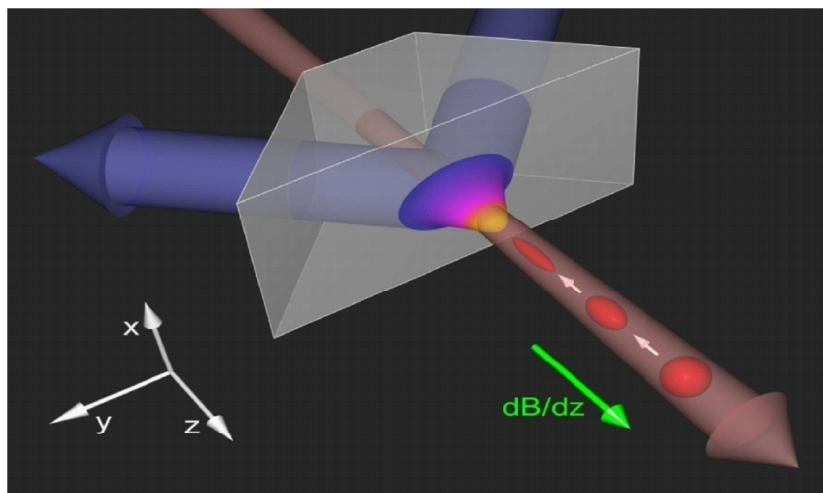


# Quantenoptik an Oberflächen

## Untersuchung von Atom/Oberflächen- Wechselwirkungen durch Reflektion von Bose-Einstein Kondensaten an Materiewellen-Spiegeln



### Dissertation

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Eberhard Karls Universität Tübingen

zur Erlangung des Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften

(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von

Helmar Bender

aus Nürtingen

Tübingen

2011

Tag der mündlichen Qualifikation: 18.07.2011

Dekan:

Prof. Dr. Wolfgang Rosenstiel

1. Berichterstatter:

Prof. Dr. Claus Zimmermann

2. Berichterstatter:

Prof. Dr. József Fortágh

3. Berichterstatter:

Prof. Dr. John Weiner

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>9</b>
2.1	Die Vakuumkammer . . . . .	9
2.1.1	Vakuumrezipienten . . . . .	9
2.1.2	Kammereinsatz . . . . .	10
2.2	Lasersystem . . . . .	14
2.2.1	Kühlaser-System . . . . .	14
2.2.2	Titan:Saphir-Laser . . . . .	15
2.2.3	Barrierenlaser . . . . .	16
2.3	Präparation ultrakalter Atome in der Nähe von Oberflächen . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Eine Oberflächenfalle für <math>^{87}\text{Rb}</math></b>	<b>21</b>
3.1	Dispersionskräfte . . . . .	21
3.1.1	Allgemeines und Historisches . . . . .	22
3.1.2	Weiterführende Theorien . . . . .	23
3.2	Die Joffedraht-Falle . . . . .	25
3.2.1	Vertikale Position der Joffefalle . . . . .	26
3.3	Evaneszente Wellen und Potentiale . . . . .	28
3.3.1	Das evaneszente Dipolpotential . . . . .	32
3.3.2	Die Potentialbarriere . . . . .	34
3.3.3	Eichung des Reflektionswinkels . . . . .	37
3.3.4	Justage des Barrierenstrahls . . . . .	38
3.4	Experimentelle Charakterisierung der Oberflächenfalle . . . . .	39
3.4.1	Laden der Oberflächenfalle . . . . .	39
3.4.2	Eichung der Absolutposition der Magnetfalle relativ zur Oberfläche . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Messung des Casimir-Polder Potentials im Übergangsbereich</b>	<b>45</b>
4.1	Messung der Barrierenhöhe . . . . .	45
4.1.1	Ein eindimensionaler Reflektionskanal mit kompensierter Gravitation . . . . .	46
4.1.2	Reflektivitätsmessung . . . . .	48
4.1.3	Geschwindigkeitseichung . . . . .	51
4.2	Ableitung des Casimir-Polder Potentials aus den gemessenen Daten . . . . .	52

4.2.1	Betrachtungen zum Messfehler . . . . .	52
4.2.2	Glättung der Funktion $E_B(P)$ . . . . .	53
4.2.3	Ergebnis . . . . .	55
4.2.4	Möglichkeiten zur Verbesserung der Messung . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Wechselwirkung von Atomen mit nanostrukturierten Oberflächen</b>	<b>59</b>
5.1	Die Struktur . . . . .	59
5.2	Kontrolle der x-, y-Position und Orientierung auf der Struktur . . . . .	61
5.3	Oberflächen Plasmon-Polaritonen (OPPs) . . . . .	62
5.3.1	Dispersionsrelation . . . . .	63
5.3.2	Anregung von OPPs durch Licht . . . . .	65
5.4	Plasmonische Potentialbarrieren: Nachweis der OPPs durch Atome . . . . .	66
5.4.1	Potentialbarriere über Saphir für verschiedene Winkel . . . . .	68
5.4.2	Schwierigkeiten bei der Barrierenhöhen-Messung . . . . .	69
<b>6</b>	<b>Beugungsexperimente am 1 <math>\mu\text{m}</math> Gitter</b>	<b>71</b>
6.1	Das Experiment . . . . .	71
6.2	Das Gitterpotential . . . . .	72
6.3	Modelle der Beugung . . . . .	73
6.3.1	Modell der Phasenmodulation für $E_{\text{kin}} < BH_i$ . . . . .	73
6.3.2	Beugung durch Dichtemodulation für $E_{\text{kin}} > BH_1$ . . . . .	77
6.4	Experimentelle Beobachtungen . . . . .	79
6.4.1	Auswertung der Daten mit den Modellen . . . . .	79
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>87</b>
<b>8</b>	<b>Ausblick</b>	<b>89</b>
<b>A</b>	<b>Beweise für die Gültigkeit der Annahmen für die Fit-Funktion</b>	<b>93</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>97</b>



# 1 Einleitung

Im Jahre 1873 veröffentlichte Johannes Diderik van-der-Waals seine Dissertationsschrift [Waa73], die sich mit thermodynamischen Eigenschaften von Edelgasen befasste. Die wichtigste Errungenschaft seiner Arbeit war eine Zustandsgleichung, die das Verhalten realer Gase wesentlich besser beschrieb, als die bis dahin gebräuchliche ideale Gasgleichung. Selbst die Existenz verschiedener Phasen konnte mit der van-der-Waals'schen Theorie erklärt werden. Aufgrund dieser großen Tragweite wurde seine Arbeit im Jahre 1910 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet.

Eine wichtige Hypothese, die van-der-Waals seiner Theorie zugrunde legte, war die Existenz langreichweitiger Kräfte zwischen den einzelnen Teilchen des Gases. Diese Kräfte sollten zwischen neutralen Molekülen ohne permanente elektrische oder magnetische Dipolmomente wirken. Aufgrund dieses Umstandes blieb der elektromagnetische Charakter dieser Kräfte zunächst unerkannt.

Es erforderte letztlich mehr als 50 Jahre, und die Entwicklung einer die gesamte Physik revolutionierenden Theorie, nämlich der oft auch als "Die Beste Theorie die wir haben" bezeichneten Quanten-Elektrodynamik (QED), um eine zufriedenstellende Erklärung für den Ursprung der van-der-Waals Kräfte zu finden. Mit den Techniken, die durch die neue Quantenmechanik zur Verfügung standen, dauerte es nicht lange bis eine erste Theorie durch Fritz London im Jahre 1930 veröffentlicht wurde [Lon30]. Er ging von fluktuierenden elektrischen Dipolmomenten innerhalb der Moleküle aus, die durch das dadurch entstehende elektromagnetische Feld Spiegeldipole innerhalb benachbarter Moleküle induzieren. Durch die Wechselwirkungs-Energie der beiden Dipole entsteht schließlich eine anziehende Kraft. Analog dazu sollte ein Atom vor einer Oberfläche mit einem in der Oberfläche induzierten Spiegeldipol wechselwirken. Diese als "Quellen-Feld-Bild" bezeichnete Betrachtungsweise lieferte eine anschauliche Interpretation für den Ursprung der van-der-Waals Kräfte und beschrieb zudem die Kraft-Abstandsgesetze für beide Geometrien für kleine Abstände korrekt als einfache Potenzgesetze. John Edward Lennard-Jones schließlich korrigierte 1932 die Divergenz des Potenzgesetzes bei verschwindenden Abständen durch einen sehr steilen repulsiven Term, der der Pauli Abstoßung Rechnung trägt. Diese tritt auf, wenn die Wellenfunktionen der Elektronen des Atoms mit denjenigen der Oberflächen-Elektronen überlappen [Len32].

Der tatsächliche Ursprung der die Anziehung hervorrufenden Dipolfuktuationen offenbart sich uns allerdings erst, wenn wir das elektromagnetische Feld selbst im Rahmen einer Quantentheorie beschreiben.

Der Grundstein zur Quantentheorie wurde im Jahre 1900 durch Max Planck gelegt. Ihm war es gelungen eines der dringlichsten Probleme der damaligen Zeit zu lösen, nämlich einen Ausdruck für das Strahlungsspektrum eines schwarzen Körpers bei gegebener Temperatur  $T$  herzuleiten. Er ging hierfür von der Hypothese aus, dass

Strahlung von Materie nur portionsweise in Form der sogenannten Quanten abgegeben, bzw. aufgenommen werden kann. Bereits in von Planck im Jahre 1913 veröffentlichten Arbeiten finden sich Hinweise auf eine Nullpunkt-Energie des quantisierten elektromagnetischen Strahlungsfeldes und auch Stern und Einstein erachteten ihre Existenz damals schon als “wahrscheinlich“.

Die Idee der Dualität des Lichts, das der klassischen Maxwellschen Theorie zufolge eine Welle sein sollte und nun doch gleichzeitig auch einen Teilchen-Charakter bekam, wurde alsbald auch auf die Teilchen erweitert. So war es 1924 Louis-Victor de Broglie der erkannte, dass einem klassischen Teilchen ebenfalls ein Wellencharakter zugeordnet werden kann. Die Beschreibung der Dynamik dieser Materiewellen, deren experimentelle Untersuchung auch Gegenstand dieser Arbeit ist, durch Werner Heisenberg und Erwin Schrödinger offenbarte ein Naturprinzip von äußerster Tragweite, das unter dem Namen “Heisenberg’sche Unschärferelation“ bekannt geworden ist. Ihm zufolge ist es einem in seiner räumlichen Bewegung eingeschränkten Teilchen nicht möglich, eine gewisse Untergrenze der Energie zu unterschreiten. Im Falle des harmonischen Oszillators beträgt die minimale, nach der Unschärferelation erlaubte Energie  $(1/2)h\nu$ , wobei  $h$  das von Planck eingeführte Wirkungsquantum und  $\nu$  die Eigenfrequenz des Oszillators sind. Aus der Erkenntnis, dass sich der Hamilton-Operator des elektromagnetischen Feldes völlig analog zu dem des mechanischen harmonischen Oszillators beschreiben lässt, begann die Entwicklung der Quanten-Elektrodynamik. In ihrem Formalismus ergibt sich die Vakuumenergie pro Mode  $\nu$  des elektromagnetischen Feldes zu  $E_0 = (1/2)h\nu$ . Das Vakuum ist also nicht “leer“, sondern aufgefüllt mit den Nullpunkts-Quanten sämtlicher Felder bei sämtlichen Frequenzen.

Die weitreichenden Konsequenzen dieser Einsicht waren zu Plancks und Einsteins Zeiten freilich noch nicht offensichtlich gewesen. Weit verbreitet war die Auffassung, dass diese Vakuumfluktuationen lediglich eine Anhebung der Nullpunkt-Energie des Vakuums um einen konstanten Betrag sei und deshalb keine physikalisch messbaren Effekte hervorrufe. Die Unhaltbarkeit dieses Arguments leuchtet allerdings schnell ein, wenn man bedenkt, dass materielle Körper mit dem Feld wechselwirken und somit Randbedingungen für dasselbe schaffen.

Das Modenspektrum in der Nähe von Materie ist damit ein beschränkteres als im Vakuum, so dass die Nullpunkt-Energie keineswegs konstant ist. Tatsächlich kann die Bedeutung dieser Quantenfluktuationen des Vakuums kaum überschätzt werden. Man kennt heute eine Vielzahl physikalischer Effekte, deren Ursprung die Vakuumfluktuationen sind. Genannt seien hier zunächst der spontane Zerfall angeregter Atome sowie die Lamb-Verschiebung. Diskutiert wird außerdem ein Zusammenhang zwischen der Nullpunkt-Energie und der sogenannten dunklen Energie, die in Form von Einsteins berühmter kosmologischer Konstanten für die Expansion des Universums verantwortlich ist.

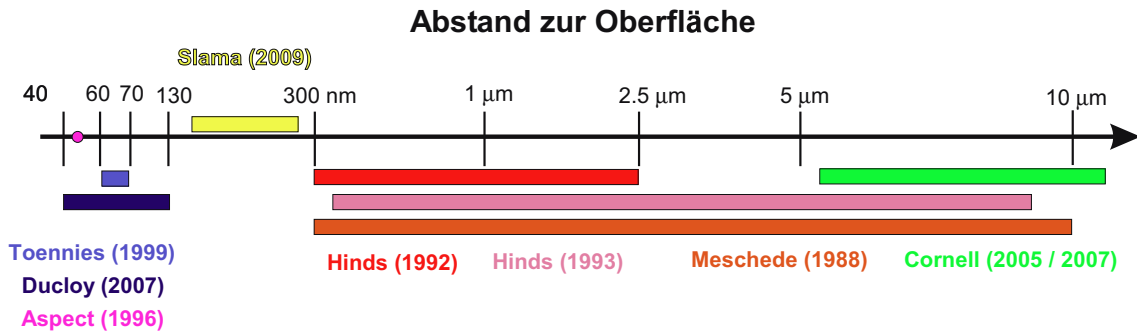
“Das muss etwas mit Nullpunkts-Fluktuationen zu tun haben“. Mit dieser Aussage inspirierte Niels Bohr während einer Diskussion mit Hendrik Casimir diesen dazu, das van-der-Waals’sche Problem mithilfe der Quanten-Feldtheorie zu beschreiben.

Der Ansatz von Casimir berücksichtigte als erster die Tatsache, dass Körper aufgrund ihrer elektrischen Eigenschaften das zulässige elektromagnetische Modenspektrum beeinflussen. Er betrachtete unter anderem zwei planparallele, ideal leitende Platten. Zwischen ihnen können nur diejenigen diskreten Moden des elektromagnetischen Feldes existieren, deren halbe Wellenlängen multipliziert mit einer ganzen positiven Zahl gerade den Abstand der Platten ergeben. Die über das gesamte Modenspektrum integrierte Nullpunkt-Energie zwischen den Platten ist damit kleiner als diejenige im umgebenden Raum, was zu einer Anziehung der Platten führt.

Dieser anschaulichen Interpretation ist vermutlich die Bekanntheit dieser heute als "Casimir Effekt" bezeichneten Erscheinung zu verdanken. Eine ganz ähnliche Betrachtungsweise führte Casimir zusammen mit Dirk Polder zu einer Theorie für die Wechselwirkung zwischen einer leitenden Oberfläche und einem einzelnen Atom [Cas48]. Ihre Ergebnisse bestätigten die Theorie Londons für kurze Abstände zwischen Atom und Oberfläche, der zufolge das Potential mit der inversen dritten Potenz des Abstandes abnehmen sollte.

Für Abstände allerdings, die sehr groß im Vergleich zur relevanten Übergangswellenlänge des Atoms sind, ergibt sich nach Casimir/Polder ein Abfall mit der vierten Potenz des Abstands. Was sich hier in der QED-Rechnung völlig natürlich ergibt, lässt sich anschaulich als Retardationseffekt verstehen: Elektromagnetische Felder breiten sich mit endlicher Geschwindigkeit aus, so dass im Quellen-Feld-Bild bei großen Abständen der induzierende Dipol außer Phase zum Spiegeldipol gerät, was das Potential abschwächt.

Casimirs Betrachtungsweise offenbarte den fundamentalen, überall und ständig wirksamen Charakter der geheimnisvollen, langreichweitigen Kräfte, die in komplizierteren Geometrien oft auch als Dispersionskräfte bezeichnet werden. Diese sind im makroskopischen Maßstab quasi überall in der Natur wirksam. Im Alltag sind sie etwa bei der Benetzung von Flüssigkeiten auf Oberflächen zu beobachten. In der Biologie kommt ihnen ebenfalls eine große Bedeutung zu, da sie das Verhalten von Membranen zu großen Teilen bestimmen. Aber auch die beeindruckende Fähigkeit des Geckos, sich auf spiegelglatten Oberflächen meisterlich fortzubewegen ist nicht etwa auf Saugnäpfe, sondern auf die fundamentalen Dispersionskräfte, die zwischen extrem feinen Härchen an den Füßen des Tiers und der Oberfläche wirken, zurückzuführen. Technisch macht man sich die Dispersionskräfte bereits seit Mitte der achtziger Jahre in der Rasterkraft-Mikroskopie zunutze [Bin86]. Man misst bei dieser Methode ihren Einfluss auf die Schwingungsfrequenz von Auslegern, an denen möglichst feine, im Idealfall auf einzelne Atome hin zulaufende Spitzen angebracht sind. In anderen Bereichen der Technik können Dispersionskräfte allerdings auch hinderlich sein. Die fortschreitende Miniaturisierung mechanischer Systeme, die die Entwicklung der Nanotechnologie mit sich bringt, erreicht Längenskalen, auf denen die Dispersionskräfte schließlich dominant werden und durch Haftungseffekte den Betrieb der "Nanomaschinen" stören können. In Anbetracht dieser Fülle an Phänomenen erscheint zunächst die experimentelle Überprüfung der zugrunde liegenden Theorien wichtig, um sich dann mittels geeigneter Techniken experimentelle Kontrolle über die Oberflächenpotentiale verschaffen zu können.



**Abbildung 1.1:** Einige bisherige Messungen des Casimir-Polder Potentials, als farbige Balken über dem jeweils durch die Messung erfassten Abstandsbereich dargestellt. Der Abstandsbereich zwischen 155 nm und 215 nm wurde durch unsere eigene Messung (gelber Balken) erstmalig zugänglich.

Erste Versuche, die Casimir Kraft zwischen zwei planparallelen Platten zu messen wurden in den 50er und 60er Jahren unternommen. Die Messungen stellten sich allerdings als sehr schwierig heraus. Insbesondere die Aufrechterhaltung der parallelen Ausrichtung der Platten bereitete Probleme. So zeigte die vermutlich präziseste der damaligen Messungen [Spa58] zwar eine qualitative Übereinstimmung mit Casimirs Ergebnissen. Der Autor konnte allerdings lediglich resümieren, die Messung “widerspreche quantitativ nicht den Ergebnissen Casimirs“.

Erst im Jahre 1997 gelang eine Messung, die Casimirs Ergebnis mit einer Genauigkeit von 5 % bestätigte [Lam97]. Die Messung der Kraft zwischen einer Oberfläche und einem einzelnen Atom scheiterte lange Zeit an der mangelnden Kontrolle über die Geschwindigkeit der Atome und ihre Distanz zur Oberfläche. Diese Kontrolle wird um so schwieriger, je kleiner der Abstand des Atoms zur Oberfläche wird. Andererseits erfordert eine Messung bei größeren Abständen aufgrund des steilen Abfalls der Kraft sensitivere Methoden.

Durch eine Messung der Ablenkung eines Atomstrahls mit sehr schmaler transversaler Ausdehnung und Geschwindigkeitsverteilung durch eine Oberfläche demonstrierte Kusch im Jahre 1969 erstmals die Existenz der Casimir-Polder Kraft [Ras69]. Ebenfalls unter Verwendung von Atomstrahlen gelangen der Gruppe um Hinds in den späten 80er und frühen 90er Jahren die ersten quantitativen Messungen des Casimir-Polder Potentials. Im Jahr 1988 konnten sie das Kraft-Abstandsgesetz im nichtretardierte Regime für das Potential zwischen Rydbergatomen und einer goldbeschichteten Mikrokapazität bestätigen [And88]<sup>1</sup>. Sie untersuchten hierzu die Ablenkung eines angeregten Atomstrahls in der Kavität. Absolutmessungen des Casimir-Polder Potentials erbrachte die Gruppe im Jahre 1992 in einem ähnlichen Experiment durch Spektroskopie von Rydberg-Atomstrahlen in Kavitäten [San92]. Auch die Bestätigung des Kraft-Abstandsgesetzes im retardierten Regime

<sup>1</sup>Aufgrund der hohen Polarisierbarkeit ist das Casimir-Polder Potential bei Rydbergatomen deutlich stärker als im Grundzustand. Außerdem liegen die charakteristischen Übergangswellenlängen im Mikrowellenbereich, wodurch nichtretardierte Potentiale auch noch im Abstand mehrerer Mikrometer beobachtet werden konnten.

erbrachte die Gruppe 1993 durch die Beobachtung der Ablenkung eines Strahls aus Grundzustands-Atomen in einer Kavität [Suk93].

Obwohl mit der Entwicklung der Laserkühlung [Chu98] in den achtziger Jahren eine Methode zur Verfügung stand, die Geschwindigkeitsverteilung atomarer Ensembles stark einzuschränken, wurden die ersten Experimente mit kalten Atomen an Oberflächen erst Mitte der neunziger Jahre durchgeführt. 1996 gelang Aspect mit lasergekühlten Atomen die erste Messung des Casimir-Polder Potentials im nichtretardierte Abstandsregime um 50 nm für Grundzustands-Atome [Lan96]. Er untersuchte die Reflektion ballistisch beschleunigter Atome an Atomspiegeln [Bal87, Kal05]. Atomspiegel lassen sich durch Totalreflektion von Laserstrahlen an Oberflächen erzeugen. Das dabei entstehende evaneszente Lichtfeld wird dazu benutzt, sehr steile repulsive Potentiale für die Atome zu erzeugen und damit Potentialbarrieren im Abstandsbereich von wenigen zehn bis hin zu mehreren hundert Nanometern von der Oberfläche zu generieren.

Die Verwendung magnetischer Fallen zur Speicherung lasergekühlter Atome führte im Jahre 1995 zur Erzeugung des ersten Bose-Einstein Kondensates (BEC) [And95]. Damit war die ultimative Untergrenze hinsichtlich der Geschwindigkeitsverteilung erreicht, und die einfache Manipulation der magnetischen Fallenpotentiale erlaubte zudem eine präzise Positionierung. Diese gelingt an Oberflächen allerdings nur bei Abständen, bei denen die Steigung des Oberflächenpotentials noch nicht mit derjenigen des Fallenpotentials vergleichbar ist. Bei kürzeren Abständen wird der Einschluss des Fallenpotentials durch das Oberflächenpotential geöffnet und die Atome gehen aus der Falle verloren. 2005 konnte die Gruppe um Cornell das retardierte Casimir-Polder Potential durch seinen Einfluss auf die Schwingungsperiode eines BEC in einer Magnetfalle bei Abständen über 5  $\mu\text{m}$  messen [Har05]. Zwei Jahre später gelang ihnen mit derselben Methode erstmals der Nachweis thermischer Effekte auf das Oberflächenpotential [Obr07].

Das im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Experiment vereint in konsequenter Weise die Vorteile, die sich aus der Verwendung kondensierter Atome in Magnetfallen ergeben, mit der Möglichkeit, durch Atomspiegel eine Öffnung des Fallenpotentials bei kleinen Abständen zu verhindern. Es eröffnet damit erstmals die Möglichkeit, Atome in kontrollierbarer Weise auf Sub-Mikrometer Abstand an eine Oberfläche heran zu bringen und dort zu halten [Ben09]. Diese präzise Kontrolle erlaubte es, das Casimir-Polder Potential im bisher für Experimente unzugänglichen Abstandsbereich von 155 nm bis 215 nm zu messen [Ben10]. Es schließt damit die Lücke zwischen dem nichtretardierte van-der-Waals Regime und dem retardierten Casimir-Polder Regime und bestätigt die QED-Theorie, die zwischen den beiden Grenzfällen gültig ist, im Rahmen der Messgenauigkeit.

Weiterhin soll uns diese Kontrolle ermöglichen, mit kondensierten Atomen Beugung von Materiewellen an nanostrukturierten Oberflächen zu beobachten und als atomoptisches Werkzeug zur Untersuchung von Oberflächenpotentialen nutzbar zu machen. Während interferometrische Experimente mit entarteten Gasen bisher meist mit optischen Potentialen realisiert wurden [Ovc99, Koz99], waren es ausschließlich Experimente mit kalten wie auch thermischen Atom- und Molekülstrahlen, die eine durch Wechselwirkung mit Oberflächen induzierte Beugung zeigen konn-

ten [Car91, Kei88, Kei91]. Bereits 1999 konnten Toennis et al. einen Einfluss des van-der-Waals Potentials auf die Beugung von Strahlen aus Helium und verschiedenen Edelgasen an einem Transmissionsgitter nachweisen und damit insbesondere die lineare Abhängigkeit des Potentials von der Polarisierbarkeit des Atoms bestätigen [Gri99]. Durch Anordnungen aus mikrostrukturierten Transmissionsgittern konnte in jüngerer Zeit sogar ein Mach-Zehnder Interferometer für Atomstrahlen realisiert werden [Per05]. Sämtliche Atomstrahl-Experimente mit oberflächeninduzierter Materiewellen-Beugung nutzen entweder Transmissionsgitter [Gri99], oder sie untersuchen die Intensitätsverteilung von unter streifendem Einfall durch Quantenreflektion reflektierten Atomen [Obe05, Fri02, Dru03, Shi01, Zha08]. Die Quantenreflektion tritt bei sehr langsamen Normalgeschwindigkeiten wegen der großen damit verbundenen de Broglie Wellenlänge auf. "Trifft" diese auf den steilen Abfall des Oberflächenpotentials, so kann sie die damit verbundene, schnelle Änderung der Wellenlänge nicht auflösen, woraufhin ein Teil der Welle aufgrund der entstehenden Fehlanpassung reflektiert wird.

