglichen. Jeder der fünf Laser ist mit einem optischen Faraday-Isolator versehen, um das rückreflektierte Licht daran zu hindern, den Weg in die Diode zurückzufinden, sodass eine störungsfreie Arbeit gewährleistet ist. Außerdem geht das Licht der vier Diodenlaser jeweils durch ein anamorphes Prismenpaar, dabei werden die Laserstrahlen auf runde Form gebracht.

Wie schon erwähnt, werden unsere Experimente mit dem Alkaliatom  $^{87}\text{Rb}$  realisiert. Alle Frequenzen, die wir für die Durchführung des Experimentes benötigten, liegen in der Nähe der  $D_2$ -Linie bei 780.241 nm. Abbildung (3.2) zeigt das Termschema des Rubidium  $^{87}$ .

Der Referenzlaser (Diode QL 78J-A) mit einer Ausgangsleistung von 33 mW (bei einem Betriebsstrom von 80 mA) wird mit Hilfe der Polarisations-Spektroskopie [Wie76] (3.15 mW wird von der Gesamtleistung abgezweigt) auf den  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \mapsto |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$  Übergang stabilisiert. Das Licht des Referenz-Lasers wird für mehrere Zwecke benutzt.

Zunächst wird das Licht mittels eines akustooptischen Modulators (AOM Fa. Crystal Technology) in doublepass Konfiguration, der einerseits den Strahl bei der Frequenz-Verstimmung räumlich konstant belässt und andererseits die Frequenz um das Doppelte verstimmt, um  $2 \times 85$  MHz rot verschoben. Ein Teil des Lichts wird für die Schwebungsstabilisierung (Beat-Lock) des Masterlasers benutzt. Der andere Teil wird nach einem weiteren doublepass AOM (dieser wird in einem Frequenzbereich zwischen  $-58.5 \times 2$

und  $-110 \times 2$  MHz verstimmt) in die optische singlemode polarisationserhaltende Faser (Schäfter-Kirchhof) eingekoppelt (Abb. 3.3 roter Kreis). Das Laserlicht, das durch die Faser läuft, wird einerseits für den Probe-Strahl, andererseits für die resonante Absorptionsabbildung [Ket99] genutzt.

## Master und Slave

Der Masterlaser (Diode Sharp GH0781JA2C) ist ein weiterer gitterstabilisierter Diodenlaser mit einer Ausgangsleistung von 83 mW (bei  $I = 140$  mA). Er wird für die vertikale (z-Achse) der MOT verwendet. Da der Strahl ein sehr schlechtes Profil aufweist, wird fast die gesamte Leistung in eine Faser zur räumlichen Filterung eingekoppelt, wobei uns nach der Faser rund 35 mW zur Verfügung stehen. Das Masterlaserlicht wird unter Verwendung eines Shutters (Eigenbau aus Lautsprecher), der sich im Fokus des Teleskops befindet, schnell an und ausgeschaltet. Bei einer optimalen Justage betragen die Schaltzeiten 30 bis 50  $\mu$ s. Der Strahl wird mit Hilfe eines 1:8 Teleskops auf einen Durchmesser von 25 mm aufgeweitet und kollimiert. Mittels  $\lambda/2$ -Plättchen und Polarisationsstrahlteiler wird der Laserstrahl in zwei gleiche Teile aufgeteilt und anhand von zwei optischen Aufzügen von oben und unten zur Vakuumkammer geführt.

Der Masterlaser wird durch einen Schwebungslock auf den um 188 MHz blau verstimmt Referenzlaser stabilisiert. Das Fehlersignal wird mit Hilfe eines Frequenz-zu-Spannung Wandlers (Eigenbau Nr. 6256) gewonnen und ermöglicht eine genaue und kontinuierliche Verstimmung der Frequenz um bis zu 100 MHz. Um Atome magnetooptisch fangen und kühlen zu können, muss die Laserfrequenz des MOT-Lasers (Master) um 18 MHz (drei natürliche Linienbreiten  $\Gamma$ ) zum geschlossenen Kühlübergang  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \mapsto |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$  rot verschoben sein. Um die Temperatur der Atome zu verringern nutzen wir anschließend das Molassekühlen. Dabei wird die Frequenz des Masterlasers um  $6\Gamma = 36$  MHz für 3 bis 5 ms rotverschoben.

Da die Leistung des Masterlasers (35 mW) alleine nicht für genügend große Atomzahlen sorgen kann, wird ein Teil des Masterlasers für die Injektion eines so genannten Slaves (Diode Sharp GH0781JA2C) verwendet, der dadurch auf der genau gleichen Frequenz wie der Master läuft. Dabei wird mit Hilfe eines Polarisationsstrahlteilers  $\sim 4$  mW der Masterlaserleistung ausgekoppelt und durch einen seitlichen Eingang eines optischen Faraday Isolators (FI, LINOS) in die Diode injiziert. Die Ausgangsleistung des Slavelasers beträgt 80 mW (bei 140 mA). Das Slavelaserlicht wird für die X-Y-Achse verwendet. Der Laserstrahl wird analog zum Masterlaserstrahl durch ein Teleskop aufgeweitet und kollimiert. Der Strahl wird in vier gleiche Strahlen aufgeteilt und zur Experimentierkammer geführt. Bevor wir das Licht für die MOT-Phase verwenden können, wird die zirkulare Polarisation der Laserstrahlen unter Verwendung der  $\lambda/4$ -Plättchen eingestellt. Somit stehen uns insgesamt  $\sim 110$  mW Laserleistung für die MOT-Phase zur Verfügung.

#### Rückpumper

Durch das Master-Slave-Licht wird auch der nichtresonante Übergang  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \mapsto |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$  wegen des geringen Frequenzabstandes der beiden Hyperfein-Zustände  $|F' = 2\rangle$  und  $|F' = 3\rangle$  (267 MHz, Abb. 3.2) des angeregten Zustandes  $5P_{3/2}$  mit einer Rate 1:1000 angeregt. Die Atome, die sich im Zustand  $|5P_{3/2}, F' = 2\rangle$  befinden, können in den Grundzustand  $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$  zerfallen und nehmen an dem Kühlvorgang nicht mehr teil. Um nun Laserkühlung zu betreiben, wird ein so genannter Rückpumper (Diode Sharp GH0781JA2C) mit der Ausgangsleistung von 40 mW (bei  $I=120$  mA) benötigt. Der Laser ist mit Hilfe der FM-Spektroskopie [Bjo80] auf die Crossover-Linie zwischen den Hyperfein-Zuständen  $|5P_{3/2}, F' = 1\rangle$  und  $|5P_{3/2}, F' = 2\rangle$  stabilisiert und unter Verwendung eines AOMs (das schnelles Schalten während des Zykluses erlaubt) um +76 MHz auf den Zustand  $|5P_{3/2}, F' = 2\rangle$  angehoben. Nachdem der Laserstrahl mittels eines 1:8 Teleskops aufgeweitet und kollimiert wurde, wird er zweigeteilt, mit den Z-Strahlen überlagert und zur Experimentierkammer geführt.

#### Der Titan-Saphir-Laser

Der fünfte Laser in unserem Aufbau ist ein Titan Saphir Laser (Ti:Sa) [Zim95], der sowohl für die optische Dipolfalle [Gri00] als auch für die Herstellung eines eindimensionalen optischen atomaren Gitters benutzt wird (siehe 3.2.2). Der Ti:Sa Laser wird in fast jedem Experiment in unserer Arbeitsgruppe für verschiedene Zwecke verwendet, da er eine sehr hohe Ausgangsleistung zur Verfügung stellt (bei bis zu 10 Watt Pumpleistung sind bis zu 2 Watt Ausgangsleistung erreichbar), eine sehr schmale Linienbreite bietet (10 kHz) und abhängig von den verwendeten frequenzselektiven Elementen einen riesigen Verstimmbereich besitzt (von 700 bis 900 nm). Der genau Aufbau und die Stabilisierung des Ti:Sas sind in [Gün06] sehr umfassend geschildert, daher folgt hier nur eine kurze Beschreibung unserer Anwendung.

Der Ti:Sa Kristall wird mit grünem ( $\lambda_{\text{Verdi}} = 532$  nm) Licht eines kommerziellen Lasers (Verdi V-10, Coherent) mit 6 Watt gepumpt. In unserem Fall erhalten wir in zwei Moden (der freie Spektralbereich beträgt 1.2 GHz) des Ti:Sa Lichtes (die Schwelle beträgt 1.29 Watt mit allen Elementen) 1.3 Watt Ausgangsleistung. In dem Resonator befinden sich mehrere frequenzselektive Elemente (Lyot-Filter, Glasplättchen, Auskoppel-etalon), mit Hilfe derer wir die Frequenz der Dipolfalle im erlaubten Bereich beliebig einstellen können. Der sehr stabile Aufbau des Ti:Sa-Resonators macht die Frequenzstabilisierung in unserem Experiment überflüssig. Während des Experimentes wird die Bragg-Bedingung mit Hilfe der Wellenlänge des Dipolfallenlasers verstimmt. Die Frequenzeinstellung des Ti:Sas in 0.3 nm Schritten wird mit Hilfe des Glasplättchens realisiert. Die feine Einstellung wird durch das Auskoppel-Etalon abgewickelt. Zur Überwachung der Wellenlänge wird ein Teil des Lichtes an dem ersten Ablenkspiegel ausgekoppelt und auf das Wavemeter (SW6, High Finesse) gegeben. Zur Modenkontrolle verwenden wir ein Fabry-Perot-Etalon. Um im Experiment den Ti:Sa Strahl kontrolliert an und auszuschalten, verwenden wir einen Shutter, der sich im Fokus eines Teleskops befindet. Damit erreichen wir Schaltzeiten von  $\sim 40$   $\mu\text{s}$ . Der

Strahlengang des Ti:Sa-Lasers ist in Abbildung (3.3) als blaue Linie dargestellt. Dies sind die "Grundlaser", die wir in allen unseren Experimenten verwendet haben. Als nächstes betrachten wir die elektronische Steuerung.

### 3.1.3 Steuerung des Experiments

Da in einem Experiment mit ultra-kalten Gasen viele verschiedene Aktionen sehr genau aufeinander abgestimmt werden müssen, benötigen wir eine äußerst genaue elektronische Steuerung. Unterschiedlichste Geräte werden im Millisekundenbereich zum relevanten Zeitpunkt an und ausgeschaltet. Außerdem soll die Steuerung extrem gute Reproduzierbarkeit gewährleisten.

In der vorliegenden Arbeit verwenden wir ein Analogausgangsmodul (NI PCI-6723, Fa. National Instruments) mit 8 digitalen und 32 analogen Ausgängen, die ihrerseits eine Auflösung von 13 bit besitzen. Die Karte, die direkt in einem PC platziert ist, wird mit zwei Anschlussboxen (BNC-2110 und BNC-2115) verbunden. Der Ausgangsspannungsbereich liegt bei  $\pm 10$  V. Die Karte besitzt ein paar Beschränkungen, die im Laufe eines Experiments relevant werden können. Die minimale Zeiteinstellung zwischen zwei Triggersignalen liegt bei  $10 \mu\text{s}$ . Eine weitere Einschränkung ist, dass zwischen zwei benachbarten Signalen eine Spannungsspitze von 0.1 V auftritt. Dies lässt sich verschiedenartig lösen. Entweder setzen wir nach jedem sensiblen Ausgang einen Low-Pass-Filter oder die Zeiteinstellung wird so gewählt, dass es auf den Experimentierzyklus keinen Einfluss hat. Das Zeitschrittproblem tritt erst bei einer sehr schnellen Rampe auf, die aus kleinen Stufen von je  $10 \mu\text{s}$  besteht. Um das Problem zu umgehen, benutzen wir einen GPIB-gesteuerten (GPIB Card, Fa. Datatec) Synthesizer (Agilent 33220 A, 20 MHz).

Die Ansteuerung des Experimentes geschieht über MATLAB R2009a mit Hilfe der zwei Toolboxen Acquisition Toolbox und Instrument Control Toolbox mit einem Program, das von [Mer11, Sch11a] entwickelt wurde. Nach dem Start des Programms steht uns eine Bedienungskonsole zur Verfügung, die uns erlaubt unterschiedliche Sequenzen zu programmieren, zu speichern und zu laden. Im Sequenz-Manager Fenster besteht die Möglichkeit den Ablauf anzuordnen, zu starten und zu stoppen. Außerdem können wir bis zu vierzehn verschiedene Parameter definieren. Im Event-Manager-Fenster werden neben der Eventdauer auch die Kanäle festgelegt, die in dem jeweiligen Event benötigt werden.

### 3 Experimentelle Realisierung

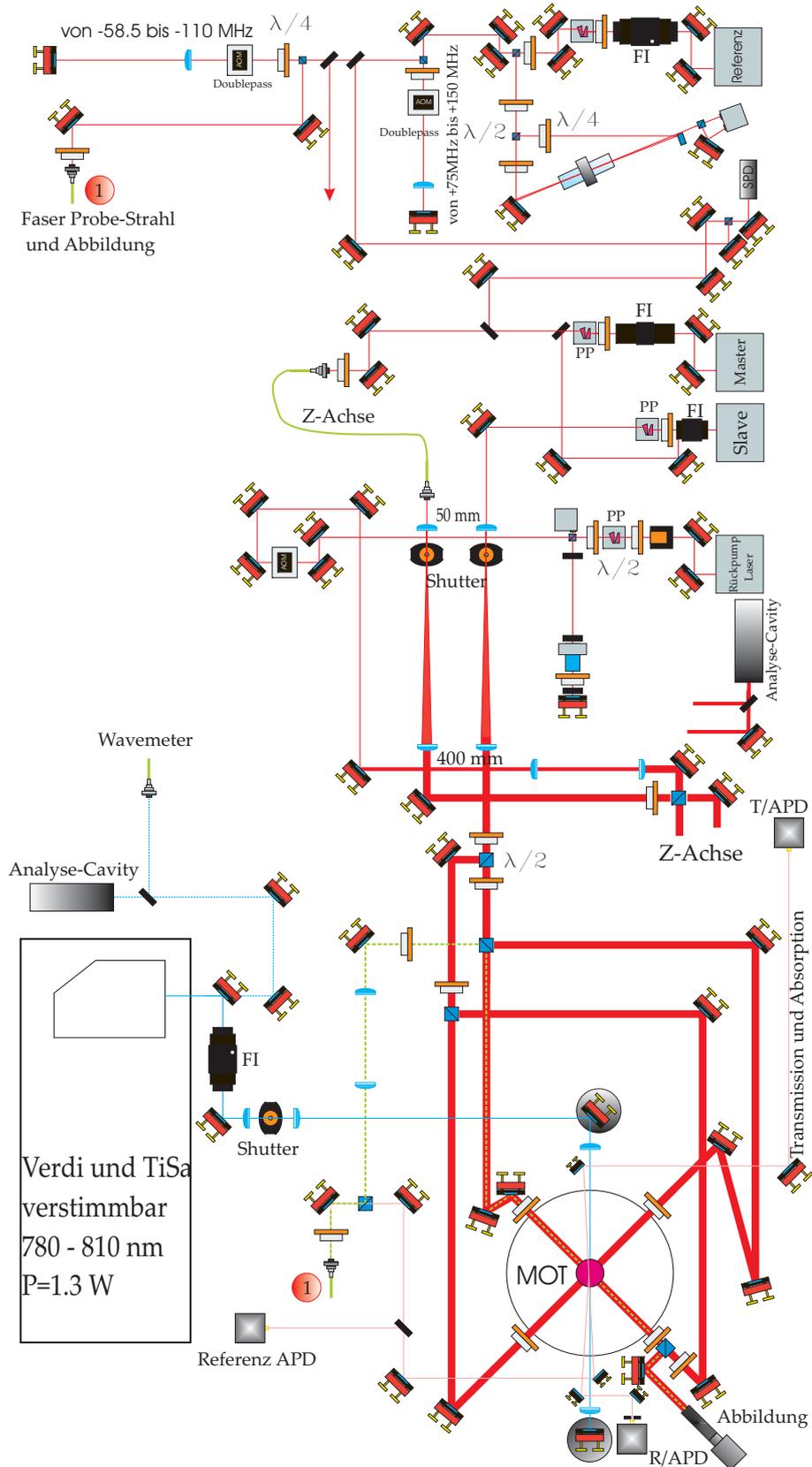


Abbildung 3.3: Genaue Zeichnung des experimentellen Aufbaus.

## 3.2 Experimentierzyklus

### 3.2.1 Laserkühlung

#### Magneto-optische Falle

Seit der Entdeckung der Laserkühlung [Raa87] entwickelte sich das Verfahren der magneto-optischen Falle zu einem Standardwerkzeug für das Kühlen und Fangen freier Atome.

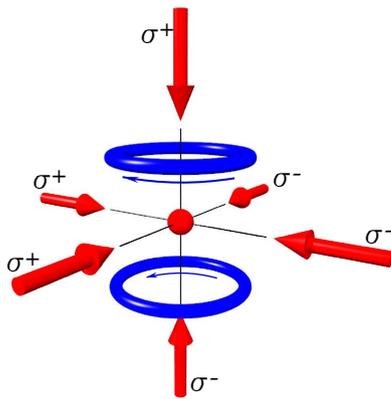


Abbildung 3.4: Funktionsweise einer magneto-optischen Falle (MOT).

Durch die Verwendung von sechs rot verstimmen paarweise entgegengerichteten Strahlen aus drei Raumrichtungen werden durch den Impulsübertrag freie  $^{87}\text{Rb}$ -Atome, infolge gerichteter Absorption, isotroper Emission und räumlich variabler Zeeman-Aufspaltung durch ein Quadrupol-Magnetfeld, gegen die Bewegungsrichtung abgebremst und dadurch gekühlt (Dopplereffekt). Unter geeigneter Wahl von zirkularer Polarisation und der Magnetfeldrichtung werden nur die Atom-Licht-Wechselwirkungen erlaubt, die in entgegengesetzter Richtung stattfinden. Dabei kreuzen sich die Strahlen im Minimum eines Quadrupol-Magnetfeldes, das durch eine Anti-Helmholtz-Konfiguration der beiden Spulen erzeugt wird. Unterdessen erfahren die Atome eine Kraft, die in Richtung des Magnetfeldminimums zeigt und sammeln sich dort an. Dies ist der räumliche Einschluss für die Atome in einer MOT.

Die MOT-Phase dauert normalerweise 500 ms. Nach dieser Zeit stehen uns  $4\text{-}6 \times 10^8$  Atome zur Verfügung. Während dieser Phase werden die MOT-Spulen, die Shutter für die MOT-Strahlen, Ti:Sa-Shutter, Rückpumper-Shutter und Rückpumper-Amplitude geschaltet. Um die Atome zu verdichten und zu kühlen, folgen zwei weitere kurze Phasen Dark-MOT [Ket93] und Melasse.

#### Dark-MOT und Melasse

Die Dark-MOT Phase dauert 25 - 40 ms. Dabei werden die MOT-Strahlen bis zu  $-6 \Gamma$  ( $\Gamma = 6.06 \text{ MHz}$ ) rot verstimmt. Während der Melasse Phase werden die MOT-Spulen ausgeschaltet, die Verstimmung der Strahlen beträgt, wie bei der Dark-MOT Phase,  $-6 \Gamma$ . Mit Hilfe der Kompensationsspulen werden die äußeren Magnetfelder am Ort der Atome kompensiert. Bei der richtigen Justage nach dem Abschalten der MOT-Spulen fliegt die Atomwolke gleichmäßig und langsam auseinander. Die Temperatur nach der Molasse-Phase (4 ms) beträgt  $\sim 100 \mu\text{K}$ .

### 3.2.2 Optische Gitter

Ein optisches Gitter ist eine regelmäßige Anordnung von Dipolfallen, die durch eine stehende Welle produziert werden. Um ein optisches Gitter herzustellen, wird in unserem Experiment das Ti:Sa-Licht in einer retroreflektierten Konfiguration verwendet. Durch die Benutzung einer rot-verstimmten Dipolfalle spüren die Atome ein attraktives Potenzial und werden in den Intensitätsmaximas gefangen. Das Potential für einen einfachen Strahl mit der Zerfallsrate  $\Gamma$  und der Resonanzfrequenz  $\omega_0$  erhalten wir aus [Gri00]:

$$U(\vec{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \left[ \frac{1}{\Delta_1} + \frac{2}{\Delta_2} \right] I(\vec{r}). \quad (3.1)$$

Die Größe in den eckigen Klammern gibt den Beitrag der  $D_1$  und  $D_2$ -Linien zu dem gesamten Dipolpotential an. Da der Strahl in sich selbst zurückreflektiert wird, erhalten wir für eine solche stehende Welle folgende Intensitätsverteilung:

$$I(\vec{r}) = \frac{8P}{\pi w^2(z)} \exp \left[ -\frac{2\Gamma^2}{w^2(z)} \right] \cdot \cos^2(k_{\text{lat}}z). \quad (3.2)$$

Wobei hier  $k_{\text{lat}} = 2\pi/\lambda_{\text{lat}}$  ist.  $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$  gibt die Strahltaile an ( $z_R = \pi w_0^2/\lambda$  ist die Reyleigh-Länge). Mit Hilfe von Gleichung (3.1) für die Potentialtiefe können wir verschiedene Parameter der stehenden Welle ausrechnen. So z. B. erhalten wir neben Lichtverschiebung (engl. Lightshift) und Heizrate auch die Fallenfrequenzen in radialen und longitudinalen Richtungen entsprechend zu:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4U}{mw_0^2}} \quad \text{und} \quad \omega_z = \sqrt{\frac{2U}{mz_R^2}}. \quad (3.3)$$

Da wir am Ort der Atome einen bestimmten Strahldurchmesser haben wollen, wird der Ti:Sa Strahl mit der Verwendung von ABCD-Matrizen berechnet. Zur Prüfung der gerechneten Werte wird der Strahl an manchen Stellen mit Hilfe des Beamprofilers (BC106-VIS CCD Camera Beam Profiler, Fa. Thorlabs) gemessen und unter Verwendung eines Fit-Programms ausgewertet. Der Strahl besitzt in  $x$  und  $y$  Richtungen leicht unterschiedliche Ausdehnungen. Die gemessenen und die simulierten Werte der Strahltaile in Abhängigkeit vom Abstand vom Ti:Sa Auskoppelspiegel sind in Abbildung (3.5) dargestellt. Am Ort der MOT besitzt der Dipolfallenstrahl eine Strahltaile von  $w_0 = 220 \mu\text{m}$  (erste senkrechte Linie Abb. 3.5).

Als nächstes werden die Atome in die Dipolfalle umgeladen. Da die Positionen der MOT und der Dipolfalle übereinstimmen, muss nur der Ti:Sa Strahl mit Hilfe des Shutters angemacht werden. Wir laden  $N \sim 5 \times 10^7$  Atome in die Dipolfalle. Die Atomzahl wird durch den Haltezeitparameter (Holdintime, HT) kontrolliert. Um die Streuverluste zu kompensieren, wird für jeden neuen Zyklus bei der Verstimmung der Dipolfallenwellenlänge die Potentialtiefe immer neu berechnet.

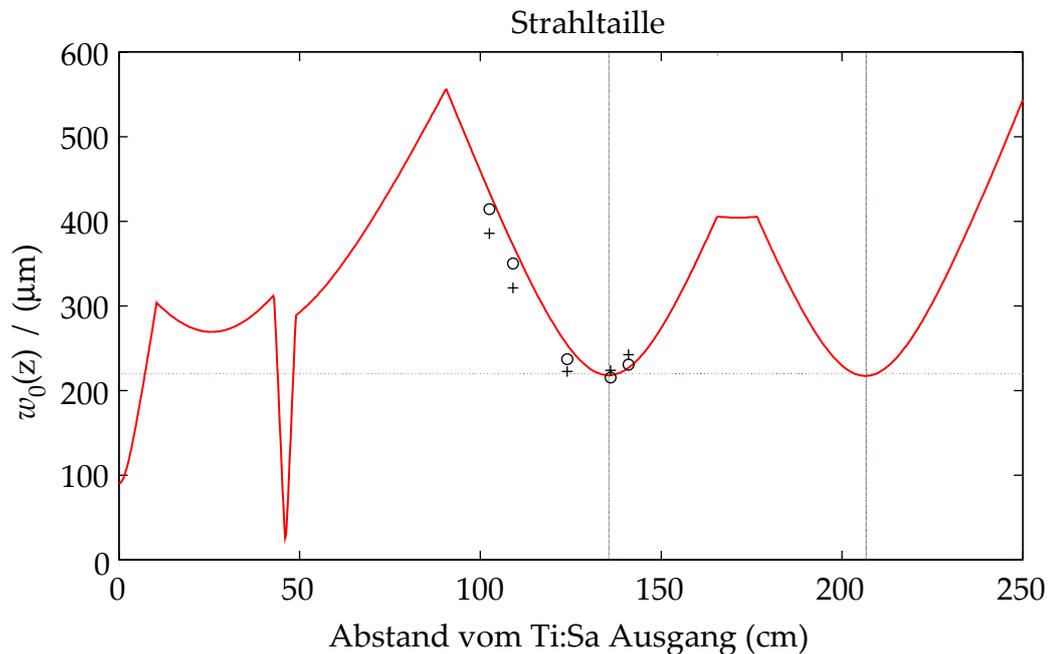


Abbildung 3.5: Berechnete Strahltaillentwicklung der Dipolfalle. Die rote Linie zeigt die Rechnung. Die schwarzen Kreuze geben die gemessene  $w_x$ -Strahltaile und die schwarze Kreise die gemessenen  $w_y$ -Strahltaile an.

Bis hierher sind alle unsere Zyklen gleich. Ab hier teilt sich unser Zyklus. Das liegt daran, dass die Spektren, die wir aufnehmen, schnell sind, die Kamera aber sehr langsam ist (zwischen den einzelnen Bildern 30 ms). Außerdem verwenden wir sowohl für die Abbildung (siehe 3.2.3) als auch für das Spektrum einen Teil des Referenz-Lasers. D. h. dass wir die Atome entweder abbilden oder spektroskopieren können. Dies geht jedoch nicht gleichzeitig.

### 3.2.3 Charakterisierung

#### Absorptionsabbildung

Um die Dichteverteilung und damit die Zahl der Atome in der Atomwolke in Erfahrung zu bringen, werden Absorptionen aufgenommen [Ket99]. Um dies zu erreichen, werden die Atome mit einem schwachen (damit keine Sättigungseffekte auftreten) resonanten Lichtstrahl beleuchtet. Die Abbildung dauert 150 ms. Dabei werden die MOT-Spulen ausgeschaltet. Während der Abbildung werden vier Bilder (mit Atomen, ohne Atome und zwei Hintergrundbilder) in 35 ms Abstand voneinander für 0.1 ms Beobachtungszeit aufgenommen und miteinander verrechnet. Dabei wird der Schatten der Wolke mit Hilfe eines Linsensystems auf eine CCD-Kamera (Sony XT-50) abgebildet. Die Intensität des Laserstrahls  $I_{\text{probe}}(x,y) = I_{\text{out}}(x,y)$  fällt bei dem Durchgang durch die Atome exponentiell ab. Dabei

hängt das Abfallverhalten von der atomaren Dichte ab [Gün08].

$$I_{\text{out}}(x,y) = I_{\text{in}}(x,y)e^{-b(\delta,x,y)}, \quad (3.4)$$

wobei  $b(\delta, x, y)$  die optische Dichte bezeichnet und es gilt:

$$b(\delta, x, y) = \int \sigma(\delta)n(x,y,z)dz, \quad \text{mit} \quad \sigma(\delta) = \frac{7}{15} \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}. \quad (3.5)$$

Hier bezeichnet  $\sigma(\delta)$  den atomaren Streuquerschnitt, wobei der Koeffizient  $3\lambda/2\pi$  den Streuquerschnitt für ein zwei-Niveau-System beschreibt und  $7/15$  den durchschnittlichen Koeffizienten für den Übergang  $|F = 2\rangle \mapsto |F' = 3\rangle$  darstellt. Aus den Gleichungen (3.4) und (3.6) erhalten wir für die optische Dichte den folgenden Ausdruck:

$$b(\delta, x, y) = -\frac{1}{\sigma(\delta)} \ln \frac{I_{\text{out}}(x,y)}{I_{\text{in}}(x,y)}, \quad (3.6)$$

und

$$n(x,y) = \frac{b(\delta,x,y)}{\sigma(\delta)}. \quad (3.7)$$

Die Atomzahl erhalten wir aus dem Fit der atomaren Verteilung. Außerdem werden aus den Absorptionbildern auch die Temperatur (TOF-Bilder) und die Dichte bestimmt. Den Abbildungsstrahl erhalten wir aus einem Teil des Referenzlaserlichts, indem wir die Lichtfrequenz mit Hilfe von zwei AOMs auf den resonanten Übergang  $|F = 2\rangle \mapsto |F' = 3\rangle$  verstimmen. Da wir nur einen Laser für den Probe- und Abbildungsstrahl verwenden, können wir im Experiment entweder nur Spektren aufnehmen oder nur die Abbildung benutzen. Wegen der Abwesenheit einer freien optischen Achse für die Abbildung wird der Abbildungsstrahl (grüne punktierte Linie in Abb. 3.3) mit einem der  $xy$ -MOT-Strahlen überlagert. Um den MOT-Strahl von dem Abbildungsstrahl wieder zu trennen, wird die Polarisation des Strahls so gewählt, dass wir mit Hilfe eines Polarisationssteilers (PBS) den Abbildungsstrahl auf die CCD-Kamera projizieren können. Durch die Verwendung der Absorptionsabbildung können wir nicht nur die Atomzahl sondern auch die Temperatur bestimmen. Dabei lassen wir bei den ausgeschalteten MOT-Strahlen die Atome im freien Fall entwickeln und nehmen sogenannte "time-of-flight-Bilder auf. Die Temperatur wird aus der isotropen räumlichen Ausdehnung der thermischen Wolke bestimmt. In Abbildung (3.6) können wir ein typisches Absorptionbild einer Dipolfalle sehen. Somit endet ein Zyklus und alles beginnt von vorne mit der MOT-Phase.

#### 3.2.4 Zyklusdauer

Der größte Vorteil unseres Experimentes gegenüber den Experimenten mit Bose-Einstein-Kondensaten ist die kurze Zyklusdauer, die im Durchschnitt bei einer Sekunde liegt (Abb.

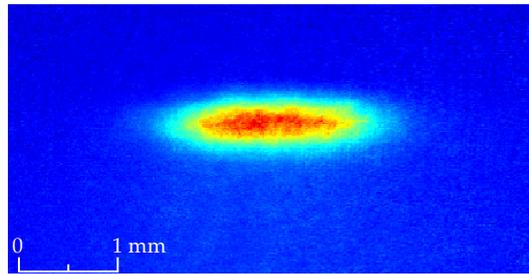


Abbildung 3.6: Typisches Bild einer Absorptionsabbildung.

3.7). Jedes unserer Experimente, sei es die Abbildung oder die Aufnahme von Spektren, fängt immer gleich mit der MOT-Phase an. Wir verwenden zwei verschiedene Zyklen ("lang" und "kurz"). Für die Abbildung dauert die MOT-Ladephase fünf Sekunden. Die Abbildung verläuft danach wie oben beschrieben. Für das Spektrum laden wir die MOT von 0.5 bis 1 Sekunde. Die anschließende Spektroskopie dauert 200-400  $\mu$ s.

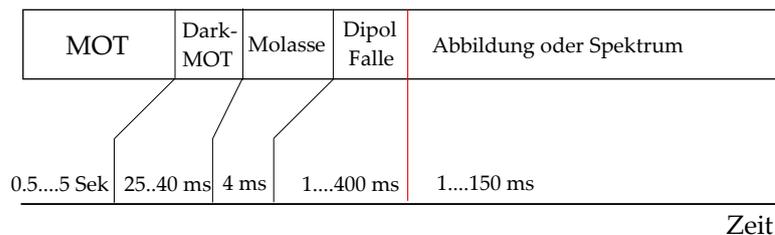


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung eines Zykluses.

Die sehr kurze Zyklusdauer von 1 s erlaubt die Aufnahme von 300 Spektren pro Einstellungsparameter. Durch die Bildung eines Durchschnittspektrums betreiben wir eine sehr gute Statistik und können damit mögliche Ausreißer aussortieren.

### 3.3 Detektion und Kalibrierung

Im folgenden Abschnitt wird die Detektion während der Aufnahme eines Spektrums beschrieben. Um die Eigenschaften eines eindimensionalen optischen Gitters zu untersuchen, bestimmen wir Reflexions- und Transmissionskoeffizienten eines Laserstrahls (Probe) beim Durchgang durch die Atomwolke. Für den Probe-Strahl wird ein Teil des Referenz-Lasers verwendet. Nachdem das Strahlprofil mit Hilfe einer optischen Faser gaussförmig gemacht wird, ist der Strahl für das Spektrum bereit. Mit Hilfe eines Frequenzsynthesizers (Agilent 33220A), der die nötige Frequenz bereitstellt, und eines (oder zwei) AOMs (in double pass Konfiguration) wird ein Frequenzsweep über die Resonanz in 200-400  $\mu$ s gemacht. Um die Reflexion und Transmission des Probe-Stahls zu messen, benutzen wir eine vorgespannte Photodiode (Silicon Avalanche Photodiode, C30902EH). Dabei müssen wir auf folgendes

achten: Der AOM hat nicht die gleiche Beugungseffizienz für verschiedene Frequenzen, d. h. bei der zentralen Frequenz des AOMs herrscht höhere Beugungseffizienz und das Spektrum weist keinen linearen Verlauf auf. Außerdem verlieren wir an jedem optischen Element einen kleinen Teil der Leistung. Um die genaue reflektierte Lichtleistung zu messen, müssen wir ganz genau wissen mit welcher Laserleistung wir die Atome treffen. Dafür werden alle Elemente auf dem Strahlweg abgezählt und die Verluste addiert. Der Korrekturfaktor, der bei der Auswertung eine Rolle spielt, wird aus dem Bild (Abb. 3.9) berechnet zu:

$$\frac{78 \mu W}{131 \mu W} = 0.595. \quad (3.8)$$

Da die Photodetektoren nicht nur unterschiedliche Empfindlichkeiten besitzen, sondern auch eine langsame Temperaturabhängigkeit aufweisen, müssen bei der Messung alle Photodioden sehr genau aufeinander abgestimmt werden. Dafür wird nach jeweils drei Messkurven eine so genannte Kalibrationsmessung durchgeführt. Dabei werden Spektren ohne Atome auf allen drei Photodioden aufgenommen und miteinander verrechnet. Dadurch erhalten wir den so genannten Sensibilisationsparameter für die Reflexions- und Transmissionsphotodioden. Für das Transmissionsignal erhalten wir das Spektrum, indem wir folgendes rechnen:

$$T = \frac{T_{\text{mess}}}{\text{Ref}} \cdot \frac{1}{T_{\text{Sen}}}. \quad (3.9)$$

Hier sind  $T_{\text{mess}}$  und  $\text{Ref}$  die gemessenen Transmissions- und Referenz-Spektren.  $T_{\text{Sen}}$  ist der Sensibilitätsparameter für Transmission.

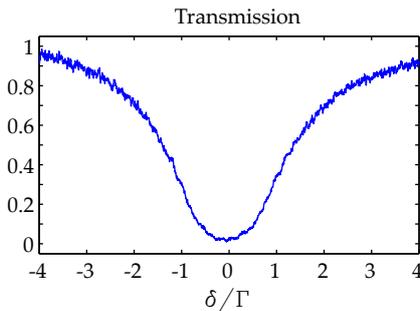


Abbildung 3.8: Das Beispiel eines Transmissionspektrums an einer MOT.

In Abbildung (3.8) ist so ein Transmissionspektrum dargestellt. Die x-Achse, die die Verstimmung des Probe-Strahls angibt, ist auf die natürliche Linienbreite  $\Gamma = 6$  MHz des Rubidiums normiert. Das Spektrum wird in  $200 \mu s$  von  $-4 \Gamma$  bis  $+4 \Gamma$  über die Resonanz aufgenommen. Die y-Achse wird auf eins normiert (bei 1 ist alles transmittiert bei 0 ist alles absorbiert). Den Reflexionsstrahl gibt es ohne Atome nicht, deshalb wird bei der  $R_{\text{Sen}}$  (Sensibilitätsfaktor für Reflexion) der untere Pfad des Probe-Strahls genommen (der durch die Blende verläuft (Abb. 3.9)).

Analog zur Transmission (Gleichung (3.9)) erhalten wir das Reflexionssignal aus:

$$R = \frac{R_{\text{mess}}}{\text{Ref}} \cdot \frac{1}{R_{\text{Sen}}}. \quad (3.10)$$

Jetzt ist alles für die Messungen eingerichtet. In den folgenden drei Kapiteln zeigen wir die Ergebnisse, die im Rahmen dieser Dissertation erzielt wurden.

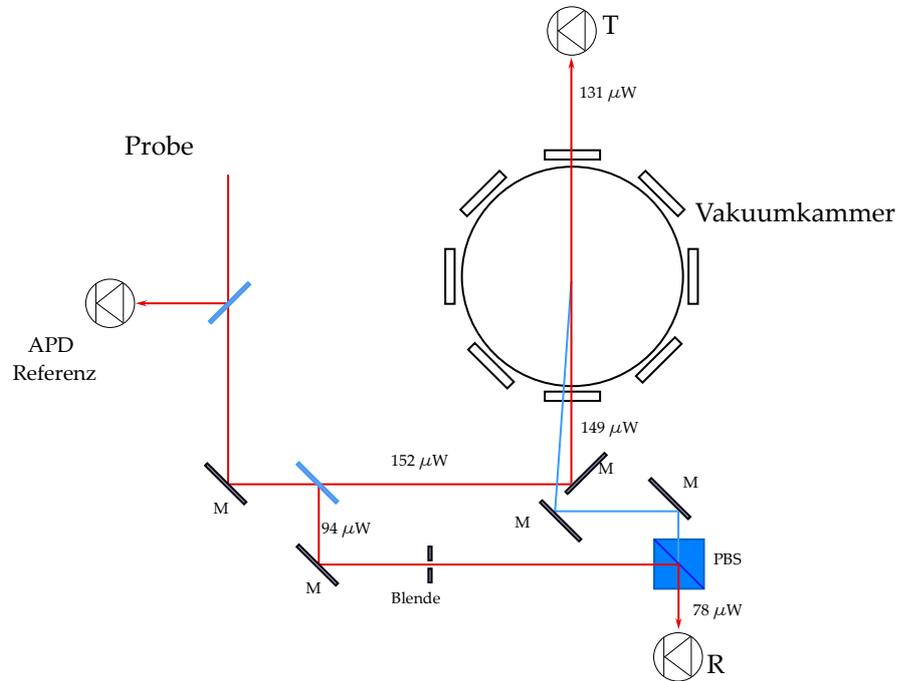


Abbildung 3.9: Kalibrierung des Probe-Stahls.



## 4 Photonische Bandlücke mit einem zwei-Niveau Atom

Nachdem wir die theoretischen Grundlagen und die experimentelle Realisierung in den vorherigen Kapiteln besprochen haben, widmen wir uns als nächstes den Resultaten dieser Dissertation. In diesem Kapitel präsentieren wir die Ergebnisse einer effektiven Bragg-Reflexion an einem optischen atomaren Gitter in einem zwei-Niveau Atom. Anschließend vergleichen wir die gemessenen Strukturen mit den theoretisch vorhergesagten, diskutieren die limitierenden Faktoren und die Möglichkeiten, das Reflexionssignal zu verbessern.

### 4.1 Experimentelle Parameter

Das Verfahren der Bragg-Beugung wird mit Hilfe von Röntgenstrahlung für die Kristallstrukturanalyse schon seit mehreren Jahren verwendet. Dabei wird die an verschiedenen Gitterebenen reflektierte Strahlung infolge der konstruktiven Interferenz bei bestimmten Winkeln (Bragg-Winkel) überhöht (siehe Kap. 2). In unserem Experiment werden die kalten Atome in eine optische stehende Welle geladen und bilden damit eine geordnete eindimensionale Schichtstruktur. An dieser Struktur wird analog zur Bragg-Beugung an Kristallen das Licht gebeugt. Die Idee der Bragg-Beugung mit kalten geordneten Gasen ist nicht neu und wurde schon in mehreren Gruppen auch an der Universität Tübingen realisiert. Dabei wurde die Lichtfortpflanzung in diesen neuartigen Medien untersucht [Wei95, Bir95, Sla05b, Sla05a]. Basierend auf den Erfahrungen der früheren Experimente wurde ein neues Experiment entwickelt, in dem wir vorerst die Bragg-Beugungseffizienz erhöhen<sup>1</sup>, um danach die Existenz einer photonischen Bandlücke nachzuweisen.

Der experimentelle Aufbau ist in Kapitel 3 sehr genau beschrieben, deshalb hier nur eine kurze Beschreibung der Parameter, die wir für diese Messung verwendet haben. Für die Durchführung des Experimentes stehen uns nach der MOT-Ladephase  $6 \times 10^8$  Atome zur Verfügung. Nach einer kurzen Kühl- und Verdichtungsphase werden die Atome in die Dipolfalle geladen, die mit Hilfe von Ti:Sa-Laserlicht in einer retroreflektierenden Konfiguration aufgebaut ist. Dadurch entsteht ein eindimensionales<sup>2</sup> optisches Gitter, dessen Periodizität durch die Wellenlänge des Dipolfallenlasers zu  $\lambda_{\text{dip}}/2$  bestimmt wird. Die Leistung des Dipolfallenstrahls liegt bei 1.3 Watt in zwei Moden (bedingt durch die

<sup>1</sup>Der bis jetzt maximale Reflexionskoeffizient lag bei 30% [Sla06].

<sup>2</sup>1-D bedeutet, dass die Atome nur in der longitudinalen Richtung des optischen Gitters lokalisiert sind. Die zwei andere Dimensionen werden in Simulationen als unendlich angenommen.

Ti:Sa Konstruktion beträgt der Modenabstand 1.2 GHz). Da wir aber mit einer relativ nah-resonanten Falle arbeiten, wird die komplette Leistung selten verwendet. Die Strahltaile (engl. beamwaist,  $1/e^2$  Radius) beträgt  $w_{\text{dip}} = 220 \mu\text{m}$ . Die Dipolfallenwellenlänge wird im Bereich von 780.4 nm bis 781.2 nm variiert<sup>3</sup>. Die Atomzahl in der Dipolfalle beläuft sich auf  $5 \times 10^7$  und ist über die Länge  $L = 3 \text{ mm}$  (entspricht  $\sim 7700$  Schichten) verteilt.

Ein weiterer wichtiger Parameter ist die Temperatur ( $T \sim 100 \mu\text{K}$ ), die mit Hilfe der Flugzeitbilder (engl. time of flight images, TOF) bestimmt wird. Der Verhältnisparameter, der die räumliche Ausdehnung der atomaren Wolke bezeichnet und den Zusammenhang zwischen der Potentialtiefe  $U_0$  der Dipolfalle und der Temperatur der Atome darin angibt, wird bei der Verstimmung der Gitterwellenlänge konstant bei  $\eta = U_0/k_B T = 3.5$  gehalten (im Experiment wird  $U_0$  bei der Verstimmung der Wellenlänge konstant gehalten). Dies liegt daran, dass unterschiedliche Wellenlängen des Dipolfallenlasers nichtvernachlässigbare Änderungen in der Potentialtiefe nach sich ziehen (bzw. Lichtverschiebung, Atomzahl und Temperatur der Atomwolke). Die räumliche Ausdehnung der atomaren Wolke in der Dipolfalle in die transversale Richtung ist dann gegeben:

$$\sigma_{\perp} = \frac{w_{\text{dip}}}{2\sqrt{\eta}} \simeq 60 \mu\text{m}. \quad (4.1)$$

Die Ausdehnung von jeder einzelnen Schicht in der longitudinalen Richtung entlang der Gitterachse wird wie folgt bestimmt:

$$\sigma_z = \frac{\lambda_{\text{dip}}}{2\pi\sqrt{2\eta}}. \quad (4.2)$$

Um die Spektren zu erhalten, beleuchten wir die Atome, die in dem optischen Gitter gefangen sind, mit einem schwachen, linear polarisierten und kleinen<sup>4</sup> Laserstrahl, den wir Probe-Strahl nennen. Der Hauptunterschied zu den früheren Experimenten [Sla06] besteht darin, dass wir den Einfallswinkel sehr klein wählen  $\theta \simeq 2^\circ$  bzw. die Verstimmung des optischen Gitters zur atomaren Resonanz wird auch kleiner festgesetzt (Abb. 4.1).

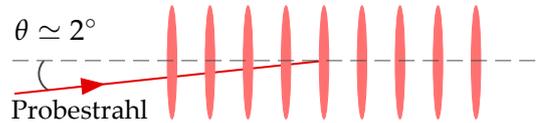


Abbildung 4.1: Der Einfallswinkel des Probe-Strahls auf das atomare Gitter ist mit  $2^\circ$  sehr klein.

Ein kleiner Einfallswinkel bringt einige experimentelle Schwierigkeiten mit sich. Wegen der starken Leistung des Dipolfallenlasers wird die Detektion durch die Reflexionen an den

<sup>3</sup>Damit wird die Bragg-Bedingung verändert.

<sup>4</sup>Hier gemeint die Strahltaile  $w_0 = 35 \mu\text{m}$ .

Vakuumkammerfenstern gestört. Um das Licht des Probe-Strahls (sowohl Transmission als auch Reflexion) von dem Licht der Dipolfalle zu trennen, verwenden wir einerseits Polarisationsoptik (Probe-Strahl und Dipolfallenstrahl haben orthogonale Polarisation). Andererseits benutzen wir einen räumlichen Filter, der aus einer Linse und einer Blende besteht.

Eine weitere Änderung besteht darin, dass wir die Strahltaile des Probe-Strahls auf  $w_0=35\ \mu\text{m}$  verkleinern (dies wird mit Hilfe eines Beam-Profilers bestimmt), um damit dessen Überlagerung mit der Atomwolke zu verbessern. Um die Bedingung  $I_{\text{sat}} \gg I$  nicht zu verletzen, müssen wir bei so einem kleinen Probe-Strahldurchmesser mit sehr geringen Leistungen operieren ( $\sim 10\ \text{nW}$ ), deshalb werden zur Detektion sehr empfindliche vorge-spannte Avalanche-Photodioden verwendet.

Die Spektren erhalten wir, indem wir den Probe-Strahl über die  $Rb$ -Resonanz mit Hilfe eines AOMs in einer "double-pass" Konfiguration von  $-5\ \Gamma$  bis  $+20\ \Gamma$  ( $\Gamma/2\pi = 6.1\ \text{MHz}$  ist die natürliche Linienbreite des Rubidiums) in  $400\ \mu\text{s}$  verstimmen. Die sehr kurze Zyklusdauer erlaubt uns, mehrere hundert einzelne Spektren in  $\sim 2$  Minuten für einen Parameter aufzunehmen und sie miteinander zu verrechnen. Wir erhalten ein Durchschnittsspektrum, das ein sehr gutes "Signal zu Rauschen"-Verhältnis aufweist.

Die Reflexionen treten in der Nähe der Bragg-Bedingung auf (siehe 2.4.2). Um die Bragg-Bedingung (2.50) zu verändern, ist es im Experiment sinnvoller nicht den Einfallswinkel des Probe-Strahls zu variieren, sondern die Wellenlänge der Dipolfalle und damit die Periodizität des Gitters zu verändern. Durch diese Variation der Ti:Sa-Wellenlänge suchen wir nach der optimalen Bedingung, um hohe Reflexionskoeffizienten zu erreichen und damit die photonische Bandlücke nachzuweisen.

## 4.2 Messungen

Im Rahmen dieser Dissertation wurde erstmals ein Reflexionskoeffizient von  $\sim 80\%$  erreicht. Wir präsentieren hier die Ergebnisse einer effizienten Bragg-Reflexion an einem eindimensionalen optischen Gitter. Dabei konnten wir das Regime der Mehrfachreflexion infolge des Brechungsindexkontrastes zwischen den einzelnen Schichten erreichen. An den Resultaten, die in [Sch11b] veröffentlicht sind, orientieren sich folgende Ausführungen.

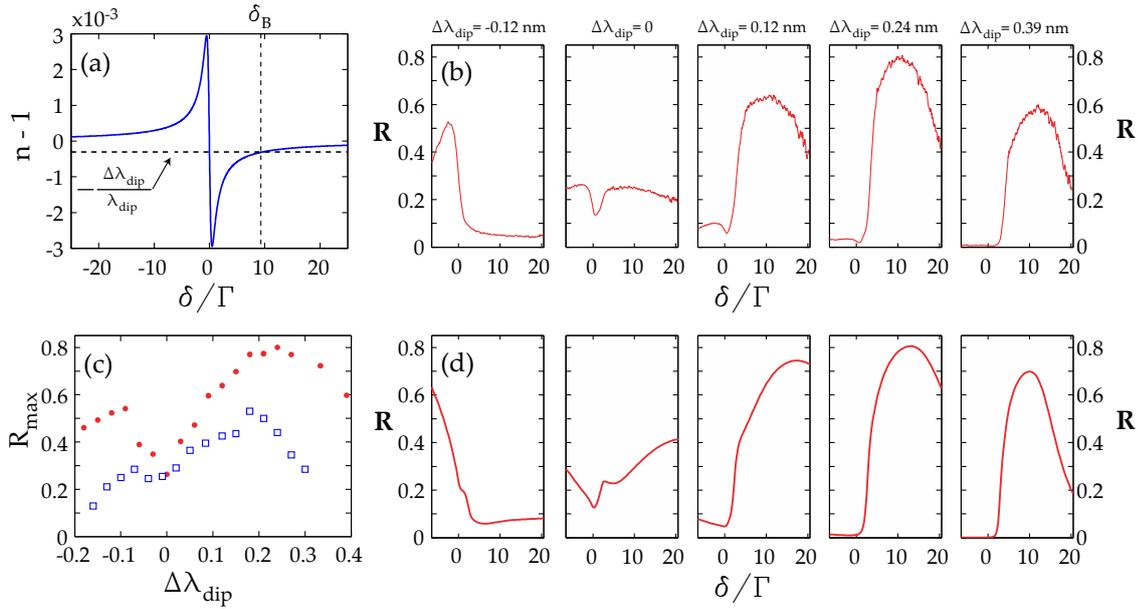


Abbildung 4.2: (a) Brechungsindex  $n$  in Abhängigkeit von der Verstimmung  $\delta$  in Einheiten von  $\Gamma$  für eine durchschnittliche Dichte von  $\rho = 7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ . Die gestrichelten schwarzen Linien zeigen die Bragg-Bedingung (Gl. 2.50) mit  $\Delta \lambda_{\text{dip}} = 0.24 \text{ nm}$ . (b) Experimentell bestimmte Reflexionsspektren für verschiedene Gitterwellenlängen. In (c) werden maximale Reflexionswerte in Abhängigkeit von  $\Delta \lambda_{\text{dip}}$  für zwei verschiedene Atomzahlen (rote Punkte für  $N = 6 \times 10^7$  und blaue Quader mit  $N = 2 \times 10^7$ ) dargestellt. (d) Die theoretisch simulierten Spektren.

Die Bragg-Bedingung (Gl. 2.50 aus 2.4.2) ist wie folgt gegeben:

$$n(\delta) - 1 = -\frac{\Delta \lambda_{\text{dip}}}{\lambda_{\text{dip}}}, \quad (4.3)$$

wobei  $\Delta \lambda_{\text{dip}} = \lambda_{\text{dip}} - \lambda_{\text{dip}_0}$  den Abstand von der geometrischen Bragg-Bedingung<sup>5</sup>  $\lambda_{\text{dip}_0} = \lambda_0 / \cos \theta$  angibt. Mit einem Einfallswinkel  $\theta = 2^\circ$  erhalten wir  $\lambda_{\text{dip}_0} \simeq 780.7 \text{ nm}$ . Betrachten wir Abbildung 4.2. Im Teilbild (a) ist die Abhängigkeit des Brechungsindex  $n$

<sup>5</sup>Die geometrische Bragg-Bedingung wird durch den Einfallswinkel  $\theta$  festgelegt.

von der Probe-Strahl-Verstimmung dargestellt. Durch die Verstimmung der Wellenlänge des Gitters (äquivalent zur Variation des Einfallswinkels) verändern wir die Bragg-Bedingung und suchen nach dem optimalen Reflexionskoeffizienten.

Solche Spektren, die die Abhängigkeit des Reflexionskoeffizienten von den verschiedenen Wellenlängen des Gitters zeigen, sind in Abbildung 4.2 (b) dargestellt. Die Spektren weisen, wie erwartet aus Gleichung (4.3), ein asymmetrisches Verhalten des maximalen Reflexionskoeffizienten auf. Wie wir leicht erkennen können, erreichen wir einen hohen Reflexionsbetrag  $R_{\max} \simeq 80\%$  bei  $\Delta\lambda_{\text{dip}} \simeq 0.24\text{ nm}$ .

Um die Potentialtiefe und entsprechend Atomzahl und Temperatur für verschiedene Gitterwellenlängen konstant zu halten, wird die Leistung der Dipolfalle, wie in Kapitel (4.1) gezeigt, angepasst. Die Anwesenheit eines Optimums wird wie folgt erklärt. Wenn  $\Delta\lambda_{\text{dip}}$  klein ist, wird die Bragg-Bedingung erfüllt, wenn der Brechungsindex in der Nähe von Eins liegt, weit von der atomaren Resonanz. Dies führt zu einem kleinen Brechungsindexkontrast und folglich zu einem kleinen Reflexionskoeffizienten. Andererseits, wenn  $\Delta\lambda_{\text{dip}}$  groß ist, ist die Bragg-Bedingung in der Nähe der Resonanz erfüllt. Hier sind die Absorptionsverluste wegen des Imaginärteils der atomaren Polarisierbarkeit  $\alpha$  dominant, was auch zu kleineren Reflexionskoeffizienten führt. Höhere Dichten erlauben uns höhere Verstimmungen des Gitters, ohne dass wir die Bragg-Bedingung zur Resonanz verstimmen müssen, d. h. es gibt weniger Verluste durch Absorption. In Abbildung (4.2 (c)) haben wir dieses Verhalten für zwei verschiedene Atomzahlen untersucht. Wie wir sehen können, sind mit mehr Atomen (und folglich mit mehr Dichte) höhere Reflexionskoeffizienten erreichbar. Wenn wir den optimalen Wert von der Dipollfallenverstimmung wählen ( $\Delta\lambda_{\text{dip}} = 0.24\text{ nm}$  entspricht  $\lambda_{\text{dip}} \simeq 780.8\text{ nm}$ ) und die Leistung der Dipolfalle auf das Maximum erhöhen, erreichen wir einen Reflexionskoeffizienten von  $R_{\max} \sim 80\%$ .

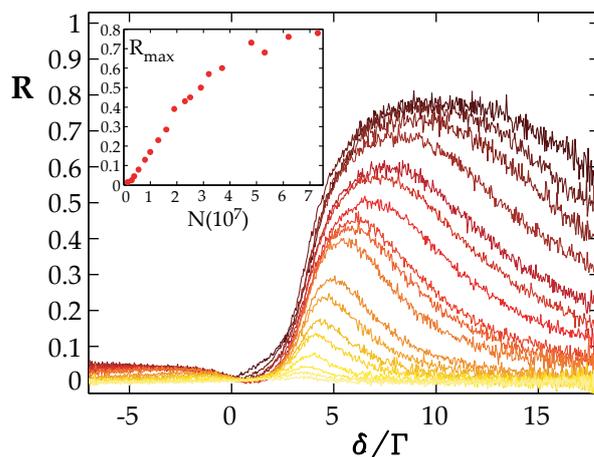


Abbildung 4.3: Gemessene Spektren für verschiedene Atomzahlen  $N$ . Im kleinen Bild ist die Abhängigkeit des maximalen Reflexionskoeffizienten von der Atomzahl dargestellt.