Durch Nanostrukturierung der reflektierenden Oberfläche konnten auf diese Weise beeindruckende Materiewellen-Hologramme aus ultrakalten Neon-Atomstrahlen erzeugt werden [Shi02], die zum Beispiel den Schriftzug "SURFACE" im reflektierten Intensitätsprofil bargen.

Obwohl es bereits Arbeiten zur Quantenreflektion mit kondensierten Atomen gibt [Pas04, Pas06], konnte bisher keine Beugung von Kondensaten an nanostrukturierten Oberflächen beobachtet werden. Dies mag damit zusammenhängen, dass bei der Quantenreflektion am reinen Casimir-Polder Potential nur niedrige Reflektionskoeffizienten erreicht werden. Zudem waren wegen der Notwendigkeit großer de Broglie Wellenlängen die bisherigen Experimente auf sehr leichte und langsame Atome beschränkt.

Durch den Einsatz von Atomspiegeln in Verbindung mit nanostrukturierten Oberflächen schafft unser Experiment erstmals die Möglichkeit, eine kohärente Kondensats-Wellenfunktion mit normaler Geschwindigkeitskomponente im Bereich mehrerer cm/s, bei minimalen Annäherungsabständen von wenigen hundert Nanometern an einer Oberfläche zu reflektieren, und dieser dabei Phasen- bzw. Strukturinformationen aufzuprägen. Diese lassen sich wiederum in einem charakteristischen Beugungsbild sichtbar machen. Demonstriert wird dies durch die Beugung eines BECs an einem periodischen Gitter aus 50 nm hohen Goldstreifen, die mit einer Gitterperiodizität von 1  $\mu\text{m}$  auf einem Saphirsubstrat aufgebracht wurden. Solche kohärente Beugungsexperimente sollen zum Einen fundamentale Eigenschaften des Casimir-Polder Potentials über komplexeren Strukturen klären, die auch Gegenstand aktueller theoretischer Forschung sind. Diese wollen wir auch in Zukunft zusammen mit den Theoretikern Stefan Scheel und Stefan Buhmann am Imperial College in London weiter vertiefen. Zum Anderen bieten die modernen Strukturierungsverfahren eine nahezu grenzenlose Vielfalt an Möglichkeiten zum gezielten Design von Hologrammen mit enormem Anwendungspotential in der praktischen Atomoptik.

Der Einsatz der von uns verwendeten Goldschichten birgt im Zusammenhang mit Atomspiegeln zusätzlich einen besonders interessanten Aspekt: Im Metall lassen sich wegen der leicht beweglichen Elektronen durch Laserlicht kollektive Ladungsdichte-

Schwingungen, sogenannte Oberflächen-Plasmon-Polaritonen (OPPs) [Rae88] anregen. Durch diese resonante Kopplung von Licht mit Materie treten dabei sehr starke optisch überhöhte Nahfelder auf, deren steiles Abstandsverhalten demjenigen evaneszenter Wellen entspricht, die deren Intensität aber um bis zu zwei Größenordnungen übertreffen kann. Die Eignung solcher OPPs als Atomspiegel wurde bereits 1993 durch Reflektion eines thermischen Rubidiumstrahls demonstriert [Ess93]. In dieser Arbeit wird erstmals ein durch OPPs feldüberhöhter Atomspiegel für kondensierte  $^{87}\text{Rb}$  Atome vorgestellt und charakterisiert.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich wie folgt: In Kap. 2 wird zunächst der experimentelle Aufbau beschrieben. Hierzu zählen vor allem die Vakuumkammer, innerhalb der die Experimente durchgeführt werden, sowie die Lasersysteme, die zur Erzeugung und zur Manipulation ultrakalter Atome benötigt werden. Das Kap. 3 befasst sich mit der Speicherung ultrakalter Atome in der unmittelbaren Nähe von Oberflächen. Es werden alle beteiligten Potentiale, nämlich das Casimir-Polder Potential sowie die zum Einschluss verwendeten magnetischen und optischen Potentiale erläutert. In Kap. 4 wird die Messung des Casimir-Polder Potentials präsentiert und diskutiert. Mit der Untersuchung metallisch strukturierter Oberflächen befasst sich Kap. 5. Neben einer Beschreibung der experimentellen Herausforderung zur Orientierung auf strukturierten Oberflächen wird ein Überblick über die Theorie der OPPs gegeben. Schließlich wird die Vermessung einer plasmonischen Resonanz mit Bose-Einstein Kondensaten präsentiert. Das letzte experimentelle Kap. 6 zeigt Experimente zur Beugung von Materiewellen an einem nanostrukturierten Metall/Saphir-Gitter. Diese werden anhand zweier theoretischer Modelle diskutiert. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung (Kap. 7) und einem Ausblick (Kap. 8).





# 2 Experimenteller Aufbau

Die reproduzierbare Erzeugung von ultrakalten Atomen und insbesondere von Bose-Einstein Kondensaten erfordert einen komplexen Versuchsaufbau. Dieser besteht zum Einen aus einer Ultra-Hochvakuum(UHV)-Kammer. Diese enthält sämtliche zur Erzeugung von magnetischen Fallenpotentialen benötigten, stromführenden Elemente sowie das zu untersuchende physikalische System, das in unserem Fall eine dielektrische Oberfläche ist. Die UHV-Kammer sowie sämtliche darin enthaltenen wesentlichen Elemente werden im ersten Abschnitt dieses Kapitels beschrieben.

Die Dopplerkühlung und die Manipulation von Atomen mittels Dipolpotentialen innerhalb der Kammer erfolgt durch Laserlicht. Der Aufbau zur Erzeugung der benötigten Laserstrahlen ist Thema des zweiten Abschnitts dieses Kapitels. Im dritten Abschnitt werden schließlich die experimentellen Schritte erläutert, die zur Präparation ultrakalter Atome in der Nähe der Oberfläche erforderlich sind.

## 2.1 Die Vakuumkammer

Die Zeit, während der ein ultrakaltes atomares Ensemble gespeichert werden kann und damit zur Durchführung von Experimenten zur Verfügung steht, hängt in linearer Weise mit dem Umgebungsdruck zusammen: Durch Kollisionen mit den schnellen Molekülen des ca. 300 K heißen Hintergrundgases wird auf ein gespeichertes Atom genügend Energie übertragen, um die Falle verlassen zu können. Typischerweise arbeitet man daher bei einem Druck von  $\approx 1 \cdot 10^{-11}$  mbar. Die daraus resultierende Lebensdauer<sup>1</sup> der Magnetfallen beträgt dann  $\approx 40$  s.

### 2.1.1 Vakuumrezipienten

#### Die Experimentierkammer

Technische Zeichnungen und perspektivische Darstellungen der Experimentierkammer sowie der darin enthaltenen Elemente finden sich in Abb. 2.1. Die Experimentierkammer besteht aus einem kugelförmigen Vakuumrezipienten aus Edelstahl. An diesen schließen sich symmetrisch in alle sechs Raumrichtungen Flansche desselben Durchmessers (CF 150) an. Den Abschluss des senkrecht nach oben weisenden Flansches bildet der Kammerdeckel. Dieser besitzt wiederum einen zentral ausgerichteten Flansch (CF 35), dessen Abschluss ein Fensterflansch bildet. An zwei weiteren Flanschen (CF 16) am Deckel sind Durchführungen für die elektrischen Anschlüsse

---

<sup>1</sup>Zeit, nach der noch der Anteil  $1/e$  der Anfangsatomzahl gespeichert ist.

für den Kammereinsatz angebracht. Jede der beiden Durchführungen besitzt zehn Anschlüsse. Durch einen vierten Flansch am Kammerdeckel wird ein 15 mm dicker Kupferstab geführt, der eine gute thermische Anbindung an die Halterungsstangen des Kammereinsatzes besitzt. Er dient dazu die Wärme, die durch die Ströme in der Kammer während des Betriebes entsteht, nach außen abzuführen. Hierzu kann das aus dem Kammerdeckel herausragende Ende des Kupferstabes mit flüssigem Stickstoff gekühlt werden<sup>2</sup>. An der dem Vakuum zugewandten Seite des Kammerdeckels ist außerdem der Kammereinsatz angebracht. Die vier horizontalen Flansche sind jeweils mit einem für 780 nm antireflex-beschichteten Sichtfenster abgeschlossen. Damit wird ein sehr guter optischer Zugang zum Experiment gewährleistet. Um die äußeren Ränder dieser vier Sichtfenster herum ist jeweils eine Spule (Außenspule) mit 140 Windungen angebracht. Mit ihrer Hilfe lassen sich im Kammerinneren weitgehend homogene Magnetfelder erzeugen. Diese werden hauptsächlich dazu benutzt um das Erd-Magnetfeld zu kompensieren.

## Vakuumpumpen

Der niedrige Druck in der Experimentierkammer wird durch eine Kombination verschiedener Pumpen erreicht. Am Flansch an der Unterseite der Experimentierkammer ist eine Titan-Sublimationspumpe angebracht. Sie kann aktiv mit flüssigem Stickstoff gekühlt werden. Durch den dadurch entstehenden Kryo-Pumpeffekt kann der Kammerdruck im Betrieb gegenüber dem ungekühlten Zustand auf ca.  $8 \cdot 10^{-12}$  mbar halbiert werden. Im ständigen Betrieb arbeitet eine Ionen-Getterpumpe mit einer Saugleistung von 80 l/s. Sie ist an einen Flansch auf der Unterseite der Titan-Sublimationspumpe montiert und bildet damit den Kammerabschluss auf der Unterseite. An einen der seitlichen Flansche der Titan-Sublimationspumpe ist ein Ventil angeschraubt. An dessen Außenseite kann zum Abpumpen der Kammer aus dem belüfteten Zustand eine Turbo-Molekularpumpe montiert werden. Diese wird benötigt, da die Ionen-Getterpumpe erst bei Drücken unterhalb von  $10^{-5}$  mbar eingesetzt werden kann. Ab einem Druck von ca.  $10^{-9}$  mbar wird die Pumpleistung der Turbo-Molekularpumpe negativ. Das Ventil zwischen ihr und der Hauptkammer wird dann geschlossen.

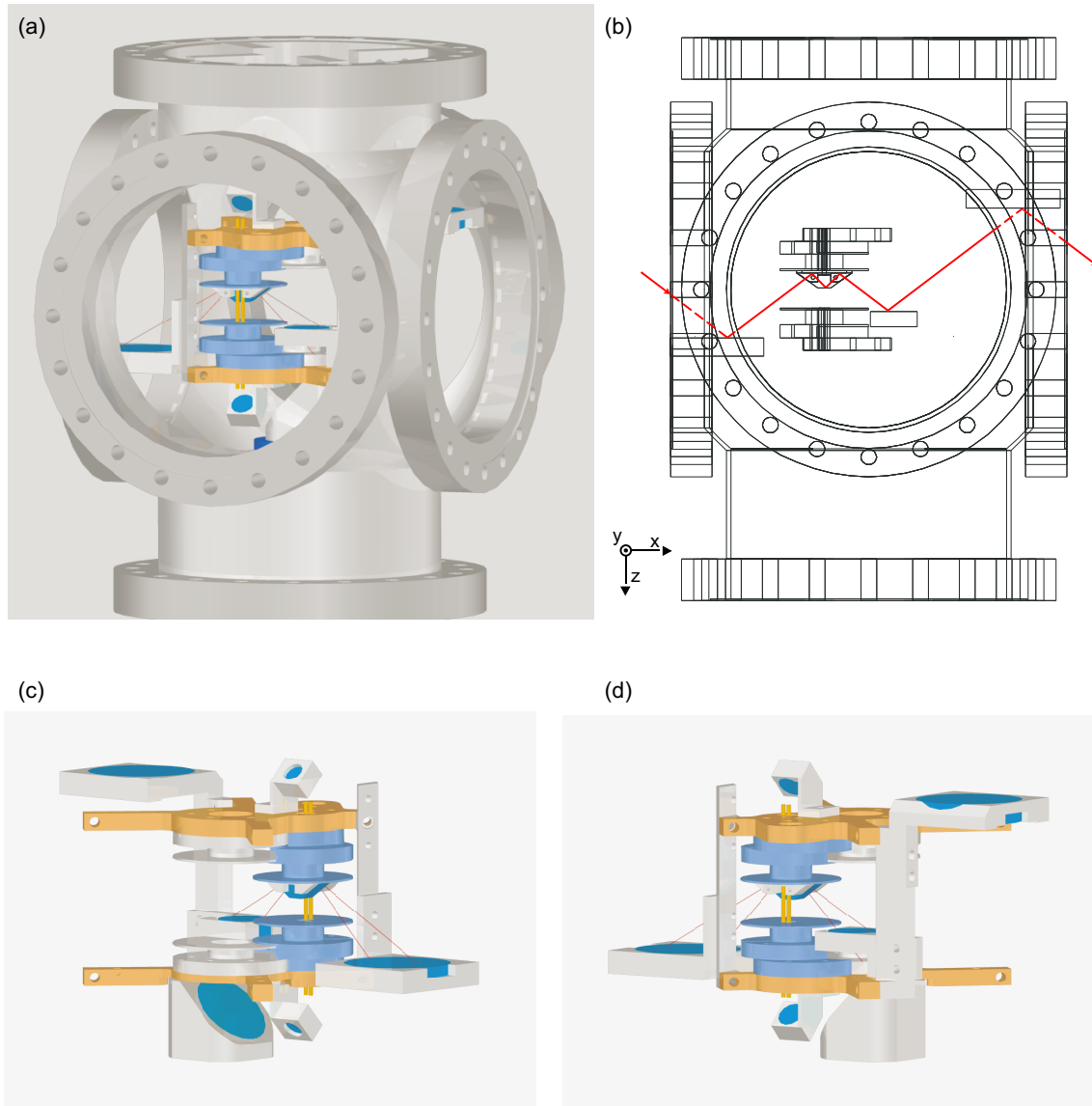
Die Messung des Kammerdrucks erfolgt über ein Ionisations-Vakuummeter, das ebenfalls an einem horizontalen Flansch an der Titan-Sublimationspumpe montiert ist.

### 2.1.2 Kammereinsatz

Am Kammereinsatz sind sämtliche Elemente zur Erzeugung ultrakalter Atome im Vakuum angebracht. Ein Gestänge aus Kupfer, das zur Halterung am Kammerdeckel angeschraubt ist, bildet den Rahmen für die einzelnen Komponenten.

---

<sup>2</sup>Es hat sich allerdings gezeigt, dass die durch den Betrieb entstehende Wärme kaum Einfluß auf den Kammerdruck hat. Wir verzichten deshalb in den meisten Fällen auf eine Kühlung des Kupferstabs.



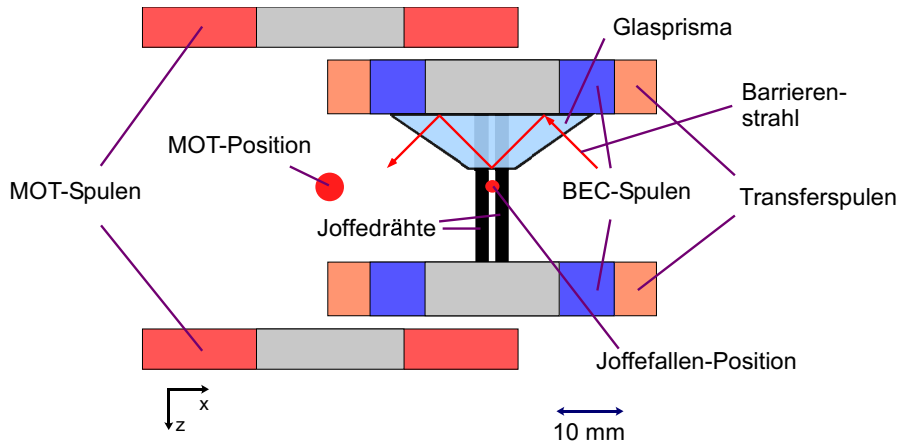
**Abbildung 2.1:** (a) Experimentierkammer mit Kammerereinsatz (b) Technische Zeichnung der Experimentierkammer mit dem Kammerereinsatz. Zusätzlich als rote Linie eingezeichnet ist der Strahlengang des Barrierenlasers. (c) und (d) Kammerereinsatz aus verschiedenen Perspektiven

### Stromführende Elemente

Eine schematische, grafische Darstellung der wichtigsten Elemente innerhalb der Kammer findet sich in Abb. 2.2. Zwei massive, parallel übereinander montierte Kupferplatten dienen zur Befestigung von jeweils zwei waagrechten Spulenkörpern unterschiedlicher Größe. Das größere der beiden so gebildeten Spulenpaare (MOT-Spulenpaar) dient zur Erzeugung des Quadrupol-Magnetfelds für die MOT. Der Spulen-Innendurchmesser beträgt 20 mm, der Außendurchmesser 28 mm und der

Abstand<sup>3</sup> der Spulen 48 mm. Bei einer Windungszahl von jeweils  $n_W = 120$  mit einem kaptonisolierten Kupferdraht mit 0.6 mm Leiterdurchmesser, erhält man im Zentrum des MOT-Spulenpaars beim normalen Betriebsstrom von 1,07 A einen Magnetfeld-Gradienten von 15 G/cm. Die  $^{87}\text{Rb}$  Atome mit denen die MOT geladen wird, stammen aus zwei Dispensern. Diese sind auf einer am Gestänge befestigten Keramikplatte so angebracht, dass ihre Öffnungen zum MOT-Quadrupol hin zeigen. Um zu verhindern, dass heiße und damit schnelle Atome mit den bereits gefangenen  $^{87}\text{Rb}$  Atomen in der MOT kollidieren, wird das Zentrum der MOT gegenüber den Dispensern mit zwei Drähten, die in einem Abstand von ca. 2 mm über die Dispenser gespannt sind, abgeschirmt.

Das zweite, kleinere Spulenpaar (BEC-Spulenpaar), hat einen Spulenabstand<sup>4</sup> von



**Abbildung 2.2:** Schematische, maßstabgetreue Darstellung der wichtigsten Elemente in der Experimentierkammer. Zusätzlich eingezeichnet sind die MOT-Position und die Joffefallen-Position für Ströme mit gleichem Betrag in den beiden BEC-Spulen, sowie der Barrierenstrahl (siehe Kap. 2.2.3).

30 mm und einen Innendurchmesser von 20 mm. Der Außendurchmesser beträgt 36,4 mm. Es erzeugt ebenfalls ein Quadrupol-Magnetfeld. Dieses bildet zusammen mit dem Magnetfeld der Joffedrähte (siehe weiter unten im Text) die eigentliche Magnetfalle (Joffedraht-Falle), in der das BEC erzeugt wird. Direkt auf die BEC-Spulen ist noch ein drittes Spulenpaar (Transferspulenpaar) mit einem Außendurchmesser von 49 mm gewickelt. Es wird dazu benötigt, um die Atome von der MOT-Position zur Position der Joffedraht-Falle zu transferieren. Auch für die BEC- und die Transferspulen wird ein kaptonisolierter Kupferdraht mit 0.6 mm Leiterdurchmesser verwendet. Die Windungszahl der Transferspulen beträgt pro Spule  $n_W = 68$ , die BEC-Spulen besitzen  $n_W = 85$  Windungen. Die Verbindungsachse durch die Zentren der beiden Spulenpaare schließt mit der y-Achse<sup>5</sup> einen Winkel von  $45^\circ$  ein. Der Abstand der senkrechten Achsen durch die Spulenpaare beträgt 34 mm. Parallel

<sup>3</sup>Abstand gemessen vom Zentrum der Spulen. Die Dicke der Spulen beträgt 6 mm

<sup>4</sup>Abstand gemessen vom Zentrum der Spulen. Die Dicke beträgt 8 mm

<sup>5</sup>Zur Bezeichnung der Raumrichtungen siehe Abb. 2.1(b).

zur Spulenachse verlaufen, in einem Abstand von jeweils 4,5 mm zu dieser und mit einem Abstand von 3 mm zueinander zwei Drähte (Joffedrähte) mit einem Durchmesser von 2 mm. Bei einem normalen Betriebsstrom von  $\pm 14$  A durch jeden dieser Joffedrähte wird eine sogenannte Joffefalle (zur genauen Erklärung siehe Kap. 3.2) mit einem Magnetfeld-Offset von  $\approx 1G$  und Fallenfrequenzen von  $\omega_z \approx 2\pi \cdot 200$  Hz und  $\omega_{x,y} \approx 2\pi \cdot 25$  Hz erzeugt. Das Magnetfeld-Minimum dieser Joffefalle liegt in der Ebene, die die Spulenachse enthält und mittig zwischen den Joffedrähten liegt.

### Das Glasprisma

Das Objekt mit zentraler Bedeutung für das Experiment ist die superpolierte (die vom Hersteller gemessene Rauigkeit beträgt  $RMS < 0,4$  nm)<sup>6</sup> Mantelfläche eines Glasprismas mit symmetrisch-trapezförmiger Grundfläche. Die Mantelfläche setzt sich somit zusammen aus zwei parallelen rechteckigen Flächen mit gleicher Breite (8 mm) und verschiedener Länge ( $l_1 = 30$  mm,  $l_2 = 7$  mm), sowie zwei Flächen mit identischen Maßen (Ein- bzw. Austrittsfläche). Diese beiden schrägen Flächen schließen einen Winkel von  $110^\circ$  ein. Die größere der beiden parallelen Flächen liegt auf der Unterseite der oberen BEC-Spule auf und ist durch eine Halterung aus Edelstahl mit dieser verbunden. Die kleinere der beiden parallelen Flächen (Experimentieroberfläche) liegt damit waagrecht ca. 2 mm oberhalb<sup>7</sup> des Joffefallen-Zentrums.

### Optische Elemente

Die vier horizontalen Sichtfenster bieten einen sehr guten optischen Zugang in das Innere der Experimentierkammer. Für einige Experimente und insbesondere zum Betrieb der MOT sind allerdings vertikale Laserstrahlen erforderlich. Aus diesem Grund sind am Kammereinsatz drei Spiegel unter einem Winkel von  $45^\circ$  zur Vertikalen angebracht. Direkt unterhalb der unteren MOT-Spule befindet sich ein solcher Spiegel mit einem Durchmesser von 3,75 cm. Er lenkt einen horizontal in y-Richtung eingestrahnten Strahl des Kühllasers senkrecht nach oben, der damit einen der sechs MOT-Strahlen bildet. Zwei identische Spiegel mit einem Durchmesser von 1,25 cm befinden sich oberhalb des Zentrums der oberen- bzw. unterhalb des Zentrums der unteren BEC Spule. Mit ihnen lassen sich in x-Richtung horizontal eingestrahelte Strahlen so umlenken, dass sie senkrecht durch das Zentrum der Joffefalle verlaufen. Für den Strahlengang des Barrierenlasers befinden sich drei horizontale Spiegel in der Kammer. Ihre dielektrische Beschichtung ist optimiert auf hohe Reflektivität für eine Wellenlänge von 770 nm und einen Winkelbereich von  $40^\circ - 70^\circ$ .

<sup>6</sup>Die RMS-Rauigkeit einer Oberfläche ist definiert als die Standardabweichung der  $N$  gemessenen Höhen  $z_i$  von der mittleren Höhe  $\bar{z}$ :  $RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2}$

<sup>7</sup>Bei gleichem Strom-Betrag in beiden Spulen.

## 2.2 Lasersystem

Eines der wichtigsten Werkzeuge zur Erzeugung und Manipulation ultrakalter Atome ist der Laser. Bei unserem Experiment werden mehrere Laser verwendet, die jeweils unterschiedliche Aufgaben erfüllen. Das Kühllaser-System wird dazu verwendet, um Atome in einer magnetooptischen Falle zu fangen und zu kühlen [Raa87, Chu85]. Sämtliche zum Kühllaser-System gehörenden Laser arbeiten bei einer Wellenlänge von ca. 780 nm und sind damit in der Nähe oder direkt auf der Resonanz der D2-Linie von Rubidium. Mit Lasern, deren Frequenzen relativ zur atomaren Resonanz verstimmt sind, lassen sich konservative Potentiale für die Atome erzeugen. In unserem Experiment verwenden wir sowohl einen rot- als auch einen blauverstimmten Laser. Der rotverstimmte Titan:Saphir-Laser bei einer Wellenlänge von 820 nm wird dazu benutzt, um einen eindimensionalen Wellenleiter senkrecht zur Oberfläche des Prismas zu erzeugen. Ein blauverstimmter Laser bei 765 nm wird an der Oberfläche des Glasprismas intern totalreflektiert. Das dabei entstehende evaneszente Lichtfeld übt eine von der Oberfläche aus senkrecht nach unten wirkende Kraft auf die Atome aus. Damit lässt sich das anziehende Casimir-Polder Potential bei kurzen Abständen zur Oberfläche teilweise kompensieren. Im Folgenden sollen diese Laser und ihre Bedeutung für das Experiment besprochen werden.

### 2.2.1 Kühllaser-System

Da sich das Kühllaser-System bereits seit vielen Jahren in unveränderter Form im Einsatz befindet, wurde es bereits in mehreren Arbeiten detailliert charakterisiert [Ott03, For03, Gün08]. Deshalb wird hier nur ein kurzer Überblick über die einzelnen Laser, deren Stabilisierung sowie ihre jeweilige Aufgabe im Experiment gegeben. Das System besteht aus drei selbstgebaute gitterstabilisierten Diodenlasern [Ric95] sowie einem Trapezverstärker.

### Referenzlaser

Beim Referenzlaser handelt es sich um einen Diodenlaser mit einer Ausgangs-Leitung von ca. 40 mW. Er ist mittels einer Polarisations-Spektroskopie [Wie76] resonant auf den Übergang  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \mapsto |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$  stabilisiert. Ein Teilstrahl des Referenzlasers wird zur resonanten Absorptionsabbildung genutzt [Ket99]. Das restliche Licht erfüllt zwei weitere Aufgaben: Es wird zunächst mittels eines akustooptischen Modulators (AOM) um 267 MHz rotverstimmt. Das Licht ist somit resonant zum Übergang  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \mapsto |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$ . Es wird dazu verwendet, die Atome vor dem Umladen aus der Melasse in die Magnetfalle optisch in den magnetisch fangbaren Zeemanzustand  $|5S_{1/2}, F = 2, m_F = 2\rangle$  zu pumpen<sup>8</sup>. Ein weiterer Teil des Lichts wird dazu benutzt, die Kühllaser-Frequenz mittels einer Schwebung zu stabilisieren.

<sup>8</sup>In der Melasse sind die Atome über sämtliche Zeemanzustände verteilt.

## Kühlaser

Um Atome in einer MOT fangen und kühlen zu können, wird eine Wellenlänge benötigt, die um drei bis vier natürliche Linienbreiten (ca. 20 MHz) zum eigentlichen Kühlübergang  $|F = 2\rangle \mapsto |F' = 3\rangle$  rotverschoben ist. Nach dem Laden der MOT wird diese Lichtfrequenz um weitere 40 MHz rotverstimmt um eine optische Melasse zu erzeugen. Der Kühlaser muss also verstimmbar sein. Die Stabilisierung erfolgt deshalb über eine Schwebung mit dem durch den AOM frequenzverschobenen Referenz-Laserlicht [Don04]. Der Regelelektronik wird dabei eine gewünschte Differenzfrequenz zwischen Kühlaser und Referenzlaser vorgegeben. Diese Differenz entspricht gerade der Frequenz einer Schwebung zwischen beiden Laserstrahlen, die mittels einer schnellen Avalanche-Photodiode gemessen wird. Die Ausgangsleistung des Kühlasers ist mit 20 mW zu gering um eine MOT mit ausreichender Atomzahl zu laden. Deshalb wird das Licht des Kühlasers in einem Trapezverstärker [Zac99] auf ca. 500 mW verstärkt. Davon stehen zum Betrieb der MOT nach räumlicher Filterung durch eine optische Faser und eine Irisblende noch ca. 180 mW zur Verfügung.

## Rückpumplaser

Der Frequenzabstand zwischen den beiden Hyperfeinzuständen  $|F' = 2\rangle$  und  $|F' = 3\rangle$  des angeregten Zustands  $|5P_{3/2}\rangle$  beträgt nur 267 MHz. Deshalb werden vom Kühlaser auch nichtresonante Übergänge in den Zustand  $|F' = 2\rangle$  getrieben. Beim Umpumpvorgang werden Übergänge in diesen Zustand sogar resonant getrieben. Da die Atome von hier aus in den  $|F = 1\rangle$  Hyperfeinzustand des Grundzustands zerfallen können wird ein Laser benötigt, der diese Atome wieder in den Kühl- bzw. Umpumpzyklus zurückpumpt. Dies ist die Aufgabe des Rückpumplasers, der eine Ausgangsleistung von 40 mW erreicht. Die Stabilisierung der Frequenz des Rückpumplasers erfolgt mittels einer Sättigungsspektroskopie [Dem95]. Der stabilisierte Strahl wird in zwei Teilstrahlen aufgespalten, die jeweils separat für die MOT-Phase und den Umpumpprozess an- und ausgeschaltet werden können.

### 2.2.2 Titan:Saphir-Laser

Das Licht für den Dipolstrahl stammt von einem selbstgebauten Titan:Saphir-Laser, der von einem kommerziellen Festkörperlaser<sup>9</sup> gepumpt wird. Er arbeitet im Experiment bei einer Wellenlänge von 820 nm. Um die Dipolfalle adiabatisch einschalten zu können, wird der Strahl in einem AOM gebeugt. Für die Dipolfalle wird das Licht in der ersten Beugungsordnung verwendet. Dessen Leistung lässt sich durch Regulierung der Radiofrequenz-Amplitude im AOM einstellen. In der ersten Ordnung des gebeugten Strahls stehen ca. 200 mW Lichtleistung zur Verfügung.

---

<sup>9</sup>Modell Verdi V12, Firma Coherent

### 2.2.3 Barrierenlaser

Die dominierende Kraft, die ein Atom in der Nähe einer Oberfläche erfährt, ist die Casimir-Polder Kraft. Diese steigt mit kleiner werdenden Abständen zur Oberfläche stark an. Ab einer Distanz von einigen Mikrometern überwiegt diese anziehende Kraft gegenüber der rücktreibenden Kraft der Magnetfalle. Das einschließende Potential wird also zur Oberfläche hin abgesenkt, was zu Verlusten aus der Magnetfalle führt. Um dies zu verhindern wird der Barrierenlaser benötigt. Eine Breitstreifen-Laserdiode<sup>10</sup> liefert Licht mit einer Wellenlänge von 765 nm bei einer spektralen Breite von ca. 2 nm. Die Ausgangsleistung der Diode beträgt 2 W. Die große Emissionsfläche der Diode hat ein unregelmäßiges Strahlprofil zur Folge. Um eine gaußförmige Intensitätsverteilung auf der Oberfläche zu erzielen ist daher eine räumliche Filterung durch eine einmodige Faser erforderlich. Es hat sich gezeigt, dass die Kopplungseffizienz durch diese Faser aufgrund des schlechten Strahlprofils nur wenige Prozent beträgt. Der Laser ist daher nicht geeignet, um eine Nutzleistung von mehreren hundert Milliwatt in der gaußschen Grundmode zu erzeugen. Wir benutzen deshalb einen fasergekoppelten Trapezverstärker<sup>11</sup> um die gewünschte Leistung zu erzielen. Um diesen zu injizieren, ist eine Leistung von 17 mW nach Durchgang durch eine einmodige Faser nötig, welche sich mit dem Breitstreifen-Laser erzielen lässt. Das verstärkte Licht verlässt den BoosTa durch eine weitere einmodige Faser. Auf diese Weise wird eine maximale Leistung von ca. 400 mW in der gaußschen Grundmode erzielt. Zur Erzeugung großer Barrierenhöhen ist eine hohe Spitzenintensität am Ort der Atome erwünscht. Auf der anderen Seite sollte die Intensitätsverteilung über die Ausdehnung der atomaren Wolke möglichst konstant sein. Als guter Kompromiss zwischen diesen beiden Forderungen hat sich eine Strahltaile von  $w_0 = 170 \mu\text{m}$  erwiesen. Zur Erzeugung eines Strahlfokus auf der Oberfläche wird eine Linse mit der Brennweite  $f = 700 \text{ mm}$  verwendet. Ein Teleskop vor dieser Linse passt den Strahldurchmesser des kollimierten Strahls auf den dem Fokus entsprechenden Durchmesser an.

### Kontrolle von Position und Winkel an der Oberfläche

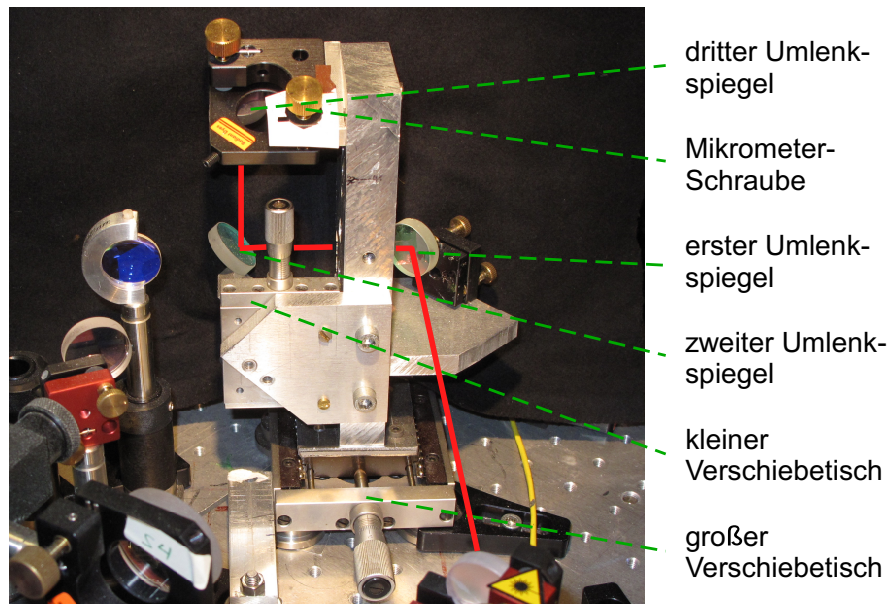
Um die Mitte des Strahls genau an die Position auf der Oberfläche zu bringen an der sich die Atome befinden, ist eine präzise Justage erforderlich. Außerdem ist der Winkel, unter dem die Totalreflektion stattfindet ein wichtiger experimenteller Parameter, da er sich stark auf die Eigenschaften des evaneszenten Potentials auswirkt. Es ist daher wünschenswert die Position des Strahls auf der Oberfläche einstellen zu können, ohne gleichzeitig den Winkel zu ändern. Diese Aufgabe übernimmt eine Konstruktion, die im Wesentlichen aus zwei Verschiebetischen und drei Spiegeln besteht (siehe Abb. 2.3). Ein großer Verschiebetisch (Verstellweg  $\approx 20 \text{ mm}$ ) ist so vor der Vakuumkammer montiert, dass die Verschiebung genau parallel zur langen Seite der Grundfläche des Prismas erfolgt. Auf dem Verschiebetisch ist ein senkrechter

<sup>10</sup>Modell HPD-1020, Firma Laser2000

<sup>11</sup>Modell BoosTa, Firma Toptica



Aufbau mit einem waagrechten Ausleger montiert. Der Ausleger trägt einen Spiegel, der den zum Verschiebeweg und zur Oberfläche genau parallel eingestrahnten Strahl unter  $90^\circ$  nach links reflektiert. Nach ca. 50 mm trifft der Strahl auf einen weiteren Spiegel, der den Strahl um  $90^\circ$  senkrecht zur Oberfläche nach oben reflektiert. Dieser ist an einen zweiten, kleinen Verschiebetisch (Verstellweg  $\approx 10$  mm) montiert. Der Verschiebetisch ist so an einem Ausleger angebracht, dass der Verstellweg senkrecht zur Oberfläche steht. Ein dritter Spiegel an der Spitze des Aufbaus lenkt den Strahl schließlich unter einem Winkel von  $35^\circ - 45^\circ$  zur Oberfläche parallel zur langen Seite der Grundfläche des Prismas in die Kammer. Mit dem großen Verschiebetisch lässt sich nun also die Position des Strahls entlang der langen Prismenseite einstellen, mit dem kleinen Verschiebetisch unabhängig davon diejenige entlang der kurzen Prismenseite. Da es sich dabei lediglich um Translationen des Strahls handelt, bleibt der Einstrahlwinkel davon unbeeinflusst. Der Einstrahlwinkel und damit



**Abbildung 2.3:** Fotografie der Konstruktion zum Umlenken des Barrierenstrahls in die Kammer (zur genauen Erläuterung siehe Text). Die Konstruktion ermöglicht eine präzise Kontrolle über den Winkel  $\Theta_1$ , unter dem die Totalreflektion an der Oberfläche stattfindet, sowie über den Auftreffpunkt  $(x,y)$  des Strahls auf der Oberfläche.

der Winkel unter dem die Totalreflektion stattfindet, wird mit einer Mikrometerschraube am obersten Spiegel eingestellt. Selbstverständlich ändert sich bei einer Winkeländerung auch die Position des Strahls auf der Oberfläche, sie muss mittels der Verschiebetische nachjustiert werden.

### Leistungsstabilisierung des Barrierenlasers

Die Leistung des Barrierenlasers hat sowohl Einfluss auf die energetische Höhe der Barriere als auch auf deren Abstand zur Oberfläche. Sie ist somit ein wichtiger

experimenteller Parameter. Es ist daher wichtig, die Leistung über die Dauer des Experiments konstant zu halten. Außerdem ist es für einige Experimente notwendig, die Leistung während des Experiments in kontrollierter Weise und mit hoher Zeitauflösung verändern zu können. Aus diesen Gründen haben wir uns dazu entschlossen, eine elektronische Leistungsstabilisierung in den Strahlengang des Barrierenlasers zu integrieren. Die Regulierung der Leistung erfolgt hierbei über einen akustooptischen Modulator (AOM) in Kombination mit einem Radiofrequenztreiber, der von einem PID-Regler angesteuert wird. Die erste Beugungsordnung wird als Barrierenstrahl verwendet, alle anderen Beugungsordnungen werden durch eine Irisblende ausgeblendet. Hinter dem AOM wird mit einem beidseitig antireflexbeschichteten Glasplättchen ein kleiner Teil ( $\approx 0.5\%$ ) des Strahl ausgekoppelt und auf eine Photodiode gestrahlt. Das Photodiodensignal dient zusammen mit einer zur gewünschten Leistung proportionalen Referenzspannung als Fehlersignal für die Regelung. Während die Leistung des Barrierenstrahls ohne die Stabilisierung auf einer Zeitskala von wenigen Minuten um bis zu  $\pm 3\%$  schwankt, ist sie bei eingeschalteter Regelung auf  $\pm 0,1\%$  stabil. Außerdem lässt sich der Strahl innerhalb von  $20\ \mu\text{s}$  ein- und ausschalten. Die Benutzung der Regelung erfolgt allerdings auf Kosten der verfügbaren Gesamtleistung. Bedingt durch die begrenzte Beugungseffizienz sowie den erforderlichen Regelhub reduziert sich die geregelte Leistung des Barrierenstrahls auf maximal  $240\ \text{mW}$ .

## 2.3 Präparation ultrakalter Atome in der Nähe von Oberflächen

Ausgangspunkt für sämtliche in dieser Arbeit beschriebenen Experimente ist immer ein Bose-Einstein Kondensat oder eine ultrakalte thermische Atomwolke in einem Abstand von wenigen zehn bis hundert Mikrometern zur Oberfläche. Diese Präparation dauert  $40\ \text{s}$ , das eigentliche Experiment erfolgt danach typischerweise innerhalb von  $100\ \text{ms}$ . Erst nach einer Wartezeit von weiteren  $25\ \text{s}$ , innerhalb der sich Druck und Temperatur in der Kammer auf die Ausgangswerte einstellen, kann mit dem nächsten experimentellen Zyklus begonnen werden. Die experimentellen Schritte und Prozesse, die zur Präparation der Ausgangssituation durchlaufen werden, sind dabei in jedem Zyklus identisch. Sie sollen in diesem Kapitel in ihrer chronologischen Reihenfolge erläutert werden. Wie in sehr vielen Experimenten mit ultrakalten Atomen weltweit, stellen auch bei uns optisches Dopplerkühlen [Raa87, Chu85] sowie Verdampfungskühlen aus einer Magnetfalle [Ket99] die Grundtechniken dar.

### MOT-Phase

Mit dem Beginn des experimentellen Zyklus werden die Shutter für den Kühllaser und die beiden Rückpumpstrahlen geöffnet und die Ströme für die MOT-Spulen eingeschaltet. Die Ströme in den Außenspulen werden so geschaltet, dass diese gerade das Erdmagnetfeld kompensieren. Zeitgleich wird die Stromquelle eingeschaltet, die

die Dispenser heizt. Der Heizstrom beträgt 7 A und wird nach 8 – 12 s wieder ausgeschaltet. Direkt nach dem Ausschalten der Dispenser-Stromquelle befinden sich ca.  $3 \cdot 10^8$  Atome in der MOT. Da der Druck in der Kammer durch das Heizen der Dispenser kurzzeitig auf über  $3 \cdot 10^{-11}$  mbar ansteigt, bleibt die MOT noch für einige Sekunden eingeschaltet bevor das Umladen in die Magnetfalle erfolgt. Während dieser Zeit wird weiterhin  $^{87}\text{Rb}$  aus dem Hintergrund in die MOT geladen, und der Druck in der Kammer sinkt auf  $1 \cdot 10^{-11}$  mbar ab. Genau 25 ms vor dem Umladeprozess (19,975 s nach dem Beginn des Zyklus) wird die optische Melassephase [Chu85] eingeleitet: Innerhalb von 5 ms werden die MOT-Spulenströme in einer linearen Rampe ausgeschaltet, während der Kühllaser um weitere 40 MHz rotverstimmt wird. Nach 20 ms in der optischen Melasse besteht die Atomwolke aus ca.  $5 \cdot 10^8$  Atome bei einer Temperatur von ca. 30  $\mu\text{K}$ .

### Umladen in die Magnetfalle

Exakt 20 s nach Beginn des Zyklus erfolgt der Umladeprozess in die Magnetfalle. Hierbei wird der Kühllaser zeitgleich mit dem Rückpumpstrahl ausgeschaltet, während mit den MOT-Spulen ein homogenes Offsetfeld von ca. 2 G erzeugt wird. Ein Lichtpuls des  $\sigma^+$ -polarisierten Umpumpstrahls mit einer Dauer von 100  $\mu\text{s}$  bringt die Atome in den magnetisch fangbaren Zustand  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Direkt im Anschluss an den Umpumpprozess wird der Umpump-Rückpumpstrahl ausgeschaltet und innerhalb von 300  $\mu\text{s}$  die MOT-Spulenströme so hochgefahren, dass ein Quadrupol-Magnetfeld entsteht. In dieser quarupolförmigen Magnetfalle befinden sich nun ca.  $4,3 \cdot 10^8$  Atome bei einer Temperatur von ca. 100  $\mu\text{K}$ .

### Magnetischer Transport in die Joffefalle

Der Abstand der beiden MOT-Spulen ist mit 2 cm zu groß, um mit realistischen Strömen eine Joffefalle mit ausreichender Fallenfrequenz zu erzeugen. Deshalb muss das atomare Ensemble in ein zweites, kleineres Spulenpaar (BEC-Spulen) transferiert werden. Der Transfer dauert 1 s und erfolgt mithilfe der Transferspulen. Hierzu werden diese in Anti-Helmholtz-Konfiguration hochgefahren. Dadurch verschiebt sich das Minimum des Quadrupolfeldes in Richtung der Transferspulen. Noch bevor die Ströme in den Transferspulen ihr Maximum erreichen, wird damit begonnen, die Ströme der MOT-Spulen herunterzufahren. Der genaue zeitliche Verlauf der vier Spulenströme wird so gewählt, dass die zweite zeitliche Ableitung der Position des Quadrupols einer Sinusfunktion in der Zeit entspricht. 500 ms bevor die MOT-Spulen vollständig ausgeschaltet sind (und damit der Quadrupol seine Endposition erreicht), werden die Ströme in den beiden Joffedrähten in einer linearen Rampe von 100 ms Dauer auf einen Wert von 6 A hochgefahren. Dadurch entsteht eine flache Joffefalle mit einem Offsetfeld von ca. 1 G. Im letzten Schritt werden gleichzeitig jeweils in einer linearen Rampe von 100 ms die Transferspulen auf 0 A, die BEC-Spulen auf 4 A und die Joffedrähte auf 14 A gefahren. Die Fallenfrequenzen dieser Joffefalle betragen  $\omega_z = 2\pi \cdot 200$  Hz und  $\omega_x = \omega_y = 2\pi \cdot 25$  Hz und der Fallenoffset beträgt ca. 1 G. Beim Transfer gehen aus noch ungeklärten Gründen mehr als ein

Drittel der Atome verloren, so dass sich in der Joffefalle nun  $2,4 \cdot 10^8$  Atome bei einer Temperatur von ca.  $140 \mu\text{K}$  befinden.

### **Verdampfungskühlen**

Das weitere Abkühlen des Ensembles erfolgt mittels radiofrequenz-induzierter Verdampfungskühlung. Hierzu wird eine auf den Joffestrom aufmodulierte Radiofrequenz innerhalb von 19 s von 8 MHz auf  $\approx 0,7$  MHz heruntergerampft. Die Rampe ist in 6 direkt aneinander anschließende lineare Teilrampen unterteilt, wobei die Frequenzintervalle der Teilrampen von einer Rampe zur nächsten abnehmen. Die Dauer der einzelnen Teilrampen wurde experimentell so bestimmt, dass die Phasenraum-dichte am Ende jeder Rampe maximal ist. Auf diese Weise lassen sich Bose-Einstein Kondensate mit einem Kondensatanteil von bis zu  $6 \cdot 10^5$  Atomen erzeugen.

# 3 Eine Oberflächenfalle für $^{87}\text{Rb}$

Die anziehende Casimir-Polder Kraft wird bereits bei Abständen kleiner als  $5\ \mu\text{m}$  so stark, dass sie durch magnetische Potentialgradienten alleine nicht mehr kompensiert werden kann. Die Magnetfalle wird dann durch das Oberflächenpotential geöffnet und Atome gehen aus der Falle verloren. Diesen Sachverhalt zeigt die Abb. 3.1. Durch interne Totalreflektion von Laserstrahlen an Oberflächen entstehen optische Dipolpotentiale (sogenannte evaneszente Potentiale) mit sehr großen Gradienten. Diese machen es möglich, Potentialbarrieren für Atome im Sub-Mikrometer Abstand zur Oberfläche zu erzeugen. Die erste experimentelle Realisierung einer solchen Barriere wurde 1987 durch die Reflektion eines thermischen Atomstrahls an einer dielektrischen Oberfläche demonstriert [Bal87].

Die Speicherung ultrakalter Atome in der Nähe von Oberflächen erfordert allerdings ein räumliches Potentialminimum. Eine Möglichkeit, eine solche Oberflächenfalle zu realisieren, sind evaneszente Potentiale an der Oberfläche von ultradünnen optischen Fasern [Le 04]. Ein unserem Experiment sehr ähnliches Konzept [Ryc04] verwendet ein evaneszentes Potential über einer Prismenoberfläche in Verbindung mit dem Gravitationspotential und einer zur Oberfläche senkrecht eingestrahnten Dipolfalle. In unserem Experiment wurde erstmals durch eine Überlagerung aus einem evaneszenten und einem magnetischen Potential eine Oberflächenfalle erzeugt, die es erlaubt ein Bose-Einstein Kondensat kontrolliert auf Distanzen  $< 1\ \mu\text{m}$  zur Oberfläche heranzubringen und dort zu halten [Ben09].

Im Folgenden soll diese Falle erklärt und charakterisiert werden. Hierzu wird in Abschnitt 3.1 zunächst ein theoretischer Überblick über die zwischen Atomen und Oberflächen wirkenden Dispersionskräfte gegeben. Der Abschnitt 3.2 erklärt die Grundlagen magnetischen Speicherns von Atomen sowie die Geometrie der im Experiment verwendeten Joffedraht-Falle. In Abschnitt 3.3 wird die Theorie der evaneszenten Potentiale erläutert. Schließlich wird in Abschnitt 3.4 die Falle experimentell charakterisiert.

## 3.1 Dispersionskräfte

Als Dispersionskräfte bezeichnet man gemeinhin konservative Kräfte, die zwischen neutralen Körpern mit verschwindenden permanenten elektrischen und magnetischen Dipolmomenten wirken und die über die elektromagnetische Wechselwirkung vermittelt werden. Seit der ersten theoretischen Behandlung dieser Kräfte durch London im Jahre 1930 wurden die theoretischen Konzepte stetig weiterentwickelt und sind bis heute Gegenstand der aktuellen Forschung. Ziel dieses Abschnitts ist es

zunächst anhand der Eckpfeiler dieser historischen Entwicklung ein intuitives Bild für den Ursprung der Dispersionskräfte zu entwickeln.