Um die Abhängigkeit des Reflexionskoeffizienten von der Atomzahl in dem Gitter zu untersuchen werden für eine feste Dipollfallenwellenlängeverstimmung ( $\Delta\lambda_{\text{dip}} = 0.15\text{ nm}$ ) mehrere Spektren aufgenommen. In Abbildung (4.3) sind solche Spektren dargestellt. Um die Atomzahl zu variieren und dabei nicht die räumliche Ausdehnung der Wolke zu verändern, werden verschiedene Haltezeiten (von 5 ms bis 400 ms) in der Dipolfalle verwendet. Wie aus Gleichung (4.3) erwartet, erhalten wir für höhere Dichten neben der Verbreiterung auch eine Verschiebung des Maximums weiter weg von der atomaren Resonanz.

Die Entwicklung des maximalen Reflexionskoeffizienten mit der Atomzahl zeigt, dass wir schon die Sättigung erreicht haben (4.3 (Teilbild)).

### Diskussion

Mit dem Erreichen solch einer hohen Effizienz stellt sich die Frage, ob wir schon die photonische Bandlücke entdeckt haben, die für so eine hohe Reflektivität verantwortlich ist. Wie schon erwähnt, existiert eine Bandlücke bei allen eindimensionalen Strukturen mit einer nichtverschwindenden Brechungsindexmodulation. Allerdings gilt das nur für unendlich ausgedehnte, verlustfreie und perfekt-periodische optische Gitter. In unserem System ist die atomare Polarisierbarkeit  $\alpha$  komplex, was die Verluste verursacht. Außerdem ist unser atomares Gitter nicht unendlich ausgedehnt und die Atomverteilung in jeder einzelnen Schicht führt dazu, dass das Gitter nicht perfekt periodisch ist. Daher können wir hier keinen Unterschied zwischen einer eindimensionalen photonischen Bandlücke und einer effektiven Bragg-Reflexion machen. Um eindeutige Aussagen zu treffen, müssen wir die entstandene Situation etwas genauer betrachten.

Wir machen zunächst eine Abschätzung der Größenordnung. Bei einem Bragg-Spiegel führt die periodische Anordnung der Schichten in einem Stopband zu einer evaneszenten Welle. Die Eindringtiefe so einer Welle ist wie folgt gegeben:

$$L_{ew} = \frac{\lambda_0}{4\Delta n}, \quad (4.4)$$

wobei  $\Delta n$  den Brechungsindexunterschied zwischen zwei Medien darstellt [Bro95]. Wir ersetzen die gaußsche Atomverteilung in jeder Schicht durch eine einzige Schicht, die die gleiche effektive Breite hat und erhalten aus Gleichung (4.3) den Brechungsindexkontrast:

$$\Delta n = \pi \sqrt{\eta/6} \times \frac{\Delta\lambda_{dip}}{\lambda_{dip}}. \quad (4.5)$$

Aus Abbildung (4.2) können wir sehen, dass der maximale Reflexionskoeffizient bei der Verstimmung  $\Delta\lambda_{dip} = 0.24 \text{ nm}$  liegt. Mit  $\eta \sim 3.5$  erhalten wir für die Eindringtiefe  $L_{ew} \sim 0.26 \text{ mm}$ , was kleiner als die Ausdehnung der Wolke ist ( $L \sim 3 \text{ mm}$ ). Daraus schließen wir, dass wir uns im Mehrfachreflexionsregime befinden.

Aus der durchschnittlichen Dichte  $\rho \sim 7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  und der Verstimmung  $\delta_B$  (Bragg-Bedingung Abb. (4.2 (a))) erhalten wir mit

$$L_{loss} = \frac{1}{\rho\sigma_{sc}}, \quad (4.6)$$

für die Absorptionslänge den Wert  $L_{loss} \sim 3.8 \text{ mm}$ , der auch größer als  $L_{ew}$  ist. Diese einfachen Überlegungen zeigen, dass wir die Bedingung  $L_{ew} \ll L, L_{loss}$  erfüllen, die

für die Beobachtung der Bandlücke notwendig ist. Um präzise theoretische Vorhersagen zu entwickeln, müssen einige Effekte berücksichtigt werden (z. B. die Dichteverteilung entlang des Gitters).

## Dispersionsrelation

Die theoretischen Kurven in Abbildung (4.2 (d)) werden, wie in Kapitel 2.4 erklärt, mit Hilfe der Transfer-Matrix-Methode ausgerechnet, indem wir die Dispersionsrelation des Mediums ( $k_{\text{eff}}$  gegen  $\omega$ ) aus der Transfermatrix einer einzelnen Periode bestimmen. Dabei wird die gaußsche Verteilung der Atome in der jeweiligen Schicht berücksichtigt. In Abbildung (4.4 (a) und (b)) ist eine solche Dispersionsrelation mit den experimentell bestimmten Parametern ( $\rho = 7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\eta = 3.5$  und  $\Delta\lambda_{\text{dip}} = 0.24 \text{ nm}$ ) zu sehen.

Der Imaginärteil des effektiven Wellenvektors  $k_{\text{eff}}$  veranschaulicht die Verluste. Er besitzt im Vergleich mit einer auf Resonanz zentrierten Lorenzkurve der Breite  $\Gamma$ , die ein homogenes Medium darstellt, einen zusätzlichen Teil (Abb. 4.4 (b) blau gestrichelte Linie), der zu einer evaneszenten Welle führt (bzw. zur Reflexion), die ihrerseits auf die Bandlücke weist. In dem gleichen Frequenzbereich zeigt der Realteil (Abb. 4.4 (a)) reduzierte Frequenzvariation, die sich auf die reduzierte Zustandsdichte bezieht  $\mathcal{D} = d(\text{Re}(k_{\text{eff}}))/d\omega$ . Dieser Ausdruck besitzt aber in unregelmäßig dispersiven Medien keine Gültigkeit, deshalb machen wir uns der Methode von [Boe03] zu Nutze, um mit Hilfe der zwei komplexen Reflexionskoeffizienten  $r_1, r_2$  der beiden umgebenden (endlichen oder unendlichen) Halbgitter [Deu95] die normierte lokale Zustandsdichte in der Mitte des optischen Gitters auszurechnen. Wir erhalten folgenden Ausdruck:

$$\mathcal{D} = \text{Re} \left[ \frac{2 + r_1 + r_2}{1 - r_1 r_2} - 1 \right]. \quad (4.7)$$

Das Ergebnis ist in Abbildung (4.4 (c)) dargestellt. Die blaue gestrichelte Linie, die das unendliche Gitter darstellt, weist eine deutliche Reduktion der normierten lokalen Zustandsdichte auf 6% auf. In Abbildung (4.4 (d) blau gestrichelte Linie) sehen wir ein entsprechendes simuliertes Reflexionsspektrum, das einen Reflexionskoeffizienten von  $\sim 85\%$  besitzt. Dabei verhindern die Absorptionsverluste in beiden Fällen das Erreichen noch niedrigerer Zustandsdichten bzw. höherer Reflexionswerte.

Mit Einberechnen der endlichen Länge der Atomwolke und der Dichteverteilung in axialer Richtung erhalten wir durch Ausmultiplizieren der Transfermatrizen der einzelnen Schichten über die gesamte Länge eine Reflexionskurve. Der maximale Reflexionskoeffizient liegt bei 82% trotz der Tatsache, dass der minimale Wert der normierten lokalen Zustandsdichte nur 23% erreicht (Abb 4.4 (d) rote Linie).

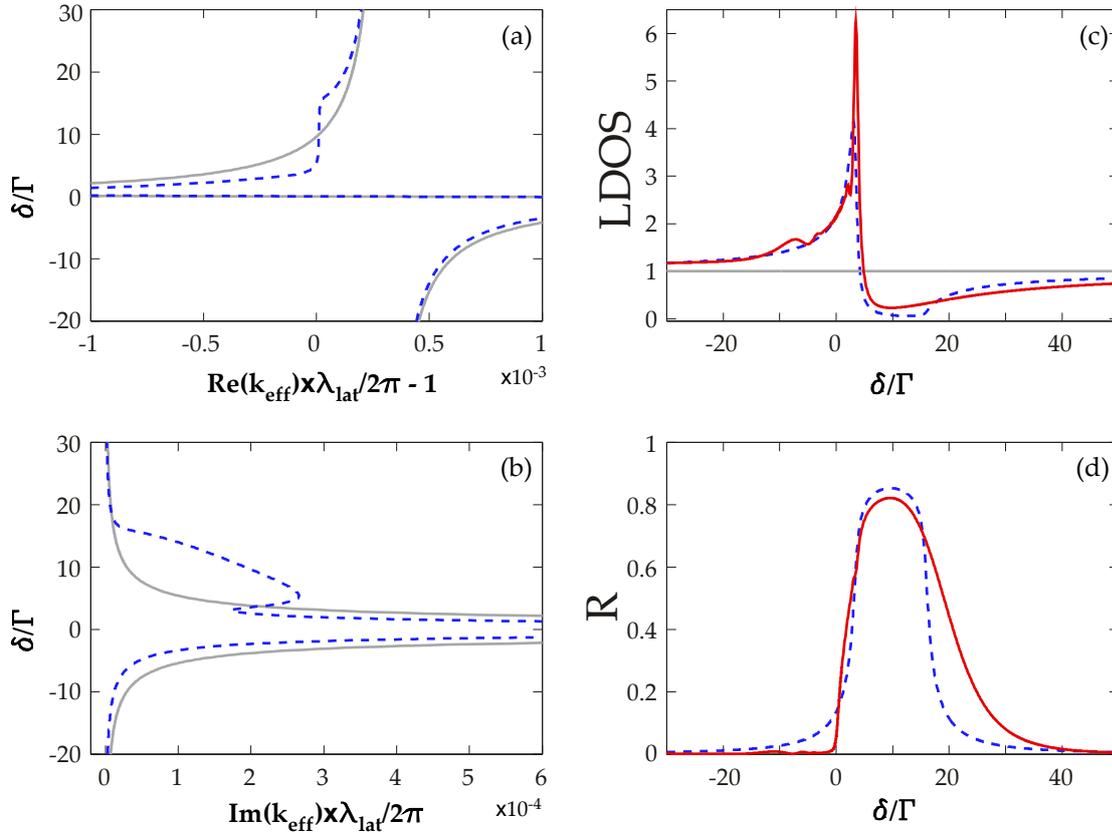


Abbildung 4.4: In (a) und (b) sind Real- und Imaginärteile des effektiven Wellenvektors  $k_{\text{eff}}$  als Funktion der Probe-Stahl Verstimmung dargestellt. (c) Normierte lokale Zustandsdichte (normalized local density of state, LDOS). In (d) ist ein Reflexionsspektrum zu sehen. Die graue Linie in (a), (b) und (c) zeigt die Dispersionsverteilung eines homogenen nicht-periodischen Mediums mit demselben Brechungsindex, während die gestrichelte Linie ein unendliches periodisches Gitter der gleichen durchschnittlichen Dichte darstellt. Die rote durchgezogene Linie simuliert die tatsächliche Verteilung und Größe in unserem System.

## Simulationen

Um die experimentellen Kurven präzise zu simulieren, müssen weitere Effekte einbezogen werden. Dabei wird einerseits die inhomogene Lichtverschiebung (engl. Light-shift) einkalkuliert, die durch den nahresonanten Dipolfallenlaser verursacht wird. Andererseits wurde bis hierher die endliche Größe in der transversalen Richtung des Gitters als unendlich angenommen. Die tatsächliche Ausdehnung der Wolke beträgt  $\sim 60 \mu\text{m}$ . Außerdem besitzt der Probe-Stahl eine endliche Ausdehnung, die beim Proben der Atome zur inhomogenen Verbreiterung der Spektren führt. Wenn wir den Probe-Strahl kleiner machen, können wir einerseits genauer die Atomwolke proben, andererseits aber verursacht die Divergenz des Probe-Stahls, wegen der großen Empfindlichkeit der Reflexion von dem Einfallswinkel, auch eine inhomogene Verbreiterung der Reflexionsspektren. Die Alternative wurde expe-

rimentell bestimmt, indem wir mehrere Probe-Stahl-Durchmesser ausprobiert haben und den maximalen Reflexionskoeffizienten mit dem Strahldurchmesser  $w_0 = 35 \mu\text{m}$  erreicht haben. Nach Einbeziehen aller Effekte erhalten wir theoretische Spektren (Abb. 4.2 (d)), die eine gute Übereinstimmung mit den experimentell gemessenen Kurven aufweisen.

### **Zusammenfassung und Weiterführung**

Zusammenfassend konnten wir bei der Untersuchung der Lichtfortpflanzung in einer eindimensionalen periodischen quasi-resonanten Struktur infolge des Mehrfachstreuungprozesses einen hohen Reflexionskoeffizienten von mehr als 80% erreichen. Dabei haben wir die limitierenden Effekte erkannt und in unsere Simulationen einbezogen. Trotz aller Unvollkommenheiten wird die Bandlücke nicht zerstört, was an einer hohen Reflexion zu sehen ist. Dabei ergab der Vergleich von theoretisch simulierten Kurven mit den experimentellen Kurven eine gute Übereinstimmung.

Einer der limitierenden Faktoren sind die Streuverluste. Eine Möglichkeit die Verluste zu vermeiden, wäre die Modifikation des Imaginärteils der atomaren Polarisierbarkeit. Im nächsten Kapitel wollen wir eine Methode vorstellen, die den absorptiven Teil minimieren soll und die den Namen elektromagnetisch induzierte Transparenz (engl. Electromagnetically Induced Transparency, EIT) trägt.



## 5 Photonische Bandlücke mit elektromagnetisch induzierter Transparenz (EIT)

In dem vorherigen Kapitel konnten wir den Beweis für die Existenz einer photonischen Bandlücke in einer Dimension erbringen. Wegen der verschiedenen limitierenden Faktoren konnten wir aber keine hundertprozentige Reflexion erreichen. Ein wichtiger einschränkender Parameter, der dabei eine Rolle spielt und der für die Qualität der Bandlücke verantwortlich ist, ist der Imaginärteil der atomaren Polarisierbarkeit  $\alpha$ . Im folgenden präsentieren wir ein System, das uns erlauben soll, beim nichtverschwindenden Realteil (verantwortlich für den Brechungsindex) den Imaginärteil (verantwortlich für Absorption) der atomaren Polarisierbarkeit zu reduzieren und dadurch die Verluste zu minimieren. Um dies zu erreichen verwenden wir die elektromagnetisch induzierte Transparenz (EIT).

In diesem Kapitel geben wir einen kurzen Überblick über die Methode der EIT. Der experimentelle Aufbau muss für die neue Messung angepasst werden. Ein zusätzlicher Laser übernimmt die Kopplung der Atome. Außerdem müssen Kopplungs- und Probelaser phasenstarr zueinander laufen. Dies macht den Bau eines so genannten optischen Phasenlocks nötig (engl. optical phase locked loop, OPLL). Wir zeigen hier die theoretischen Berechnungen und vergleichen sie mit den Messungen. Schließlich demonstrieren wir eine mögliche Anwendung eines solchen Systems und stellen einen optischen Schalter vor. Die Ergebnisse, die in diesem Kapitel gezeigt werden, sind in [Sch12b] veröffentlicht.

### 5.1 Elektromagnetisch induzierte Transparenz

Elektromagnetisch induzierte Transparenz ist eine Technik zur Beseitigung der Absorption infolge von Quanteninterferenz, die durch die laser-induzierte Kohärenz der atomaren Zustände hervorgerufen wird [Fle05]. Der Effekt der EIT wurde von O. A. Kocharovskaya und Y. Khanin [Koc86] vorgeschlagen und 1991 von K. J. Boller et al. [Bol91] in einem Cäsium-Gas zum ersten Mal beobachtet. Seit ihrer Entdeckung fand die Methode sehr weite Verbreitung in verschiedenen Bereichen, so auch für magneto-optische Fallen (MOT) und mit Bose-Einstein-Kondensate (BEC) [Har97]. EIT bietet auch viele andere mögliche Anwendungen, so wie langsames Licht [Hau99], Quantenspeicher [San10], optische Schalter [Har98] und Quanteninformationsverarbeitung [Bea04].

Das Grundprinzip kann an einem 3-Niveau Atom in einer  $\Lambda$ -Konfiguration<sup>1</sup> verstanden werden. Wir betrachten in Abbildung (5.1 (a)) drei Niveaus, wobei Grundzustand  $|g\rangle$  und metastabiler Zustand  $|m\rangle$  eine niedrige Energie haben und ein kurzlebiger angeregter

---

<sup>1</sup>Es existieren auch Leiter- und V-EIT-Konfigurationen.

Zustand  $|e\rangle$  eine hohe. Dabei sind nur zwei der drei möglichen Übergänge Dipolübergänge ( $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$  und  $|m\rangle \rightarrow |e\rangle$ ) und können optisch angeregt werden.

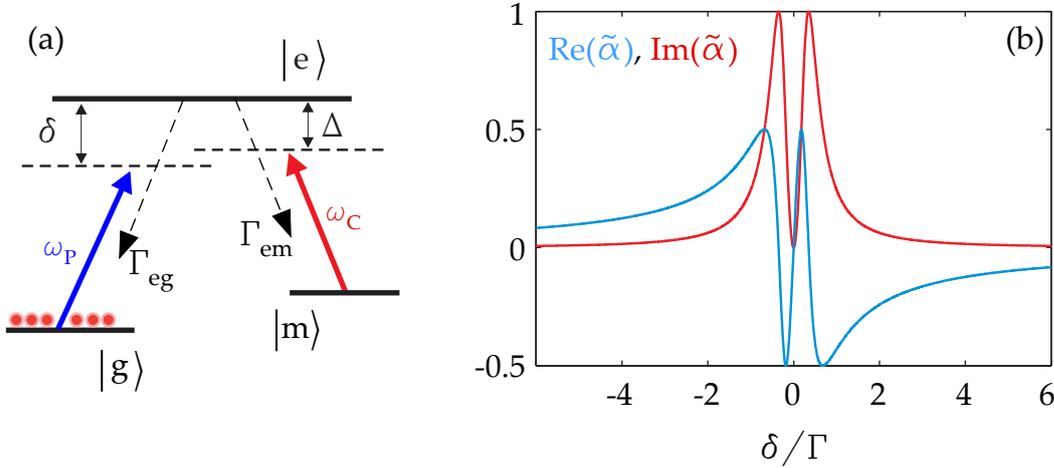


Abbildung 5.1: Im Teilbild (a) ist ein 3-Niveau System in  $\Lambda$ -Konfiguration dargestellt. Der rote Pfeil repräsentiert den Kopplungsstrahl mit einer Verstimmung  $\Delta$  zum angeregten Zustand. Der blaue Pfeil stellt den Probe-Strahl mit einer Verstimmung  $\delta$  dar.  $\Gamma_{eg}$  und  $\Gamma_{em}$  sind die Zerfallsraten aus dem angeregten Zustand  $|e\rangle$ . (b) Gezeigt sind Realteil (blau) und Imaginärteil (rot) der dimensionslosen atomaren Polarisierbarkeit  $\tilde{\alpha} = \alpha \times \epsilon_0 \hbar \Gamma / 2 |d_{ge}|^2$  unter EIT-Bedingung.

Sind die zwei Übergangsfrequenzen  $\omega_p$  (Probe-Strahl) und  $\omega_c$  (Coupling-Strahl) phasenstarr zu einander und ist die Raman-Bedingung ( $\delta = \Delta$ ) erfüllt, so lässt sich die Änderung in der Absorption und im Brechungsindexverhalten des Mediums beobachten (Abb. 5.1 (b)). Dies bedeutet, dass wir mit Hilfe eines vergleichsweise langlebigen Zustandes  $|m\rangle$  infolge destruktiver Interferenz verschiedener Anregungswege ein Transparenzfenster innerhalb der Absorptionslinie  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  erhalten. Dies ist das Grundprinzip der EIT. Es gibt mehrere theoretische Ansatzmöglichkeiten um EIT zu beschreiben, die wir hier nicht näher angehen wollen. Um einen guten Überblick über das gesamte Thema EIT zu bekommen, verweisen wir auf [Fle05].

In unserem Experiment befinden sich die Atome zu Beginn im Grundzustand  $|g\rangle$ . Wir untersuchen die photonische Reaktion der Atome in der Nähe des Übergangs  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ , während die Zustände  $|m\rangle$  und  $|e\rangle$  durch ein externes starkes Feld gekoppelt sind. Dabei ist die Verstimmung des Probe-Strahls von der atomaren Resonanz  $\delta = \omega_p - \omega_{ge}$  und die Verstimmung des Kopplungs-Strahls  $\Delta = \omega_c - \omega_{me}$ . Da der Probe-Strahl eine sehr geringe Leistung hat, erhalten wir die atomare Polarisierbarkeit:

$$\alpha = \frac{2|d_{ge}|}{\epsilon_0 \hbar \Gamma} \frac{-\Gamma}{2\delta + i\Gamma - \Omega^2 / [2(\delta - \Delta + i\gamma)]} \quad (5.1)$$

hier gibt  $\Gamma$  den spontanen Zerfall des angeregten Zustandes an,  $\gamma$  die Dephasierungs-

rate zwischen den beiden Grundzuständen  $|g\rangle$  und  $|m\rangle$ , und  $\Omega = |d_{me}|^2 E/\hbar$  die Rabi-Frequenz des Kopplungsfeldes, wobei  $d_{ij}$  das Dipolmatrixelement des Übergangs  $|i\rangle \leftrightarrow |j\rangle$  ist [Pet07]<sup>2</sup>.

## 5.2 Theoretische Vorhersagen

Wir untersuchen also photonische Eigenschaften eines eindimensionalen optischen Gitters unter der EIT Bedingung. Die theoretischen Kurven erhalten wir genau wie in dem vorherigen Kapitel durch die Verwendung der Transfermatrixmethode [Ben96], indem wir die atomare Polarisierbarkeit für ein zwei-Niveau Atom durch die atomare Polarisierbarkeit (Gl. 5.1) ersetzen. Mit Hilfe der Matrix  $M$ , die die Beziehung zwischen den elementaren Reflexions- und Transmissionskoeffizienten einzelner Schichten aufstellt, können wir eine analytische Formel entwickeln, mit der wir die Dispersionsrelation und die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten durch  $N$ -Schichten ausrechnen können [Deu95, Sch12b]<sup>3</sup>. Wie in [Pet07] gezeigt ist, öffnet sich in so einem System eine zweite Bandlücke im Transparenzfenster in der Nähe der atomaren Resonanz.

Um die theoretischen Kurven zu erhalten, verwenden wir die gleichen Systemparameter wie in Kapitel 4 ( $\rho = 7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\eta = 3.5$  und  $\Delta\lambda_{\text{dip}} = 0.25 \text{ nm}$ ). Außerdem kommen die Kopplungsstrahl-Parameter dazu (die Verstimmung  $\Delta = 0$  und die Rabi-Frequenz  $\Omega = 2\Gamma$ ) und die Dephasierungsrate  $\gamma = 0.008\Gamma$  [Hau99]. Mit diesen Parametern erhalten wir die Dispersionsrelation ( $\omega$  als Funktion von  $Re(k_{\text{eff}})$ )<sup>4</sup>, die in Abbildung (5.2 (a)) dargestellt ist. Wie erwartet aus [Pet07], erhalten wir an der Grenze der ersten Brillouin-Zone  $k_{\text{eff}}\lambda_{\text{lat}}/2 = \pi$  zwei Bandlücken, die wir an der reduzierten Variation von  $k_{\text{eff}}$  mit  $\omega$  erkennen können. Die erste Bandlücke  $BL1$  ist die gleiche Bandlücke wie im vorherigen Kapitel (siehe Abbildung (4.4)). Infolge der EIT erscheint im Transparenzfenster eine neue Bandlücke  $BL2$ . Die Bandlücke  $BL2$  ist viel schmaler und ihre Breite kann mit der Leistung des Kopplungslasers variiert werden.

In Abbildung (5.2 (b)) ist der Imaginärteil des effektiven Wellenvektors  $Im(k_{\text{eff}})$  dargestellt. Auch hier erkennen wir den Beweis für die Existenz beider Bandlücken. Da unser System nicht verlustfrei ist<sup>5</sup> und der effektive Wellenvektor immer einen Imaginärteil besitzt, der wegen Streuverlusten zur Wellendämpfung führt, erhält der Imaginärteil eine zusätzliche Komponente, die für die Ausbildung einer evaneszenten Welle und dadurch für die Reflexion des ankommenden Lichtes verantwortlich ist.

<sup>2</sup>Die Gleichung 5.1 ist eine vereinfachte Version der Gleichung (11) aus [Fle05], die wir in allen unseren Simulationen verwendet haben.

<sup>3</sup>Die von uns verwendete Methode ist im Abschnitt 2.4.1 zu finden.

<sup>4</sup> $k_{\text{eff}}$  bezeichnet den effektiven Wellenvektor bzw. den Bloch-Wellenvektor.

<sup>5</sup>In dem Fall würde  $k_{\text{eff}}$  nur in der Bandlücke einen imaginären Teil aufweisen.

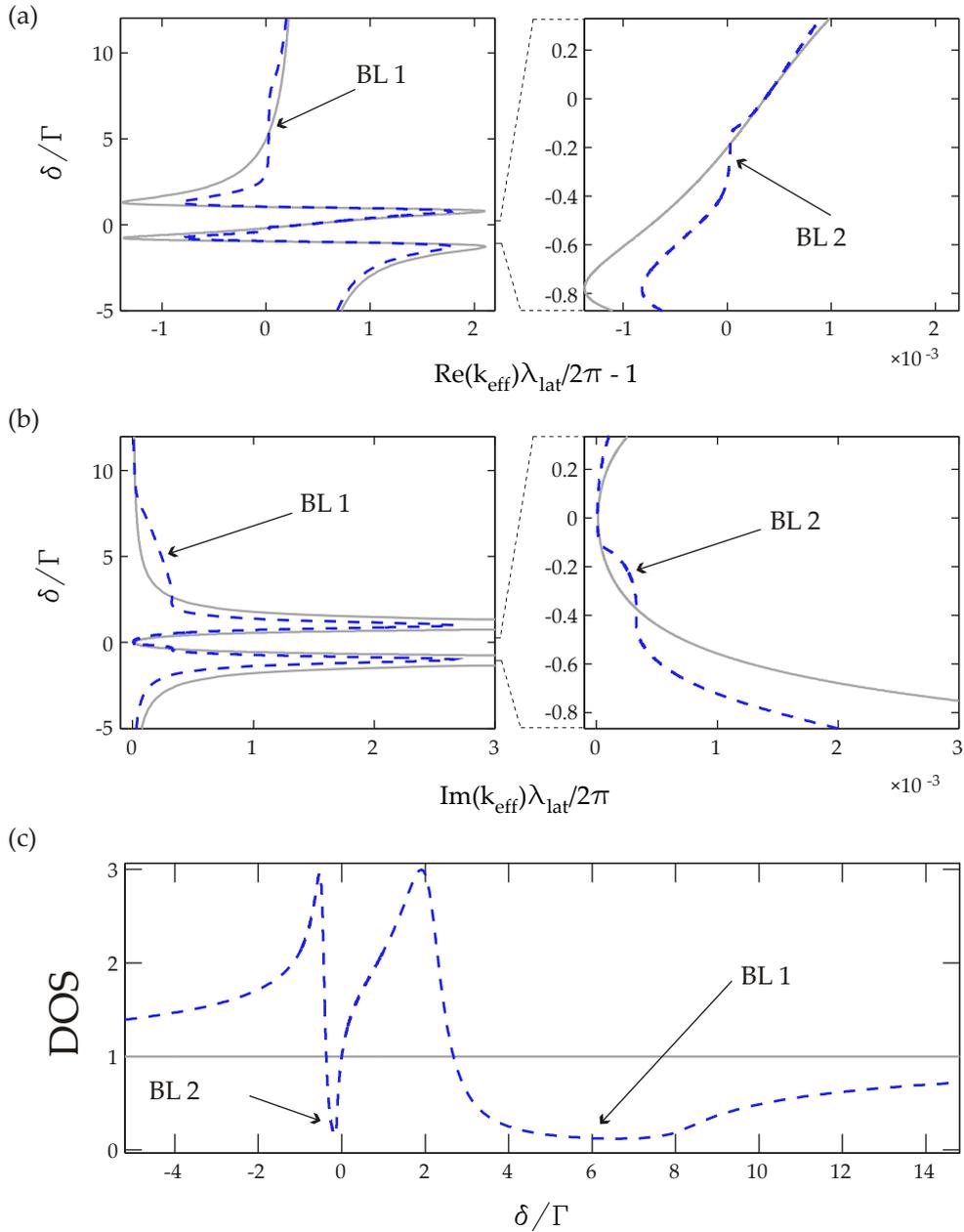


Abbildung 5.2: In allen Bildern bezieht sich die graue Linie auf ein homogenes atomares Medium der Dichte  $\rho = 7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  und die punktierte blaue Linie zeigt Atome in einem periodischen Gitter mit der gleichen durchschnittlichen Dichte und  $\eta = 3.5$ ,  $\Delta\lambda_{\text{lat}} = 0.25 \text{ nm}$  und Kopplungsfeldparametern  $\Omega = 2\Gamma$  und  $\Delta = 0$ . (a) Gezeigt ist die Dispersionsrelation eines unendlichen periodischen Mediums. Die Probe-Strahl-Verstimmung ist als Funktion eines effektiven Wellenvektors  $\text{Re}(k_{\text{eff}})$  dargestellt. Im linken Teilbild sehen wir, dass an der Grenze der ersten Brillouin-Zone  $k_{\text{eff}}\lambda_{\text{lat}}/2 = \pi$  analog zum Kapitel 4 die erste Bandlücke (BL1) erscheint. Im rechten Teilbild entsteht im Transparenzfenster die zweite Bandlücke (BL2). (b) Das gleiche für den imaginären Teil des effektiven Wellenvektors. In (c) ist die Zustandsdichte dargestellt. Mit BL1 und BL2 sind die Stellen der reduzierten Zustandsdichte gekennzeichnet.