### 3.1.1 Allgemeines und Historisches

Die erste theoretische Beschreibung der bereits im Jahre 1873 von van-der-Waals postulierten Dispersionskräfte erfolgte 1930 durch London. Zur Würdigung ihrer Leistungen werden Dispersionskräfte oft auch als London/van-der-Waals Kräfte bezeichnet. Im Rahmen einer Störungstheorie in zweiter Ordnung führte London die Kraft auf Fluktuationen der elektrischen Dipolmomente der Teilchen und der damit verbundenen elektromagnetischen Dipol-Dipol-Wechselwirkung zurück. Fluktuationen im Dipolmoment des einen Körpers induzieren, vermittelt durch das elektromagnetische Feld, im zweiten Körper ebenfalls ein Dipolmoment, was zu einer effektiven Anziehungskraft führt. Diese Betrachtungsweise ist daher bekannt unter dem Namen "Quellen-Feld-Bild". Die Theorie ergab, dass zwei kugelförmige Objekte sich mit einer Kraft anziehen, dessen Potential der Polarisierbarkeit beider Körper proportional ist und mit der inversen sechsten Potenz des Abstands abnimmt. Das Potential eines solchen Teilchens in der Nähe einer ideal leitenden Wand sollte einem  $1/r^3$  Abstandsgesetz folgen. Die ersten experimentellen Abweichungen von der Theorie innerhalb kolloidaler Systeme versuchten Verwey und Overbeck 1946 durch den Effekt der Retardation zu erklären [Ver47]: Das elektromagnetische Feld kann sich von einem Körper zum anderen maximal mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Erzeugendes und induziertes Dipolmoment geraten damit bei großen Abständen außer Phase, was zu einer Abschwächung der anziehenden Kraft führt. Inspiriert von diesem Gedanken entwickelten Casimir und Polder im selben Jahr eine Theorie, die eine andere Herangehensweise verwendet [Cas48]. Sie betrachteten ein Atom, das sich zwischen zwei unendlich ausgedehnten, ideal leitenden, parallel angeordneten Platten befindet. Zwischen diesen Platten kann, aufgrund der Randbedingungen für das elektromagnetische Feld, nur ein diskretes Modenspektrum existieren. Nach der Quanten-Feldtheorie ist am absoluten Temperatur-Nullpunkt jede Feldmode mit einem "halben" Photon besetzt. Die Gesamtenergie der Kopplung sämtlicher Feldmoden an das Atom zwischen den Platten ist damit geringer, als diejenige für ein Atom im freien Raum. Diese Energiedifferenz ist das sogenannte Casimir-Polder Potential zwischen einem Atom und einer ideal leitenden Wand. Aufgrund des Zugangs über die Vakuumfluktuationen des elektromagnetischen Feldes spricht man bei dieser Betrachtungsweise auch vom "Vakuum-Feld Bild". Das Ergebnis der Theorie war ebenfalls ein  $1/r^3$  Abstandsgesetz, allerdings modifiziert durch einen monoton mit dem Abstand fallenden Faktor, der für sehr kurze Abstände (kurz, verglichen mit der Wellenlänge des dominierenden atomaren Übergangs) gleich eins, für sehr große Abstände aber  $\propto 1/r$  ist. Das Ergebnis reproduzierte damit für kurze Abstände dasjenige von van-der-Waals und erfasste für große Abstände den Effekt der Retardation. Ein ähnliches Ergebnis brachte die Theorie für die Wechselwirkung zweier Atome bzw. Moleküle. Auch hier ergab sich für kurze Abstände die bereits von London berechnete  $1/r^6$  Abstands-Abhängigkeit des Wechselwirkungs-Potentials, im Grenzfall großer Abstände nimmt das Abstandsgesetz die Form  $1/r^7$  an.

### Konventionen in der Nomenklatur

In der Literatur werden Dispersionskräfte im Regime kurzer Abstände deshalb oft als van-der-Waals Kräfte, im Regime großer Abstände als Casimir-Polder Kräfte bezeichnet. Eine weitere gebräuchliche Nomenklatur bezeichnet als “van-der-Waals Kraft“ diejenige zwischen zwei Atomen bzw. Molekülen, während der Begriff “Casimir-Polder Kraft“ ganz allgemein für die Kraft zwischen einem Atom, bzw. Molekül und einer Wand gebraucht wird. Von Casimir wurde, ebenfalls im Vakuum-Feld Bild, die Kraft zwischen zwei ideal leitenden Platten berechnet, die daher gemeinhin als “Casimir-Kraft“ bezeichnet wird, und vermutlich die bekannteste Form der Dispersionskräfte darstellt. In der vorliegenden Arbeit wird der Begriff “Casimir-Polder Kraft“, bzw. “Potential“ allgemein für die Wechselwirkung zwischen einem Atom und einer Oberfläche unabhängig vom Abstandsregime benutzt. Die Unterscheidung der beiden Regime erfolgt über die Bezeichnungen “van-der-Waals Regime“ für kurze Abstände, bzw. “retardiertes Regime“ für große Abstände.

#### 3.1.2 Weiterführende Theorien

Die bisher diskutierten Theorien beschreiben das Casimir-Polder Potential unter Berücksichtigung der Quantenfluktuationen des Vakuums innerhalb der beiden Abstandsregime für perfekt leitende Oberflächen. Sie erfassen nur den Potentialbeitrag durch elektrische Dipolmomente, die magnetische Wechselwirkung ist in beiden Theorien nicht berücksichtigt. Sie sind außerdem nur gültig am absoluten Temperatur-Nullpunkt, da sie nur Quanten- nicht aber thermische Fluktuationen berücksichtigen.

#### Lifschitz Theorie

Eine allgemeinere Theorie der Dispersionskräfte, die insbesondere die dielektrischen Eigenschaften der Materie mitberücksichtigt, wurde 1956 von Jewgeni Michailowitsch Lifschitz zunächst für  $T = 0$  formuliert [Lif56]. Er betrachtete ein System aus zwei dielektrischen Halbräumen im Abstand  $d$ . Innerhalb dieser Halbräume fluktuieren Dipole, wobei die Amplitude der Fluktuationen nach dem Dissipations-Fluktuationen-Theorem proportional zum Quadrat des Imaginärteils der dielektrischen Funktion  $\varepsilon(\omega)$  sind. Die Kraft zwischen den beiden Halbräumen berechnete er durch ein Integral der Wechselwirkung über das gesamte Frequenzspektrum unter Zuhilfenahme des Maxwell'schen Spannungstensors. Auch die Berechnung der Kraft zwischen einem einzelnen Atom und einer unendlich dicken Oberfläche gelang Lifschitz mit seiner Theorie. Hierzu betrachtete er eine der beiden äußeren Platten als ein verdünntes Gas aus einzelnen Atomen und integrierte die Wechselwirkungen einzelner Atome mit der zweiten Platte über das Volumen der ersten Platte auf. Das Ergebnis, die sogenannte Lifschitz-Formel, lautet für den Fall reiner elektrischer

Wechselwirkung [Sch08]:

$$U(z) = \frac{\hbar\mu_0}{8\pi^2} \int_0^\infty d\xi \xi^2 \alpha(i\xi) \int_{\xi/c}^\infty d\kappa_z e^{-2\kappa_z z} \left[ \frac{\kappa_z - \kappa_{1z}}{\kappa_z + \kappa_{1z}} - \left( 2\frac{\kappa_z^2 c^2}{\xi^2} - 1 \right) \frac{\varepsilon(i\xi)\kappa_z - \kappa_{1z}}{\varepsilon(i\xi)\kappa_z + \kappa_{1z}} \right] \quad (3.1)$$

mit  $\kappa_z = \text{Im}(k_z)$  und dem Wellenvektor  $\mathbf{k}$  im Vakuum und

$$\kappa_{1z} = \text{Im} k_{1z} = \sqrt{\frac{\xi^2}{c^2} [\varepsilon(i\xi) - 1] + \kappa_z^2} \quad (3.2)$$

und dem Wellenvektor  $\mathbf{k}_1$  im Halbraum der Oberfläche. Es sei hier angemerkt, dass aufgrund besserer Konvergenz das Integral in der komplexen Halbebene ausgeführt wird. Innerhalb der beiden Grenzfälle des retardierten- und des van-der-Waals Regimes reproduziert die Gl. (3.1) die Abstandsgesetze von Casimir und Polder. Insbesondere liefert sie Korrekturfaktoren, mit denen sich die analytischen Abstandsgesetze für die beiden Regime auch auf dielektrische Medien anwenden lassen. Die Potenzgesetze innerhalb der beiden Regime lauten für ideale Leiter

$$U_{\text{CP}} = -\frac{C_3}{z^3} \quad \text{mit} \quad C_3 = \frac{\hbar}{16\pi^2\varepsilon_0} \int_0^\infty \alpha(i\xi) d\xi \quad \text{für} \quad z \mapsto 0 \quad (3.3)$$

mit der dynamischen Polarisierbarkeit  $\alpha(i\xi)$  ausgewertet bei imaginären Frequenzen  $i\xi$  und

$$U_{\text{CP}} = -\frac{C_4}{z^4} \quad \text{mit} \quad C_4 = \frac{3\hbar\alpha(0)c}{32\pi^2\varepsilon_0} \quad \text{für} \quad z \mapsto \infty \quad (3.4)$$

Im retardierten Grenzfall hängt die Proportionalitätskonstante also nur von der statischen Polarisierbarkeit  $\alpha(0)$  des Atoms ab und enthält, wie man aufgrund der Retardation erwartet, die Lichtgeschwindigkeit  $c$  als Faktor. Zur Berechnung der Konstanten  $C_3$  wird ein Modell für die dynamische Polarisierbarkeit des Atoms benötigt. Es existieren verschiedene Ansätze zur Modellierung dieser Funktion. In dieser Arbeit wird das Ergebnis  $C_3 = 5,8 \cdot 10^{-49} \text{ Jm}^3$  [Fri02], berechnet nach einem Modell von Marinescu et al. [Mar97] verwendet. Für den  $C_4$ -Koeffizienten verwenden wir den Wert  $C_4 = 5,4 \cdot 10^{-56} \text{ Jm}^4$ , der auf einer Messung der statischen Polarisierbarkeit von Molof et al. [Mol74] beruht. Diese beiden Konstanten gelten für ideal leitende Oberflächen. Die beiden Korrekturfaktoren für dielektrische Medien ergeben sich als Funktionen der dielektrischen Funktion  $\varepsilon$ . Es gilt [Lan96]

$$C_{3,\text{diel.}} = C_3 \cdot \int d\xi \frac{\varepsilon(i\xi) - 1}{\varepsilon(i\xi) + 1} \quad (3.5)$$

Da die Dispersion innerhalb der Frequenz-Bereiche, in denen die Polarisierbarkeit  $\alpha$  große Werte annimmt<sup>1</sup>, bei  $^{87}\text{Rb}$  vernachlässigt werden kann, gilt in guter Näherung

$$C_{3,\text{diel.}} = C_3 \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \quad (3.6)$$

<sup>1</sup>Dies ist bei den Übergangsfrequenzen der Fall.



mit dem Brechungsindex  $n = \sqrt{\varepsilon}$  bei der Übergangs-Wellenlänge. Für die dielektrische Korrektur im retardierten Fall gilt [Dzy61]

$$C_{4,\text{diel.}}(\varepsilon) = C_4 \cdot \left( \frac{1}{3} + \varepsilon + \frac{4 - \sqrt{\varepsilon}(\varepsilon + 1)}{2(\varepsilon - 1)} - \frac{\operatorname{arcsinh}(\sqrt{\varepsilon - 1})}{2(\varepsilon - 1)^{\frac{3}{2}}} [1 + \varepsilon + 2\varepsilon(\varepsilon - 1)^2] + \frac{\varepsilon^2}{\sqrt{\varepsilon + 1}} \left( \operatorname{arcsinh}(\sqrt{\varepsilon}) - \operatorname{arcsinh}\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right) \right) \quad (3.7)$$

In einer späteren Arbeit erweiterte Lifschitz seine Theorie auf den Fall endlicher Temperaturen [Dzy61]. Er kam zu dem Ergebnis, dass thermische Fluktuationen erst ab Abständen  $z_T = hc/(k_B T)$  (Bei Raumtemperatur beträgt  $z_T \approx 48 \mu\text{m}$ ) einen nennenswerten Beitrag zum Potential liefern. Die Lifschitz Theorie erfasst die Eigenschaften der Materie nur über die makroskopisch definierte Funktion  $\varepsilon(\omega)$ . Die mikroskopische Struktur der beteiligten Körper wird außer Acht gelassen, weshalb die Theorie nur für Abstände gültig ist, die groß im Vergleich zum interatomaren Abstand innerhalb der Medien sind. Bei diesen Abständen dominiert allerdings ohnehin bereits die Pauli-Abstoßung, die durch den Überlapp der Wellenfunktion der Elektronen im Atom mit denjenigen der Oberfläche entsteht, über die Dispersionskräfte.

## 3.2 Die Joffedraht-Falle

Zur Speicherung ultrakalter Atome mit nicht verschwindendem magnetischen Moment  $\boldsymbol{\mu}_F$  haben sich Magnetfallen bewährt. Das Potential eines Atoms in einem statischen Magnetfeld beträgt

$$U = -\boldsymbol{\mu}_F \mathbf{B} \quad (3.8)$$

und die Energie ist damit abhängig von der Ausrichtung des magnetischen Moments  $\boldsymbol{\mu}_F$  zum Magnetfeld. Diese Ausrichtung lässt sich, wenn man eine Quantisierungsachse in Richtung des Magnetfeldes wählt, durch die magnetische Quantenzahl  $m_F$  beschreiben, wodurch die Energie nur noch vom Betrag des Magnetfeldes abhängt.

$$U = g_F \mu_B m_F |\mathbf{B}| \quad (3.9)$$

Wobei  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton und  $g_F$  den Landé-Faktor des Hyperfein-Niveaus bezeichnet. Ist das Atom in einem schwachfeldsuchenden Zustand, gilt also  $g_F m_F > 0$ , so stellt ein lokales Minimum im Betrag eines Magnetfeldes ein dreidimensional einschließendes Fallenpotential für die Atome dar. Ein Quadrupolfeld, wie es in einer Spulenanordnung in Anti-Helmholtz-Konfiguration erzeugt werden kann, besitzt im Zentrum zwischen den Spulen einen Nulldurchgang des magnetischen Feldes. Nach außen hin steigt der Betrag des Magnetfeldes in allen Raumrichtungen linear an. Trotz dieses Minimums ist die Quadrupolfalle nicht geeignet, um sehr kalte atoma-

re Ensembles zu speichern: Aufgrund des Nulldurchgangs und Vorzeichenwechsels des magnetischen Feldes können die magnetischen Dipole der Atome bei einer Bewegung durch das Fallenzentrum dem Magnetfeld-Verlauf nicht adiabatisch folgen. Es kann zu einem Umklappen des magnetischen Moments relativ zur Magnetfeld-Richtung kommen, wodurch das Potential sein Vorzeichen wechselt. Bei der relativ hohen Temperatur von ca. 140  $\mu\text{K}$ , die die Wolke direkt nach dem Transfer aufweist, spielen diese sogenannten Majorana-Verluste [Suk97] eine zu vernachlässigende Rolle. Bei niedrigeren Temperaturen halten sich die Atome allerdings vermehrt im Fallenzentrum auf, so dass dieser Verlustkanal schließlich die Lebensdauer stark beeinträchtigt. Eine reine Quadrupolfalle ist daher nicht geeignet, um Ensembles bis zur Quantenentartung abzukühlen. Hierfür benötigt man ein Magnetfeld-Minimum mit nicht verschwindendem Feldbetrag. In unserem Aufbau erzeugen wir ein solches durch die Überlagerung des Quadrupol-Magnetfeldes mit dem Feld zweier Strom durchflossener Joffedrähte (vergleiche Kap. 2.1.2). Da beide Drähte in gegensinniger Richtung vom selben Strom durchflossen werden, heben sich in der Spiegelebene zwischen beiden Drähten die Feldkomponenten senkrecht zu dieser Ebene stets gegenseitig auf. Die verbleibende Feldkomponente liegt in dieser Ebene und steht senkrecht auf den Drähten. Der Feldbetrag nimmt mit dem Abstand von den Drähten in nichtlinearer Weise ab. Durch Überlagerung mit dem Quadrupolfeld entsteht ein neues Magnetfeld-Minimum an der Stelle, an der die beiden Feldgradienten sich gerade kompensieren. Das Magnetfeld verschwindet an dieser Stelle aber nicht, so dass keine Majorana-Verluste entstehen. Der Feldbetrag steigt in alle drei Raumrichtungen quadratisch an, man erhält also ein harmonisches Fallenpotential. Die Fallenfrequenzen betragen bei einem Strom von 4 A durch die BEC-Spulen und 14 A durch die Joffedrähte  $\omega_z = 2\pi \cdot 200 \text{ Hz}$  in z-Richtung und  $\omega_{x,y} = 2\pi \cdot 25 \text{ Hz}$  in der x- und y-Richtung. Vergrößert man das Feld der Joffedrähte, so steigt das Offsetfeld an und die Fallenfrequenzen nehmen ab. Außerdem bewegt sich das Minimum von den Drähten weg.

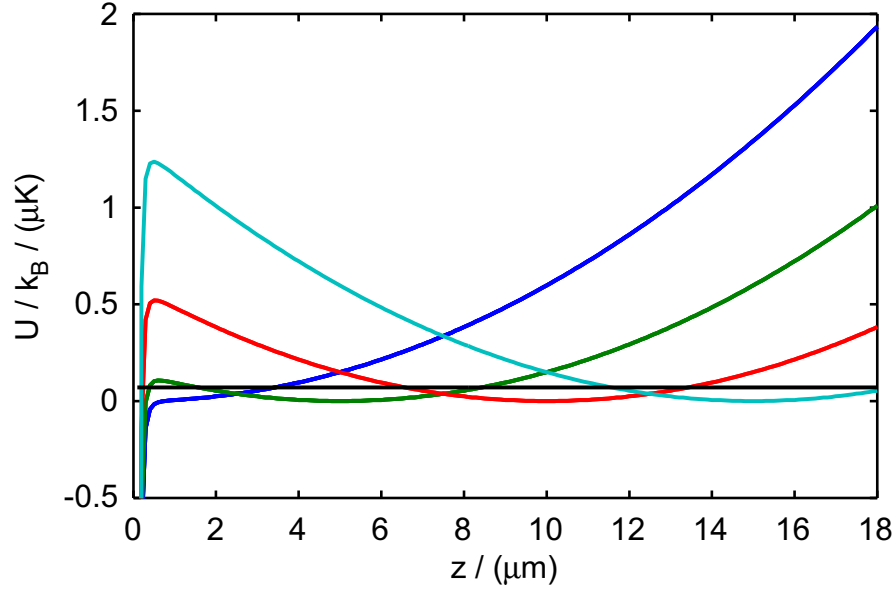
Die Überlagerung mit dem linearen Gravitationspotential  $U_G = -mgz$  bewirkt, dass die Position des Fallenminimums  $z_{\text{min}}$  gegenüber der Position des Magnetfeld-Minimums  $z_{\text{mag}}$  um ca. 10  $\mu\text{m}$  nach unten verschoben wird ( $z_{\text{min}} = z_{\text{mag}} + 10 \mu\text{m}$ ). Das Gesamtpotential lässt sich damit schreiben als

$$U = \frac{1}{2}m \left( (\omega_z(z - z_{\text{min}}))^2 + (\omega_x(x - x_{\text{min}}))^2 + (\omega_y(y - y_{\text{min}}))^2 \right) \quad (3.10)$$

### 3.2.1 Vertikale Position der Joffefalle

Die Kontrolle über den Abstand der ultrakalten Atomwolke von der Oberfläche erfolgt über eine asymmetrische Veränderung der Ströme durch die beiden BEC-Spulen. Um die Falle näher an die Oberfläche zu bringen, wird der Strom in der oberen BEC-Spule um einen gewissen Wert abgesenkt, während der Strom durch die untere Spule um denselben Wert erhöht wird. Der Mittelwert der beiden Ströme bleibt also konstant. Dies hat den Vorteil, dass die Fallenparameter (Fallenfrequenzen und Offsetfeld) ebenfalls nahezu konstant bleiben. Dadurch ist es möglich, die

Wolke bereits während des evaporativen Kühlens langsam an die Oberfläche heranzufahren. Damit lassen sich Kondensate in einem Abstand von nur wenigen zehn  $\mu\text{m}$  zur Oberfläche erzeugen. Fände der Transport zur Oberfläche dagegen erst nach



**Abbildung 3.1:** Öffnung des magnetischen Fallenpotentials durch das Casimir-Polder Potential. Gezeigt ist die Summe aus einem retardierten Casimir-Polder Potential (Gl. (3.4)) und dem magnetischen Fallenpotential nach Gl. (3.10) für  $z_{\min} = 0 \mu\text{m}$  (dunkelblaue Kurve),  $z_{\min} = 5 \mu\text{m}$  (grüne Kurve),  $z_{\min} = 10 \mu\text{m}$  (rote Kurve) und  $z_{\min} = 15 \mu\text{m}$  (hellblaue Kurve). Ab  $z_{\min} \approx 5 \mu\text{m}$  sinkt die Fallentiefe unter den Wert des chemischen Potentials  $\mu \approx 70 \text{ nK}$  (schwarze Linie) des Kondensats<sup>3</sup>, die Falle ist dann nicht mehr tief genug, um die Atome zu speichern.

dem Ende des Kühlprozesses statt, so würde das BEC durch die Bewegung der Falle in eine Schwingung im Fallenpotential versetzt, was nicht erwünscht ist. Um im Allgemeinen transportinduzierte Schwingungen möglichst gering zu halten, werden sämtliche Änderungen der Spulenströme nicht linear in der Zeit durchgeführt, sondern in der Form

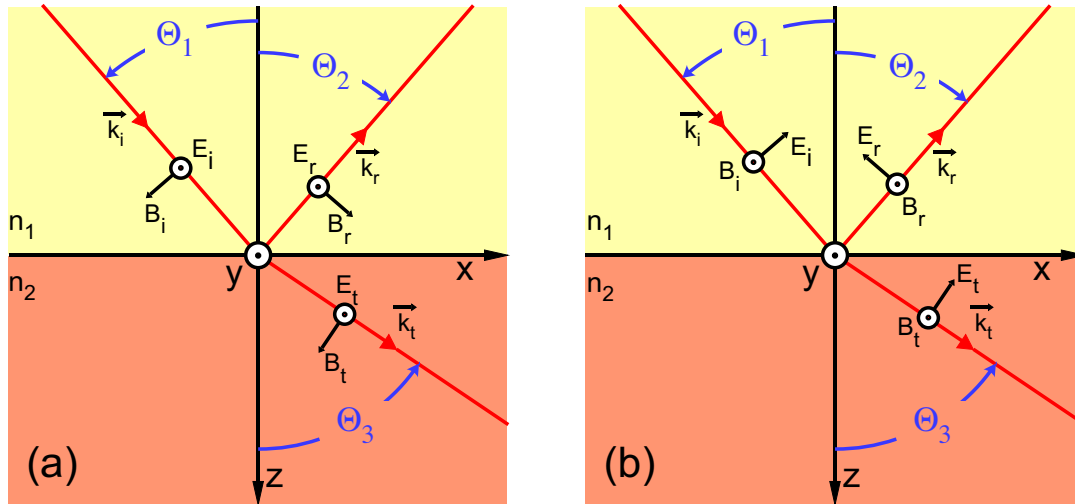
$$I_{\text{BEC}} \propto \sin^2 \frac{\pi t}{2T} \quad (3.11)$$

$T$  ist dabei die Gesamtzeit, die für die Verschiebung benötigt wird. Die Eichfunktion, die eine relative Veränderung der Spulenströme  $\Delta I_{\text{BEC}}$  mit einer Verschiebung der Magnetfallen-Position  $\Delta z_{\text{mag}}$  verknüpft, lässt sich durch Bestimmung der Position aus Absorptionenaufnahmen der gefangenen Wolke für verschiedene Spulenströme ermitteln. Zur absoluten Abstandseichung von  $z_{\text{mag}}$  relativ zur Oberfläche siehe Abschnitt 3.4.2.