Schließlich sind die Bandlücken eins und zwei in der Reduzierung der Zustandsdichte (engl. Density of State, DOS) nachweisbar (Abbildung 5.2 (c)). Da der Ausdruck  $\mathcal{D} = d(\text{Re}(k_{\text{eff}}))/d\omega$  keine Gültigkeit für anomale dispersive Medien besitzt, verwenden wir analog zum vorherigen Kapitel die Methode von [Boe03], um die normierte lokale Zustandsdichte in der Mitte des atomaren Gitters auszurechnen. Unter Verwendung der komplexen Reflexionskoeffizienten  $r_1$  und  $r_2$ , die wir aus den Reflexionskoeffizienten der umgebenden Halbgitter erhalten, bekommen wir:

$$\mathcal{D} = \text{Re} \left[ \frac{2 + r_1 + r_2}{1 - r_1 r_2} - 1 \right]. \quad (5.2)$$

Diese Formel kann sowohl für die Bestimmung der lokalen Zustandsdichte eines endlichen Gitters (siehe Kap. 4) als auch für ein unendliches Gitter unter Benutzung der Gleichung (2.46) verwendet werden. In Abbildung (5.2 (c)) blau gestrichelte Linie) erkennen wir die starke Reduzierung der lokalen Zustandsdichte für ein unendliches Gitter in den beiden Bandlücken auf den minimalen Wert  $0.12^6$ .

Wie schon erwähnt, werden bei den Messungen Reflexions- und Transmissionspektren aufgenommen. Die theoretische Kurven für ein endliches Gitter erhalten wir, indem wir die Gleichungen (2.44 und 2.45) benutzen. Das Ergebnis der Simulation mit gleichen experimentellen Parametern wie bei Abbildung (5.2) ist in Abbildung (5.3) dargestellt.

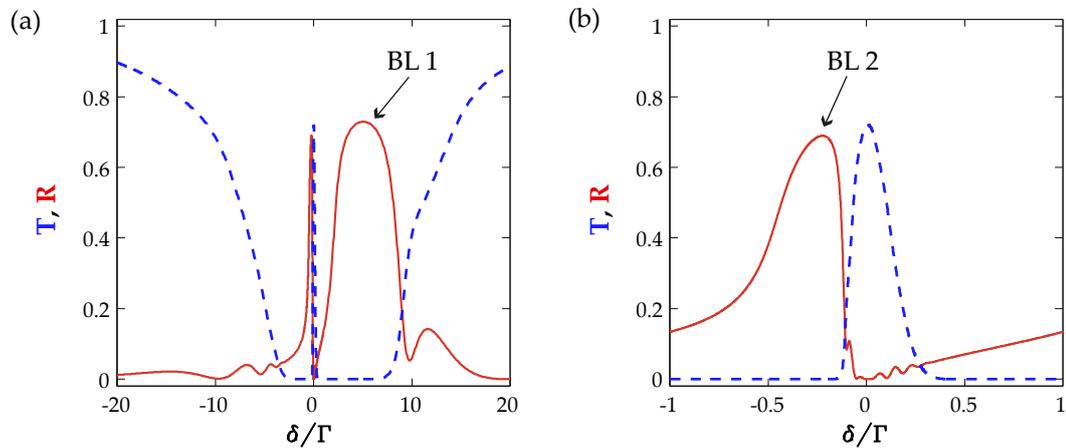


Abbildung 5.3: Theoretische Reflexions- (rote Linie) und Transmissionskurven (blaue gestrichelte Linie) für  $N \sim 7700$  Schichten. (a) Verstimmung des Probe-Lasers von  $-20\Gamma$  bis  $+20\Gamma$  und (b) Verstimmung von  $-1\Gamma$  bis  $+1\Gamma$ .

Außerdem wurde eine Ausdehnung der Atomwolke von  $L = 3$  mm angenommen, was  $\sim 7700$  Schichten entspricht, wenn  $\lambda_{\text{dip}} = 781.0$  nm ist. Der maximale Reflexionskoeffizient

<sup>6</sup>Starke Streuverluste verhindern das Erreichen noch niedrigerer Werte.

beträgt  $\sim 73\%$ . Der Reflexionsbetrag ist kleiner als im vorherigen Kapitel (80%) beschrieben, weil wir für die EIT-Messung den Übergang  $|5S_{1/2}, F = 1\rangle \mapsto |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$  benutzen, der schwächer als der geschlossene Übergang  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \mapsto |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$  ist.

Wie wir sehen können, erscheint eine neue Bandlücke im Transparenzfenster (Abb. (5.3)), wie in [Pet07] vorhergesagt. Eine Frage, die im Petrosyan Artikel nicht beantwortet wurde, ist ob die zweite Bandlücke qualitativ besser als die erste ist? Dafür spräche, dass einer der limitierenden Faktoren für eine höhere Reflexion bzw. einen niedrigeren Betrag der Zustandsdichte im Kapitel 4 hohe Streuverluste waren. Wir hofften mit Hilfe der EIT diese Verluste zu minimieren.

Wie wir in Abbildung (5.2 (c)) sehen, erreicht der minimale Betrag der Zustandsdichte der zweiten Bandlücke  $BL2$  den gleichen Wert wie die herkömmliche Bandlücke  $BL1$ . Aus Abbildung (5.3) ist ersichtlich, dass der maximale Reflexionskoeffizient in der Bandlücke 2 nicht höher als in der Bandlücke 1 ist. Das bedeutet, dass die Bandlücke unter EIT Bedingung leider qualitativ keine Verbesserung aufweist.

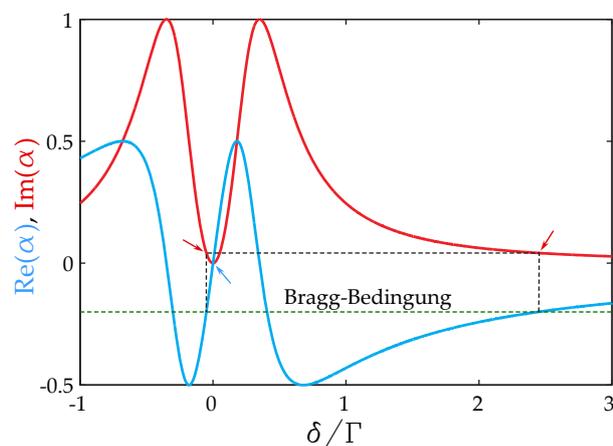


Abbildung 5.4: Gezeigt sind  $\text{Re}(\alpha)$  (blaue Linie) und  $\text{Im}(\alpha)$  (rote Linie). Die Bragg-Bedingung (Gl. 2.50) ist durch die grüne gestrichelte Linie dargestellt und ist an den Kreuzungspunkten der grünen mit der blauen Linie erfüllt. Die roten Pfeile zeigen die entsprechenden Verluste an den Kreuzpunkten. Der blaue Pfeil zeigt den Punkt an, an dem sowohl  $\text{Im}(\alpha) = 0$  als auch  $\text{Re}(\alpha) = 0$  sind.

Dies kann wie folgt erklärt werden: Sogar mit dem Erreichen einer perfekten EIT (Dephasierung  $\gamma = 0$ ) an der Stelle mit der kompletten Transparenz ( $\text{Im}(\alpha) = 0$ ) bei einer bestimmten Verstimmung  $\delta$  ist der Realteil der atomaren Polarisierbarkeit (verantwortlich für den Brechungsindex) auch Null (Abb. 5.4 (blauer Pfeil)). Um eine Bandlücke zu bilden, benötigen wir einen nichtverschwindenden Brechungsindexkontrast. Daher kann die Bragg-Bedingung (2.50) nur etwas abseits der kompletten Transparenz erfüllt werden. Beachtet man, dass wir im Experiment keine perfekte EIT erreichen können ( $\gamma > 0$ ), was zu mehr Verlusten führt und dass die Verluste ( $\text{Im}(\alpha)$ ) genau den gleichen Betrag für beide Bandlücken (Abb. 5.4 (rote Pfeile)) aufweisen, kann somit der kleinere Reflexionsbetrag erklärt werden.

Trotz der Tatsache, dass die neue Bandlücke qualitativ nicht besser ist und zu keinem höheren Reflexionskoeffizienten führt, besitzt sie andere interessante Eigenschaften. So zum Beispiel ist die EIT-Bandlücke mit den Parametern des Kopplungslasers dynamisch verstimmbar. Außerdem ist sie viel schmaler und besitzt einen steilen Übergang zwischen den Transmissions- und Reflexionsbändern, was zu einer sehr interessanten Anwendungsmöglichkeit führt, die wir später präsentieren.

## 5.3 Änderungen im Aufbau

In diesem Abschnitt wird kurz die Apparatur dargestellt. Um die Messungen unter der EIT-Bedingung zu verwirklichen, müssen einige Änderungen im experimentellen Aufbau vorgenommen werden. So wird zum Beispiel ein zusätzlicher Laser (Kopplungslaser) verwendet. Kopplungs- und Probe-Laser müssen phasenstarr zueinander laufen, deshalb wird ein so genannter optischer Phasenlock (engl. optical phase locked loop, OPLL) aufgebaut. Der Zyklus bleibt gleich. Wir beginnen mit der MOT-Phase. Nach den Kühl- und Verdichtungsphasen werden die Atome in die Dipolfalle geladen, die in einer retroreflektierenden Konfiguration mit Hilfe eines Ti:Sa-Lasers erzeugt wird. Die typische Atomzahl<sup>7</sup> liegt bei  $N \sim (1 - 2) \times 10^7$ .

Wir erhalten die Spektren indem wir die Atome mit einem schwachen (Leistung  $P \sim 3 \text{ mW}$ ) und kleinen (Strahltaile  $w = 35 \text{ }\mu\text{m}$ ) Probe-Strahl beleuchten. Unter einem Einfallswinkel von  $\theta \sim 1.5^\circ$  werden mit Hilfe von Avalanche Photodioden (APD) die transmittierten und reflektierten Strahlen aufgenommen. Die gemessenen Kurven werden aus einer Durchschnittskurve aus typischerweise 256 Zyklen (die Dauer eines Zykluses beträgt  $\sim 1 \text{ s}$ ) gewonnen.

Die Probestrahl-Verstimmung  $\delta$  wird über die atomare Resonanz mit Hilfe eines AOMs in einer Double-Pass-Konfiguration durchgeföhren. Die relevanten Laser-Frequenzen sind im Anhang (Abbildung (A.2)) zu finden. Für den Probe-Strahl, den wir aus der ersten Beugungsordnung des Rückpumplasers gewinnen, verwenden wir den Übergang  $|5S_{1/2}, F = 1\rangle \mapsto |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$ . Der Kopplungslaser, der für das EIT-Induzieren verantwortlich ist, ist auf den Übergang  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \mapsto |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$  stabilisiert. Der Kopplungsstrahl besitzt einen Strahldurchmesser von 5 mm und bildet einen Winkel mit dem atomaren Gitter von  $\sim 8^\circ$  klein genug um das ganze Gitter zu beleuchten und eine homogene Kopplungsstärke zu gewährleisten.

Damit wir komplette EIT erreichen können, müssen beide Laser (Probe und Kopplung) die gleiche zirkulare Polarisation aufweisen (Abb. (5.5)). Auf diese Weise werden alle Zeeman-Zustände des angeregten Zustandes ( $F' = 2$ ) mit dem metastabilen Zustand ( $F = 2$ ) gekoppelt [Che00].

Außerdem werden beide Laser mit Hilfe eines optischen Phasenlocks (OPLL) aufeinander stabilisiert [Pre95, Mar09, Höc09], um damit den kohärenten Prozess der EIT vollständig auszunutzen. Die schematische Darstellung des Phasenlocks und der verwendeten Elemente ist im Anhang (Abb. (B.1)) zu finden. Die Charakterisierung des Phasenlocks kann man in Abbildung (B.2) sehen. Um anhand der Atome die Phasenstabilisierung und damit die Qualität der EIT nachzuprüfen, werden Transmissionsspektren mit der ungeordneten Wolke aufgenommen.

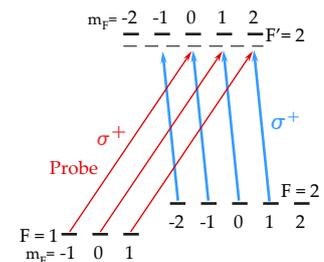


Abbildung 5.5: Gezeigt sind Probe-Strahl (rot)  $F = 1 \mapsto F' = 2$  und Kopplungsstrahl (blau)  $F = 2 \mapsto F' = 2$ .

<sup>7</sup>Wegen einiger technischer Schwierigkeiten (fast leere Dispenser) ist die Atomzahl im optischen Gitter im Vergleich zum früheren Experiment kleiner, was auch den kleineren Reflexionskoeffizienten erklärt.

Um dies zu erreichen, wird das optische Gitter abgeschaltet. Nachdem die Atome einige Millisekunden frei expandieren konnten und die Ordnung verschwunden ist, wird ein Spektrum in 200  $\mu\text{s}$  aufgenommen. Dabei ist die Transmission für ein homogenes Medium wie folgt gegeben:

$$T = \exp[-b_0 \text{Im}(\tilde{\alpha})], \quad (5.3)$$

wobei

$$b_0 = \sigma_0 \int \rho(z) dz, \quad (5.4)$$

die optische Dichte für ein Medium der Dichte  $\rho$  und des resonanten Streuquerschnitts  $\sigma_0$  angibt. Die dimensionslose atomare Polarisierbarkeit  $\tilde{\alpha}$  ist durch Gleichung (5.1) gegeben. Wir verwenden eine Fit-Funktion (Gl. 5.3), die uns erlaubt, aus dem gemessenen Transmissionspektrum die optische Dichte  $b_0 = 21$ , die Dephasierungsrate  $\gamma \sim 7 \times 10^{-3}\Gamma$  und die Rabi-Frequenz  $\Omega = 0.8\Gamma$  zu bestimmen. Dabei kommen wir auf eine Transmission von 81% (Abb. 5.6).

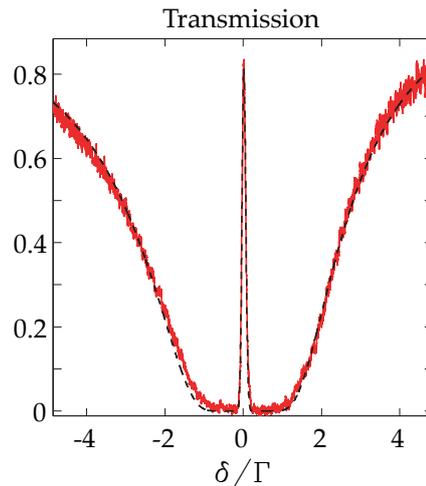


Abbildung 5.6: Die rote Kurve zeigt ein Transmissionspektrum unter der EIT Bedingung für ein homogenes ungeordnetes Medium. Die schwarze gestrichelte Linie zeigt eine Fit-Funktion (Gl. (5.1) und Gl. (5.3)). Dabei erhalten wir aus dem Fit folgende Parameter: die Dephasierungsrate  $\gamma \sim 7 \times 10^{-3}\Gamma$ , die Rabi-Frequenz  $\Omega = 0.8\Gamma$  und die optische Dichte  $b_0 = 21$ . Die leichte Asymmetrie in der Kurve kommt von der Wolkenexpansion während des Spektrums (wurde in der Fit-Funktion einberechnet).

Die Transmission kann durch die Erhöhung der Kopplungsstärke  $\Omega$  vergrößert werden. Dabei vergrößert sich aber das Transparenzfenster auch, was wir in unseren Messungen vermeiden wollen, damit die Steilheit des T-R-Übergangs nicht zerstört wird. Die Dephasierungsrate wird durch das restliche Phasenrauschen zwischen Probe und Kopplungslaser erklärt.

## 5.4 Messungen

Nachdem Vorhersagen getroffen sind, sollen die Eigenschaften eines periodischen eindimensionalen atomaren Mediums unter EIT-Bedingung experimentell untersucht werden. In Abbildung (5.7 (a)) sind experimentell bestimmte Transmission- und Reflexionsspektren dargestellt. Die Spektren wurden mit einem Versatz von der geometrischen Bragg-Bedingung  $\Delta\lambda_{\text{lat}} = 0.13\Gamma$ , der Kopplungsstärke  $\Omega = 1.3\Gamma$  und der Verstimmung des Kopplungsfeldes  $\Delta = 2.5\Gamma$  aufgenommen. Wegen der Lichtverschiebung, die durch die Dipolfalle induziert wird und leicht inhomogen ist<sup>8</sup>, liegt die atomare Resonanz bei  $\delta \sim 2.5\Gamma$ . Daher ist die Kopplungsfeldverstimmung quasiresonant. Dabei wird der zwei-Photonen Übergang, der für die EIT zuständig ist, nicht gestört, da die Lichtverschiebung für beide Übergänge gleich ist. Der Effekt wird bei der Erstellung der theoretischen Spektren berücksichtigt.

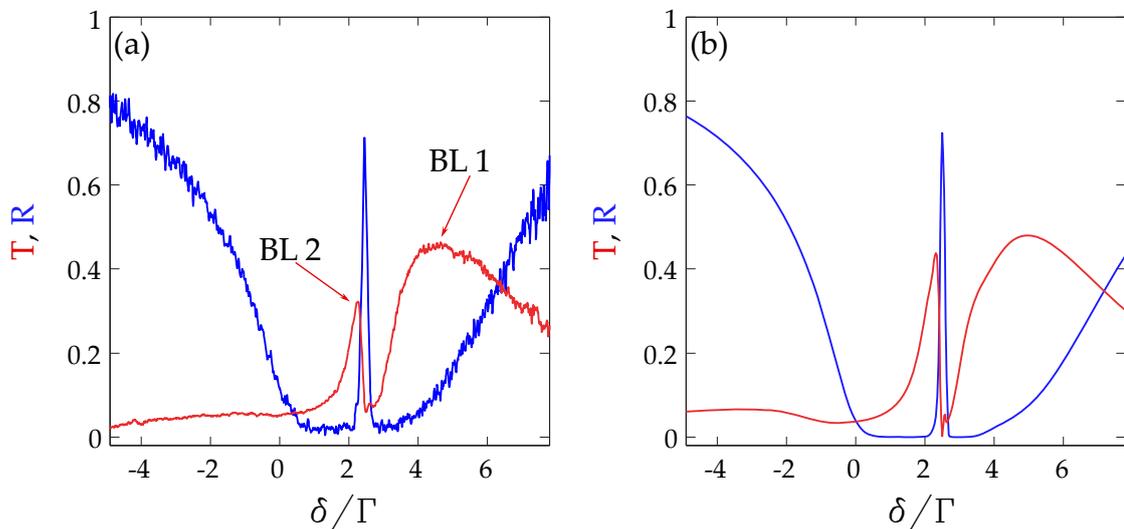


Abbildung 5.7: Dargestellt sind: experimentelle (a) und theoretische (b) Transmissions- (blau) und Reflexionsspektren (rot). Dabei wurden folgende Parameter genutzt:  $\Delta\lambda_{\text{lat}} = 0.13 \text{ nm}$ , Atomzahl im optischen Gitter  $N = 1.5 \times 10^7$ ,  $\eta = 3.5$ ,  $\Omega = 1.3\Gamma$ , Verstimmung  $\Delta = 2.5\Gamma$  und Dephasierung  $\gamma = 0.015\Gamma$ .

Wie wir klar erkennen können (Abb. (5.7) rote Pfeile), erscheint neben der altbekannten Bandlücke (BL 1) auch eine neue viel schmalere Bandlücke (BL 2). Wir sehen auch, dass der Reflexionskoeffizient<sup>9</sup> der EIT-Bandlücke kleiner als der der zwei-Niveau Bandlücke ist. Dies liegt an der endlichen Dephasierungsrate  $\gamma$ , die auch für das unvollständige Transparenzfenster während des EIT-Prozesses verantwortlich ist. Außerdem wurden für die Herstellung der theoretischen Spektren einige weitere Effekte eingerechnet. Einer der wichtigsten dabei ist die longitudinale Verteilung der Atome im optischen Gitter, welche als annä-

<sup>8</sup>Dies liegt an der endlichen Ausdehnung der Atome in jedem Potentialtopf.

<sup>9</sup>In dieser Phase des Experimentes konnten wir nur  $1-2 \times 10^7$  Atome (im Vergleich bei dem ersten Experiment waren es  $7 \times 10^7$  Atome) in der Dipolfalle einfangen, was zur Reduzierung des Reflexionskoeffizienten führt.

hernd gaußförmig angenommen und mit Hilfe der Absorptionsabbildung genau charakterisiert werden kann. Diese inhomogene Verteilung verbietet die Nutzung der Gleichungen (2.44 und 2.45). Diese Tatsache führt dazu, dass wir elementare Transfermatrizen für jede Position der gemessenen Dichteverteilung aufstellen und sie miteinander multiplizieren. Der nächste Effekt, der in Betracht gezogen wird, ist der der inhomogenen Verbreiterung der Atome wegen der endlichen Wolkengröße in der transversalen Richtung und der Divergenz des Probe-Strahls (wegen seiner endlichen Größe). Nach dem Einbeziehen dieser Effekte erhalten wir in Abbildung (5.7 (b)) die theoretischen Spektren für Transmission und Reflexion. Wie wir erkennen, liefern die theoretischen Spektren eine gute Übereinstimmung zu den gemessenen.

Eine neue, noch nie gemessene Bandlücke wurde entdeckt. Im Folgenden untersuchen wir die Eigenschaften der neuen Bandlücke. Dabei wird sowohl die Verstimmbarkeit der EIT-Bandlücke mit den Kopplungsfeldparametern als auch ihre Abhängigkeit von der Gitterwellenlänge per Bragg-Bedingung untersucht. Beide Aspekte sind verwandt, da die Bragg-Bedingung die atomare Polarisierbarkeit enthält, die ihrerseits durch die EIT modifiziert wird.

### Die Abhängigkeit von den Kopplungsfeldparametern

In den folgenden Spektren werden experimentelle und theoretische Kurven in einem schmalen  $[(-2\Gamma \text{ bis } +4\Gamma)]$  im Vergleich zu den früheren Experimenten  $(-10\Gamma \text{ bis } +20\Gamma)$  Frequenzbereich dargestellt. Um die Verstimmbarkeit zu untersuchen, werden Transmissions- und Reflexionsspektren für verschiedene Kopplungsfeldverstimmungen  $\Delta$  mit einer festen Intensität  $\Omega = 1.8\Gamma$  und der Gitterwellenlänge  $\Delta\lambda_{\text{lat}} = 0.11 \text{ nm}$  aufgenommen. Das Ergebnis ist in Abbildung (5.8) dargestellt.

Wie erwartet, folgt die Frequenz der maximalen Transmission der zwei-Photonen-Resonanz  $\delta \simeq \Delta$ , während der maximale Reflexionskoeffizient leicht von der Resonanz verschoben ist. Ein wichtiger Parameter, der die Kopplungsstärke angibt, ist die Rabi-Frequenz  $\Omega$ . Die Abhängigkeit der maximalen Transparenz von der Kopplungsfeldstärke, die durch die Rabi-Frequenz angegeben wird, ist in Abbildung (5.8 (c)) für verschiedene Kopplungsfeldverstimmungen dargestellt. Wie wir klar erkennen können, ändert sich der maximale Transmissionskoeffizient nicht für unterschiedliche Kopplungsfeldverstimmungen. Allerdings zeigt das Verhalten des maximalen Reflexionskoeffizienten eine starke Abhängigkeit von der gewählten Kopplungsfeldverstimmung  $\Delta$  (Abb. 5.8 (d)). Dieses Verhalten wird wie folgt erklärt. Aus der Abbildung (5.7) ist ersichtlich, dass die Bragg-Bedingung mit einer Gitterwellenlänge  $\Delta\lambda_{\text{lat}} > 0$  eine Bandlücke (BL 1) auf der blauen Seite der atomaren Resonanz bei der Probe-Verstimmung  $\delta \gtrsim 2$  entstehen lässt. Wegen der Lichtverschiebung, die durch das Gitter induziert wird, liegt die atomare Resonanz bei der Verstimmung  $\delta \sim 2$ . Mit einer großen Kopplungsfeldverstimmung  $\Delta = 3\Gamma$  erhalten wir infolge der EIT einen Einbruch in dem Reflexionsband der ersten (zwei-Niveau-Atom) Bandlücke und erzeugen einen schmalen Abstand zwischen den zwei Bandlücken. In Abhängigkeit von der Kopplungsfeldstärke sehen wir, dass für kleine  $\Omega$  der Abstand

zwischen den Bandlücken zwar schmaler, der Reflexionskoeffizient der EIT-Bandlücke aber nicht kleiner wird. Daher ist der maximale Reflexionskoeffizient fast unabhängig von  $\Omega$ .

Auf der roten Seite (Kopplungsfeldverstimmung  $\Delta = 0\Gamma$ ) ist die EIT-Bandlücke weiter von der "normalen" Bandlücke entfernt und zeigt eine viel kleinere Reflexion. Dies liegt daran, dass der Imaginärteil ( $\text{Im}(\alpha)$ ), der für die Verluste verantwortlich ist, einen höheren Wert für die EIT-Bandlücke aufweist. Durch die Erhöhung der Kopplungsstärke  $\Omega$  kann den Verlusten entgegengewirkt und dadurch ein höherer Reflexionskoeffizient erzielt werden.

Die Untersuchung zeigt eine starke Einschränkung in der praktischen Anwendung der EIT-Bandlücken-Verstimmbarkeit, weil die Änderung der Kopplungsparameter die Änderung der atomaren Polarisierbarkeit nach sich zieht.