<sup>3</sup>Das chemische Potential eines Kondensats ist in einer harmonischen Falle definiert als  $\mu = \frac{\hbar\omega_{ho}}{2} \left( \frac{15Na_0}{a_{ho}} \right)$ , mit der Atomzahl  $N$ , der geometrisch gemittelten Fallenfrequenz  $\omega_{ho} = (\omega_z\omega_x\omega_y)^{1/3}$ , der Oszillatorlänge  $a_{ho} = \left( \frac{\hbar}{m\omega_{ho}} \right)^{1/2}$  und der s-Wellen Streulänge  $a_0$

### 3.3 Evaneszente Wellen und Potentiale

Evaneszente Wellen entstehen, wenn ein Lichtstrahl an der Grenzfläche von einem Material zu einem anderen mit kleinerem Brechungsindex totalreflektiert wird. Die durch die Grenzfläche transmittierte Intensität kann dann nicht mehr propagieren, sondern klingt exponentiell mit dem Abstand zur Grenzfläche ab<sup>4</sup>. In diesem Kapitel werden, ausgehend von den Stetigkeitsbedingungen der elektromagnetischen Felder an Grenzflächen die Eigenschaften dieser evaneszenten Wellen hergeleitet. Die Darstellung folgt [Hec05]. Wir betrachten eine ebene Grenzfläche zweier transparenter Materialien mit reellen Brechungsindizes  $n_1$  und  $n_2$  mit  $n_1 > n_2$  (siehe Abb. 3.2). Die Grenzfläche liegt bei dieser Betrachtung in der Ebene  $(x,y)$ . Auf sie fällt eine ebene Welle mit dem Wellenvektor  $\mathbf{k} = (k_x, 0, k_z)$ . Im Allgemeinen wird ein Teil dieser Wel-



**Abbildung 3.2:** Zur Reflexion von Lichtstrahlen an der Grenzfläche zwischen zwei Materialien mit unterschiedlichen Brechungsindizes  $n_1, n_2$ . (a) s-polarisierte einlaufende Welle. (b) p-polarisierte einlaufende Welle.

le an der Grenzfläche reflektiert und ein Teil durch die Grenzfläche transmittiert. Wir setzen diese Anteile ebenfalls als ebene Wellen an:

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{i0} e^{i(\omega t - k_{ix}x - k_{iz}z)} \quad (3.12a)$$

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_{r0} e^{i(\omega t - k_{rx}x - k_{rz}z)} \quad (3.12b)$$

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_{t0} e^{i(\omega t - k_{tx}x - k_{tz}z)} \quad (3.12c)$$

Die Indizes  $i, r, t$  der  $\mathbf{E}$ -Feldvektoren und Wellenvektoren  $\mathbf{k}$  stehen für die einlaufende, die reflektierte und die transmittierte Welle. Bezeichnen wir die Winkel, die  $\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_t$  und  $\mathbf{k}_r$  mit der Normalen auf die Grenzfläche einschließen mit  $\Theta_1, \Theta_2$  und  $\Theta_3$ , so

<sup>4</sup>lat. “evanescere“ = “dahinschwinden“

gilt für die Wellenzahlen

$$k_{ix} = k \sin(\Theta_1) = \frac{\omega}{c} n_1 \sin(\Theta_1) \quad (3.13a)$$

$$k_{tx} = k \sin(\Theta_2) = \frac{\omega}{c} n_2 \sin(\Theta_2) \quad (3.13b)$$

$$k_{rx} = k \sin(\Theta_3) = \frac{\omega}{c} n_1 \sin(\Theta_3) \quad (3.13c)$$

Aus den Maxwellgleichungen folgt, dass sowohl die tangentielle Komponente des elektrischen, als auch die normale Komponente des magnetischen Feldes an der Grenzfläche stetig verlaufen müssen:

$$E_{(1),\text{tang}} = E_{(2),\text{tang}} \rightarrow E_{t,\text{tang}} = E_{i,\text{tang}} + E_{r,\text{tang}} \quad (3.14a)$$

$$B_{(1),\text{norm}} = B_{(2),\text{norm}} \rightarrow B_{t,\text{norm}} = B_{i,\text{norm}} + B_{r,\text{norm}} \quad (3.14b)$$

Die Indizes (1), (2) stehen hier für die beiden Materialien mit Brechungsindizes  $n_1$ ,  $n_2$ . Für die jeweils orthogonalen Komponenten gilt die Stetigkeit nach Multiplikation mit  $\varepsilon_i$  bzw.  $1/\mu_i$ :

$$\varepsilon_2 E_{(1),\text{norm}} = \varepsilon_1 E_{(2),\text{norm}} \rightarrow \varepsilon_2 E_{t,\text{norm}} = \varepsilon_1 E_{i,\text{norm}} + \varepsilon_1 E_{r,\text{norm}} \quad (3.15a)$$

$$B_{(1),\text{tang}}/\mu_2 = B_{(2),\text{tang}} \rightarrow B_{t,\text{tang}}/\mu_2 = B_{i,\text{tang}}/\mu_1 + B_{r,\text{tang}}/\mu_1 \quad (3.15b)$$

Da diese Gleichungen in der Grenzfläche zu allen Zeiten  $t$  und an allen Orten  $x$  gelten müssen, folgt für die Wellenzahlen in  $x$ -Richtung

$$k_{ix} = k_{rx} = k_{tx} \quad (3.16)$$

und für die Wellenzahlen in  $y$ -Richtung

$$k_{ry} = k_{ty} = 0 \quad (3.17)$$

Zusammen mit den Gl. (3.13a), (3.13b) folgt das Snellius'sche Brechungsgesetz

$$n_1 \sin(\Theta_1) = n_2 \sin(\Theta_2) \quad (3.18)$$

Für  $\Theta_1 = \Theta_T = \arcsin(n_2/n_1)$  beträgt  $\Theta_2 = 90^\circ$ , für  $\Theta_1 > \Theta_T$  wird der gebeugte Strahl ins Medium 1 zurück reflektiert.  $\Theta_T$  wird deshalb Totalreflektions-Winkel genannt. Aus der Stetigkeitsbedingung Gl. (3.14a) folgt allerdings, dass die transmittierte Welle an der Grenzfläche nicht verschwinden darf. Wir betrachten deshalb die Wellenzahl  $k_{zt} = \sqrt{k_t^2 - k_{tx}^2}$ . Nach Gl. (3.16) ersetzen wir  $k_{tx}$  durch  $k_{ix}$  und setzen für  $k_{ix}$  die Gl. (3.13a) ein. Es ergibt sich

$$k_{zt} = \frac{\omega}{c} n_2 \sqrt{1 - \left( \frac{n_1}{n_2} \sin(\Theta_1) \right)^2} \quad (3.19)$$

Der Ausdruck unter der Wurzel wird negativ für  $\Theta_1 > \Theta_T$ , woraus folgt, dass die Wellenzahl  $k_{tz}$  rein imaginär ist. Die transmittierte ebene Welle Gl. (3.12c) lässt sich mit diesem Ergebnis schreiben als

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_{0t} e^{i(\omega t - k_{tx} x)} \cdot e^{-\frac{z}{z_0}} \quad (3.20)$$

mit der sogenannten Eindringtiefe  $z_0$

$$z_0 = \frac{1}{\frac{\omega}{c} n_2 \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(\Theta_1)\right)^2 - 1}} = \frac{\lambda}{2\pi n_2 \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(\Theta_1)\right)^2 - 1}} \quad (3.21)$$

wobei  $\lambda = 2\pi c/\omega$  die Wellenlänge des Lichts im Vakuum ist. Die Funktion  $z_0(\Theta_1)$  ist in Abb. 3.3 für  $\lambda = 765 \text{ nm}$ ,  $n_1 = 1,5$  und  $n_2 = 1$  dargestellt. Man erkennt, dass sie für  $\Theta_1 = \Theta_T$  divergiert und mit steigendem Winkel sehr schnell abfällt. Bei  $\Theta_1 = 90^\circ$  erreicht sie ihr Minimum von  $z_0 = \lambda/(2\pi \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2})$ . Es bleibt nun noch die Amplitude  $\mathbf{E}_{t0}$  der evaneszenten Welle an der Grenzfläche ( $z = 0$ ) zu bestimmen. Wir betrachten hierzu getrennt die Fälle von s- bzw. p-polarisierter einfallender Welle.

### Einlaufende s-polarisierte Welle

In diesem Fall gilt  $\mathbf{E}_{i0} = (0, E_y, 0)$ , der E-Feldvektor steht also senkrecht zur Einfallsebene. Für die magnetische Flussdichte gilt

$$\mathbf{B} = \frac{(\mathbf{k} \times \mathbf{E})}{\omega} \quad (3.22)$$

womit sich die Stetigkeitsbedingung Gl. (3.14b) als

$$(\mathbf{k}_i \times \mathbf{E})_x + (\mathbf{k}_r \times \mathbf{E})_x = (\mathbf{k}_t \times \mathbf{E})_x \quad (3.23a)$$

$$(\mathbf{k}_i \times \mathbf{E})_z + (\mathbf{k}_r \times \mathbf{E})_z = (\mathbf{k}_t \times \mathbf{E})_z \quad (3.23b)$$

$$(3.23c)$$

schreiben lässt. Wir folgern daraus, dass auch die normalen E-Feldkomponenten des reflektierten und des transmittierten Strahls verschwinden müssen und damit gilt

$$E_i := |\mathbf{E}_{0i}| = E_{iy}, \quad E_r := |\mathbf{E}_{0r}| = E_{ry}, \quad E_t := |\mathbf{E}_{0t}| = E_{ty} \quad (3.24)$$

und

$$\mathbf{E}_{0t} = \tau_s \mathbf{E}_{0i} \quad (3.25a)$$

$$\mathbf{E}_{0r} = \varrho_s \mathbf{E}_{0i} \quad (3.25b)$$

mit dem Transmissionskoeffizienten  $\tau_s$  und dem Reflektionskoeffizienten  $\varrho_s$ . Weiterhin folgt aus Gl. (3.23a) die Beziehung

$$k_{iz}E_i + k_{rz}E_r = k_{tz}E_t \quad (3.26)$$

Die sogenannten Fresnel'schen Gleichungen für  $\tau_s$  und  $\varrho_s$  erhält man aus dieser Gleichung zusammen mit der Stetigkeitsbedingung 3.14a und der Beziehung  $k_{rz} = -k_{iz}$  (diese folgt aus Gl. (3.13b) zusammen mit Gl. (3.16)):

$$\tau_s = \frac{2}{1+a} \quad (3.27a)$$

$$\varrho_s = \frac{1-a}{1+a} \quad (3.27b)$$

mit

$$a = \frac{k_{tz}}{k_{iz}} = \frac{-i\frac{\omega}{c}n_2\sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\sin(\Theta_1)\right)^2 - 1}}{\frac{\omega}{c}n_1\cos(\Theta_1)} \quad (3.28)$$

Da der Transmissionskoeffizient für  $\Theta_1 > \Theta_T$  komplexwertig ist, besteht ein Phasenunterschied zwischen  $E_i$  und  $E_t$ . Um diesen zu berechnen schreiben wir  $a = i\chi$  und zerlegen  $\tau_s$  in Real- und Imaginärteil:

$$\tau_s = \frac{2}{1-a} = \frac{2}{1-i\chi} = \frac{2}{1+\chi^2} + i\frac{2\chi}{1+\chi^2} = re^{i\phi} \quad (3.29)$$

mit dem Betrag  $r$  und der Phase

$$\phi = \arctan(\chi) \quad (3.30)$$

Das Verhältnis der Intensitäten  $I = \frac{\varepsilon_0 c}{2} n E^2$  von einlaufender- zu evaneszenter Welle beträgt

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{n_2}{n_1} |\tau_s|^2 = \frac{n_2}{n_1} \frac{4}{1+\chi^2} \quad (3.31)$$

### Einlaufende p-polarisierte Welle

Analog zur Betrachtung der s-polarisierten Welle lassen sich für den p-polarisierten Einfall ( $\mathbf{E}_{i0} = (E_{ix}, 0, E_{iz})$ ) ebenfalls Gleichungen für den Reflektions- und den Transmissionskoeffizienten des Betrags des elektrischen Feldes herleiten. Wenn wir uns auf den Fall nichtmagnetischer Medien beschränken ( $\mu_1 = \mu_2 \approx 1$ ), gilt

$$\tau_p = \frac{2n_1/n_2}{1+b} \quad (3.32a)$$

$$\varrho_p = \frac{1-b}{1+b} \quad (3.32b)$$

mit

$$b = \frac{n_1^2}{n_2^2} a \quad (3.33)$$

Da das elektrische Feld in diesem Fall nicht tangential zur Oberfläche steht, können wir daraus keine Aussage über die einzelnen Komponenten von  $\mathbf{E}_t$  machen. Wir betrachten deshalb zunächst das B-Feld  $\mathbf{B}_t = (0, B_{ty}, 0)$ , das jetzt nur eine tangentiale Komponente besitzt. Dieses verläuft, wenn die magnetischen Permeabilitäten  $\mu_i = 1$  sind, nach Gl. (3.15b) an der Grenzfläche stetig. Wir können dann für  $\Theta_1 > \Theta_T$  wegen  $|\mathbf{B}| \propto |\mathbf{E}|$  nach Gl. (3.20) schreiben

$$\mathbf{B}_t = \begin{pmatrix} 0 \\ B_t \\ 0 \end{pmatrix} \cos(\omega t - k_{tx}x) e^{-\frac{z}{z_0}} \quad (3.34)$$

Nach der 4. Maxwell'schen Gleichung gilt dann

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{B}_t = B_t e^{-\frac{z}{z_0}} \begin{pmatrix} \frac{1}{z_0} \cos(\omega t - k_{tx}x) \\ 0 \\ -k_{tx} \sin(\omega t - k_{tx}x) \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

woraus sich das elektrische Feld durch Integration nach  $t$  ergibt

$$\mathbf{E}_t = \frac{B_t}{\mu_0 \varepsilon_0 \omega} e^{-\frac{z}{z_0}} \begin{pmatrix} \frac{1}{z_0} \sin(\omega t - k_{tx}x) \\ 0 \\ k_{tx} \cos(\omega t - k_{tx}x) \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Die beiden Komponenten  $E_{tx}$  und  $E_{tz}$  sind also um  $90^\circ$  phasenverschoben und das Amplitudenverhältnis beträgt

$$\frac{E_{tz}}{E_{tx}} = k_{tx} z_0 = \frac{\sin(\Theta_1)}{\sqrt{\sin^2(\Theta_1) - (n_2/n_1)^2}} \quad (3.37)$$

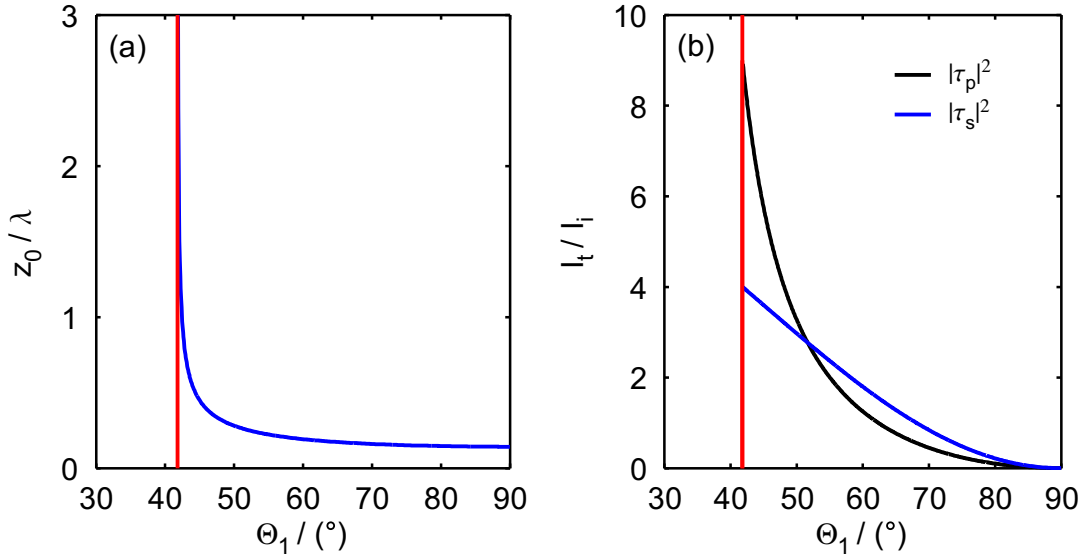
Dieses Verhältnis divergiert für  $\lim_{\Theta_1 \rightarrow \Theta_T}$ , woraus folgt, dass die evaneszente Welle in der Nähe des Totalreflektions-Winkels linear in z-Richtung polarisiert ist. Für  $\lim_{\Theta_1 \rightarrow 90^\circ}$  geht das Verhältnis gegen Eins, die evaneszente Welle ist somit zirkular polarisiert. Das Intensitätsverhältnis von evaneszenter zu einlaufender Welle lautet

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{n_2}{n_1} |\tau_p|^2 = \frac{n_2}{n_1} \frac{4(n_1/n_2)^2 \cos^2(\Theta_1)}{\cos^2(\Theta_1) + (n_1/n_2)^2 ((n_1/n_2)^2 \sin^2(\Theta_1) - 1)} \quad (3.38)$$

### 3.3.1 Das evaneszente Dipolpotential

In Atomen, die sich innerhalb eines Lichtfeldes der Intensität  $I$  befinden, wird von diesem ein oszillierendes Dipolmoment induziert. Die Wechselwirkung dieses Dipol-





**Abbildung 3.3:** (a) Eindringtiefe  $z_0$  in Einheiten der Wellenlänge  $\lambda$  über dem Einfallswinkel  $\Theta_1$ . (b) Betragquadrat der Fresnelkoeffizienten für die evaneszente Welle für s-Polarisation (blaue Kurve) und p-Polarisation (schwarze Kurve) über dem Einfallswinkel  $\Theta_1$ . In beiden Fällen ist  $\lambda = 765$  nm,  $n_1 = 1.5$  (Glas) und  $n_2 = 1$  (Vakuum). Die rote Linie markiert jeweils den Totalreflektions-Winkel  $\Theta_T$ .

moments mit dem Strahlungsfeld führt zu einer potentiellen Energie  $U \propto I$ . Das Vorzeichen dieses Potentials hängt von der Verstimmung  $\Delta$  des Lichts relativ zum dominierenden Übergang des Atoms ab. Für blauverstimmttes Licht ist das Potential positiv, das Atom wird folglich vom Lichtfeld abgestoßen. Die beiden dominierenden Übergänge in  $^{87}\text{Rb}$  sind  $|5S_{1/2}\rangle \mapsto |5P_{1/2}\rangle$  (D1-Linie,  $\lambda \approx 794,8$  nm) und  $|5S_{1/2}\rangle \mapsto |5P_{3/2}\rangle$  (D2-Linie,  $\lambda \approx 780,25$  nm). Unter Berücksichtigung dieser beiden Übergänge lautet das Dipolpotential bei gegebener Lichtintensität  $I$  [Gri00]:

$$U_{dip} = \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_l^3} \cdot \left( \frac{2}{\Delta_2} + \frac{1}{\Delta_1} \right) I \quad (3.39)$$

mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$ , der natürlichen Linienbreite  $\Gamma$  des  $5P$  Zustands, der Lichtfrequenz  $\omega_l$  und den Verstimmungen  $\Delta_{1,2}$  der Lichtfrequenz von der  $D_1$ - und der  $D_2$  Linie. Die maximale evaneszente Intensität eines Gaußstrahls auf der Oberfläche beträgt  $I_0 = \frac{n_2}{n_1} |\tau|^2 \cdot 2P/(\pi w_0^2)$ , wobei  $w_0$  die Strahltaile des einfallenden Laserstrahls ist<sup>5</sup>.  $P$  ist die Lichtleistung im Barrierenstrahl. Wir definieren einen optischen Potentialfaktor

$$C_0 = \frac{\pi c^2 \Gamma}{\omega_l^3} \cdot \left( \frac{2}{\Delta_2} + \frac{1}{\Delta_1} \right) \cdot \frac{n_2}{n_1} \frac{|\tau|^2}{\pi w_0^2} \quad (3.40)$$

<sup>5</sup>Die Strahltaile des Gaußstrahls befindet sich bei unserem Aufbau auf der Oberfläche.

Damit lässt sich das maximale Potential in der Mitte des Strahls als Funktion des Abstands schreiben als

$$U_{\text{EV}} = C_0 P \cdot e^{-\frac{2z}{z_0}} \quad (3.41)$$

bzw. unter Berücksichtigung des räumlichen Strahlprofils

$$U_{\text{EV}} = C_0 P \cdot e^{-\frac{2z}{z_0}} \cdot e^{-\frac{2x^2}{w_0^2} - \frac{2y^2}{w_{0y}^2}} \quad (3.42)$$

wobei  $w_{0y} = w_0 / \cos(\Theta_1) \approx \sqrt{2} w_0$  die durch die Projektion auf die Oberfläche verbreiterte Strahltaile in y-Richtung ist.

### 3.3.2 Die Potentialbarriere

#### Allgemeine Betrachtungen zur Barriere

An dieser Stelle sollen einige allgemeine Überlegungen zu den Eigenschaften der Barriere angestellt werden. Vernachlässigt man das, verglichen mit dem evaneszenten ( $U_{\text{EV}}$ )- und dem Casimir-Polder ( $U_{\text{CP}}$ ) Potential, sehr flache magnetische Fallenpotential, so gilt für die energetische Höhe der Barriere  $E_B$

$$E_B = U_{\text{EV}}(z_B) + U_{\text{CP}}(z_B) \quad (3.43)$$

Das Maximum der Barriere entsteht an der Stelle  $z_B$ , an der sich die Ableitungen der beiden Potential gerade zu Null addieren

$$\left( \frac{\partial U_{\text{CP}}(z_B)}{\partial z} + \frac{\partial U_{\text{EV}}(z_B)}{\partial z} \right) = 0 \quad (3.44)$$

Um quantitative Aussagen machen zu können, wird das Casimir-Polder Potential im Folgenden als Potenzfunktion der Form

$$U_{\text{CP}} = -\frac{C}{z^n} \quad (3.45)$$

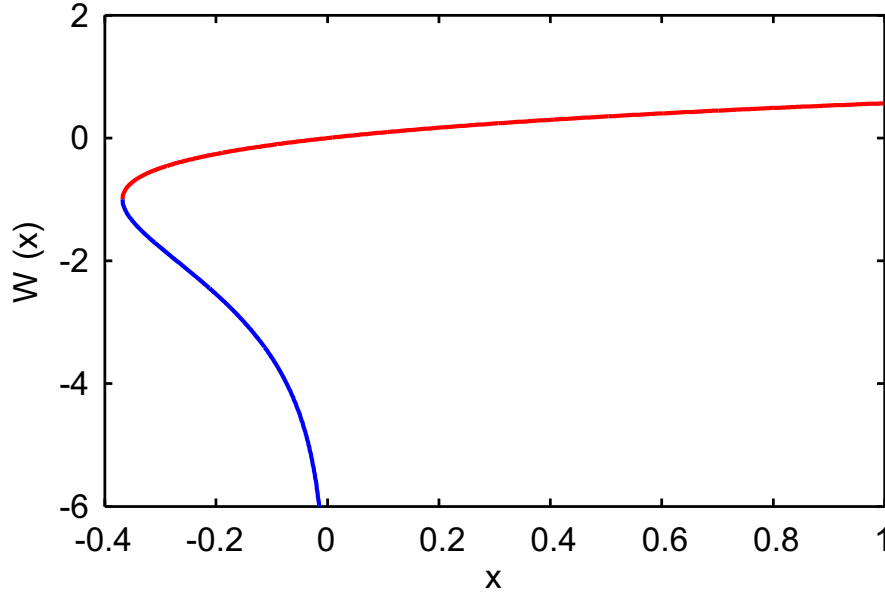
mit  $n \in \mathbf{Q}_0^+$  angenommen. Setzt man diese sowie Gl. (3.41) in Gl. (3.44) ein, erhält man

$$C_0 P e^{-\frac{2z}{z_0}} + \frac{nc}{z^{n+1}} = 0 \quad (3.46)$$

Diese Gleichung besitzt keine analytische Lösung. Die Lösung lässt sich aber schreiben als

$$z_B = -\frac{1}{2}(1+n)z_0 \cdot W \left( \frac{\left( \frac{2^{-n} C_0 P}{C n z_0} \right)^{-\frac{1}{1+n}}}{(1+n)z_0} \right) \quad (3.47)$$

wobei  $W$  die Lambert'sche  $W$ -Funktion<sup>6</sup> ist. Diese ist definiert als Lösung der Gleichung  $z = W(x) \cdot e^{W(x)}$ , der Verlauf ihrer beiden reellen Äste ist in Abb. 3.4 dargestellt. Physikalisch sinnvolle Lösungen sind nur solche mit  $z_B > 0$  und damit  $W \leq 0$ .



**Abbildung 3.4:** Reelle Äste der Lambert'schen  $W$ -Funktion. Die Umkehrfunktion von  $z = W(x) \cdot e^{W(x)}$  ist im Intervall  $(-\infty, 0]$  nicht injektiv. Sie besitzt im Intervall  $(-1/e, 0]$  zwei Äste.

In diesem Bereich besitzt die  $W$ -Funktion zwei Lösungen. Die betragsmäßig kleinere der Beiden (oberer Ast der  $W$ -Funktion) entspricht der Barrierenposition, während die andere einem lokalen Potentialminimum bei  $z > z_B$  entspricht. Das Argument der  $W$ -Funktion in Gl. (3.47) steigt streng monoton mit der Laserleistung  $P$  und es gilt  $\lim_{P \rightarrow \infty} \arg(W) = 0$ . Die Barriere rückt also mit steigender Laserleistung  $P$  näher zur Oberfläche und es gilt  $\lim_{P \rightarrow \infty} z_B(P) = 0$ . Aus diesem Umstand und der Tatsache, dass die  $W$ -Funktion nur für  $\arg(W) \geq -1/e$  definiert ist, folgt auch, dass es eine minimale Laserleistung  $P_{\min, \text{lm}}$ <sup>7</sup> gibt, für die  $U_{\text{ges}} = U_{\text{CP}} + U_{\text{EV}}$  gerade noch ein lokales Maximum besitzt. Man erhält  $P_{\min, \text{lm}}(z_{B, \text{max}, \text{lm}})$  also aus der Bedingung

$$\arg(W) = \frac{\left( \frac{2^{-n} C_0 P_{\min, \text{lm}}}{C n z_0} \right)^{-\frac{1}{1+n}}}{(1+n) z_0} = -\frac{1}{e} \quad (3.48)$$

mit der Lösung

$$P_{\min, \text{lm}} = \frac{2^n C e n \left( \frac{(1+n) z_0}{e} \right)^{-n}}{(1+n) C_0} \quad (3.49)$$

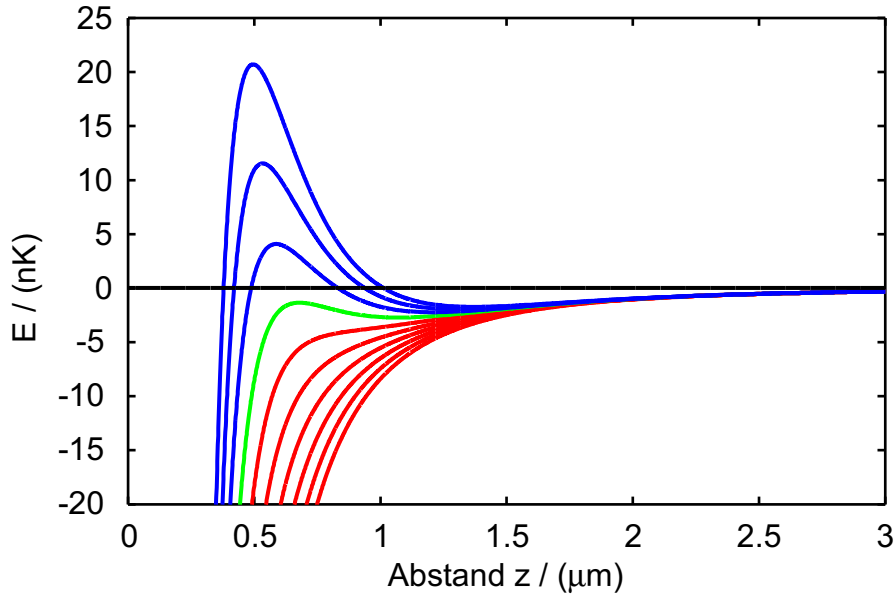
<sup>6</sup>Diese wird auch Omegafunktion oder Produktlogarithmus genannt.