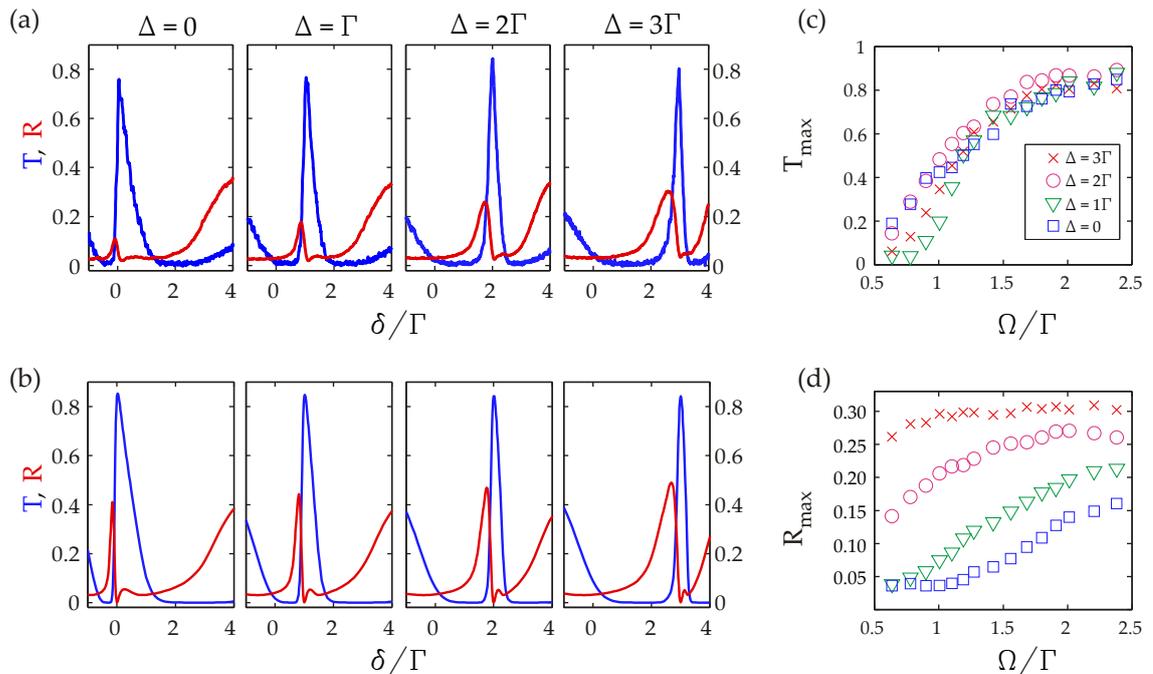


Abbildung 5.8: Abhängigkeit von den Kopplungsparametern mit einer festen Gitterwellenlänge  $\Delta\lambda_{\text{lat}} = 0.11$  nm. In (a) sind experimentell gemessene Transmissions- (blau) und Reflexionsspektren (rot) für verschiedene Kopplungsfeldverstimmungen  $\Delta$  und feste Kopplungsstärke  $\Omega = 1.8\Gamma$  dargestellt. In (b) sind theoretische Kurven gezeigt. (c) Dargestellt ist der maximale Transmissionskoeffizient in Abhängigkeit von der Rabi-Frequenz für verschiedene Verstimmungen  $\Delta$ . (d) Das gleiche für den Reflexionskoeffizienten.

## Die Abhängigkeit von der Gitterwellenlänge

Um den Einfluss der Bragg-Bedingung auf die EIT-Bandlücke zu untersuchen, werden Transmissions- und Reflexionsspektren für verschiedene Gitterwellenlängen und Kopplungsfeldverstimmungen bei einer festen Kopplungsstärke aufgenommen. Das Ergebnis ist in Abbildung (5.9) dargestellt. In Abbildung (5.9 (b)) werden entsprechend theoretisch gerechnete Spektren mit gleichen Parametern gezeigt. Wir erkennen das Verhalten des Reflexionsbandes, das sich von einer Seite des Transmissionsbandes zu der anderen Seite bewegt, während die Verstimmung des Gitters variiert wird. Die Erklärung dafür ist in Abb. (5.9 (d)) gegeben. Wenn die Gitterverstimmung ihr Vorzeichen wechselt, dann wechselt die Frequenz, bei der die Bragg-Bedingung erfüllt ist, von einer Seite des Transparenzfensters zu der anderen.

Als nächstes beobachten wir eine optimale Gitterverstimmung bei der Identifizierung des maximalen Reflexionskoeffizienten. In Abbildung (5.9 (c)) ist der maximale Reflexionskoeffizient als Funktion der Gitterverstimmung für verschiedene Kopplungsfeldverstimmungen dargestellt.

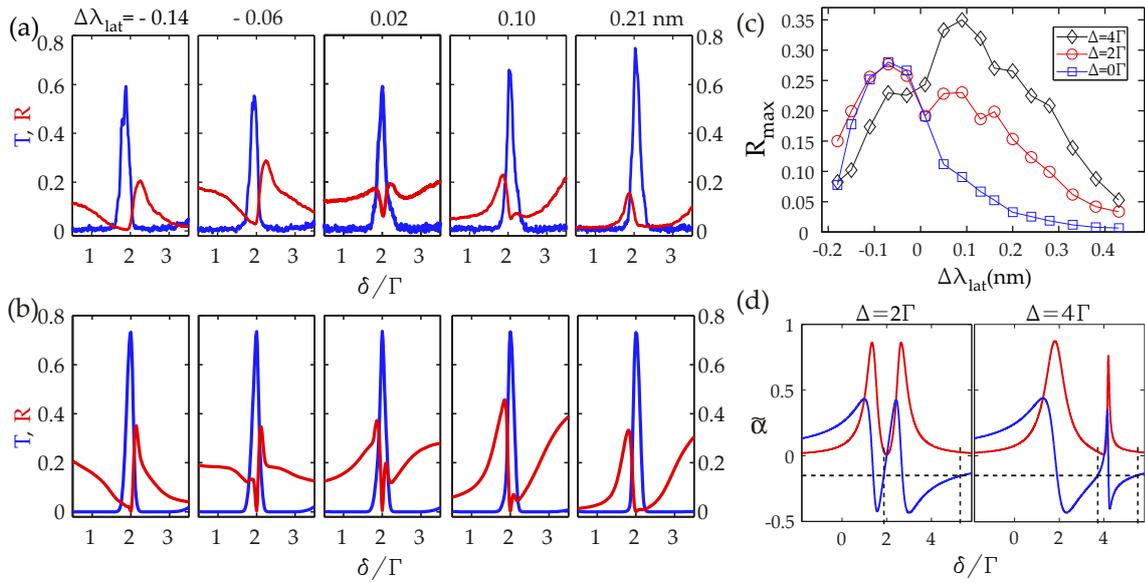


Abbildung 5.9: Abhängigkeit der Transmission und der Reflexion von der Gitterwellenlänge bei einer festen Rabi-Frequenz  $\Omega = 1.3\Gamma$ . In (a) sind gemessene Transmissions- (rot) und Reflexionsspektren (blau) für verschiedene  $\Delta\lambda_{\text{lat}}$  und feste Kopplungsfeldverstimmung  $\Delta = 2\Gamma$  dargestellt. In (b) sind simulierte Spektren mit gleichen Parametern gezeigt. (c) Der maximale Reflexionskoeffizient als Funktion der Gitterwellenlänge  $\Delta\lambda_{\text{lat}}$  für verschiedene Kopplungsfeldverstimmungen  $\Delta$ . (d) Das gleiche wie in Abbildung (5.4) für zwei verschiedene Kopplungsfeldverstimmungen.

Um dieses Verhalten zu erklären, betrachten wir die Kurven mit der Kopplungsfeldverstimmung  $\Delta = 2\Gamma$  und untersuchen die Grenzfälle. Bei der Gitterverstimmung  $\Delta\lambda_{\text{lat}} \sim 0$  ist die Bragg-Bedingung an der Stelle des verschwindend kleinen Brechungsindexkontrastes

erfüllt, was zu einer kleinen Reflexion führt. Auf der anderen Seite, wo  $\Delta\lambda_{\text{lat}}$  groß ist, ist die Bragg-Bedingung an der Stelle des großen Brechungsindexkontrastes ( $\text{Re}(\alpha)$ ) erfüllt. Gleichzeitig ist aber  $\text{Im}(\alpha)$  auch groß, was zu hohen Streuverlusten und daher zu einem kleineren Reflexionskoeffizienten führt. Zwischen den beiden Grenzfällen existiert ein Optimum für beide Seiten von  $\Delta\lambda_{\text{lat}}$ . Für die Kopplungsfeldverstimmungen  $\Delta = 0\Gamma$  und  $\Delta = 4\Gamma$  gibt es nur eine optimale Gitterwellenlänge für  $\Delta\lambda_{\text{lat}} < 0$  und  $\Delta\lambda_{\text{lat}} > 0$ .

Zusammenfassend ist zu sagen, dass für eine gegebene Gitterverstimmung  $\Delta\lambda_{\text{lat}}$  eine optimale Kopplungsfeldverstimmung  $\Delta$  existiert und andersrum für eine gegebene Verstimmung  $\Delta$  eine optimale Gitterverstimmung  $\Delta\lambda_{\text{lat}}$ .

## 5.5 All-Optical Switch

Nachdem wir die Eigenschaften eines atomaren Systems unter EIT-Bedingung untersucht haben, präsentieren wir in diesem Abschnitt eine mögliche Anwendung eines Atom-basierten Bragg-Spiegels, nämlich einen optischen Schalter (engl. all-optical switch). Eine gewöhnliche EIT mit einer diffusen Atomwolke kann man auch als einen Schalter verwenden, in dem man zwischen Absorption und Transmission des Probe-Strahls umschaltet. Unser System mit einer geordneten Wolke erlaubt es uns, mit Hilfe der EIT in zwei Kanälen zwischen Reflexion und Transmission zu schalten. Darüber hinaus wird der Schaltvorgang schon durch eine kleine Änderung des Kopplungsstrahls in Gang gesetzt. Dabei wird die Probe-Strahl-Verstimmung festgehalten und die Änderung der Position des Reflexionsbandes durch die Verstimmung des Kopplungsstrahls herbeigeführt. Dadurch liegt die Probestrahlfrequenz bei einer Kopplungsstrahlverstimmung im Reflexionsband und bei der anderen im Transmissionsband.

In Abbildung (5.10) ist das Ergebnis eines solchen Experimentes mit einer Probe-Strahl Verstimmung  $\delta = 3\Gamma$  dargestellt. Dabei wird die Verstimmung des Kopplungsstrahls zwischen  $\Delta = 3\Gamma$  und  $\Delta = 3.2\Gamma$  mit Hilfe eines Frequenzgenerators umgeschaltet (Abb. (5.10) (oben)). Dabei bewirkt der Steuerungsstrahl eine Modulation in Transmissions- und Reflexionsbändern. Der Kontrast wird aus den Daten wie folgt definiert:

$$C_T = \frac{T_O - T_U}{T_O + T_U}, \quad C_R = \frac{R_O - R_U}{R_O + R_U}, \quad (5.5)$$

wobei die Koeffizienten O und U den Wert des oberen und unteren Bandes bezeichnen. Der Kontrast beläuft sich für Transmission auf  $C_T = 0.76$  und für Reflexion auf  $C_R = 0.88$ . Um noch besser den hier präsentierten optischen Schalter zu charakterisieren, sind weitere Untersuchungen nötig. Zum Beispiel, um die maximale Schaltrate oder die minimale erforderliche Leistung im Steuerstrahl zu ermitteln. Eine Möglichkeit für weiterführende Experimente, die die Darbietung wesentlich verbessern könnte, wäre die Verwendung einer vier-Niveau EIT [Har98], die dafür bekannt ist, eine sehr große Nichtlinearität mit nur

wenigen Photonen zu erzeugen und damit die Transparenz an und auszuschalten [Yan01]. Dies ist erforderlich um in das Quantenregime zu kommen und einen quantenoptischen Transistor herzustellen, der seinerseits als Sprungbrett für ein Quanten-Netzwerk dienen würde [Kim08].

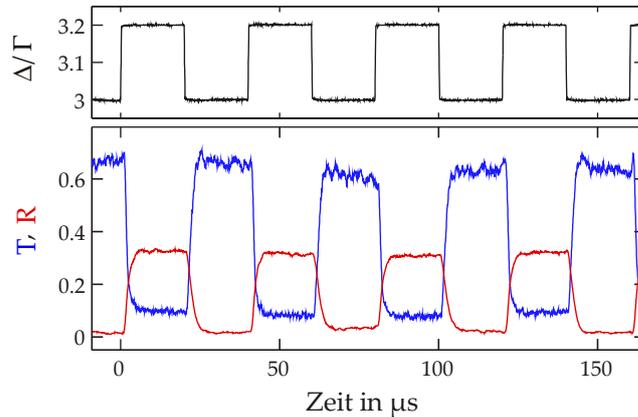


Abbildung 5.10: Veranschaulichung eines zwei-Kanal optischen Schalters. Die Koppungsstrahlverstimmung dient als Steuerparameter (oben). Die untere Kurve zeigt den Transmissions- (blau) und den Reflexionskoeffizienten (rot) in Abhängigkeit von der Zeit. Die Rabi-Frequenz des Steuerparameters (Kopplungsfeld) beträgt  $\Omega = 1.5\Gamma$ . Die Probe-Stahl-Verstimmung ist  $\delta = 3\Gamma$  und die Gitterwellenlänge beträgt  $\Delta\lambda_{\text{lat}} = 0.15 \text{ nm}$ .

Derzeit werden mehrere Technologien zur Herstellung von Quanten-Transistoren untersucht. So z.B. plasmonische Nanostrukturen [Cha07], einzeln eingebettete Farbstoffmoleküle in kristallinen Matrizen [Hwa09], Mikroresonatoren mit einer ultrahohen Güte [O'S11], atomare oder Ionen-Ensembles in Hohlfasern [Baj09] oder hochfinesse Resonatoren [Alb11, Nie11]. Da unser System keine hoch-qualitative Mikrostrukturierung mechanischer Elemente benötigt, bietet sie ein originelles und einfach umzusetzendes Werkzeug für die Untersuchung und Entwicklung eines quanten-optischen Transistors.

## 6 Photonische Bandlücke mit Verstärkung: Distributed Feedback Laser

Wie schon in Kapitel 4 erwähnt, verhindert der Imaginärteil der atomaren Polarisierbarkeit  $\alpha$ , der für die Absorption verantwortlich ist, unter anderem das Erreichen höherer Reflexionskoeffizienten. Um die Verluste zu minimieren und die Qualität der Bandlücke zu verbessern, haben wir im letzten Kapitel versucht, mit Hilfe der EIT das Verhalten der atomaren Polarisierbarkeit so zu modifizieren, dass  $\text{Im}(\alpha)$  verschwindet, während  $\text{Re}(\alpha)$ <sup>1</sup> nicht Null bleibt, um damit den Reflexionswert zu erhöhen.

Im folgenden Kapitel präsentieren wir ein Experiment, in dem wir unser System aus geordneten Atomen, die in einem eindimensionalen Gitter gefangen sind, mit einem nahresonanten Laserstrahl pumpen, um damit eine Verstärkung zu bewirken. Verstärkung bedeutet, dass wir Transmissionskoeffizienten größer als 1 erwarten. Es existieren mehrere Möglichkeiten, eine Verstärkung zu den kalten Atomen hinzuzufügen [Gue08]. In diesem Abschnitt präsentieren wir zwei von ihnen. Die Erste ist die Raman-Verstärkung, die schon vor 20 Jahren entdeckt [Gri91, Tab91, Hil92], in [Che01, Brz05] genau untersucht und in [Hil92, Gue08] für die Herstellung eines Lasers mit einem Verstärkungsmedium aus kalten Atomen verwendet wurde. Die zweite ist die fast entartete Vierwellenmischung (engl. nearly degenerated four-wave-mixing, DFWB) [Abr78, Lei86, Pin86]. Die Grundidee, die Bragg-Reflexion als Rückkopplung einzusetzen, führt dazu, dass wir analog zum DFB-Laser (engl. distributed feedback laser, DFB) einen Laser herstellen, bei dem die Rückkopplung nicht durch zwei Spiegel in einem Resonator erzeugt wird, sondern durch die Modulation des Verstärkungsmediums selbst [Kog71, Kog72].

Das Kapitel ist wie folgt gegliedert: zuerst wird der experimentelle Aufbau präsentiert, gefolgt von zwei verschiedenen Verstärkungsmechanismen (Raman und Vier-Wellen-Mischung). Zum Schluss des Kapitels stellen wir einen Laser aus kalten Atomen vor. Die Ergebnisse, die in diesem Kapitel präsentiert werden, wurden in [Sch12a] veröffentlicht.

### 6.1 Kombination von Bragg-Reflexion und Verstärkung

#### 6.1.1 Experimenteller Aufbau

Der experimentelle Aufbau (Abb. (6.7)) zum Herstellen und Untersuchen des atomaren Gitters ist gleich wie in Kapitel 4. Der resonante Übergang  $F = 2 \mapsto F' = 3$  wird mit Hilfe eines Probe-Lasers mit einer Verstimmung  $\delta$  abgetastet. Der einzige Unterschied

---

<sup>1</sup> $\text{Re}(\alpha)$  ist für den Brechungsindex verantwortlich.

ist die Verwendung eines zusätzlichen Lasers (Pump-Laser) mit einer Verstimmung  $\Delta$  zum gleichen Übergang. Das Licht für den Probe-Laser erhalten wir aus dem Referenzlaserlicht. Dabei schicken wir das Referenzlaser-Licht durch einen Double-Pass AOM. Damit können wir nicht nur den räumlichen Versatz bei der Verstimmung vermeiden, sondern auch die Leistung und die Frequenz des Probe-Strahls kontrollieren. Das Licht für den Pump-Strahl bekommen wir aus einem neu gebauten Laser, der mit einem Teil des Referenzlasers injiziert wird. Der Pump-Strahl wird auch aus den gleichen Gründen durch einen Double-Pass AOM durchgefädelt. Die positive Auswirkung der Injektion ist, dass die beiden Laserstrahlen Probe und Pump phasenstarr zueinander sind, da sie vom gleichen Laser stammen. Diese wichtige Voraussetzung muss erfüllt sein, um schmale und rauscharme Spektren zu beobachten.

Der Pump-Strahl ist kollimiert (Strahltaile  $w = 2.4$  mm), linear polarisiert und besitzt eine maximale Leistung von  $P = 20$  mW (diese hängt von der Verstimmung  $\Delta$  ab). Der Winkel zwischen dem Pump-Strahl und der Gitterachse beträgt  $\sim 8^\circ$ . Im Laufe des Experimentes wurde der Pump-Strahl sowohl als Einzelstrahl als auch in einer retroreflektierten Konfiguration verwendet. Die Probe- und Pump-Strahlen haben eine zueinander orthogonale Polarisation, was sich im Laufe der Messung als optimal herausgestellt hatte. Die verwendeten Laserfrequenzen sind im Anhang in Abbildung (A.3) zu finden.

### 6.1.2 Raman-Verstärkung

Für die Messung der Raman-Verstärkung benötigen wir nur einen Pump-Strahl mit einer Verstimmung von einigen  $\Gamma$  von der atomaren Resonanz. Raman-Verstärkung bedeutet hier einen zwei-Photonen-Übergang (das erste Photon ist aus der Absorption des Pump-Strahls, das zweite ist aus der stimulierten Emission) zwischen verschiedenen magnetischen Unterzuständen von demselben Zeeman Hyperfeingrundzustand ( $F = 2$ ). Die Entartung der magnetischen Unterzustände wird entweder durch ein kleines externes Magnetfeld oder durch vom Pump-Strahl verursachte Licht-Verschiebung, wegen verschiedener Clebsch-Gordon-Koeffizienten, aufgehoben. Die Verschiebung ist sehr klein (Größenordnung  $\Gamma/10$ ), daher ist die Raman-Struktur sehr schmal. Das Pumpen bewirkt außerdem so genanntes optisches Pumpen, sodass verschiedene Unterzustände nicht gleich besetzt sind.

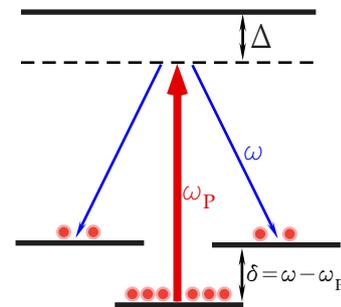


Abbildung 6.1: Grundprinzip des Raman-Prozesses für  $F = 2 \mapsto F' = 3$ .

Die so entstandene Besetzungsinversion verursacht Verstärkung. Die fünf magnetischen Unterzustände sind schwer aufzulösen, deshalb sehen wir nur eine Absorptionslinie neben einer Verstärkungslinie, die sich nahezu symmetrisch um die Pumpfrequenz befinden. Ohne Magnetfeld bilden sie eine Dispersionskurve, in deren Mitte der Imaginärteil der atomaren Polarisierbarkeit Null ist ( $T = 1$ ). Es gibt also einen Punkt, bei dem  $Im(\alpha)$  Null und  $Re(\alpha)$  groß ist. Diese Bedingung ist aber nur in einem bestimmten Frequenzbereich erfüllt. Wenn

die Frequenz gescannt wird, treffen wir auf Bereiche, in denen der Imaginärteil kleiner als 0 ist (Verstärkung). In diesem Fall ist das Konzept der photonischen Bandlücke nicht mehr tragbar, daher reden wir ab hier nur über die Kombination von der Bragg-Reflexion mit Verstärkung.

In Abbildung (6.2) sind einige gemessene Raman-Spektren für Transmission (oben) und Reflexion (unten) in Abhängigkeit von der Gitterwellenlänge  $\Delta\lambda_{\text{lat}}$  dargestellt. Wir erkennen klar ein Optimum der Bragg-Reflexion analog zur optimalen Bragg-Reflexion in Kapitel (4 und 5), das vom Kompromiss zwischen der Erfüllung der Bragg-Bedingung, dem Brechungsindexkontrast und den Verlusten kommt. Überraschenderweise sehen wir ein Minimum im Transmissionskoeffizienten. Wir wissen nicht, ob sich für hohe Bragg-Reflexion der Transmissionskoeffizient entweder verkleinern (wegen des Stop-Bandes) oder wegen einer positiven Rückkopplung vergrößern würde. Aus der Abbildung (6.2) ist aber ersichtlich, dass hohe Reflexionswerte die Transmission unterdrücken, und somit keine positive Rückkopplung entsteht. Außerdem erscheint das Minimum der Transmission nicht beim Maximum der Reflexion. Nichtsdestotrotz beobachten wir eine beachtliche Verstärkung sowohl in der Transmission 430% als auch in der Reflexion 160%.

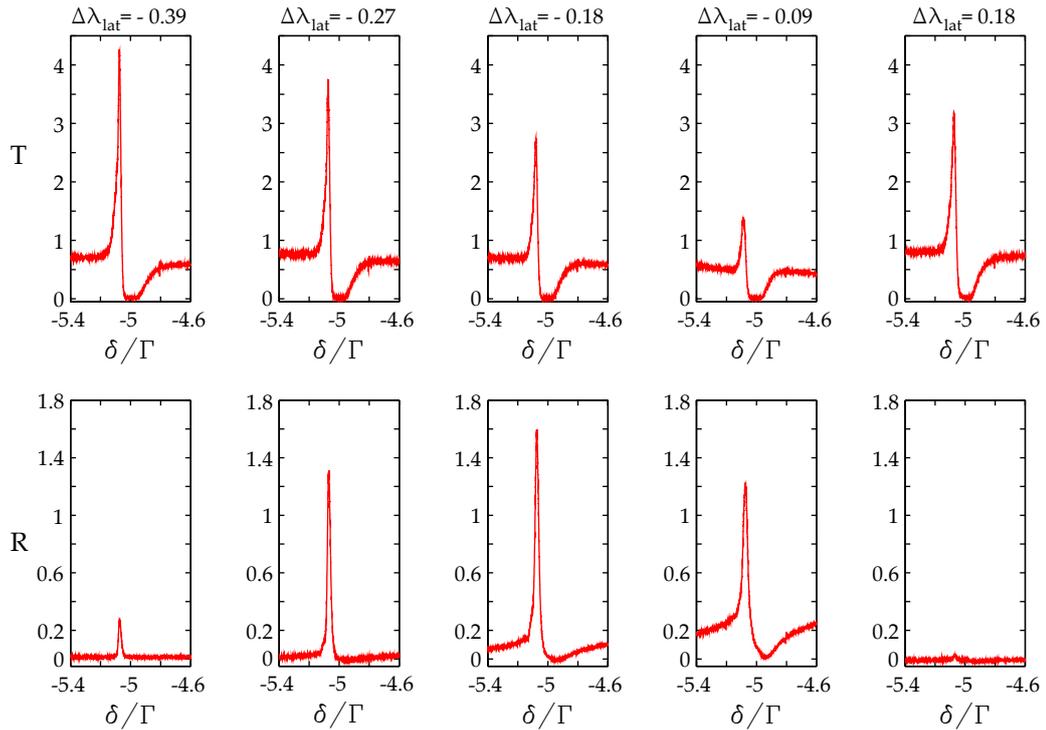


Abbildung 6.2: Transmissions- (oben) und Reflexionsspektren (unten) in der Nähe der Raman-Resonanz für einige Gitterwellenlängen mit  $\Delta = -5\Gamma$  und  $P = 4$  mW. Dabei erreicht der Reflexionskoeffizient den Maximalwert von 1.6, während der maximale Transmissionskoeffizient den Wert 4.3 erzielt.

Um das Verhalten besser zu untersuchen, haben wir den kompletten Datensatz auf

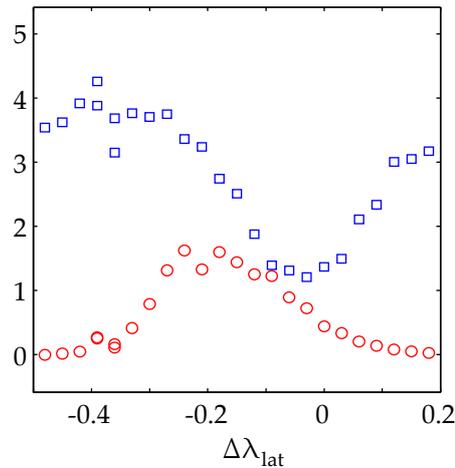


Abbildung 6.3: Der maximale Reflexionskoeffizient (rote Kreise) und der maximale Transmissionskoeffizient (blaue Rechtecke) als Funktion der Gitterwellenlänge.

maximale Reflexion und Transmission untersucht. Das Ergebnis sehen wir in Abbildung (6.3). Wir erkennen, wie oben gezeigt, dass die maximale Reflexion (rote Kreise) und die maximale Transmission (blaue Rechtecke) nicht bei der gleichen Wellenlänge  $\Delta\lambda_{\text{lat}}$  erscheinen. Eine mögliche Erklärung ist die folgende: Abhängig von der Gitterwellenlänge und von dem sich rasch ändernden Brechungsindex wird die Bragg-Bedingung entweder in der Strukturmitte oder in der Nähe des maximalen Transmissionskoeffizienten erfüllt. Im ersten Fall beeinflusst die starke Reflexion nur schwach den Transmissionskoeffizienten. Im Gegensatz dazu führt die starke Reflexion im zweiten Fall zu einer Abschwächung des Transmissionskoeffizienten.

Die hier vorgestellten Ergebnisse für eine optimale Pumpleistung (die Erhöhung der Leistung des Pump-Strahls erhöht den Strahlungsdruck, der zur Zerstörung der Ordnung und folglich zur Abnahme des maximalen Transmissions- und Reflexionskoeffizienten führt) führen nicht zur gewünschten positiven Rückkopplung. Die Rückkopplung (Bragg-Reflexion) erwies sich in unserem Aufbau als ein sehr kritischer Punkt. Dadurch, dass die Bragg-Bedingung nur bei einem nichtverschwindenden Einfallswinkel ( $\theta \sim 2^\circ$  für  $\lambda_{\text{lat}} = 780.6 \text{ nm}$ ) erfüllt werden kann (siehe Kapitel 2), kann die Bragg-Reflexion nur eine begrenzte Anzahl an Reflexionen durchführen.

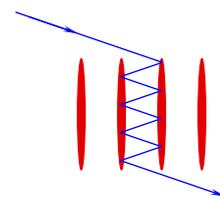


Abbildung 6.4: Nach einigen Reflexionen verlässt der Strahl das System.

Dies führt dazu, dass Energie aus dem System verloren geht und somit keine stabile Rückkopplung stattfindet. Warum es dennoch funktioniert, werden wir später klären (siehe Abschnitt 6.3).

### 6.1.3 Vier-Wellen-Mischung (Four Wave Mixing, FWM)

Ein retroreflektierter Pump-Strahl erlaubt uns, höhere Pump-Leistungen zu fahren und dabei die atomare Ordnung nicht zu zerstören. Dabei ist es uns möglich den phasenkonjugierten Strahl zu beobachten, der infolge eines sehr bekannten Phasenkonjugationsprozesses entsteht, den Namen Vier-Wellen-Mischung trägt und wie folgt funktioniert: Wenn ein doppelt-gepumptes Medium mit einem Strahl (Probe) geprobt wird, entsteht ein auslaufender phasenkonjugierter Strahl (Konjugierte), der sich in die entgegengesetzte Richtung fortpflanzt. Wenn die vier Wellen die gleiche Frequenz haben ( $\omega_{\text{Pump}} = \omega_{\text{Probe}} = \omega_{\text{Konjugierte}}$ ), spricht man von einem entarteten Vier-Wellen-Mischungsprozess (engl. Degenerated Four-Wave-Mixing, DFWM). Wenn sich die Frequenzen etwas unterscheiden ( $\omega_{\text{Probe}} = 2\omega_{\text{Pump}} - \omega_{\text{Konjugierte}}$ ), dann von einem nicht (oder wenn der Frequenzunterschied sehr klein ist: nahezu) entarteten FWM.

Die Grundidee ist in Abbildung (6.5 (a)) dargestellt [Zim12]. An dem Interferenzmuster, das durch die Interferenz von Probe- ( $E_3$ ) und Pumpwelle ( $E_2$ ) entsteht, wird der Pumpstrahl ( $E_1$ ) Bragg gebeugt und liefert den konjugierten Strahl ( $E_4$ ).

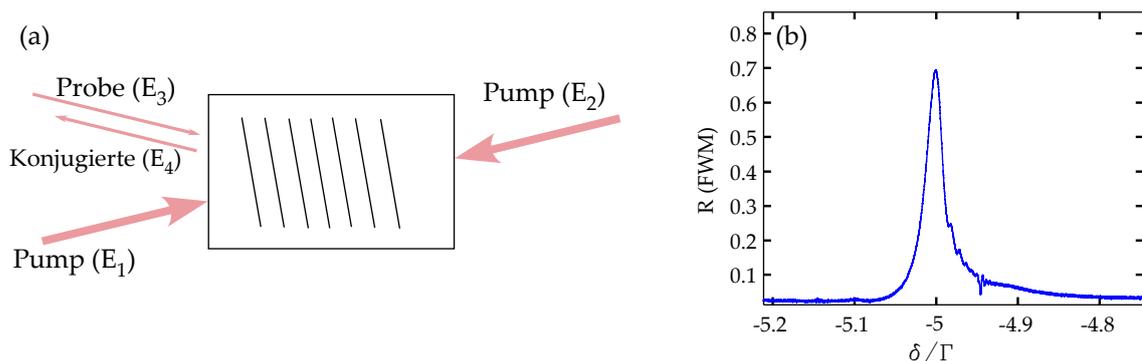


Abbildung 6.5: (a) Schematische Darstellung der Funktionsweise einer Vier-Wellen-Mischung. (b) FWM Reflexionsspektrum unter der Laserschwelle. Der gemessene Reflexionskoeffizient beträgt 68%.

Die Detektion des phasen-konjugierten Strahls, der genau in entgegengesetzter Richtung zum Probe-Strahl verläuft, wird mit Hilfe eines Glassplättchens realisiert. Dabei kann der konjugierte Strahl vom Probe-Strahl absepariert werden. Ein solches Reflexionsspektrum ist in Abbildung (6.5 (b)) dargestellt. Dabei erreichen wir mit einer kleinen Pump-Leistung ( $P = 0.305 \text{ mW}$ ) eine phasen-konjugierte Reflexion von 68%. Zum Vergleich: Die Raman-Verstärkung (nur mit einem Pump-Strahl) liefert mit den gleichen Parametern (Pump-Leistung  $0.305 \text{ mW}$ , Pump-Verstimmung  $\Delta = -5\Gamma$ , Gitterwellenlänge  $\lambda_{\text{lat}} = 780.584 \text{ nm}$ ) für die Transmission  $T = 1.34$  und für die Bragg-Reflexion nur  $R = 0.02$ . Wenn aber die Pump-Leistung einen bestimmten Schwellenwert  $P \sim 0.31 \text{ mW}$  übersteigt, beobachten wir auf unseren Photodioden eine Art Laser-Strahlung, die unsere Photodioden übersättigt. Die interessante Frage ist jetzt, was ist das für eine Laser-Strahlung?

## 6.2 Laser mit verteilter Rückkopplung, DFB

Ein Laser mit verteilter Rückkopplung (engl. Distributed Feedback Laser, DFB) unterscheidet sich von einem konventionellen Laser dadurch, dass die Rückkopplung nicht durch einen herkömmlichen Resonator (bestehend aus zwei Spiegeln) sondern durch die periodische Änderung des Verstärkungsmediums selbst erzeugt wird [Kog71, Kog72, Yar88]. Die Idee, kalte Atome als Verstärkungsmedium für die Herstellung eines konventionellen Lasers einzusetzen, ist nicht neu und wurde schon für ein ungeordnetes Medium in [Gue08, Vri11] realisiert.

### 6.2.1 Beobachtung von DFB

In der hier vorgestellten Messung präsentieren wir einen spiegelfreien Laser, bei dem sowohl die Rückkopplung (mehrfache Bragg-Reflexion) als auch die Verstärkung (Vier-Wellen-Mischung) von den Atomen übernommen wird. Die Kombination aus genügend Verstärkung und mehrfacher Bragg-Streuung soll zu einem DFB-Laser aus kalten Atomen führen.

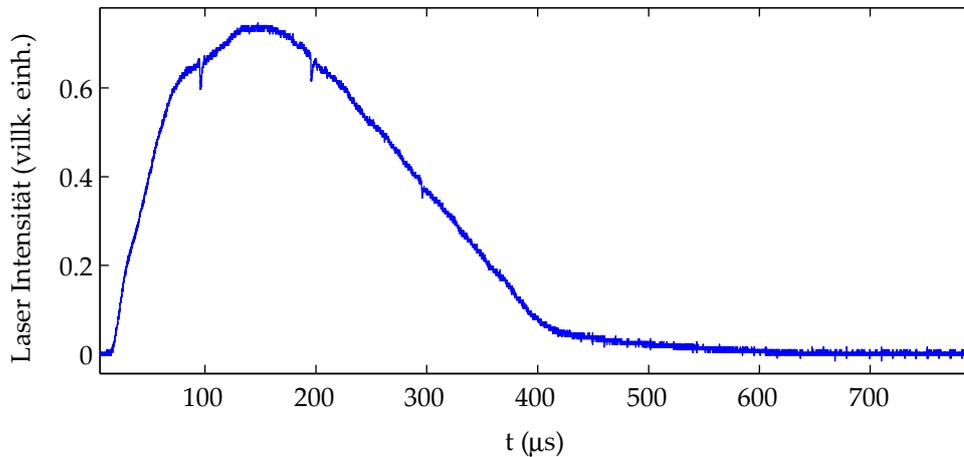


Abbildung 6.6: Dargestellt ist die emittierte Leistung als Funktion der Dauer ( $t$  in  $\mu\text{s}$ ) des Laser-Signals mit folgenden Parametern: die Pump-Leistung  $P = 0.305$  mW, die Verstimmung  $\Delta = -5\Gamma$  und die Gitterwellenlänge  $\lambda_{\text{lat}} = 780.584$  nm.

Wie oben gesagt, wenn die Leistung des retroreflektierten Pump-Strahls eine bestimmte Grenze ( $P_{\text{Schwelle}} \sim 0.31$  mW bei der Pump-Verstimmung  $\Delta = -5\Gamma$ ) übersteigt, beobachten wir auf unseren Photodioden ( $R$ ,  $T$  und  $FWM$ ) ein sehr starkes Signal (Abb. 6.6). Dabei konnten wir feststellen, dass das Laser-Signal eine nichtvernachlässigbare Abhängigkeit von den Pump-Parametern aufweist. Wenn die Pump-Leistung höher oder die Pump-Verstimmung (zur Resonanz) kleiner wird, wird die Abstrahldauer kürzer, was nochmals den destruktiven Effekt eines starken Pump-Strahls verdeutlicht (Strahlungsdruck und

Heizung). Die Strahlung wird als ein optisch parametrischer Oszillator mit verteilter Rückkopplung mit dem Vier-Wellen-Mischungsprozess als Verstärkung aufgefasst. Diese Aussage wird durch mehrere experimentelle Beobachtungen bestätigt, die wir weiter unten erläutern.

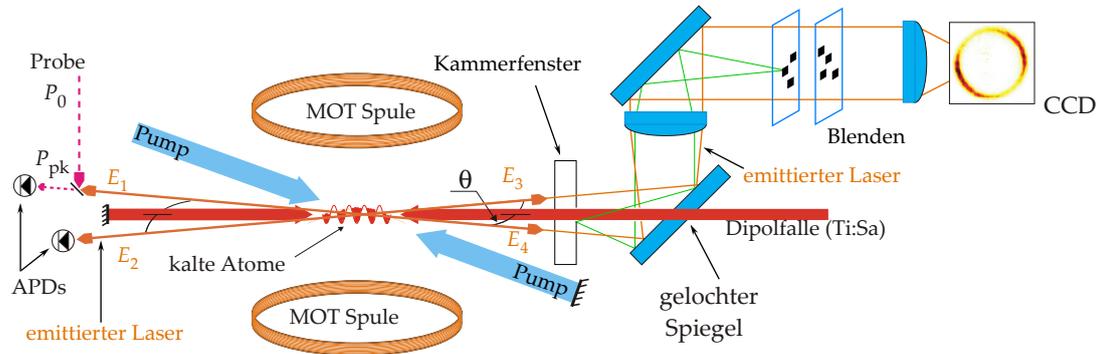


Abbildung 6.7: Schematischer Aufbau für die Messung des DFB-Lasers. Die kalten Atome sind in einem periodischen Gitter gefangen. Der Einfallswinkel des Pump-Strahls relativ zu dem optischen Gitter beträgt  $\sim 8^\circ$ . Über einer bestimmten Schwelle strahlt das System ein Lichtsignal in einen Winkel  $\theta$  um das Gitter in jede gegebene Ebene aus, die die Gitterstruktur einschließt. Die vier Wellen  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  und  $E_4$  sind gekoppelt. Mit einer CCD-Kamera werden die Querschnittsbilder der Laser-Strahlung sichtbar gemacht. Der Probe-Strahl wird nur für die Bestimmung der Leistung der phasen-konjugierten Reflexion verwendet (Abb. 6.5 (b)). Mit den grünen Linien ist ein Beispiel einer störenden Reflexion am Vakuumfenster gezeigt. Um diese Störungen zu vermeiden, wurden Blenden für das Abblocken des störenden Lichtes verwendet.

Die Strahlung<sup>4</sup> ist erstens nur mit einem retroreflektierten Pump-Strahl beobachtbar, was ein Indiz dafür ist, dass die Vier-Wellen-Mischung die Verstärkung repräsentiert. Mit einem Pump-Strahl haben wir starke Raman-Verstärkung (Abb. (6.2)) beobachtet, aber keine Laser-Strahlung.

Zweitens ist die Polarisation der emittierten Strahlung linear und orthogonal zur Polarisation des Pump-Strahls. Dies stellt ein weiteres Indiz für die FWM dar, da es aus [Lez00] bekannt ist, dass die FWM-Effizienz für orthogonale Polarisationen der Strahlen am höchsten ist.

Drittens haben wir die Frequenz der Strahlung mit Hilfe einer Schwebungsmessung ermittelt (siehe Abschnitt 6.2.3). Die Frequenz des Laser-Lichts, ist nur einige Kilohertz von der Pump-Frequenz entfernt, was mit den Eigenschaften der nahezu entarteten Vier-Wellen-Mischung [Val90] übereinstimmt. Dagegen weist das Raman-Signal mit gleichen experimentellen Parametern (Pumpleistung und Verstimmung) einen Frequenzunterschied von  $\sim 200$  kHz auf.

<sup>4</sup>Die Strahlung ist sehr empfindlich zur Justage der Pump-Strahlen.

### 6.2.2 Das Profil des Lasers

Bevor wir die Rolle der Bragg-Reflexion für positive Rückkopplung besprechen, wollen wir die Detektion der transversalen Mode des Lasers näher erläutern. Um das Signal sichtbar zu machen, verwenden wir eine CCD-Kamera (XT-50, Sony). Der Strahl muss vom Ti:Sa-Strahl getrennt werden. Dafür haben wir einen gelochten 2-Zoll Spiegel benutzt, der den Durchgang des Dipolfallen-Strahls erlaubt. Danach wird der konjugierte Strahl durch eine Linse kollimiert und nach  $\sim 50$  cm mit einer kurzbrennweitigen Linse ( $f = 30$  mm) auf die CCD-Kamera fokussiert (Abb. 6.7). Das erlaubt uns, den ganzen emittierten Strahl (Querschnitt) auf der Kamera abzubilden.

Da der Dipolfallenstrahl eine sehr hohe Leistung besitzt, produziert er an jedem optischen Element viele störende Reflexionen (speckles). Um die Qualität der Querschnittsbilder zu erhöhen, wurde ein System aus mehreren aufeinanderfolgenden Blenden aufgestellt. Dabei wurde folgender Effekt ausgenutzt: Jede störende Reflexion besitzt beim Durchgang durch die Linse einen eigenen Fokus. Mit Hilfe der schwarzgefärbten Masken, die auf den dünnen Glasplättchen aufgebracht sind, werden die Speckle nach und nach abgeblockt. Das eigentliche Signal bleibt dabei unberührt und wir erhalten einwandfreie Querschnittsbilder eines DFB-Lasers aus kalten Atomen (Abb. 6.8 (a)).

Den Beweis, dass die Bragg-Reflexion die Rückkopplung im Laser-Prozess übernimmt, bringt die Form des ausgestrahlten Lichts. Die Emission wird in einem Winkel  $\theta$  um das optische Gitter ausgestrahlt und formt wegen der axialen Symmetrie zwei konus-förmige Strahlen auf beiden Seiten des Gitters. In Abbildung (6.8 (b)) ist die Abhängigkeit des Abstrahlwinkels von der Gitterwellenlänge und damit von der Bragg-Bedingung dargestellt. Die roten Punkte sind die gemessenen Werte des Winkels. Die gestrichelte schwarze Linie gibt die Bragg-Bedingung für den durchschnittlichen Brechungsindex  $\bar{n} = 1$  an. Ein Fit (schwarze durchgezogene Linie) mit  $\bar{n}$  als freiem Parameter, der in vollem Einklang mit der Bragg-Bedingung steht, ergibt:

$$\bar{n} - 1 = (2.2 \pm 0.5) \times 10^{-4}, \quad (6.1)$$

was der erwarteten Größenordnung bei der gegebenen atomaren Dichte entspricht. Betrachten wir die Querschnittsbilder aus Abbildung (6.8 (a)). Wie wir sehen, ist die abgestrahlte Leistung nicht gleichmäßig über das gesamte Strahlprofil verteilt. Das Intensitätsprofil  $I(\varphi)$ , wobei  $\varphi$  den ebenen Winkel bezeichnet, zeigt eine starke Schuss-zu-Schuss Fluktuation. Trotz der Tatsache, dass die Position der Intensitätsmaxima auf dem Ring nicht konstant bleibt, weisen die Bilder immer eine Symmetrie auf, sodass  $I(\varphi) \approx I(\varphi + \pi)$  gilt. Um dieses Verhalten besser in Zahlen auszudrücken, führen wir eine Winkel-Korrelationsfunktion  $\mathcal{C}(\Delta\varphi)$  ein:

$$\mathcal{C}(\Delta\varphi) = \langle I(\varphi)I(\varphi + \Delta\varphi) \rangle / \langle I(\varphi)^2 \rangle. \quad (6.2)$$

Die Winkel-Korrelationsfunktion weist bei dem Winkel ( $\varphi = \pi$ ) eine starke Übereinstimmung mit dem Koeffizienten  $\mathcal{C}(\pi) \approx 0.96$  auf (Abb. 6.8 (c)). Die überdurchschnittliche Korrelation wird als Folge der Kopplung (Bragg-Reflexion und Phasen-Konjugation) aufgefasst. Die Kopplung ist für jede beliebige Ebene für die vier Abstrahlrichtungen gegeben. Die starke Schuss-zu-Schuss Fluktuation wird durch die zufällige Ausrichtung des anfänglichen initiierenden spontanen Abstrahlprozesses und durch die abwesende Kopplung zwischen verschiedenen Abstrahlebenen verstanden. Wir sehen aber in Abbildung (6.8 (a)), dass jedes einzelne Profil, das eine Durchschnittsaufnahme von 100 Bildern zeigt, nicht gleichmäßig auf dem Ring verteilt ist. Die Erklärung für einen solchen Symmetrieverbruch kann durch den Einfallswinkel des Pump-Strahls oder durch den Restastigmatismus des Gitterlasers (Ti:Sa-Strahlprofil) gegeben werden.

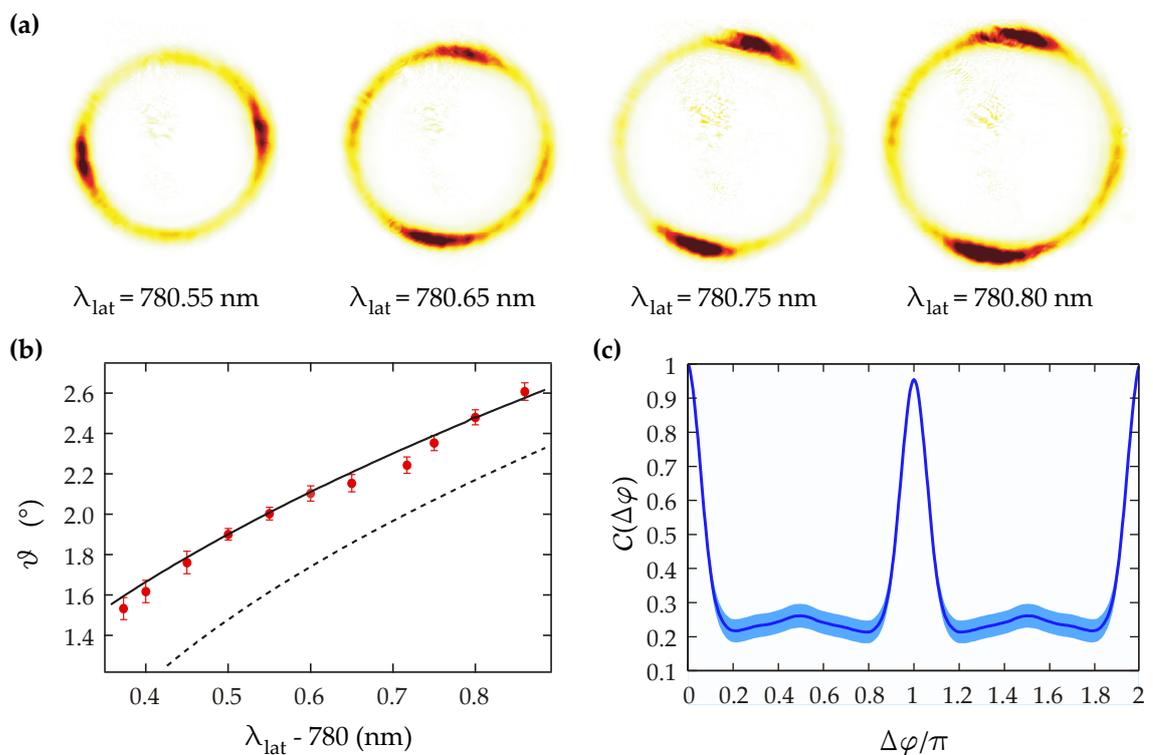


Abbildung 6.8: (a) Laserstrahlprofil für verschiedene Gitterwellenlängen  $\Delta\lambda_{\text{lat}}$ . Jedes einzelne Profil ist das Ergebnis einer Durchschnittsaufnahme von 100 Bildern (die Aufnahmezeit pro Bild beträgt  $200 \mu\text{s}$ ). In (b) sind gemessene Abstrahlwinkel (rote Punkte) als Funktion der verschiedenen Gitterwellenlängen dargestellt. Die Fehlerbalken kommen durch die Unsicherheiten bei der Bestimmung der Radien und der Winkelkalibration zustande. Während die schwarz gestrichelte Linie die Bragg-Bedingung mit dem Brechungsindex  $n = 1$  repräsentiert, gibt die durchgezogene schwarze Linie die Fit-Funktion der Bragg-Bedingung mit dem Brechungsindex als freiem Parameter an. (c) Die Winkelkorrelationsfunktion  $\mathcal{C}(\Delta\varphi)$  wurde aus hunderten von Bildern mit der Gitterwellenlänge  $\Delta\lambda_{\text{lat}} = 780.75$  nm errechnet. Die durchgezogene Linie repräsentiert den Durchschnitt aus allen Bildern, der blaue Bereich gibt die statistische Unsicherheit an.

### 6.2.3 Die Frequenz des Lasers

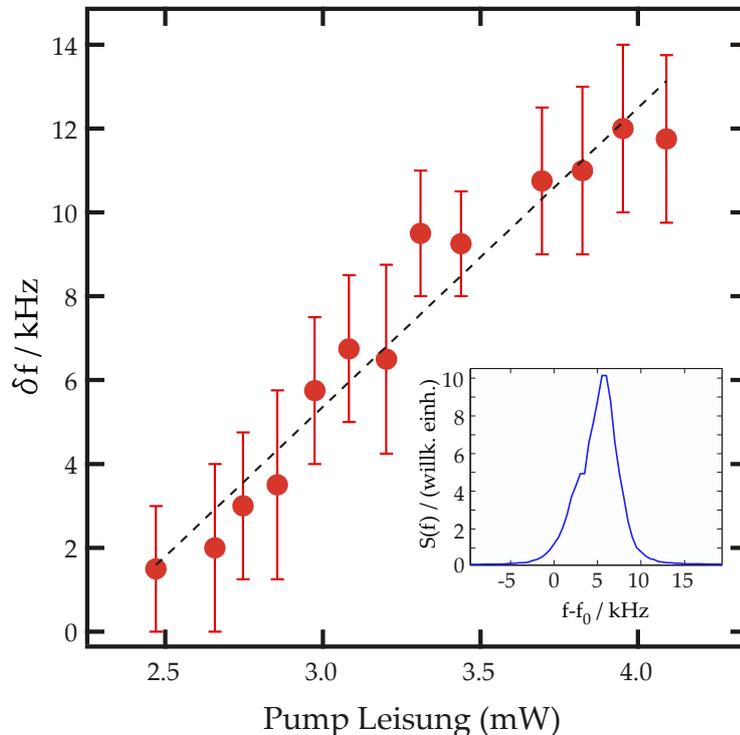


Abbildung 6.9: Das Schwebungssignal zur Bestimmung der Laserfrequenz. Die roten Punkte zeigen die Differenzfrequenz zwischen dem Pump-Laser und der emittierten Strahlung als Funktion der Pump-Leistung. Wir erhalten eine lineare Frequenzabweichung (schwarze gestrichelte Linie). Die Fehlerbalken kommen durch die Betrachtung der Peakbreite (FWHM) des Schwebungssignals zustande. Im Teilbild ist das gemessene Schwebungssignal dargestellt.

Um die Frequenz der emittierten Strahlung zu bestimmen, haben wir eine Schwebungsmessung durchgeführt. Die beiden Laser werden mit Hilfe zwei verschiedener AOMs kontrolliert. Da die VCOs (engl. voltage-controlled oscillator) der beiden AOM-Treiber nicht genau genug für die Messung des kleinen Frequenzunterschieds sind, haben wir zwei Frequenzgeneratoren (SMR20, Rhode & Schwarz) verwendet. Das Schwebungssignal erhalten wir, indem wir das emittierte Licht und den Probe-Strahl auf einer unserer Photodioden überlagern. Mit Hilfe eines digitalen Oszilloskops bilden wir ein durchschnittliches Fourier-transformiertes Signal (Abb. 6.9 Teilbild), dessen genaue Position den relativen Frequenzabstand ( $\delta f$ ) zwischen dem Pump- und dem emittierten Laser angibt. Die Genauigkeit der Messung ist durch die Abstrahldauer des emittierten Signals begrenzt.

Trotz der Vorhersage, dass das optimale Regime für den Vier-Wellen-Mischungsprozess dann auftritt, wenn alle vier Wellen entartet sind (d.h. sie haben alle die gleiche Frequenz), beobachten wir eine endliche Frequenzdifferenz. Die Ursache dafür liefert der Brechungsindex, der für die Rückkopplung verantwortlich ist und nicht notwendigerweise den ma-

ximalen Wert bei der Pump-Frequenz aufweist. Daher setzt sich die resultierende Laser-Frequenz aus den optimalen Werten der Rückkopplung und Verstärkung zusammen. In Abbildung (6.9) ist die gemessene Frequenzdifferenz ( $\delta f$ ) zwischen dem emittierten Signal und der Pump-Frequenz dargestellt. Wir beobachten eine lineare Verschiebung der relativen Frequenzdifferenz mit steigender Pump-Leistung. Erwartungsgemäß erhalten wir eine Verbreiterung in allen spektralen Strukturen mit steigender Pump-Leistung. Somit haben wir festgestellt, dass für die Rückkopplung nicht der entartete, sondern der nahezu entartete Vier-Wellen-Mischungsprozess verantwortlich ist.

### 6.2.4 Die Intensität des Lasers

Zum Schluss wird noch die abgestrahlte Intensität in Abhängigkeit von den Pump-Parametern (Verstimmung  $\Delta$  und Leistung) untersucht.

Die Recherchen ergeben eine sehr schwache Abhängigkeit der emittierten Strahlung von der genauen Verstimmung des Pump-Strahls, vorausgesetzt ist eine negative und große Verstimmung  $\Delta$  von der Resonanz. In dem Verstimmungsbereich zwischen  $\Delta = -4\Gamma$  und  $\Delta = -10\Gamma$  wurden sehr geringe Änderungen im Intensitätsbetrag festgestellt. Mit positiver und nahresonanter Verstimmung des Probe-Strahls ermitteln wir eine starke Unterdrückung der gemessenen Laser-Intensität, infolge der pump-induzierten Heizung, die das atomare Gitter zerstört.

Im Gegensatz zur Abhängigkeit von der Verstimmung ist die Abhängigkeit von der Pump-Leistung sehr stark. In Abbildung (6.10) ist die FWM-Reflexion (volle blaue Kreise mit Gitter und blaue Kreise ohne Gitter) unter der Schwelle und die Laser-Leistung (rote Quadrate) über der Schwelle gezeigt. Wichtig ist hierbei, dass die FWM-Reflexion mit dem Gitter nur unter der Schwelle gemessen werden kann.

Um die FWM-Reflexion mit und ohne Gitter zu vergleichen, wird die Pump-Verstimmung um  $2\Gamma$  erhöht. Damit wird die Gitter-induzierte Lichtverschiebung berücksichtigt. Wir beobachten zwei Merkmale. Das erste ist die Schwelle. Dabei sehen wir (Abb. 6.10 Teilbild), dass die FWM-Reflexion mit Gitter schneller steigt als ohne Gitter, was auf den positiven Kopplungseffekt des Gitters hinweist. Das zweite Merkmal besteht darin, dass wir die nötige FWM-Reflexion (ohne Gitter bzw. ohne Rückkopplung) zur Anregung einer Schwelle in Gegenwart von Rückkopplung festlegen. An der Schwelle erhalten wir  $R_{\text{FWM}} \sim 0.5$ .