<sup>7</sup>Die Indizes lm und gm stehen für lokales- bzw. globales Maximum.

Der obere Ast der  $W$ -Funktion liegt für  $W \leq 0$  stets zwischen 0 und -1. Die zu  $P_{\min, \text{lm}}$  gehörige maximale Position  $z_{B, \text{max, lm}}$  ergibt sich somit aus der Bedingung  $W = -1$ . Mit Gl. (3.47) folgt damit

$$z_{B, \text{max, lm}} = \frac{1}{2}(1+n)z_0 \quad (3.50)$$

Aus Abb. 3.5 ist ersichtlich, dass es eine minimale Schwell-Laserleistung  $P_{\min, \text{gm}}$



**Abbildung 3.5:** Summe aus einem nichtretardierte Casimir-Polder Potential ( $\propto 1/z^3$ ) und einem evaneszenten Potential mit der Eindringtiefe  $z_0 = 430$  nm für verschiedene Laserleistungen von 0 bis 9 mW. Zwischen 0 und 5 mW (rote Kurven) existiert weder ein globales, noch ein lokales Maximum. Für  $P = 6$  mW existiert zwar ein lokales Maximum (grüne Kurve), die Energie ist aber kleiner als Null. Erst ab einer gewissen minimalen Leistung besitzt das Gesamtpotential ein globales Maximum mit  $E > 0$  (blaue Kurven).

gibt, ab der das lokale Maximum  $U_{\text{ges}}(z_B)$  zu einem globalen Maximum wird. Es gilt dann  $U_{\text{ges}}(z_B(P > P_{\min, \text{gm}})) > 0$ . Da ein atomares Ensemble immer nur mit einer Gesamtenergie  $U_A \geq 0$  präpariert werden kann, muss diese Bedingung erfüllt sein, um eine Reflektion am Gesamtpotential zu ermöglichen. Man erhält  $P_{\min, \text{gm}}$  als diejenige Leistung, bei der das Gesamtpotential  $U_{\text{ges}}$  gerade nur eine Nullstelle besitzt. Hierzu setzen wir  $U_{\text{ges}} = 0$  und lösen nach  $z_B$  auf

$$z_B = -\frac{1}{2}nz_0 \cdot W \left( -\frac{\left(\frac{2^{-n}C_0P}{C}\right)^{-\frac{1}{n}}}{nz_0} \right) \quad (3.51)$$

Die beiden Äste der  $W$ -Funktion entsprechen jetzt den beiden Nulldurchgängen von  $U_{\text{ges}}$ . Diese fallen zusammen für  $\arg(W) = -1/e$ , woraus sich für  $P_{\text{min, gm}}$  ergibt

$$P_{\text{min, gm}} = \frac{2^n C \left(\frac{nz_0}{e}\right)^{-n}}{C_0} \quad (3.52)$$

Die zugehörige Barrierenposition  $z_{B, \text{max, gm}}(P_{\text{min, gm}})$  finden wir wieder, indem wir in Gl. (3.51)  $W = -1$  setzen

$$z_{B, \text{max, gm}} = \frac{1}{2} n z_0 \quad (3.53)$$

### 3.3.3 Eichung des Reflektionswinkels

Wie Gl. (3.21) zeigt, ist die Eindringtiefe des evaneszenten Feldes stark vom Winkel abhängig, unter dem die Totalreflektion stattfindet (vergleiche auch Abb. 3.3). Dieser Parameter muss deshalb genau bekannt sein, um das evaneszente Potential theoretisch berechnen zu können. Dieser Abschnitt beschreibt die von uns verwendete Methode zur Bestimmung des Total-Reflektionswinkels und zur Einstellung beliebiger Winkel relativ zu diesem.

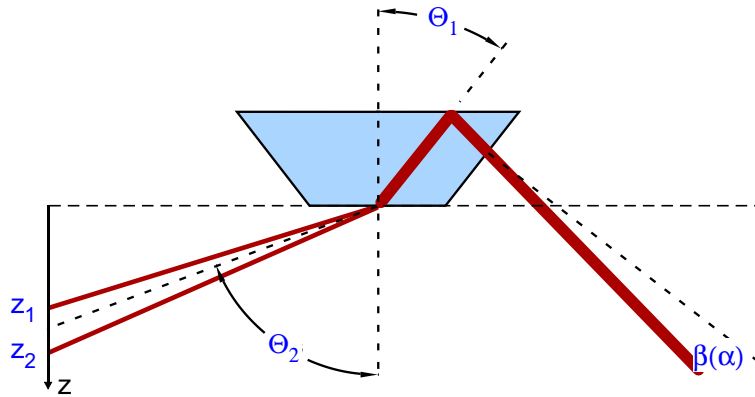
Wie bereits in Kap. 2.2.3 beschrieben wurde, erfolgt die Einstellung des Winkels über eine Feinjustage-Schraube an dem Spiegel, der den Strahl in die Kammer umlenkt. Zunächst wird also eine Beziehung zwischen einer Drehung an dieser Schraube um den Winkel  $\Delta\alpha$  und der damit verbundenen Winkeländerung  $\Delta\beta$  zwischen dem Strahl und der Normalen zur Eintrittsfläche in das Prisma benötigt. Da  $\Delta\beta < 3^\circ$  gilt, kann innerhalb der Kleinwinkel-Näherung die Beziehung  $\Delta\beta/\Delta\alpha = c = \text{const.}$  angenommen werden. Die Konstante  $c$  lässt sich durch Messen der Strahlpositionen für verschiedene Winkel  $\alpha$  auf einem weit entfernten Schirm zu  $c = 0,00253$  bestimmen. Mit dem Brechungsgesetz Gl. (3.18) erhält man den Zusammenhang zwischen  $\beta$  und dem Einfallswinkel  $\Theta_1$  auf die Prismenoberfläche. Auch hier zeigt sich, dass für Winkeländerungen  $\Delta\beta < 3^\circ$  der Zusammenhang zwischen  $\Theta_1$  und  $\beta$  annähernd linear ist  $\partial\Theta_1/\partial\beta = 0,66$ . Wird nun der Strahl unter einem Winkel  $\Theta_1 < \Theta_T$  eingestrahlt, so tritt ein durch die Oberfläche transmittierter, gebrochener Strahl aus der Kammer aus. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 3.6 skizziert. Der gebrochene Strahl besitzt ein anderes Aspektverhältnis als der ursprüngliche Strahl. Dies liegt daran, dass der einfallende Strahl eine gewisse Divergenz  $\Delta\Theta_1$  aufweist. Da nach dem Brechungsgesetz der Zusammenhang zwischen  $\Theta_1$  und  $\Theta_2$  in der Nähe von  $\Theta_T$  sehr steil verläuft, wird der senkrechte Strahldurchmesser hier stark verbreitert. Auf einem Schirm im Abstand  $\Delta x$  zum Auftreffpunkt auf der Prismen-Oberfläche werden die Positionen der optischen Strahlberandungen ( $Z_1, Z_2$ ) gemessen.

$$Z_{1,2} = \frac{\Delta x}{\tan(\arcsin(n_1/n_2 \cdot \sin(\Theta_1 \pm \Delta\Theta_1)))} \quad (3.54a)$$

$$= \frac{\Delta x}{\tan(\arcsin(n_1/n_2 \cdot \sin(\Theta_{1,0} + 0,66(0.00253\alpha) \pm \Delta\Theta_1)))} \quad (3.54b)$$

Durch einen Fit dieser beiden Funktionen an die gemessenen Daten  $Z_{1,2}(\alpha)$  ergeben sich die beiden Fitparameter  $\Delta\Theta_1$  (Strahldivergenz des eingestrahnten Strahls) und  $\Theta_{1,0}$  (Einfallswinkel  $\Theta_1$  bei  $\alpha = 0$ ). Der geeichte Einfallswinkel beträgt also

$$\Theta_1 = \Theta_{1,0} + 0.66 \cdot 0.00253 \cdot \alpha \quad (3.55)$$



**Abbildung 3.6:** Schematische Darstellung zur Bestimmung des Total-Reflexionswinkels. Es werden die Positionen  $Z_1$  und  $Z_2$  (Berandungen des gebrochenen Strahls auf einem Schirm im Abstand  $\Delta x$  von der Strahlposition auf der Oberfläche) als Funktionen des Einfallswinkels  $\alpha$  gemessen.

### 3.3.4 Justage des Barrierenstrahls

Zur Gewährleistung einer definierten, homogenen und maximal hohen Potentialbarriere ist es erforderlich, das Intensitätsmaximum des Barrierenstrahls mit dem Potentialminimum der Magnetfalle auf der Oberfläche zur Deckung zu bringen. In diesem Abschnitt wird auf die hierfür erforderliche Justageprozedur eingegangen. Wie bereits in Kap. 2.2.3 beschrieben wurde, lässt sich die Position  $(x, y)$  des Barrierenstrahls auf der Oberfläche mittels zweier Verschiebetische einstellen. Eine erste Grobjustage verläuft wie folgt: Ein BEC wird in einem Abstand von ca.  $100 \mu\text{m}$  zur Oberfläche präpariert. Innerhalb von 200 ms wird das Kondensat in Richtung zur Oberfläche versetzt und direkt im Anschluss daran innerhalb von 100 ms an die Ausgangsposition zurückversetzt. Man stellt nun die Versatzposition so ein, dass bei abgeschaltetem Barrierenstrahl bei dieser Verschiebung gerade alle Atome aus der Magnetfalle an der Oberfläche verlorengehen. Durch ein Abrastern der Position  $(x, y)$  des Strahls auf der Oberfläche sucht man nun die Verschiebetisch-Einstellungen, bei denen wieder alle Atome von der Oberfläche zurückkommen.

Zur Feinjustage geht man folgendermaßen vor. Anstatt das BEC langsam in der Magnetfalle zur versetzen, wird es nun senkrecht nach oben abgeworfen. Hierzu wird die Position der Magnetfalle sehr schnell (innerhalb von ca.  $50 \mu\text{s}$ ) in Richtung zur Oberfläche versetzt. Das Kondensat kann dieser schnellen Bewegung nicht folgen.

Es verbleibt zunächst an der ursprünglichen Position und besitzt nun potentielle Energie im Fallenpotential. Innerhalb einer  $1/4$  Fallenperiode wird diese in rein kinetische Energie umgewandelt. Schaltet man nun die Magnetfalle genau zu dem Zeitpunkt aus, wenn die kinetische Energie maximal ist, so bewegen sich die Atome auf einer ballistischen Flugbahn auf die Oberfläche zu. Die Abwurfgeschwindigkeit lässt sich mit der Distanz, um die die Falle versetzt wird, regulieren. Es werden alle Atome, deren kinetische Energie höher ist als die energetische Höhe der Barriere an die Oberfläche gelangen und somit aus der Falle verloren gehen. Atome mit niedrigerer kinetischer Energie werden an der Barriere reflektiert und können mittels Absorptionsabbildung nachgewiesen werden. Man wählt nun die mittlere Abwurfgeschwindigkeit so, dass ca. die Hälfte der abgeworfenen Atome von der Barriere reflektiert werden<sup>8</sup>. Jetzt wird zunächst die  $y$ -Position des Barrierenstrahls variiert und jeweils die Zahl  $N$  der reflektierten Atome bestimmt. Die so bestimmte Kurve weist ein Maximum bei der optimalen  $y$ -Position des Barrierenstrahls auf. Liegt die mittlere kinetische Energie der Atome deutlich unterhalb der maximalen Barrierehöhe, so entspricht dieses Maximum der Anfangs-Atomzahl und ist über einen großen Bereich konstant. Die Kurve wird schmaler und daher die Justage deutlich präziser, wenn die Abwurfgeschwindigkeit so hoch gewählt wird, dass bei der optimalen  $y$ -Position bereits ein kleiner Teil der Anfangs-Atomzahl verloren geht. Durch einen Fit mit einer Gaußfunktion<sup>9</sup> an die Daten ergibt sich die optimale Position in  $y$ -Richtung. Dieselbe Justage erfolgt daraufhin in  $x$ -Richtung. Abb. 3.7 zeigt Kurven für die Rasterung entlang beider Raumrichtungen mit den zugehörigen Gaußfits. Bei gleicher Abwurfgeschwindigkeit ist in  $x$ -Richtung das Maximum stets schmaler, da der  $y$ -Strahldurchmesser auf der Oberfläche durch Projektion um einen Faktor  $1/\cos(\Theta_1)$  größer ist als in  $x$ -Richtung.

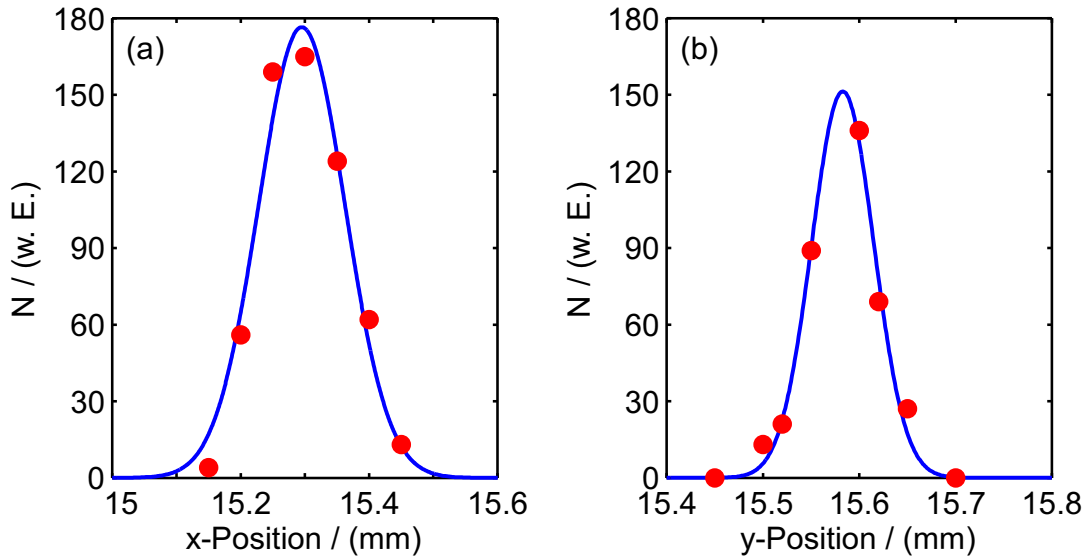
## 3.4 Experimentelle Charakterisierung der Oberflächenfalle

### 3.4.1 Laden der Oberflächenfalle

Wie bereits diskutiert wurde (vgl. Abb. 3.1), gehen ohne evaneszentes Potential bei zu kleinen Abständen der Magnetfalle zur Oberfläche Atome aus der Falle verloren. Dieser Effekt lässt sich folgendermaßen demonstrieren: Ein BEC wird in einem Abstand von ca.  $z_{\min,A} = 40 \mu\text{m}$  zur Oberfläche präpariert (Die Ausgangsposition des Magnetfeld-Minimums beträgt dann wegen der Verschiebung durch die Gravitation  $z_{\text{mag},A} \approx 30 \mu\text{m}$ ). Innerhalb von 200 ms wird daraufhin das Magnetfeld-Minimum in

<sup>8</sup>Wegen der nach dem Abwurf freiwerdenden chemischen Energie  $\mu$  des Kondensats besitzt das Ensemble eine Geschwindigkeitsverteilung mit einer Halbwertsbreite von ca. 5 mm/s. Diese führt dazu, dass die Kurve, die die Zahl der reflektierten Atome über der kinetischen Energie beschreibt, keine Stufenfunktion ist, sondern auf einer Breite, die dem chemischen Potential  $\mu$  entspricht, abfällt

<sup>9</sup>Der theoretisch erwartete Kurvenverlauf entspricht nicht einer Gaußfunktion. Da er aber ebenfalls symmetrisch um das Maximum herum abfällt, ist der Gaußfit geeignet, um die Position des Maximums zu ermitteln.

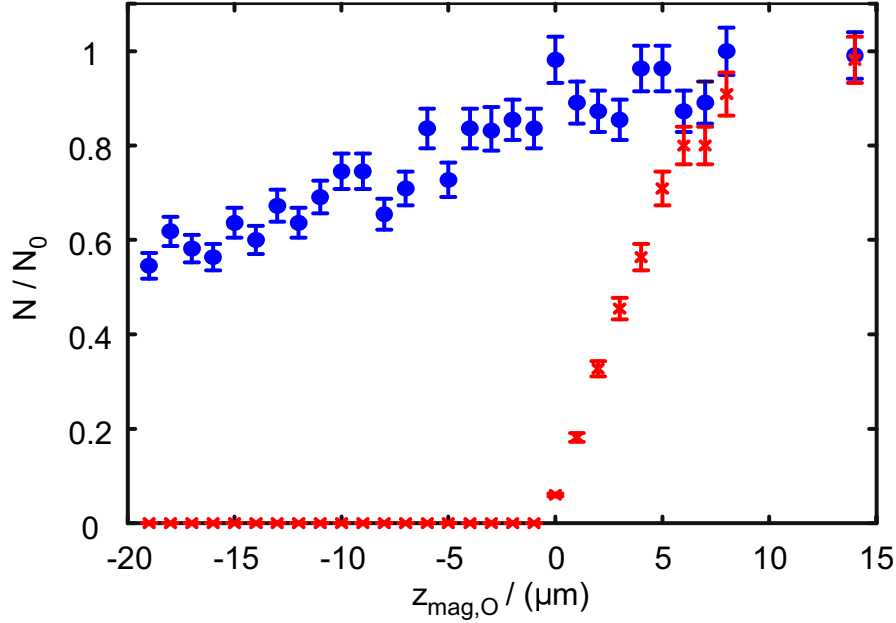


**Abbildung 3.7:** Justage des Barrierenstrahls durch Rasterung der Position auf der Oberfläche (a) Reflektierte Atomzahl über der Position des Verschiebetischs für die x-Position. (b) Reflektierte Atomzahl über der Position des Verschiebetischs für die y-Position. An beide Datensätze wurde zur Bestimmung der jeweils optimalen Strahlposition eine Gaußfunktion (blaue Kurven) angefitet.

Richtung zur Oberfläche (Oberflächenposition  $z_{\text{mag,O}}$ ) versetzt. Direkt im Anschluss daran erfolgt innerhalb von 100 ms ein Versatz zurück zur Ausgangsposition. Durch sukzessive Verkleinerung von  $z_{\text{mag,O}}$  lässt sich eine Verlustkurve aufnehmen, wie sie in Abb. 3.8 dargestellt ist. Ab einem bestimmten maximalen  $z_{\text{mag,O}}$  setzen Atomzahlverluste ein. Bei weiterer Annäherung an die Oberfläche nehmen diese Verluste zunächst langsam zu. Bei  $z_{\text{mag,O}} \approx 5 \mu\text{m}$  (zur Absoluteichung der Distanz des Magnetfeld-Minimums zur Oberfläche siehe den nächsten Abschnitt 3.4.2) wird der Verlauf der Verlustkurve plötzlich deutlich steiler. Dieser Kurvenverlauf lässt sich folgendermaßen interpretieren: Für Abstände  $z_{\text{mag,O}} > 5 \mu\text{m}$  können zunächst die nichtkondensierten thermischen Atome aus der Falle entweichen. Bei  $z_{\text{mag,O}} \approx 5 \mu\text{m}$  entspricht die Fallentiefe gerade dem chemischen Potential  $\mu$  des Kondensats. Da die Ausdehnung des Kondensats viel kleiner ist, als die der thermischen Wolke und die atomare Dichte sehr viel höher, wird der Kurvenverlauf deutlich steiler, sobald auch kondensierte Atome aus der Falle verloren gehen.

Wiederholt man das Experiment mit eingeschaltetem Barrierenstrahl, so sind die Verluste aus der Falle deutlich reduziert: Das evaneszente Potential verhindert, dass Atome an der Oberfläche verloren gehen können.





**Abbildung 3.8:** Verlustkurven für das Heranfahren der Magnetfalle auf verschiedene Abstände  $z_{\text{mag,O}}$  zur Oberfläche. Die rote Kurve wurde ohne evaneszentes Potential aufgenommen. Die blaue Kurve wurde bei eingeschaltetem evaneszentes Potential aufgenommen. Die Verluste aus der Magnetfalle sind durch das evaneszentes Potential stark unterdrückt.

### 3.4.2 Eichung der Absolutposition der Magnetfalle relativ zur Oberfläche

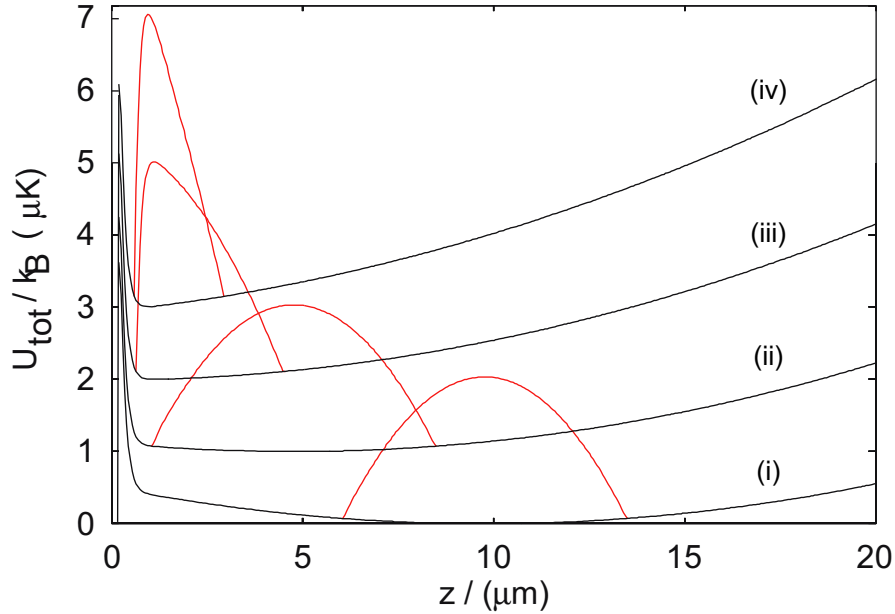
In Abb. 3.9 ist die Summe aus Casimir-Polder<sup>10</sup>, evaneszentes<sup>11</sup> und magnetischem Potential<sup>12</sup>  $U_{\text{tot}} = U_{\text{CP}} + U_{\text{EV}} + U_{\text{mag}}$  für vier verschiedene Positionen  $z_{\text{mag}} = [0, -5, -10, -20] \mu\text{m}$  dargestellt. Zusätzlich eingezeichnet ist die atomare Dichteverteilung für eine Atomzahl von  $N = 10^5$  in der Thomas-Fermi Näherung [Cor02]. Abb. 3.10 (a) zeigt eine Simulation der Position des Fallenminimums  $z_{\text{min}}$  relativ zur Oberfläche als Funktion des Abstands  $z_{\text{mag}}$  des Magnetfeld-Minimums zur Oberfläche bei eingeschaltetem evaneszentes Potential. Der Simulation liegt das analytische Casimir-Polder Potential für das retardierte Regime zugrunde. Bei großen Abständen zur Oberfläche (Bereich(i)) ist die Position des Fallenminimums allein durch  $z_{\text{mag}}$  gegeben und es gilt damit  $dz_{\text{min}}/dz_{\text{mag}} = 1$ . Befindet sich aber  $z_{\text{mag}}$  in der unmittelbaren Nähe oder gar hinter der Oberfläche (Bereich(ii)), so überlagert sich das magnetische mit dem evaneszentes Potential. Da Letzteres einen um Größenordnungen steileren Verlauf besitzt als das magnetische Potential, ist  $z_{\text{min}}$  in diesem Bereich weitgehend unabhängig von  $z_{\text{mag}}$  ( $dz_{\text{min}}/dz_{\text{mag}} \approx 0,01$ ). Bei einer Bewegung der Magnetfalle auf die Oberfläche zu werden die Atome also kurz vor der Oberfläche durch das optische Potential aufgehalten und folgen nicht mehr der Position der

<sup>10</sup>Retardiertes Casimir-Polder Potential nach Gl. 3.4.

<sup>11</sup>Reflektionswinkel  $\Theta_1 = 47,5^\circ$ , Eindringtiefe  $z_0 = 243 \text{ nm}$ ,  $P = 500 \text{ mW}$

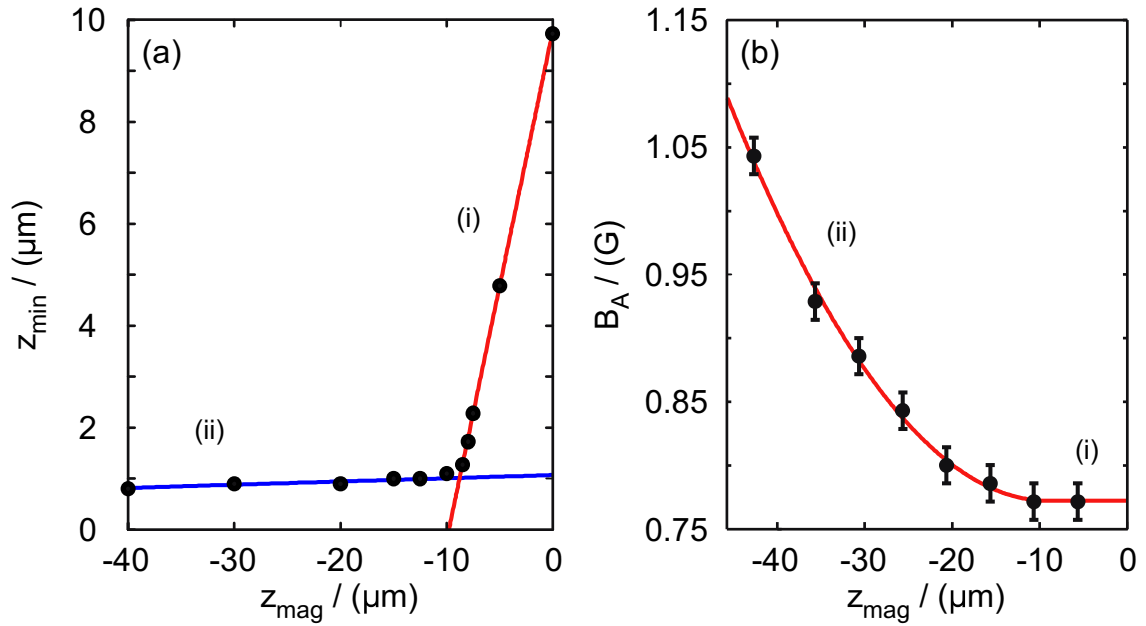
<sup>12</sup> $\omega_z = 2\pi \cdot 200 \text{ Hz}$

Magnetfalle. Ein weiterer Versatz der Magnetfalle zu größeren negativen Abständen  $z_{\text{mag}}$  resultiert lediglich in einem Anstieg des Magnetfeld-Betrags an der jetzt nahezu ortsfesten Position des Potentialminimums. Diesen Umstand kann man sich



**Abbildung 3.9:** Überlagerung von CP-Potential, evaneszentem sowie magnetischem Potential für verschiedene Abstände  $z_{\text{mag}}$  des Magnetfeld-Minimums von der Oberfläche. (i)  $z_{\text{mag}} = 0 \mu\text{m}$ , (ii)  $z_{\text{mag}} = -5 \mu\text{m}$ , (iii)  $z_{\text{mag}} = -10 \mu\text{m}$ , (iv)  $z_{\text{mag}} = -20 \mu\text{m}$ . Zur besseren Übersichtlichkeit sind die Kurven mit einem Abstand von jeweils  $1 \mu\text{m}$  eingezeichnet. Zusätzlich in rot sind die jeweiligen Dichteverteilungen in der Thomas-Fermi Näherung dargestellt. Beim Heranfahren der Magnetfalle an die Oberfläche wird die Dichte komprimiert.

zunutze machen, um experimentell den tatsächlichen Abstand  $z_{\text{mag}}$  zur Oberfläche bei definierten Werten der Spulenströme  $I_{\text{BEC}}$  zu bestimmen: Durch Einstrahlen einer Radiofrequenz lassen sich Atome aus der Falle Magnetfeld-selektiv entfernen. Die Radiofrequenz (RF) koppelt gefangene mit ungefangenen Zeemanzuständen, wobei für die Übergangsfrequenz bei einem gegebenen Magnetfeld-Betrag  $B$  gilt  $\omega_{\text{rf}} = g_F \Delta m_F \mu_B B / \hbar$  mit dem Landé-Faktor  $g_F$ , dem Unterschied der magnetischen Quantenzahlen  $\Delta m_F$  und dem Bohrschen Magneton  $\mu_B$ . Durch Bestimmung der minimalen Radiofrequenz, bei der innerhalb eines 100 ms andauernden RF-Pulses gerade noch Atome aus der Falle verloren gehen, ergibt sich mit dieser Beziehung das Offset-Magnetfeld  $B$  am Ort des Potentialminimums. In Bereich (i), wo das Magnetfallen-Potentialminimum noch nicht mit dem evaneszenten Potential überlappt, ändert sich das Offsetfeld mit abnehmendem Abstand  $z_{\text{mag}}$  zur Oberfläche nicht ( $dB/dz_{\text{mag}} = 0$ ). Sobald die Atome aber von der Barriere aufgehalten werden, steigt aufgrund der harmonischen Form des Fallen-Magnetfeldes das Offsetfeld quadratisch mit abnehmendem  $z_{\text{mag}}$  an ( $dB/dz_{\text{mag}} \propto z_{\text{mag}}^2$ ). Dieses Verhalten lässt sich simulieren und an die gemessenen Datenpunkte anfitzen. Ein freier Fitparameter ist dabei die Fallenfrequenz  $\omega_z$  der Magnetfalle. Aus dem zweiten Fitparameter,



**Abbildung 3.10:** (a) simulierter Abstand  $z_{\min}$  des Minimums des Gesamtpotentials zur Oberfläche über dem Abstand des Magnetfallen-Minimums zur Oberfläche  $z_{\text{mag}}$  (b) Offset-Magnetfeld bei  $z_{\min}$  über  $z_{\text{mag}}$ , bestimmt über Radiofrequenz-Spektroskopie.

der eine Verschiebung der gemessenen Kurve relativ zur simulierten berücksichtigt, ergibt sich schließlich die Absoluteichung von  $z_{\text{mag}}$  relativ zur Oberfläche. In Abb. 3.10(b) sind die gemessene, sowie die gefittete simulierte Kurve dargestellt. Für die radiale Fallenfrequenz erhalten wir aus dem Fit in sehr guter Übereinstimmung mit Werten die aus Fallenoszillationen bestimmt wurden,  $\omega_z = 2\pi \cdot 195 \text{ Hz}$ . Aufgrund dieser guten Übereinstimmung und der Robustheit der Simulation gegenüber Änderungen der Parameter des evaneszenten Potentials vermuten wir, dass der Fehler in der absoluten Abstandseichung weniger als  $1 \mu\text{m}$  beträgt.



# 4 Messung des Casimir-Polder Potentials im Übergangsbereich

In diesem Kapitel wird eine Methode präsentiert, mit der sich Oberflächenpotentiale direkt als Funktion des Abstands bestimmen lassen. Die Methode beruht auf einer Messung der energetischen Höhe einer Potentialbarriere, die durch ein evaneszentes Lichtfeld erzeugt wird. Mit dieser Messung befasst sich der Abschnitt 4.1. In Abschnitt 4.2 wird beschrieben, wie sich aus den so gewonnenen Daten das Casimir-Polder Potential am Ort der Barriere berechnen lässt. Der Abstandsbereich, den die Messung erfasst, ist durch die Breite des Bereichs, innerhalb dem sich mit dem Barrierenstrahl Potentialbarrieren erzeugen lassen, gegeben. Der kleinste Abstand zur Oberfläche, bei dem eine Messung erfolgen kann, ist somit durch die maximal zur Verfügung stehende Laserleistung gegeben (vgl. Kap. 3.3). Andererseits ist eine minimale Laserleistung notwendig, damit bei einem gegebenen Reflektionswinkel  $\Theta_1$  überhaupt eine Barriere entsteht. Der Messbereich, der sich daraus bei dem von uns gewählten Reflektionswinkel von  $\Theta_1 = 43,4^\circ$  mit der maximalen zur Verfügung stehenden Laserleistung von 300 mW ergibt, erstreckt sich von 155 nm bis 215 nm. Die hier vorgestellte Messung des Casimir-Polder Potentials ist bis heute die Erste, die in diesem Abstandsbereich durchgeführt wurde.

## 4.1 Messung der Barrierenhöhe

Die Messung der Barrierenhöhe erfolgt über die Bestimmung der Anzahl der reflektierten Atome als Funktion der mittleren Geschwindigkeit, mit der ein atomares Ensemble nach einer Beschleunigung in Richtung auf die Oberfläche auf die Potentialbarriere trifft. Atome, deren kinetische Energie größer ist, als die energetische Höhe der Barriere, können diese überwinden und werden somit nicht reflektiert. Für langsamere Atome wirkt die Barriere dagegen wie ein Spiegel: Ihre Geschwindigkeit dreht sich bei der Reflektion um und ihre Anzahl kann durch eine Absorptionsabbildung bestimmt werden. Aufgrund seiner Anfangstemperatur besitzt das atomare Ensemble eine Geschwindigkeitsverteilung. Diese spiegelt sich in der Breite  $\Delta E_{\text{kin}}$  der Verlustkurve wieder die man erhält, wenn man den Anteil der reflektierten Atome als Funktion der Geschwindigkeit misst. Im Falle einer idealen Barriere, deren Höhe konstant über die Ausdehnung der Wolke parallel zur Oberfläche ist, entspräche die mittlere Geschwindigkeit, bei der gerade die Hälfte aller Atome reflektiert werden, der energetischen Höhe der Barriere<sup>1</sup>. Da der Barrierenstrahl ein gaußförmiges Profil besitzt, kann man sich diesem Idealfall nur dadurch annähern, indem man die Ausdehnung der Wolke radial zu ihrer Bewegung durch ein einschließendes Potential

---

<sup>1</sup>Dies gilt nur für eine klassische Betrachtung, d. h. wenn man Quantenreflektion und Quantentunneln durch die Barriere vernachlässigt.

beschränkt. Eine weitere Herausforderung stellt die Kontrolle der Geschwindigkeit dar. Erfolgte die Bewegung nach der Beschleunigung ballistisch, so würde die Gravitation die Atome auf dem Weg nach oben ständig abbremsen. Dieses Problem wird in unserem Experiment durch ein nahezu lineares, magnetisches Potential gelöst, mit dem sich die Gravitation kompensieren lässt. Mit der technischen Umsetzung dieser beiden Potentiale befasst sich der nächste Abschnitt 4.1.1.

#### 4.1.1 Ein eindimensionaler Reflektionskanal mit kompensierter Gravitation

Wie bereits erwähnt wurde, besitzt der Barrierenlaser ein gaußförmiges Strahlprofil. Deshalb nimmt die Barrierenhöhe im Strahlprofil nach außen hin ab. Bei der Reflektivitätsmessung muss daher sichergestellt werden, dass die Atome die Barriere nur in einem zentralen Bereich um das Maximum herum treffen, in dem die Barrierenhöhe als nahezu konstant angesehen werden darf. Dies kann man mit einem eindimensionalen Wellenleiter erreichen, der im Experiment durch eine optische Dipolfalle realisiert wird: Ein Laserstrahl ( $\lambda = 820 \text{ nm}$ ,  $P = 120 \text{ mW}$ ) wird senkrecht zur Oberfläche von oben so durch das Prisma gestrahlt, dass sein Intensitätsmaximum mit dem Zentrum der Joffefalle zur Deckung kommt. Die radiale Fallenfrequenz der Dipolfalle soll möglichst groß sein, um eine kleine radiale Ausdehnung der Atomwolke zu erreichen.

Andererseits ist eine kleine axiale Fallenfrequenz erwünscht, um die Atome auf dem Weg zur Oberfläche nicht zu beschleunigen. Um diesen beiden gegensätzlichen Forderungen möglichst gerecht zu werden, wählten wir eine Strahltaile von  $100 \text{ }\mu\text{m}$ . Die Fallenfrequenzen betragen damit  $\omega_z \approx 2\pi \cdot 0,2 \text{ Hz}$  und  $\omega_{x,y} \approx 2\pi \cdot 85 \text{ Hz}$ . Die durch Absorptionsabbildung bestimmte radiale Breite<sup>2</sup> einer  $T = 200 \text{ nK}$  kalten Wolke im Dipolstrahl beträgt  $B_{\text{fwhm}} = 40 \text{ }\mu\text{m}$ .

Die Geschwindigkeit, mit der die Atome bei einer Reflektivitätsmessung auf die Potentialbarriere treffen ist ein wichtiger Parameter und muss genau bekannt sein. Wie die folgende Abschätzung zeigt, wäre im Falle einer ballistischen Flugbahn der Atome der Fehler  $\Delta v_B$  in der Geschwindigkeits-Bestimmung aufgrund der ungenauen Kenntnis der Anfangsposition der Wolke sehr groß. Im Gravitationspotential gilt für die Auftreffgeschwindigkeit auf die Barriere  $v_B$  einer Wolke, die mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  im Abstand  $z_0$  zur Oberfläche nach oben abgeworfen wird

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gz_0} \quad (4.1)$$

Nach Gauß ergibt sich daraus der Fehler  $\Delta v$  der durch die Ungenauigkeit  $\Delta z_0$  der Kenntnis des Abstandes entsteht zu

$$\Delta v_B = \frac{g}{\sqrt{v_B}} \Delta z_0 \quad (4.2)$$

---

<sup>2</sup>Breite bei der die atomare Dichte auf die Hälfte abfällt.

Bei einer Auftreffgeschwindigkeit von  $v_B = 1 \text{ cm/s}$  und einer Unbestimmtheit von  $\Delta z_0 = 10 \text{ }\mu\text{m}$  beträgt der relative Fehler bereits 10 %. Die Anfangsausdehnung der Wolke führt nach dieser Gleichung zudem zu einer Verbreiterung der Geschwindigkeitsverteilung. Diese kann allerdings vernachlässigt werden, da sie bei einer  $T=200 \text{ nK}$  kalten Wolke erst ab Geschwindigkeiten von  $v_B < 1 \text{ mm/s}$  die Breite der anfänglichen Geschwindigkeitsverteilung  $\Delta v \approx 6 \text{ mm/s}$  der Wolke aufgrund der Temperatur erreicht.

Erwünscht ist also aufgrund dieser Betrachtungen, nach einmal erfolgter Beschleunigung der Atome aus der Joffefalle in Richtung zur Oberfläche, eine kräftefreie Bewegung. Für die hierfür erforderliche Kompensation der Gravitation entlang des Dipolstrahls ist ein Magnetfeld geeignet, dessen Feldbetrag linear mit der Distanz zur Oberfläche ansteigt und in den anderen Raumrichtungen in erster Näherung konstant ist. Für den Magnetfeld-Gradienten muss dabei gelten

$$\frac{d}{dz}|B| = \frac{mg}{g_F m_F \mu_B} \approx 15 \text{ G/cm} \quad (4.3)$$

Einen solchen Verlauf besitzt ein Quadrupolfeld, dessen Magnetfeld-Null senkrecht unterhalb der Position der Joffefalle liegt. Da die Joffefalle aber nicht im Zentrum der BEC-Spulen liegt, lässt sich mit ihnen alleine die gewünschte Feldverteilung nicht erzeugen. Eine Alternative wäre ein zusätzliches Spulenpaar in Anti-Helmholtz-Konfiguration außerhalb der Kammer. Deren Durchmesser wäre aufgrund der großen Kammer-Abmessungen allerdings so groß, dass hohe Ströme benötigt würden um den geforderten Gradienten zu erreichen, was eine aufwändige Wasserkühlung erforderte. Die Gravitation wurde deshalb mittels einer sehr flachen Joffefalle kompensiert und somit eine kleine Krümmung des Magnetfeld-Betrags in  $z$ -Richtung in Kauf genommen. Die flachste Falle mit der sich der geforderte Gradient gerade noch erreichen lässt, besitzt Fallenfrequenzen von  $\omega_i = 2\pi \cdot 4 \text{ Hz}$  in allen drei Raumrichtungen. Der Abstand des Potentialminimums der Kompensationsfalle relativ zur Oberfläche wird mit einer Genauigkeit von  $\Delta x_K = \pm 100 \text{ }\mu\text{m}$  auf  $z_K = 0$  justiert. Für die Auftreffgeschwindigkeit  $v_B$  gilt in diesem Potential

$$v_B = \sqrt{v_0^2 + \omega^2(z_0^2 + 2z_0 z_K)} \quad (4.4)$$

und nach Gauß für den Fehler

$$\Delta v_B = \frac{\omega^2 z_0}{\sqrt{v_B}} (\Delta z_0 + \Delta z_K) \quad (4.5)$$

Der durch  $\Delta z_0$  verursachte Fehler reduziert sich somit gegenüber dem ballistischen Fall um den Faktor  $\omega^2 z_0 / g$ . Bei einem Anfangsabstand von  $z_0 = 100 \text{ }\mu\text{m}$  beträgt die Verbesserung 0.0063. Der Fehler in der Positionierung der Kompensationsfalle überwiegt diesen allerdings um eine Größenordnung, so dass die Gesamtverbesserung nun bei 0.063 liegt. Der relative Fehler in der Auftreffgeschwindigkeit beträgt somit  $\Delta v_B = \pm 0.063 \cdot 10 \% = \pm 0.63 \%$  und kann gegenüber dem Fehler in der Abwurfgeschwindigkeit (siehe Kap. 4.1.3)  $\Delta v_0 = \pm 5 \%$  vernachlässigt werden.

### 4.1.2 Reflektivitätsmessung

Im folgenden Abschnitt soll nun der Ablauf der Messung im Einzelnen beschrieben werden. Zunächst wird eine ultrakalte thermische Atomwolke in einem Abstand von  $\approx 100 \mu\text{m}$  zur Oberfläche präpariert (vgl. hierzu Kap. 2.3). Wir entschlossen uns dazu mit einer thermischen Wolke zu arbeiten, um Wechselwirkungs-Effekte zwischen den Atomen in der Wolke zu unterdrücken. Ein weiterer Vorteil hierbei ist die einfachere Entwicklung einer Modell-Funktion für die Reflektivitätskurve<sup>3</sup>. Der Nachteil bei dieser Methode ist allerdings, dass die Atomzahl geringer gewählt werden muss, um bei sehr niedrigen Temperaturen eine Kondensation zu verhindern. Als guten Kompromiss zwischen Temperatur und Atomzahl wählten wir  $T=200 \text{ nK}$ . Bei einer Phasenraumdichte knapp unterhalb des Einsetzens der Kondensation erreichen wir in unserer Falle bei dieser Temperatur eine Atomzahl von  $N=120 \cdot 10^3$ . Die Temperatur lässt sich bei gleichbleibender Phasenraumdichte nochmals weiter absenken, indem direkt im Anschluss an den evaporativen Kühlprozess der Mittelwert der Ströme durch die BEC-Spulen innerhalb von 200 ms adiabatisch um 50 % reduziert wird. Bereits 100 ms nach Beginn dieses Absenkens wird damit begonnen, die Dipolfalle für den Reflektionskanal hochzurampen. Auch dieser Prozess erfolgt adiabatisch innerhalb von 100 ms. Die Temperatur der in den Reflektionskanal umgeladenen Wolke beträgt nun 120 nK.

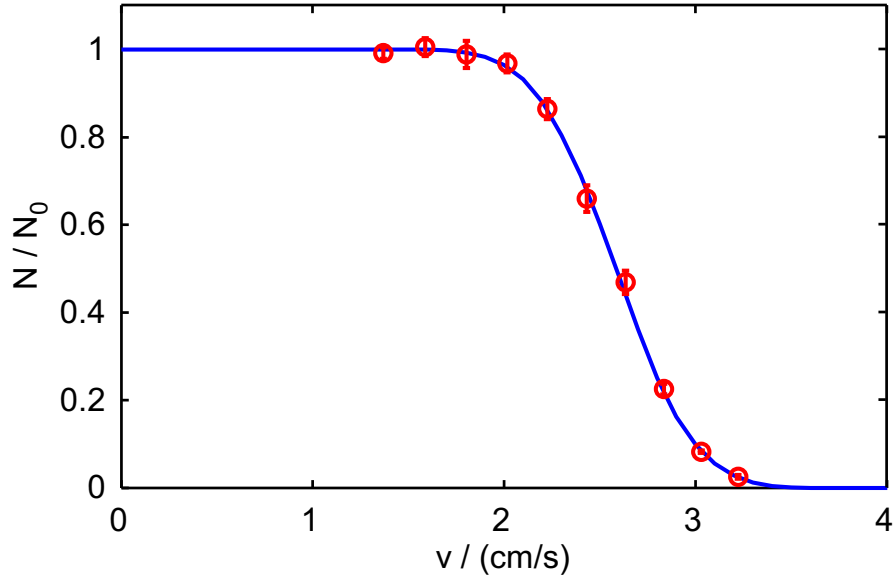
Direkt im Anschluss daran erfolgt die Beschleunigung: Die Falle wird innerhalb von  $50 \mu\text{s}$  um eine Strecke  $\Delta z_0$  in Richtung zur Oberfläche versetzt. Innerhalb einer  $1/4$  Fallenperiode ( $\approx 1,25 \text{ ms}$ ) hat sich die dadurch gewonnene potentielle Energie in rein kinetische Energie umgewandelt. Um die Geschwindigkeit ab diesem Zeitpunkt weitestgehend konstant zu halten, werden die Ströme zur Erzeugung der Joffefalle innerhalb von  $50 \mu\text{s}$  auf die Werte für die Kompensationsfalle umgeschaltet.

Die Wolke bewegt sich nun mit nahezu konstanter Geschwindigkeit im Reflektionskanal auf die Potentialbarriere an der Oberfläche zu (der Barrierenlaser bleibt während des gesamten Experiments eingeschaltet). Einige ms nach der Reflektion werden der Dipolstrahl sowie die Kompensationsfalle innerhalb von  $50 \mu\text{s}$  ausgeschaltet. Nach einer weiteren freien Expansionszeit von 2 ms werden die reflektierten Atome mittels einer Absorptionsaufnahme abgebildet.

Durch Wiederholung des Experiments unter Variation des Fallenversatzes  $\Delta z_0$  lässt sich so für eine feste Leistung des Barrierenstrahls die Anzahl der reflektierten Atome als Funktion der Auftreffgeschwindigkeit  $v_B$  aufnehmen. Die Messung wird schließlich für verschiedene Leistungen des Barrierenlasers durchgeführt. Die Parameter des p-polarisierten Barrierenstrahls betragen für diese Messung  $w_0 = 170 \pm 5 \mu\text{m}$ ,  $\Theta_1 = 43,1 \pm 0,1^\circ$  entsprechend einer Eindringtiefe von  $z_0 = 430 \pm 10 \text{ nm}$ . Eine typische Reflektivitätskurve ist in Abb. 4.1 dargestellt. Wie bereits erwähnt, ist die Breite in der Geschwindigkeit, auf der die Kurve von Eins auf Null abfällt, hauptsächlich durch die gaußförmige Geschwindigkeitsverteilung in der Wolke gegeben. Die endliche Ausdehnung der Wolke im Reflektionskanal führt in Verbindung mit der Gaußform des Barrierenstrahls zu einer geringen, zusätzlichen Verbreiterung.

<sup>3</sup>Bei einem Ensemble mit Kondensatanteil ist die Geschwindigkeitsverteilung deutlich komplizierter als bei thermischen Ensembles.





**Abbildung 4.1:** Reflektivität  $R = N/N_0$  als Funktion der Startgeschwindigkeit  $v_0$  für eine Laserleistung  $P = 134$  mW. Die roten Kreise sind die gemessenen Daten, die blaue Kurve ist ein Fit mit dem im Text beschriebenen klassischen Modell.

Zur Bestimmung der energetischen Barrierenhöhe  $E_B$  aus der Reflektivitätskurve wird deshalb ein klassisches Modell an die Daten gefittet, das diese beiden Effekte berücksichtigt und als freie Fitparameter die Barrierenhöhe und die Temperatur der Wolke enthält.

### Klassisches Modell zur Bestimmung der Barrierenhöhe

Zur Entwicklung einer Fit-Funktion an die Reflektivitätskurve, wird zunächst ein Modell zur Beschreibung des räumlichen Verlaufs der Barrierenhöhe benötigt, der sich aus dem gaußförmigen Profil des Barrierenstrahls ergibt. Vereinfachend wählen wir hierfür einen linearen Zusammenhang zwischen Intensität  $I_{BS}$  und Barrierenhöhe  $E_B$ . Da die Breite des Barrierenstrahls ca. 7 mal der Breite der Dichteverteilung der Wolke entspricht, ändert sich die Intensität innerhalb der Wolke nur wenig. Eine Linearisierung von  $E_B(I)$  ist in diesem Bereich deshalb eine gute Näherung. Das räumliche Profil der Barrierenhöhe schreibt sich dann

$$E_B(x,y) = E_{B,\max} \cdot e^{-\frac{2x^2}{w_x^2}} \cdot e^{-\frac{2y^2}{w_y^2}} \quad (4.6)$$

mit der maximalen Barrierenhöhe  $E_{B,\max}$  und den Strahlradien  $w_x$ ,  $w_y$ .

Die Geschwindigkeitsverteilung der Wolke wird für jede Startgeschwindigkeit  $v_{0,i}$  beschrieben durch

$$n_i(v) = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi k_B T/m}} e^{-\frac{(v-v_{0,i})^2}{2k_B T/m}} \quad (4.7)$$

wobei  $N_0$  die Gesamt-Atomzahl,  $T$  die Temperatur und  $m$  die atomare Masse von  $^{87}\text{Rb}$  bezeichnen.

Schließlich wird noch die räumliche Dichteverteilung der Wolke in der Ebene der Oberfläche benötigt:

$$n(x,y) = N_0 \frac{1}{2\pi r^2} \cdot e^{-\frac{x^2}{r^2}} \cdot e^{-\frac{y^2}{r^2}} \quad (4.8)$$

mit dem Radius der Wolke  $r = \frac{B_{\text{fwhm}}}{2\sqrt{\ln(2)}} \approx 24 \mu\text{m}$ .