Über der Schwelle erhöht sich die emittierte Laser-Leistung mit Erhöhung der Pump-Leistung bis zum optimalen Wert von  $P_{\text{pump}} \approx 5 \text{ mW}$ . Die ermittelte Laser-Leistung auf beiden Seiten des Gitters beträgt  $\sim 3 \mu\text{W}$ . Der Abfall der Reflexion nach Erreichen des optimalen Wertes der Pump-Leistung ist ein bekanntes und daher erwartetes Verhalten der FWM [Abr78]. Außerdem erwarten wir in unserem System den Abfall der Reflexion wegen schädlicher mechanischer Effekte, die dazu führen, dass das Gitter durch das Aufheizen oder restliche Strahlungsdrücke zerstört wird. Wir beobachten in der Tat eine längere Laser-Abstrahldauer für kleinere Pump-Leistungen (Abb. 6.6)<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>Die längste Laser-Abstrahldauer beträgt 0.5 ms.

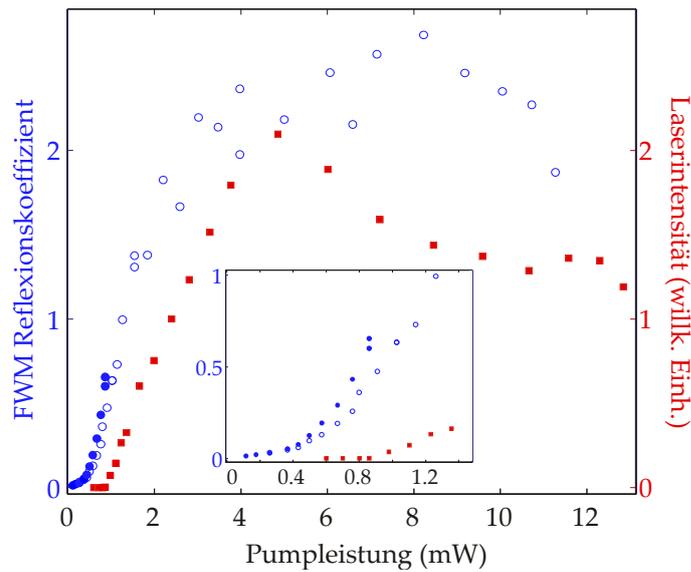


Abbildung 6.10: Abgestrahlte Laser-Leistung und maximale FWM (Vier-Wellen-Mischung) Reflexion als Funktion der Pump-Leistung. Volle blaue Kreise stellen die FWM-Reflexion unter der Schwelle dar. Die Verstimmung des Pump-Lasers beträgt  $\Delta = -5\Gamma$ . Blaue Kreise zeigen die FWM-Reflexion ohne Gitter. Die Verstimmung des Pump-Lasers wurde auf  $\Delta = -7\Gamma$  erhöht, um die Lichtverschiebung durch das Gitter zu kompensieren. Rote Quadrate repräsentieren die Laser-Leistung. Im Teilbild ist die Vergrößerung für kleine Pumpleistungen zu sehen.

Abschließend sehen wir aus Abbildung (6.10), dass der erforderliche Schwellenwert des DFB-Lasers bei  $\sim 50\%$  der FWM-Reflexion (gemessen an den ungeordneten Atomen, d.h. ohne Gitter) liegt. Die Bragg-Reflexion, die wir aus den früheren Ergebnissen bestimmt haben, beträgt  $R \sim 80\%$ . Die Einzigartigkeit dieser Messung besteht darin, dass die Kombination aus der phasen-konjugierten Reflexion (FWM) und der Bragg-Reflexion dazu führt, dass wir im Gegensatz zu einem herkömmlichen Laser<sup>5</sup> nicht mehr die Rückkopplung und die Verstärkung unabhängig voneinander betrachten können, sondern als ein System, in dem die beiden Bestandteile sich gegenseitig beeinflussen.

### 6.3 Diskussion und Weiterführung

Die Frage, die wir uns im Abschnitt (6.2.1) gestellt haben und die von der wichtigen Rolle des so genannten "walk-off"-Verhaltens handelt, wird wie folgt beantwortet. Betrachten wir alle möglichen Ebenen, die das Gitter mit vier verschiedenen Wellen mit den Propagationswinkeln  $\theta$  relativ zur Gitterachse beinhalten (Abb. 6.7). Bei einem einfachen Verstärkungsprozess (nur mit einem Pump-Strahl, Raman) wird die Welle ( $E_4$ ) mit der Welle ( $E_2$ )

<sup>5</sup>In einem konventionellen Laser werden das verstärkende Medium und der Resonator unabhängig voneinander charakterisiert.

durch die Bragg-Reflexion gekoppelt, ist aber infolge des “walk-off“-Verhaltens nicht stabil (das erklärt auch warum wir keine Laserstrahlung beim Raman-Prozess beobachten). Das Problem wird durch die Verwendung der Phasen-Konjugations-Methode gelöst, die zum Beispiel durch den entarteten oder nahezu entarteten Vier-Wellen-Mischungsprozess dargestellt wird [Abr78, Lei86, Pin86, Gue08]. Dabei produziert jede Welle eine phasen-

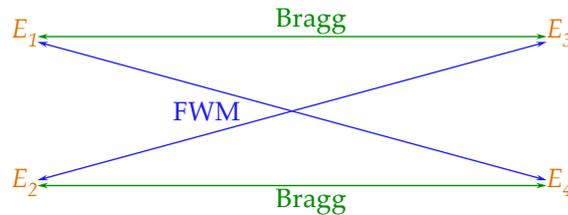


Abbildung 6.11: Bragg-Reflexion und Vier-Wellen-Mischung (FWM) ermöglichen im Zusammenspiel eine stabile Oszillation [Rak12].

konjugierte, in die entgegengesetzte Richtung laufende Welle. Dieses Verhalten führt in Kombination mit der Bragg-Reflexion zu einer “walk-off“ freien und somit stabilen Kopplung der vier Wellen, welche die Entstehung von Strahlung begünstigen (Abb. 6.11).

Zusammenfassend können wir sagen, dass es uns gelungen ist, den weltweit ersten spiegelfreien Laser nur aus kalten Atomen herzustellen (Abb. 6.12 aus [Sch12a]). Die Entwicklung eines solchen rein atomaren Lasers bringt einige mögliche Vorteile mit sich. So kann man zum Beispiel durch die Kombination der höheren Ordnung der Bragg-Reflexion ( $\lambda_{\text{dip}} = 2\lambda_0/\bar{n}$ ), die zu einer nah-axialen Rückkopplung führt, mit einer Frequenzmultiplikation [Sib02, Aku09, Ver10] einen spiegelfreien Laser bei kleineren Wellenlängen (z. B. ultraviolett) herstellen. Die nächste Möglichkeit ist die Erzeugung so genannter “twin-beams“, die ein relatives Intensitätsrauschen unter dem Quantenlimit aufweisen. Wie wir gezeigt haben, weist die Laser-Strahlung, die den Vier-Wellen-Mischungsprozess (FWM) als Verstärkungsmechanismus benutzt, eine starke Winkelkorrelation auf. Wie in [Val90] gezeigt ist, wird die FWM neben der Auslösung der Quantenkorrelation auch zur Herstellung der “twin-beams“ genutzt. Sehr interessante und aufregende Ergebnisse sind bei der Verwendung höherer Dimensionen (3-D) in Kombination mit vor kurzem gemachten Vorhersagen für die Beobachtung der photonischen Bandlücken [Ant09] in drei Dimensionen zu erwarten.

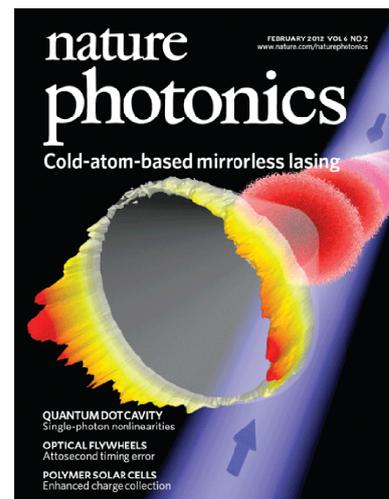


Abbildung 6.12: Ein DFB-Laser aus kalten Atomen. Das optische Gitter wird mit zwei kontrapropagierenden Pump-Strahlen beleuchtet. Es entsteht eine Konus-förmige Emission (extrapoliert aus echten Daten).



# 7 Zusammenfassung und Ausblick

## 7.1 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein komplett neues Experiment entwickelt und aufgebaut. Dabei erlaubt es uns der neue Aufbau, freie *Rb*-Atome in einer sehr kurzen Zyklusdauer zu kühlen, in ein eindimensionales optisches Gitter zu laden und das damit entstandene System aus periodischen atomaren Schichten zu untersuchen. Die Vor- und Nachteile des neuen Aufbaus wurden aufgedeckt und beschrieben. Im Zuge dieser Dissertation wurden an der Anlage mehrere Experimente realisiert, die in drei große Ergebnisse gegliedert sind. Dabei wurden neue und sehr interessante Effekte entdeckt und charakterisiert.

Im ersten Teil der experimentellen Durchführung haben wir eine effektive Bragg-Beugung an einem optischen Gitter realisiert und erreichten infolge des Mehrfachstreuungsprozesses und dank der Feinabstimmung der Gitterperiodizität erstmals eine sehr hohe Reflexion von über 80%. Um die experimentell bestimmten Ergebnisse zu simulieren, verwendeten wir die Transfer-Matrix Methode. Dabei wurden die Auswirkungen von Effekten wie der endlichen longitudinalen Länge des Gitters und der Dichtevariation entlang der Gitterachse auf das Aussehen und die Qualität der photonischen Bandlücke untersucht. Sogar wenn die dabei entstandene Verringerung der Zustandsdichte (engl. density of state, DOS) nicht sehr stark ist, konnte gezeigt werden, dass diese Unvollkommenheiten die photonische Bandlücke nicht zerstören.

Einer der limitierenden Faktoren, der das Erreichen der höheren Reflexion verhindert, ist die Absorption, die durch den Imaginärteil der atomaren Polarisierbarkeit definiert wird. Um die Qualität der Bandlücke zu verbessern, haben wir die Eigenschaften des eindimensionalen optischen Gitters unter EIT (elektromagnetisch induzierter Transparenz) untersucht. In so einem System, das von [Pet07] vorhergesagt wurde, erscheint neben der vorhandenen Bandlücke eine zusätzliche Bandlücke im Transparenzfenster. Im zweiten Teil des Experimentes wurde die Bragg-Reflexion charakterisiert, die durch die neue Bandlücke hervorgerufen wird. Dabei haben wir folgende positiven bzw. negativen Eigenschaften festgestellt. Zum einen verhindert die verwendete  $\Lambda$ -Konfiguration die Nutzung eines geschlossenen Übergangs mit einer optimalen Stärke, was zu einer Reduzierung der beobachteten Reflexion führt. Zum anderen zeigt sich der Betrag der Streuverluste, der die Qualität der Bandlücken limitiert, als gleich für beide Bandlücken (herkömmliche und mit EIT). Dadurch ist die EIT-Bandlücke qualitativ nicht besser sondern sogar etwas schlechter als die herkömmliche Bandlücke. Außerdem ist die Verstimmbbarkeit der EIT-Bandlücke

durch die komplizierte Wechselwirkung zwischen den Kopplungsstrahl-Parametern und der Bragg-Bedingung limitiert.

Nichtsdestotrotz haben wir auch einige positive Eigenschaften solch eines Systems, wie die dynamische Verstimmbarkeit oder der sehr steile Übergang zwischen den Reflexions- und Transmissionsbändern aufgedeckt. Darüber hinaus haben wir einen rein optischen Schalter als eine mögliche Anwendung vorgestellt.

Das dritte Ergebnis beschäftigt sich mit einem Laser, der nur aus kalten Atomen hergestellt ist. In einem spiefreien Laser muss sowohl die Rückkopplung als auch die Verstärkung von den Atomen übernommen werden. Die Verstärkung wird mit Hilfe eines zusätzlichen Lasers den Atomen zugeführt und durch einen Vier-Wellen-Mischungsprozess erklärt. Die Rückkopplung nimmt die mehrfache Bragg-Reflexion auf sich. Dabei haben wir zwei verschiedene Konfigurationen untersucht. Mit einem Pump-Strahl (Raman-Verstärkung) haben wir hohe Transmissions- (4.3) und Reflexionswerte (1.6) beobachtet, aber leider keine Laseremission. Dafür ist das so genannte "walk-off"-Verhalten verantwortlich. Da unser Gitter rot-verstimmt von der atomaren Resonanz ist und die Verstärkung auf der Resonanz auftritt, führt der endliche Bragg-Winkel zu instabilem Verhalten. Mit einem retroreflektierten Pump-Strahl haben wir das Problem gelöst und konnten einen rein atomaren Laser beobachten. Die Untersuchungen des neuen Lasers ergeben eine Frequenzdifferenz zum Pump-Strahl, was den nahezu entarteten Vier-Wellen-Mischungsprozess als Verstärkung festlegt. Mit Hilfe eines Systems aus mehreren Glasplättchen konnten wir die transversale Mode der Laser-Strahlung visualisieren. Wir stellen eine starke Winkelkorrelation fest. Außerdem ergeben die Untersuchungen der Abhängigkeit von der Gitterwellenlänge, dass die Bragg-Bedingung für die Rückkopplung verantwortlich ist. Somit haben wir den weltweit ersten Laser nur aus kalten Atomen hergestellt, in dem sowohl die Verstärkung (nahezu entartete Vier-Wellen-Mischung) als auch die Rückkopplung (mehrfache Bragg-Reflexion) von den Atomen selbst übernommen wurde. Dabei zeigt unser Laser ein konisches Emissionsprofil, das ihn wesentlich von den herkömmlichen DFB-Lasern unterscheidet. Das Profil stammt aus der Bragg-Bedingung in Kombination mit der Vier-Wellen-Mischung.

Die Untersuchungen haben gezeigt, dass wir eine klassische Anordnung (Bragg-Spiegel, DFB-Laser) mit einem neuen System (kalte Atome) herstellen können, und dabei neue und interessante Ergebnisse erzielen. Ein Laser mit konischer Abstrahlcharakteristik wurde noch nie hergestellt. Möglicherweise finden solche Laser eine Anwendung in der modernen Physik z.B. in der Photonik.

## 7.2 Ausblick

Die weiterführenden Experimente sind für jede einzelne Messung unterschiedlich und werden im Folgenden auch so behandelt. Sie besitzen aber auch einige prägnante Gemeinsamkeiten. Erstens, alle drei Experimente können durch die Verbesserung des optischen Gitters (größere Anfangs-MOT  $\rightarrow$  höhere atomare Dichte  $\rightarrow$  längeres Gitter) aufgewertet werden. Zweitens, der experimentelle Aufbau kann auf mehrdimensionale optische Gitter

weiterentwickelt werden.

Die Verbesserungen der Qualität der Bandlücke aus dem ersten Experiment sind in die zweite Messung eingeflossen. Dort haben wir versucht, die Streuverluste durch die Modifikation der atomaren Polarisierbarkeit zu minimieren. Ein Ausbau auf weiterentwickelte Gitter-Geometrien, wie zum Beispiel bichromatische Gitter [Ris09] oder dreidimensionale Gitter [Ant09], wurden vor kurzem diskutiert. Der Vorschlag von Antezza erscheint als sehr verlockend, da eine dreidimensionale photonische Bandlücke grundlegend die Atom-Licht Wechselwirkung beeinflusst und zu neuen interessanten Effekten, wie dem Unterdrücken von spontanem Zerfall, führt [Yab87, Lod04].

Die Ergebnisse der zweiten Messung (photonische Bandlücke mit EIT) beziehen sich nur auf die stationären photonischen Eigenschaften eines geordneten Mediums. Neben der Untersuchung eines nichtlinearen Regimes, das mit Hilfe eines stärkeren Probe-Strahls erreicht werden kann, birgt die Untersuchung der dynamischen Lichtfortpflanzung eine attraktive Fortsetzungsmöglichkeit. Bekanntlich führt sowohl EIT als auch die photonische Bandkante zu *langsamem Licht* [Hau99, Dow94, Sca96]. Unser Experiment beinhaltet beide Komponenten. Da eine kurze Pulsdauer notwendigerweise eine Frequenzverbreiterung nach sich zieht, während auf der anderen Seite unser System einen schmalen Transmission-Reflexion-Übergang aufweist, ist eine große Puls-Verzerrung zu erwarten. Dabei kann eine akkurate Abstimmung der experimentellen Parameter zu einer komplexen und vielversprechenden Puls-Verformung-Funktion führen [Bar08, Car08, Bar10]. Unterdessen erscheinen alle unsere Untersuchungen einer eindimensionalen photonischen Bandlücke als ein notwendiger Schritt, bevor wir mit der Erforschung des dreidimensionalen Falles beginnen.

Die weiterführenden Experimente für den DFB-Laser aus kalten Atomen wurden schon am Ende von Kapitel 6 besprochen. Bekanntlich sind konventionelle Spiegel für den Bau eines ultravioletten Lasers unbrauchbar. Da in unserem System die Atome sowohl die Rückkopplung als auch die Verstärkung übernehmen, bietet es die aufregende Entwicklungsmöglichkeit eines Lasers im ultravioletten Frequenzbereich. Die Umsetzung der hier besprochenen Vorschläge ist nicht nur mit einem großen technischen Aufwand verbunden. Es werden weitere Untersuchungen benötigt, um sowohl experimentell als auch theoretisch die Eigenschaften eines DFB-Lasers aus kalten Atomen genau zu klären.



## A Termschema von Rubidium und verwendete Laserfrequenzen

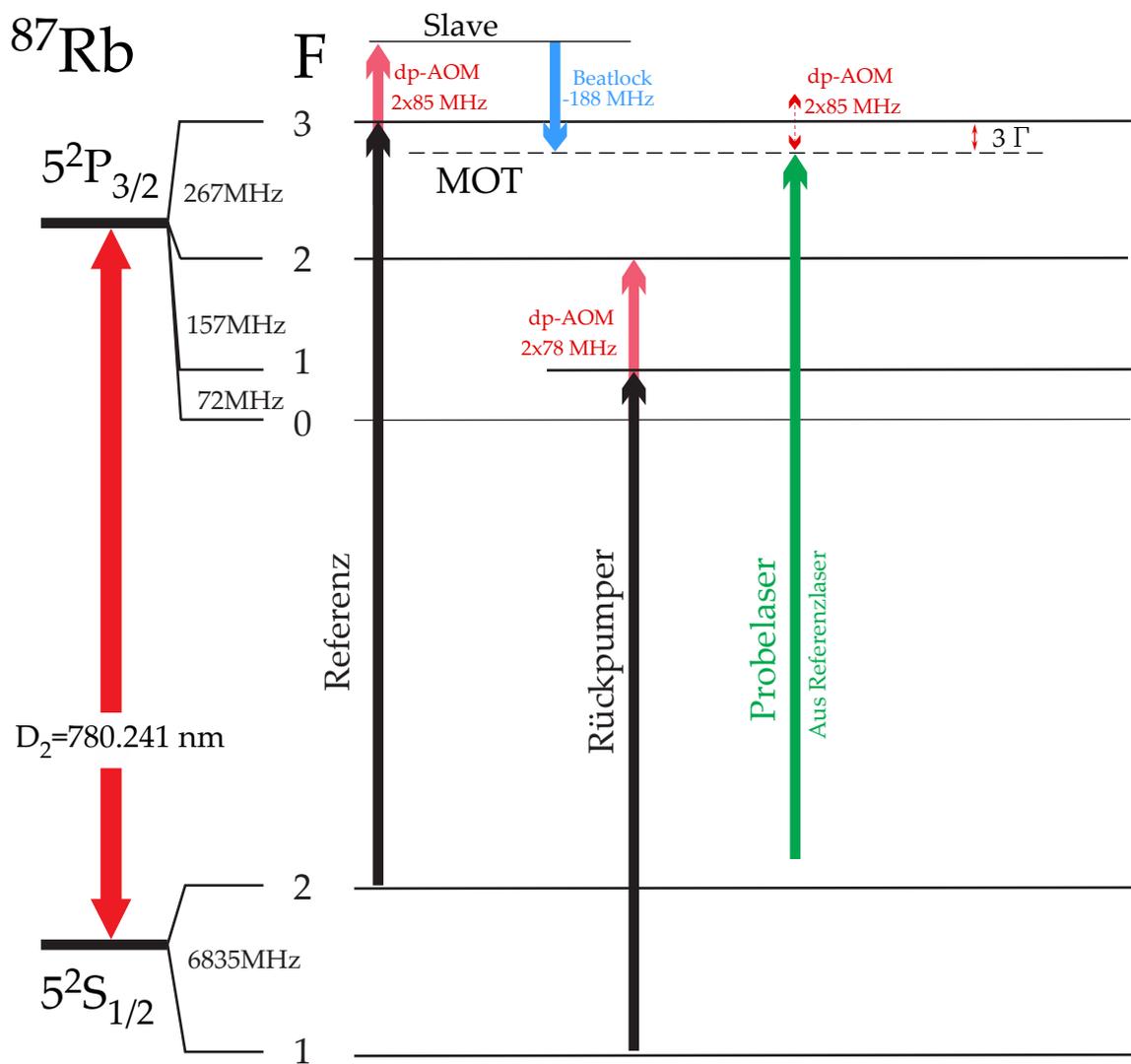


Abbildung A.1: Hier sind verwendete Laserfrequenzen für das zwei-Niveau-Atom Experiment dargestellt.  $\Gamma/2\pi = 6.07 \text{ MHz}$ .

A Termschema von Rubidium und verwendete Laserfrequenzen

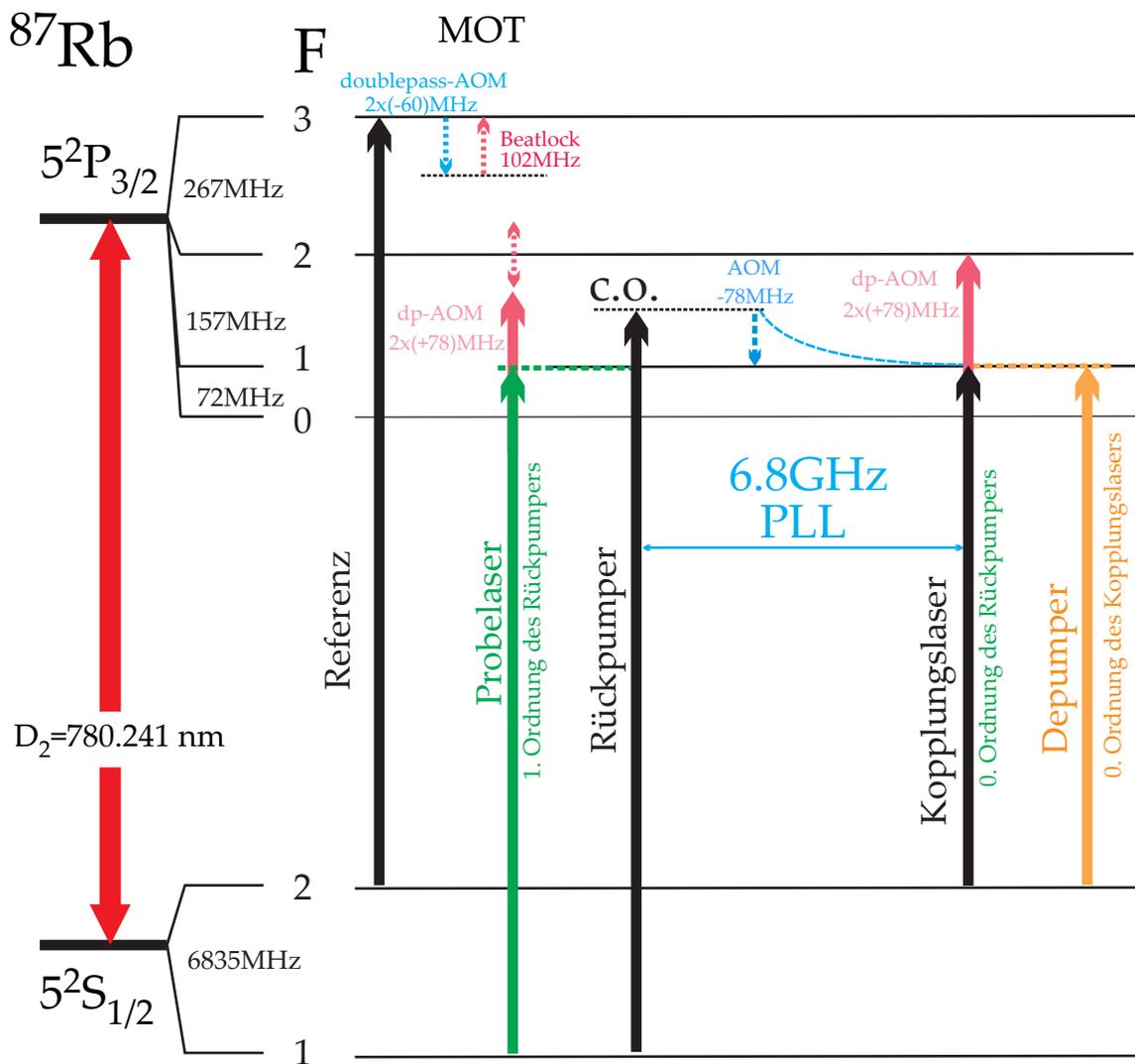


Abbildung A.2: Die relevanten Übergänge für das EIT-Experiment.

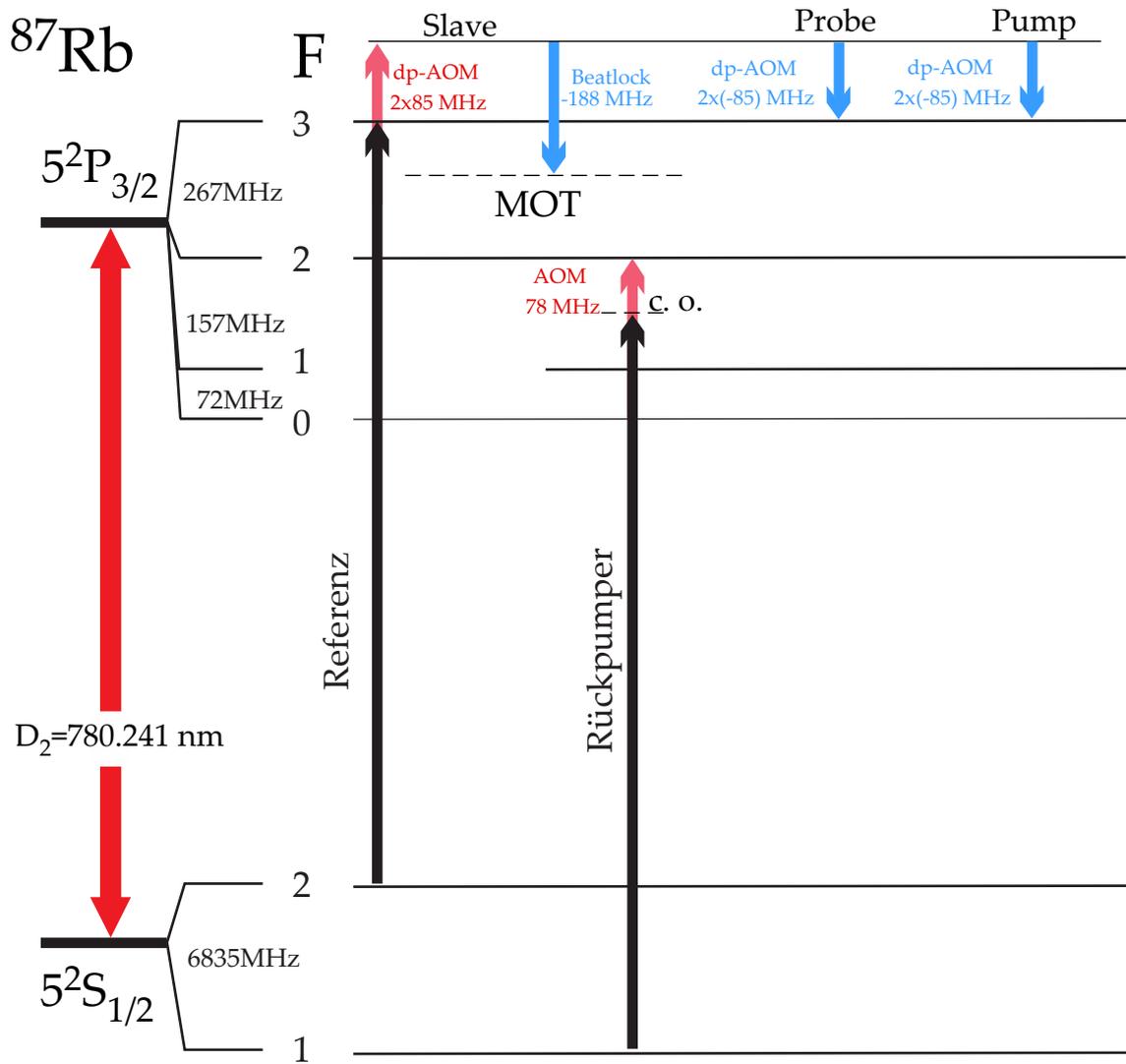


Abbildung A.3: Die Laserfrequenzen, die für das DFB-Experiment verwendet wurden.



## B Schematischer Aufbau des OPLL

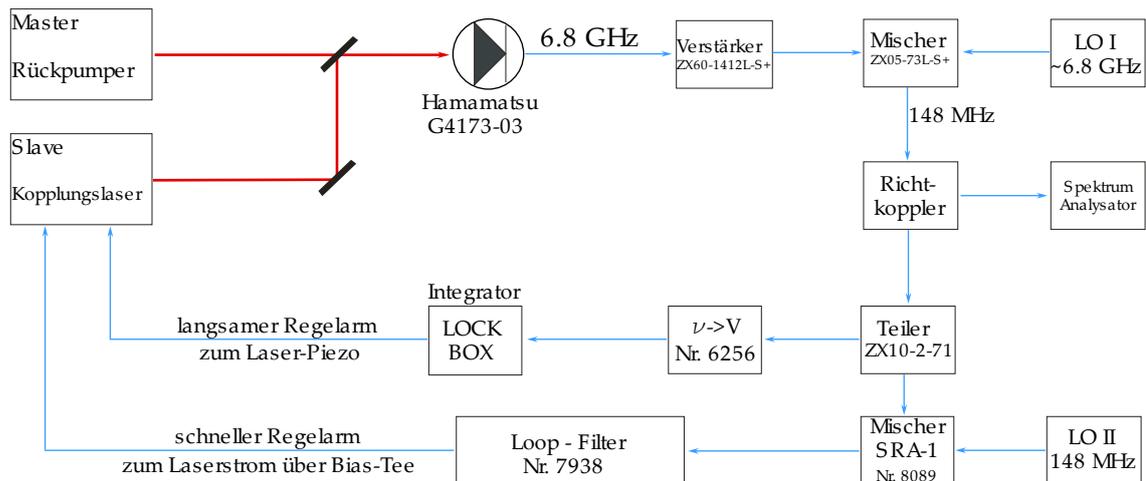


Abbildung B.1: Schematischer Aufbau eines Optischen Phasenlocks. Das Schwebungssignal zwischen Master (Rückpumper) und Slave (Kopplungslaser) wird mit einer schnellen Photodiode detektiert und an dem ersten Mischer mit der Frequenz des ersten lokalen Oszillators LO I auf 148 MHz abgemischt. An dem Richtkoppler wird ein Teil des Signals abgekoppelt und auf den Spektrumanalysator gegeben. Nach dem Aufteilen des Signals an einem Teiler wird das Frequenzsignal auf 0 MHz mit einem zweiten lokalen Oszillator (LO II) an einem erdfreien Mischer abgemischt. Der langsame Regelarm geht über einen Frequenz-zu-Spannung Wandler und wird mit Hilfe einer Lock-Box, die die Integratorrolle übernimmt, auf den Gitterpiezo des Lasers gegeben. Der schnelle Regelarm geht über den so genannten Loop-Filter [Pre95], der die Phasenverzögerungen des Regelkreises ausgleicht und mit Hilfe eines Bias-Tee auf den Laserstrom aufmoduliert.

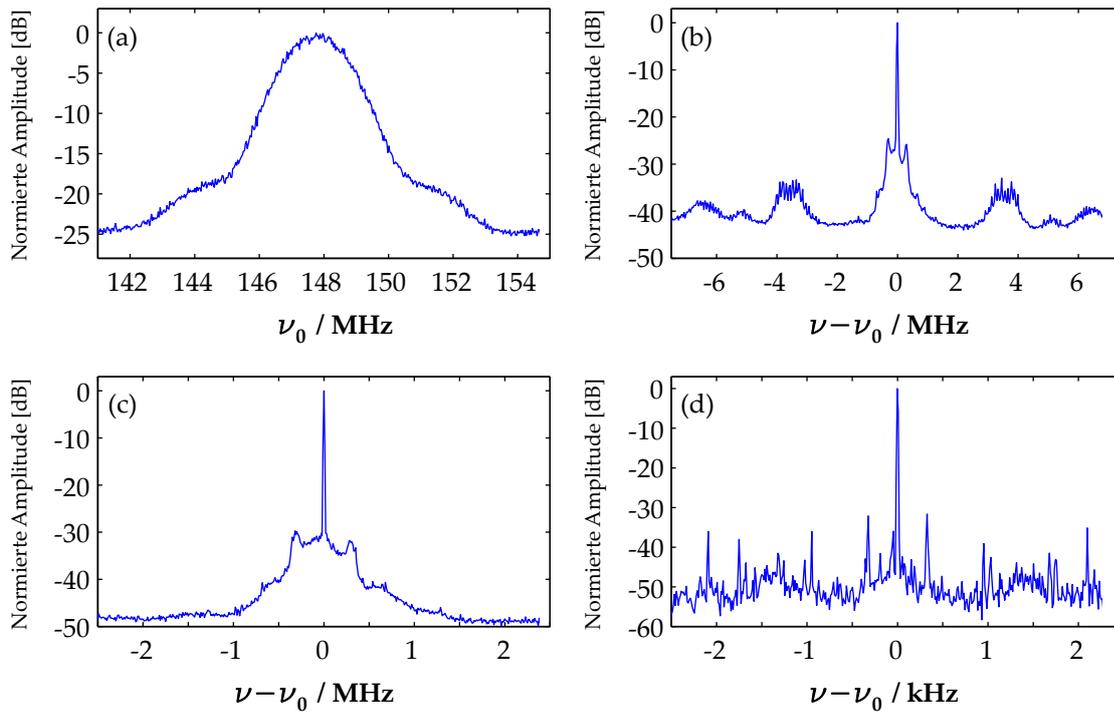


Abbildung B.2: (a) Das Schwebungssignal der beider Laser liegt bei 148 MHz nach dem ersten Mischer. Nur die Gitter-Regelung ist aktiv. Die FWHM-Linienbreite (engl. full width half maximum) bei (-3dB) beträgt  $\sim 1.8$  MHz. Die Auflösungsbandbreite (engl. resolution bandwidth, RBW) beträgt 10 kHz, und die Videobandbreite (VBW) 30 kHz. Die Aufnahmezeit liegt bei 150 ms. (b) Die schnelle Regelung wird angemacht. Dargestellt ist das Schwebungssignal bei 148 MHz in einem Frequenzintervall von 15 MHz. Die Regelbandbreite, die wir aus den so genannten Servobumps ablesen können, liegen bei  $\pm 3.5$  MHz. Die RBW beträgt 30 kHz und die VBW 30 kHz. Die Aufnahmedauer liegt bei 20 ms. (c) Das Frequenzintervall beträgt 5 MHz. Die RBW liegt bei 10 kHz und die VBW bei 30 kHz. Die Aufnahmedauer beträgt 50 ms. (d) Das Schwebungssignal in einer Frequenzspanne von 5 kHz. Das Signal zu Rausch Verhältnis liegt bei  $\sim 40$  dB. Die Auflösungsbandbreite RBW beträgt 10 Hz und die Videobandbreite 1 Hz. Die Aufnahmedauer beläuft sich auf 560 Sekunden.

## Literaturverzeichnis

- [Abr78] R. L. Abrams and R. C. Lind, *Degenerate four-wave mixing in absorbing media*, Opt. Lett. **2**, 94 (1978) Errata, Opt. Lett. **3**, 205 (1978).
- [Ada97] C. S. Adams and E. Riis, *Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Prog. Quant. Electr. **21**, 1 (1997).
- [Aku09] A. M. Akulshin, R. J. McLean, A. I. Sidorov and P. Hannaford, *Coherent and collimated blue light generated by four-wave mixing in Rb vapor*, Opt. Express **17**, 22861 (2009).
- [Alb11] M. Albert, A. Dantan and M. Drewsen, *Cavity electromagnetically induced transparency and all-optical switching using ion Coulomb crystals*, Nature Photon. **5**, 633 (2011).
- [Ant09] M. Antezza and Y. Castin, *Fano-Hopfield model and photonic band gaps for an arbitrary atomic lattice*, Phys. Rev. A **80**, 013816 (2009).
- [Baj09] M. Bajcsy, S. Hofferberth, V. Balic, T. Peyronel, M. Hafezi, A. S. Zibrov, V. Vuletic and M. D. Lukin, *Efficient All-Optical Switching Using Slow Light within a Hollow Fiber*, Phys. Rev. Lett. **102**, 203902 (2009).
- [Bar08] F. Bariani and I. Carusotto, *Light propagation in atomic Mott Insulators*, J. Eur. Opt. Soc. Rapid Publ. **3**, 08005 (2008).
- [Bar10] F. Bariani and I. Carusotto, *Photon wave-packet manipulation via dynamic electromagnetically induced transparency in multilayer structures*, Phys. Rev. A **81**, 013836 (2010).
- [Bea04] R. G. Beausolcil, W. J. Munro, D. A. Rodrigues and T. P. Spiller, *Applications of electromagnetically induced transparency to quantum information processing*, J. Mod. Opt. **51**, 2441 (2004).
- [Ben96] J. M. Benedickson, J. P. Dowling and M. Scalora, *Analytic expressions for the electromagnetic mode density in finite, one-dimensional, photonic band-gap structures*, Phys. Rev. E **53**, 4107 (1996).
- [Bir95] G. Birkl, M. Gatzke, I. H. Deutsch, S. L. Rolston and W. D. Phillips, *Bragg Scattering from Atoms in Optical Lattices*, Phys. Rev. Lett. **75**, 2823 (1995).
- [Bjo80] G. C. Bjorklund, *Frequency-Modulation Spectroscopy: A new Method for Measuring Weak Absorptions and Dispersions*, Opt. Lett. **5**, 15 (1980).

- [Blo28] Felix Bloch, *J. Physik* **52**, 555 (1928).
- [Boe03] G. Boedeker and C. Henkel, *All-frequency effective medium theory of a photonic crystal*, *Opt. Express* **11**, 1590 (2003).
- [Bol91] K. J. Boller, A. Imamoglu and S. E. Harris, *Observation of electromagnetically induced transparency*, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2593 (1991).
- [Bro95] L. R. Brovelli and U. Keller, *Simple analytical expressions for the reflectivity and the penetration depth of a Bragg mirror between arbitrary media*, *Opt. Commun.* **116**, 343 (1995).
- [Brz05] Tomasz M. Brzozowski, Maria Brzozowska, Jerzy Zachorowski, Michał Zawada and Wojciech Gawlik, *Probe spectroscopy in an operating magneto-optical trap: The role of Raman transitions between discrete and continuum atomic states*, *Phys. Rev. A* **71**, 013401 (2005).
- [Byk72] V. P. Bykov, *Spontaneous emission in a periodic structure*, *Soviet Physics* **35**, 269 (1972).
- [Car08] I. Carusotto, M. Antezza, F. Bariani, S. De Liberato and C. Ciuti, *Optical properties of atomic Mott insulators: From slow light to dynamical Casimir effects.*, *Phys. Rev. A* **77**, 063621 (2008).
- [Cha07] D. E. Chang, A. S. Sørensen, E. A. Demler and M. D. Lukin, *A single-photon transistor using nanoscale surface plasmons*, *Nature Phys.* **3**, 807 (2007).
- [Che00] Y. C. Chen, C. W. Lin and I. A. Yu, *Roles of degenerate Zeeman levels in electromagnetically induced transparency*, *Phys. Rev. A* **61**, 053805 (2000).
- [Che01] Y.-C. Chen, Y.-W. Chen, J.-J. Su, J.-Y. Huang and I. A. Yu, *Pump-probe spectroscopy of cold  $^{87}\text{Rb}$  atoms in various polarization configurations*, *Phys. Rev. A* **63**, 043808 (2001).
- [Chu98] Steven Chu, *Nobel Lecture: The manipulation of neutral particles*, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685 (1998).
- [Coe96] D. V. van Coevorden, R. Sprik, A. Tip and A. Lagendijk, *Photonic Band Structure of Atomic Lattices*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2412 (1996).
- [Coh98] Claude N. Cohen-Tannoudji, *Nobel Lecture: Manipulating atoms with photons*, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 707 (1998).
- [Deu95] I. H. Deutsch, R. J. C. Spreeuw, S. L. Rolston and W. D. Phillips, *Photonic band gaps in optical lattices*, *Phys. Rev. A* **52**, 1394 (1995).
- [Dow94] J. P. Dowling, M. Scalora, M. J. Bloemer and C. M. Bowden, *The photonic band edge laser: A new approach to gain enhancement*, *J. Appl. Phys.* **74**, 1896 (1994).

- [Fle92] M. Fleischhauer, C. H. Keitel, M. O. Scully, Chang Su, Ulrich and Shi-Yao Zhu, *Resonantly enhanced refractive index without absorption via atomic coherence*, Phys. Rev. A **46**, 1468 (1992).
- [Fle05] M. Fleischhauer, A. Imamoglu and J. P. Marangos, *Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media*, Rev. Mod. Phys. **77**, 633 (2005).
- [Flo83] Gaston Floquet, *Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques*, Ann de l'Ecole Normale **12**, 47 (1883).
- [Fot12a] *Morpho rhtenor*, entnommen aus URL: <http://www.flickr.com/photos/giubit/1425106905/lightbox/> (20.08.2012).
- [Fot12b] *Opal*, entnommen aus URL: <http://www.gemstones-guide.com/Opal.html> (20.08.2012).
- [Fot12c] *Pfauenfeder*, entnommen aus URL: <http://home.fotocommunity.de/hanspetermoehlig/index.php?id=1282859&d=22097009> (20.08.2012).
- [Gün06] Sebastian Günther, *Wechselwirkung kalter Li-Rb-Gase im entarteten Regime*, Dissertation an der Eberhardt-Karls-Universität Tübingen (2006).
- [Gün08] Andreas Günther, *Materiewellenoptik mit Bose-Einstein-Kondensaten auf Mikrochips*, Dissertation an der Eberhardt-Karls-Universität Tübingen (2008).
- [Gri91] D. Grison, B. Lounis, C. Salomon, J.-Y. Courtois and G. Grynberg, *Raman Spectroscopy of Cesium Atoms in a Laser Trap*, Europhys. Lett. **15**, 149 (1991).
- [Gri00] R. Grimm, M. Weidemüller and Yu.B. Ovchinnikov, *Optical dipole traps for neutral atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **42**, 95 (2000).
- [Gue08] W. Guerin, F. Michaud and R. Kaiser, *Mechanisms for Lasing with Cold Atoms as the Gain Medium*, Phys. Rev. Lett. **101**, 093002 (2008).
- [Har97] S. E. Harris, Phys. Today **50**, 36 (1997).
- [Har98] S. E. Harris and Y. Yamamoto, *Photon switching by quantum interference*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3611 (1998).
- [Hau99] Lene Vestergaard Hau, S. E. Harris, Zachary Dutton and Cyrus H. Behroozi, *Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas*, Nature **397**, 594 (1999).
- [Höc09] D. Höckel, M. Scholz and O. Benson, *A robust phase-locked diode laser system for EIT experiments in cesium*, Appl. Phys. B **94**, 429 (2009).
- [Hil92] L. Hilico, C. Fabre and E. Giacobino, *Operation of a "Cold-Atom Laser in a Magneto-Optical Trap*, Europhys. Lett. **18**, 685 (1992).

- [Hwa09] J. Hwang, M. Pototschnig, R. Lettow, G. Zumofen, A. Renn, S. Götzinger and V. Sandoghdar, *A single-photon transistor using nanoscale surface plasmons*, Nature (London) **460**, 76 (2009).
- [Joa08] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn and R. D. Meade, *Photonic crystals: molding the flow of light*, (Princeton University Press, 2008) 2 edition.
- [Joh87] S. John, *Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices*, Phys. Rev. Lett. **58**, 2486 (1987).
- [Ket93] Wolfgang Ketterle, Kendall B. Davis, Michael A. Joffe, Alex Martin and David E. Pritchard, *High Densities of Cold Atoms in a Dark Spontaneous-Force Optical Trap*, Phys. Rev. Lett. **70**, 2253 (1993).
- [Ket99] W. Ketterle, *Experimental studies of Bose-Einstein condensation*, Phys. Today **52**, 30 (1999).
- [Kim08] H. J. Kimble, *The quantum internet*, Nature (London) **453**, 1023 (2008).
- [Koc86] O. A. Kocharovskaya and Ya. I. Khanin, Sov. Phys. JETP Lett. **48**, 630 (1986).
- [Kog71] H. Kogelnik and C. V. Shank, *Stimulated emission in a periodic structure*, Appl. Phys. Lett. **18**, 152 (1971).
- [Kog72] H. Kogelnik and C. V. Shank, *Coupled-Wave Theory of Distributed Feedback Lasers*, J. Appl. Phys. **43**, 2327 (1972).
- [Lei86] M.J. R. R. Leite, P. Simoneau, D. Bloch, S. Le Boiteux and M. Ducloy, *Continuous-Wave Phase-Conjugate Self-Oscillation Induced by Na-Vapour Degenerate Four-Wave Mixing with Gain*, Europhys. Lett. **2**, 747 (1986).
- [Lew07] M. Lewenstein, A. Sanpera, V. Ahufinger, B. Damski, A. Sen(De) and U. Sen, *Ultracold atomic gases in optical lattices: mimicking condensed matter physics and beyond*, Adv. Phys. **56**, 243 (2007).
- [Lez00] A. Lezama, G. C. Cardoso and J. W. R. Tabosa, *Polarization dependence of four-wave mixing in a degenerate two-level system*, Phys. Rev. A **63**, 013805 (2000).
- [Lod04] P. Lodahl, A. F. van Driel, I. S. Nikolaev, A. Irman, K. Overgaag, D. Vanmaekelbergh and W. L. Vos, *Controlling the dynamics of spontaneous emission from quantum dots by photonic crystals*, Nature **430**, 654 (2004).
- [Mar09] A. M. Marino and Jr. C. R. Stroud, *Phase-locked laser system for use in atomic coherence experiments*, Rev. Sci. Instrum **79**, 013104 (2009).
- [Mat05] Sven Matthias, *Herstellung und Charakterisierung von 3D-photonicen Kristallen aus makroporösem Silizium*, Dissertation an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (2005).

- [Mer11] Nicolas Mercadier, *Diffusion résonante de la lumière laser aléatoire à atomes froids et vols de Lévy des photons*, Dissertation an der Universität de Nice Sophia-Antipolis (2011).
- [Mit07] Kerstin Mitzschke, *Erzeugung der Dritten Harmonischen in Silizium und Photonischen Kristallen aus makroporösem Silizium im spektralen mittleren IR-Bereich*, Dissertation an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (2007).
- [Nie11] A. E. B. Nielsen and J. Kerckhoff, *Efficient all-optical switch using a  $\Lambda$  atom in a cavity QED system*, Phys. Rev. A **84**, 043821 (2011).
- [O'S11] D. O'Shea, C. Junge, M. Pöllinger, A. Vogler and A. Rauschenbeutel, *All-optical switching and strong coupling using tunable whispering-gallery-mode microresonators*, Appl. Phys. B **105**, 129 (2011).
- [Pet07] D. Petrosyan, *Tunable photonic band gaps with coherently driven atoms in optical lattices*, Phys. Rev. A **76**, 053823 (2007).
- [Phi98] William D. Phillips, *Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Rev. Mod. Phys. **70**, 721 (1998).
- [Pin86] M. Pinard, D. Grandclement and G. Grynberg, *Continuous-Wave Self-Oscillation Using Pair Production of Photons in Four-Wave Mixing in Sodium*, Europhys. Lett. **2**, 755 (1986).
- [Pre95] M. Prevedelli, T. Freearde and T. W. Hänsch, *Phase locking of grating-tuned diode lasers*, Appl. Phys. B **60**, 241 (1995).
- [Pri86] D. E. Pritchard, E. L. Raab, V. Bagnato, C. E. Wieman and R. N. Watts, *Light Traps Using Spontaneous Forces*, Phys. Rev. Lett. **57**, 310 (1986).
- [Raa87] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. E. Pritchard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).
- [Rak12] M. T. Rakher and K. Srinivasan, *All-atom parametric oscillator*, Nature Phot. **6**, 73 (2012).
- [Ray87] Lord Rayleigh, *The Propagation of Waves through a Medium Endowed with a Periodic Structure*, Phil. Mag. **24(147)**, S.5 (1887).
- [Ric95] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König and T. W. Hänsch, *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*, Opt. Commun. **117**, 541 (1995).
- [Ric04] Stefan Richter, *Periodische Punktdefektstrukturen und Quantenpunktemitter in zweidimensionalen photonischen Kristallen*, Dissertation an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (2004).
- [Ris09] Stefan Rist, Patrizia Vignolo and Giovanna Morigi, *Photonic spectrum of bichromatic optical lattices*, Phys. Rev. A **79**, 053822 (2009).

- [San10] Nicolas Sangouard, Christoph Simon, Hugues de Riedmatten and Nicolas Gisin, *Quantum repeaters based on atomic ensembles and linear optics*, Rev. Mod. Phys. page preprint arXiv:0906.2699v2 (2010).
- [Sca96] M. Scalora, R. J. Flynn, S. B. Reinhardt, R. L. Fork, M. J. Bloemer, M. D. Tocci, C. M. Bowden, H. S. Ledbetter, J. M. Bendickson, J. P. Dowling and R. P. Leavitt, *Ultrashort pulse propagation at the photonic band edge: Large tunable group delay with minimal distortion and loss*, Phys. Rev. E **54**, R1078 (1996).
- [Sch02] Jörg Schilling, *Herstellung und optische Eigenschaften von 2D- und 3D-photonischen Kristallen aus makroporösem Silizium*, Dissertation an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (2002).
- [Sch11a] Jean-François Schaff, *Shortcuts to adiabaticity for ultracold gases*, Dissertation an der Université de Nice Sophia-Antipolis (2011).
- [Sch11b] A. Schilke, C. Zimmermann, P. W. Courteille and W. Guerin, *Photonic Band gaps in One-Dimensionally Ordered Cold Atomic Vapors*, Phys. Rev. Lett. **106**, 223903 (2011).
- [Sch12a] A. Schilke, C. Zimmermann, P. W. Courteille and W. Guerin, *Optical parametric oscillation with distributed feedback in cold atoms*, Nature photon. **6**, 101 (2012).
- [Sch12b] A. Schilke, C. Zimmermann and W. Guerin, *Photonic properties of one-dimensionally ordered cold atomic vapors under conditions of electromagnetically induced transparency*, Phys. Rev. A **86**, 023809 (2012).
- [Scu91] M. O. Scully, *Enhancement of the Index of Refraction via Quantum Coherence*, Phys. Rev. Lett. **67**, 1855 (1991).
- [Sib02] A. Sibrov, M. D. Lukin and M. O. Scully, *Efficient frequency up-conversion in resonant coherent media*, Phys. Rev. A **65**, 051801(R) (2002).
- [Sla05a] S. Slama, C. von Cube, A. Ludewig, M. Kohler, C. Zimmermann and Ph.W. Courteille, *Dimensional crossover in Bragg scattering from an optical lattice*, Phys. Rev. A **72**, 031402(R) (2005).
- [Sla05b] S. Slama, Ch. von Cube, B. Deh, A. Ludewig, C. Zimmermann and Ph.W. Courteille, *Phase-Sensitive Detection of Bragg Scattering at 1D Optical Lattices*, Phys. Rev. Lett. **94**, 193901 (2005).
- [Sla06] S. Slama, C. von Cube, M. Kohler, C. Zimmermann and Ph.W. Courteille, *Multiple reflections and diffuse scattering in Bragg scattering at optical lattice*, Phys. Rev. A **73**, 023424 (2006).
- [Ste] D. A. Steck, *Rubidium 87 D Line data*, available online at <http://steck.us/alkalidata>.
- [Tab91] J. W. R. Tabosa, G. Chen, Z. Hu, R. B. Lee and H. J. Kimble, *Nonlinear Spectroscopy of Cold Atoms in a Spontaneous-Force Optical Trap*, Phys. Rev. Lett. **66**, 3245 (1991).

- [Val90] M. Vallet, M. Pinard and G. Grynberg, *Generation of Twin Photon Beams in a Ring Four-Wave Mixing Oscillator*, *Europhys. Lett.* **11**, 739 (1990).
- [Ver10] A. Vernier, S. Franke-Arnold, E. Riis and A. S. Arnold, *Enhanced frequency up-conversion in Rb vapor*, *Opt. Express* **18**, 17020 (2010).
- [Vri11] G. Vrijsen, O. Hosten, J. Lee, S. Bernon and M. A. Kasevich, *Raman lasing with a cold atom gain medium in a high-finesse optical cavity*, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 063904 (2011).
- [Wei95] M. Weidemüller, A. Hemmerich, A. Görlitz, T. Esslinger and T. W. Hänsch, *Bragg Diffraction in an Atomic Lattices Bound by Light*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4583 (1995).
- [Wei98] M. Weidemüller, A. Görlitz, T. W. Hänsch and A. Hemmerich, *Local and global properties of light-bound atomic lattices investigated by Bragg diffraction*, *Phys. Rev. A* **58**, 4647 (1998).
- [Wie76] C. Wieman and T. W. Hänsch, *Doppler-free laser polarisation spectroscopy*, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1170 (1976).
- [Yab87] Eli Yablonovitch, *Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics*, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059 (1987).
- [Yab89] Eli Yablonovitch and T. J. Gmitter, *Photonic band structure: The face-centered-cubic case*, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1950 (1989).
- [Yab07] Eli Yablonovitch, *Photonic Crystals: What's in a Name?*, *Optics & Photonics News* page 12 (2007).
- [Yan01] M. Yan, E. G. Edward and Y. Zhu, *Observation of absorptive photon switching by quantum interference*, *Phys. Rev. A* **64**, 041801 (2001).
- [Yar88] A. Yariv, *Quantum Electronics*, (Wiley, New York, 1988) 3rd edition.
- [Zim95] C. Zimmermann, V. Vuletic, A. Hemmerich, L. Ricci and T. W. Hänsch, *Design for a compact tunable Ti:sapphire laser*, *Opt. Lett.* **20**, 297 (1995).
- [Zim12] Claus Zimmermann, *Nichtlineare Optik*, Vorlesungsskript (2012).



# Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die zur Promotion eingereichte Arbeit mit dem Titel "Photonsche Eigenschaften eines eindimensionalen geordneten atomaren Mediums" selbständig verfasst, nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und wörtlich oder inhaltlich übernommene Stellen als solche gekennzeichnet habe. Es wurde noch kein Promotionsversuch mit diesem oder sonst einem Thema an einer deutschen oder internationalen Universität unternommen. Ich versichere an Eides statt, dass diese Angaben wahr sind und dass ich nichts verschwiegen habe. Mir ist bekannt, dass die falsche Abgabe einer Versicherung an Eides statt mit Freiheitsstrafe bis zu drei Jahren oder mit Geldstrafe bestraft wird.

Tübingen, 28. Februar 2013