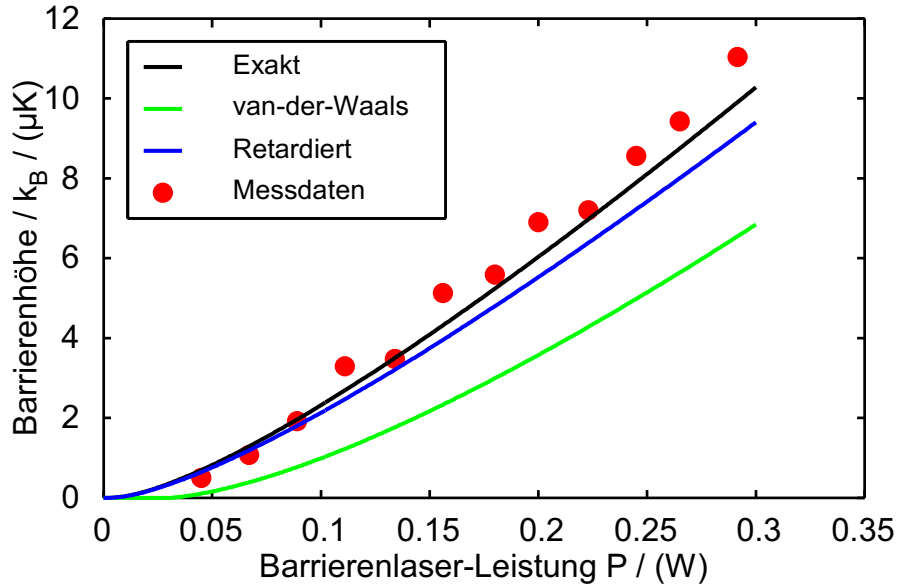
Zur numerischen Berechnung wird nun die Ebene  $(x,y)$  in einem Bereich von  $24 \mu\text{m}$  in beiden Raumrichtungen um das Zentrum des Barrierenstrahls in Quadrate  $q_{n,m}$  mit der Seitenlänge  $1 \mu\text{m}$  zerlegt. Die Indizes  $n,m$  bezeichnen die Koordinaten der Quadrate in der Ebene  $(x,y)$ . Mit Gl. (4.6) erhalten wir dann eine Matrix  $E_{B,m,n}$  und aus Gl. (4.8) die Matrix  $n_{m,n}$ . Außerdem diskretisieren wir die Geschwindigkeit jeweils zwischen  $-2v_{0,i}$  und  $2v_{0,i}$  in 10 Intervalle mit der Breite  $\Delta v = 4v_{0,i}/10$ . Für jede Startgeschwindigkeit  $v_{0,i}$  wird nun für jedes dieser Intervalle  $\Delta v_{0,i,j}$  bestimmt, ob die zugehörige kinetische Energie des Intervalls kleiner ist, als die Barrierenhöhe an der Position  $(n,m)$ . Wir definieren damit zu jedem  $\Delta v_{0,i,j}$  eine Matrix

$$b_{n,m} = \begin{cases} 1 & \text{für } E_{\text{kin},m,n} < E_{B,m,n} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.9)$$

Mit deren Hilfe lässt sich durch elementweises multiplizieren mit der Dichteverteilung  $n_{m,n}$  und anschließendem Aufsummieren der einzelnen Elemente die Zahl der Atome bestimmen, die aus dieser Geschwindigkeitsklasse reflektiert werden. Durch Summation über sämtliche  $j$  Geschwindigkeitsklassen erhält man die gesamte Anzahl reflektierter Atome zur Startgeschwindigkeit  $v_{0,i}$ . Mit der Methode der kleinsten Quadrate werden schließlich die freien Fitparameter  $E_{B,\text{max}}$  und  $T$  an die gemessenen Daten  $N(v_{0,i})$  angepasst. Die gefitteten Temperaturen lagen alle im Bereich von  $\pm 10 \%$  um den Wert von  $120 \text{ nK}$ , der durch Absorptionsabbildung nach ballistischer Expansion bestimmt wurde. Wie Simulationen zeigen, können, besonders für hohe Barrierenlaser-Leistungen, auch Quanteneffekte wie Tunneln durch die Barriere für  $E_{\text{kin}} < E_B$  und Quantenreflektion für  $E_{\text{kin}} > E_B$  zu einer geringfügigen Verbreiterung der Kurve führen. Diese Verbreiterung erfolgt allerdings weitestgehend symmetrisch um die der Barrierenhöhe entsprechenden Geschwindigkeit herum, so dass sie die Messgenauigkeit kaum beeinflusst.

Abb. 4.2 zeigt die so bestimmte Barrierenhöhe als Funktion der Laserleistung im Barrierenstrahl. Zusätzlich dargestellt sind Simulationen der Barrierenhöhe für verschiedene Modelle des Casimir-Polder Potentials. Bereits hier zeigt sich, dass die Simulation, der das QED-Modell zugrunde liegt (schwarze Kurve) am besten mit den Messdaten übereinstimmt.

Ziel der Messung ist es allerdings, das Casimir-Polder Potential direkt, d.h. ohne auf Modellpotentiale zurückzugreifen, zu bestimmen. Die Theorie die dieser Bestimmung zugrunde liegt, wird in Kap. 4.2 erläutert.



**Abbildung 4.2:** Barrierenhöhe  $E_B$  als Funktion der Laserleistung  $P$ . Die roten Punkte zeigen die gemessenen Daten. Zusätzlich sind simulierte Kurven dargestellt, denen jeweils verschiedene Modelle des Casimir-Polder Potentials zugrunde liegen. Die grüne Kurve und die blaue Kurve wurden unter Verwendung von Potenzgesetzen für den van-der-Waals Bereich (grün) und den retardierten Bereich (blau) simuliert. Der schwarzen Kurve liegt das QED-Modell zugrunde, das in Kap. 3.1 (Gl. (3.1)) beschrieben wurde.

### 4.1.3 Geschwindigkeitseichung

Zur Bestimmung der Abwurfgeschwindigkeit  $v_0$  als Funktion des Fallenversatzes  $\Delta z_0$  ist ein weiteres Experiment erforderlich: Wie bereits bei der Reflektivitätsmessung, wird eine ultrakalte thermische Wolke im Reflektionskanal mit kompensierter Gravitation nach oben abgeworfen. Dieses Experiment wird für verschiedene Fallenversätze  $\Delta z_0$  jeweils zwei mal durchgeführt. Die Absorptionsabbildung erfolgt bei diesen Experimenten allerdings noch vor der Reflektion, nämlich einmal direkt nach dem Umschalten auf die Kompensationsfalle und noch einmal 2 ms später. Die Wolken werden dabei ohne ballistische Expansion instantan nach dem Abschalten von Dipolstrahl und Kompensationsfalle abgebildet. Aus der Differenz der Wolkenpositionen im Absorptionsbild kann so die Abwurfgeschwindigkeit  $v_0$  als Funktion des Fallenversatzes  $\Delta z_0$  bestimmt werden.

Die Abwurfposition muss für diese Experimente um  $200 \mu\text{m}$  nach unten verlegt werden, da ansonsten, bedingt durch einen kleinen Winkel zwischen Abbildungsstrahl und Oberfläche, die Wolke im Bild zum Teil von der Oberfläche verdeckt wird. Die Abwurfgeschwindigkeit hängt aber im Rahmen der Messgenauigkeit nicht von der absoluten Abwurfposition  $z_0$  ab, sondern lediglich vom Fallenversatz  $\Delta z_0$ .

## 4.2 Ableitung des Casimir-Polder Potentials aus den gemessenen Daten

Die Tatsache, dass die Position  $z_B$  der Barriere eine Funktion der Laserleistung  $P$  ist ( $z_B = z_B(P)$ ), erschwert die direkte Berechnung des Casimir-Polder Potentials  $U_{CP}(z)$  aus der gemessenen Kurve  $E_B(P)$ . Die nun folgende Betrachtung wird aber zeigen, dass sich  $z_B(P)$  aus der Ableitung der gemessenen Kurve nach der Laserleistung  $\frac{d}{dP}(E_B(P))$  bestimmen lässt. Da sich der Wert des evaneszenten Potentials an einer beliebigen Stelle berechnen lässt, ergibt sich mit der Kenntnis der Position der Barriere und der gemessenen Barrierenhöhe  $E_B$  aus Gl. (3.43) das Casimir-Polder Potential  $U_{CP}(z_B)$ . Zur Bestimmung der Position  $z_B$  bilden wir zunächst die totale Ableitung der Barrierenhöhe  $E_B$  nach der Laserleistung  $P$

$$\frac{d}{dP}E_B(z_B) = \frac{\partial U_{EV}(z_B)}{\partial P} + \left( \frac{\partial U_{CP}(z_B)}{\partial z_B} + \frac{\partial U_{EV}(z_B)}{\partial z_B} \right) \frac{dz_B}{dP} \quad (4.10)$$

Durch Einsetzen der Gl. (3.44) lässt sich der zweite Term dieser Gleichung eliminieren.

$$\frac{d}{dP}E_B(z_B) = \frac{\partial U_{EV}(z_B)}{\partial P} \quad (4.11)$$

Der verbleibende Ausdruck ist jetzt *unabhängig vom Casimir-Polder Potential* und lässt sich direkt durch Ableiten der Gl. (3.41) nach  $P$  berechnen.

$$\frac{d}{dP}E_B(z_B) = C_0 \cdot e^{-2\frac{z_B}{z_0}} \quad (4.12)$$

Auflösen nach  $z_B$  ergibt

$$z_B(P) = -\frac{z_0}{2} \cdot \ln \left( \frac{1}{C_0} \cdot \frac{dE_B(P)}{dP} \right) \quad (4.13)$$

Mit der Kenntnis der Barrierenposition lässt sich nun zusammen mit der gemessenen Barrierenhöhe das Casimir-Polder Potential  $U_{CP}$  nach Gl. (3.43) berechnen.

Wie die beiden folgenden Abschnitte zeigen werden, ist allerdings zunächst eine Weiterverarbeitung der Daten notwendig, bevor das Verfahren angewendet werden kann.

### 4.2.1 Betrachtungen zum Messfehler

Wie der vorherige Abschnitt gezeigt hat, ist die Information über die Barrierenposition  $z_B$  im Gradienten der Messkurve  $E_B(P)$  enthalten. Diesen erhält man an der Stelle  $P_i + (P_{i+1} - P_i)/2$ , also in der Mitte zwischen zwei Datenpunkten als den Differenzenquotienten  $DE_{B,i} = [E(P_{i+1}) - E(P_i)]/(P_{i+1} - P_i)$ .

Nimmt man an, dass beide beteiligten Barrierenhöhen mit demselben relativen statistischen Messfehler  $\alpha = \Delta E_B/E_B$  behaftet sind, und für die Abstände der Messpunkte  $dP_i = dP = \text{const.}$  gilt, so beträgt der maximale relative Fehler des Gradi-

enten

$$\frac{\Delta DE_B}{DE_B} = \frac{2\alpha E_B}{DE_B dP} \quad (4.14)$$

Man erkennt, dass der relative Fehler der zu bestimmenden Größe nicht konstant ist, sondern mit dem Verhältnis  $E_B/DE_B$  skaliert. Insbesondere in Bereichen, wo  $E_B$  hohe Werte annimmt, aber einen flachen Verlauf zeigt, wird der Fehler also sehr groß. In Kap. 3.3.2 wurde gezeigt, dass die Barriere mit steigender Laserleistung näher an die Oberfläche rückt. Dies impliziert zusammen mit Gl. (4.13), dass der Gradient der Messkurve mit steigender Laserleistung monoton ansteigen muss. Der statistische Fehler der hier präsentierten Messung ist allerdings so groß, dass diese Bedingung nicht überall erfüllt ist. Dieser Umstand verhindert die direkte Bestimmung der Funktion  $U_{\text{CP}}(z)$  aus den gemessenen Daten<sup>4</sup>. Um dennoch Aussagen über den Kurvenverlauf  $U_{\text{CP}}(z)$  machen zu können, ist es notwendig, die Messkurve  $E_B(P)$  auf geeignete Art und Weise zu glätten, bevor sie mit dem zuvor beschriebenen Verfahren ausgewertet werden kann.

#### 4.2.2 Glättung der Funktion $E_B(P)$

Die Glättung der gemessenen Kurve erfolgt mittels eines Fits mit einer geeigneten Funktion  $E_{B,\text{fit}}(P)$ . Die Eigenschaften dieser Funktion bestimmen diejenigen der Ergebnisfunktion  $U_{\text{CP}}(z)$ . Das Ziel dieser Messung war es aber, das Casimir-Polder Potential direkt als Funktion des Abstands zu bestimmen, ohne irgendwelche Modelle für dessen Verlauf zugrunde legen zu müssen. Es ist daher wünschenswert, die Fit-Funktion so allgemein wie möglich zu gestalten, um den Verlauf der Ergebnisfunktion möglichst nicht zu beeinflussen. Wir wählten daher eine Fit-Funktion mit ebenso vielen freien Parametern wie die Anzahl der Datenpunkte. Für jeden gemessenen Wert  $E_B(P_i)$  wird ein Wert  $E_{B,\text{fit}}(P_i)$  unter Einhaltung der folgenden drei Bedingungen generiert:

1. Der Differenzenquotient  $DE_{B,\text{fit},i} = (E_{B,\text{fit}}(P_{i+1}) - E_{B,\text{fit}}(P_i))/dP_i$  ist positiv für alle  $i$ . Das bedeutet, dass  $dE_B(P)/dP > 0$ .
2. Der Differenzenquotient  $DDE_{B,\text{fit},i} = (DE_{B,\text{fit}}(P_{i+1}) - DE_{B,\text{fit}}(P_i))/dP_i$  ist positiv für alle  $i$ . Das bedeutet, dass  $d^2E_B(P)/dP^2 > 0$ .
3. Der Differenzenquotient  $DDDE_{B,\text{fit},i} = (DDE_{B,\text{fit}}(P_{i+1}) - DDE_{B,\text{fit}}(P_i))/dP_i$  ist negativ für alle  $i$ . Das bedeutet, dass  $d^3E_B(P)/dP^3 < 0$ .

wobei  $dP_i = (P_{i+1} - P_i)$  ist.

Die Bedingung 1. gilt für beliebige Formen von  $U_{\text{CP}}(z)$ . Diese Behauptung folgt direkt aus Gl. (4.12). Bedingung 2. gilt für Potentiale der Form aus Gl. (3.45). Bedingung 3. gilt immer für Potentiale der Form aus Gl. (3.45) mit  $n < 5,3$ , in dem

<sup>4</sup>Es ist zwar möglich, jedem Datenpaar  $P_i, P_{i+1}$  einen Abstand  $z_B$  sowie einen Wert  $U_{\text{CP}}$  zuzuordnen. Die Menge dieser Punkte lässt sich aber nicht als zusammenhängende Funktion darstellen, da  $z_B$  nicht monoton mit  $P$  fällt.

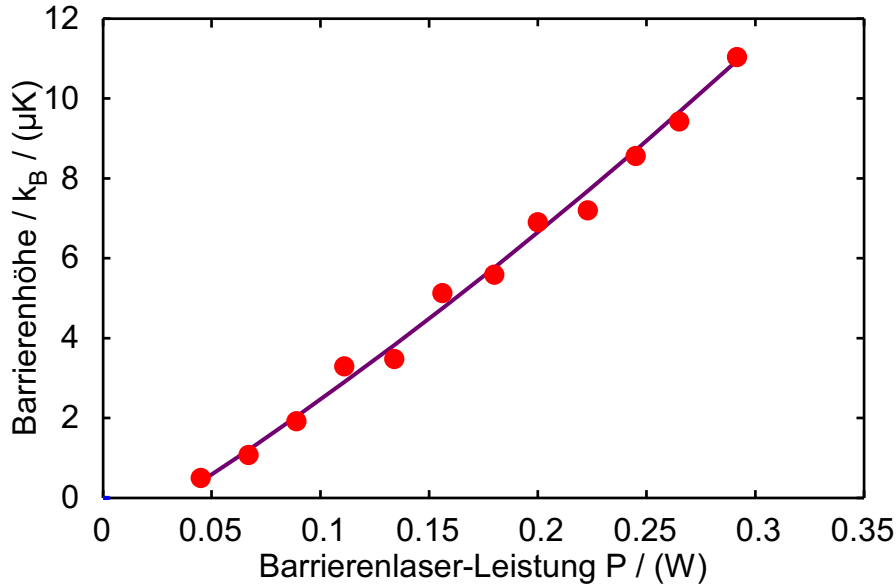
von uns vermessenen Abstandsbereich sogar für  $n \in \mathbf{Q}_0^+$ . Der Beweis für die letzten beiden Behauptungen wird in Anhang A erbracht. Der Datensatz  $E_{B,\text{fit}}$  wird unter Verwendung der freien Fitparameter  $\alpha_i$ , wie im Folgenden beschrieben, generiert. Der erste Datenpunkt  $E_{B,\text{fit},1}$  wird gleich dem ersten Fitparameter  $\alpha_1$  gesetzt. Der Betrag des zweiten Fitparameters  $|\alpha_2|$  bildet den Differenzenquotient  $DE_1$  zum nächsten Datenpunkt, so dass  $E_{B,\text{fit},2} = E_{B,\text{fit},1} + |\alpha_2|dP_1$  gilt. Die Steigung zum nächsten Datenpunkt  $E_{B,\text{fit},3}$  muss nun nach Bedingung 2. größer sein als die vorherige. Dies wird erreicht, indem die Krümmung  $DD_{B,2} = |\alpha_3|$  gesetzt wird. Man erhält dann  $DE_{B,2} = DE_{B,1} + |\alpha_3|dP_2$  und  $E_{B,\text{fit},3} = E_{B,\text{fit},2} + DE_{B,\text{fit},2}$ . Man setzt nun nacheinander für alle  $i > 3$

$$DDE_{B,\text{fit},i-1} = DDE_{B,\text{fit},i-2} / (1 + |(\alpha_{i+1})|) \quad (4.15a)$$

$$DE_{B,\text{fit},i} = DE_{B,\text{fit},i-1} + DDE_{B,\text{fit},i-1}dP_{i-1} \quad (4.15b)$$

$$E_{B,\text{fit},i+1} = E_{B,\text{fit},i} + DE_{B,\text{fit},i}dP_i \quad (4.15c)$$

Die Parameter  $\alpha_i$  werden nun mit der Methode der kleinsten Quadrate an die

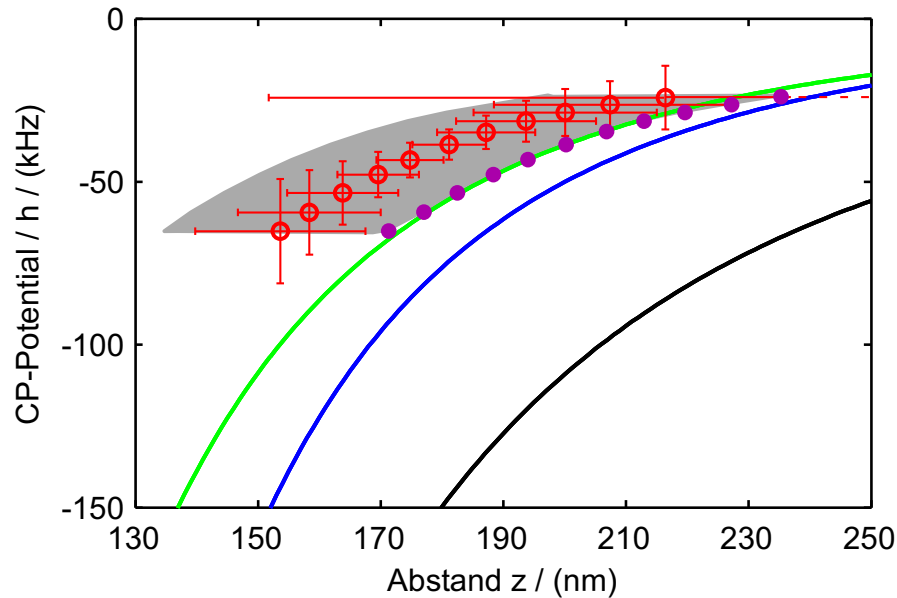


**Abbildung 4.3:** Barrierenhöhe  $E_B$  als Funktion der Laserleistung  $P$ . Die roten Punkte zeigen die gemessenen Daten. Die violette Kurve ist ein Fit mit der im Text beschriebenen Funktion.

Messdaten angepasst. Dieses Verfahren stellt alle drei Bedingungen sicher. In Abb. 4.3 ist das Ergebnis des Fits an die Daten dargestellt. Man erhält eine einfache erste Abschätzung darüber, wie dieses Verfahren den statistischen Fehler jedes Datenpunktes reduziert, indem man der Messkurve  $E_B(P)$  einen linearen Verlauf unterstellt: In diesem Fall wird  $dP$  in Gl. (4.14) zu  $n \cdot dP$ , wobei  $n$  die Anzahl der gemessenen Barrierenhöhen bezeichnet.

### 4.2.3 Ergebnis

Das Endergebnis der Messung ist in Abb. 4.4 zusammen mit Theoriekurven für verschiedene Casimir-Polder Modelle dargestellt. Die blaue, bzw. schwarze Kurve entspricht den analytischen Potenzgesetzen für das retardierte, bzw. nichtretardierte Regime (Gl. (3.4) und Gl. (3.3)). Die grüne Kurve wurde nach der Lifshitz-Theorie (Gl. (3.1)) numerisch berechnet. Hierfür wurden Daten für die frequenzabhängige Polarisierbarkeit  $\alpha(i\xi)$  aus [Saf04] verwendet. Die Daten für die dielektrische Funktion  $\varepsilon(i\xi)$  von Glas stammen aus [Pal98]. Diese Kurve ist die einzige der drei dargestellten, die im Übergangsbereich<sup>5</sup> zwischen retardiertem und nichtretardierte Regime gültig ist. Sie wird von der Messung innerhalb der Fehler bestätigt. Bei einer Auswertung der Daten unter Annahme des maximalen, positiven systematischen Fehlers, liegt das Ergebnis sogar fast exakt auf der Theoriekurve (violette Punkte in Abb. 4.4).



**Abbildung 4.4:** Casimir-Polder Potential als Funktion des Abstands. Die roten Kreise sind die Messwerte die sich aus der im Text beschriebenen Auswertung ergeben. Die Fehlerbalken entsprechen den statistischen Fehlern.

Zusätzlich eingezeichnet sind verschiedene Theoriekurven des Casimir-Polder Potentials: Grün: Exakte, makroskopische QED-Theorie (Gl. (3.1)). Blau: Analytische Lösung für den retardierten Grenzfall (Gl. (3.4)). Schwarz: Analytische Lösung für das van-der-Waals Regime (Gl. (3.3)).

Der grau hinterlegte Bereich kennzeichnet die systematischen Fehler. Die violetten Punkte entsprechen einer Auswertung der Daten unter Annahme des maximalen positiven statistischen Fehlers. Diese Punkte liegen annähernd exakt auf der in diesem Abstandsbereich gültigen Theoriekurve.

<sup>5</sup>Dies ist der Abstandsbereich, der in der Größenordnung der Übergangswellenlänge ( $\lambda \approx 780$  nm) des dominierenden Übergangs liegt.

## Systematische Fehler

Der grau hinterlegte Bereich in Abb. 4.4 kennzeichnet die systematischen Fehler der Messung. Die linke/rechte Berandung dieses Bereichs entspricht Kurven, die sich für die Auswertung der Messdaten unter Annahme des maximalen positiven, bzw. maximalen negativen systematischen Fehlers ergeben. Die beiden dominierenden Quellen für systematische Fehler sind die Bestimmung der Strahltaille  $w_0 = 170 \pm 5 \mu\text{m}$  auf der Oberfläche (siehe hierzu auch Kap. 4.2.4), sowie die Messung der Lichtleistung  $P$  im Barrierenstrahl, die in unserem Fall mit einem Fehler von  $\pm 5\%$  behaftet ist. Auch die Bestimmung der Abwurfgeschwindigkeit  $v_0$  ist mit einem systematischen Fehler behaftet. Für diesen setzen wir  $\pm 5\%$  an. Den kleinsten Einfluss auf die Auswertung hat der Fehler der Eindringtiefe  $z_0 = 430 \pm 10 \text{ nm}$ . Er ist auf die Ungenauigkeit der Winkeleichung (siehe Kap. 3.3.3) zurückzuführen.

## Statistische Fehler

Die statistischen Fehler, der durch die in Kap. 4.2.2 beschriebenen Fitfunktion erzeugten Daten, erhält man mit dem im Folgenden beschriebenen Monte-Carlo Verfahren [Fla92]: Zunächst wird die Standardabweichung der Messdaten bezüglich der gefitteten Daten berechnet

$$s = \left( \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_{B,\text{fit},i} - E_{B,i})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.16)$$

Nun erzeugt man mit einem Zufallsgenerator  $m$  verschiedene Datensätze  $E_{B,\text{rand}}$ , die jeweils um  $E_{B,\text{fit}}$  mit der Standardabweichung  $s$  normal-verteilt sind. Fittet man nun jeden einzelnen Datensatz mit dem oben beschriebenen Verfahren, so erhält man eine Menge an Kurven, die alle innerhalb der Standardabweichung mit den Messdaten vereinbar sind. Aus der Standardabweichung der Differenzenquotienten  $DE_{B,\text{rand},i}$  von denen von  $DE_{B,\text{fit},i}$

$$s_i = \left( \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (DE_{B,\text{rand},i,j} - DE_{B,\text{fit},i})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.17)$$

erhält man zu jedem Differenzenquotienten  $DE_{B,i}$  den statistischen Fehler  $\Delta DE_{B,i} = s_i$ . Aus diesem ergibt sich mit der linearen Fehlerfortpflanzung nach Gauß aus Gl. (4.13) der Fehler für die Barrierenposition  $\Delta z_B$ . Aus dem Fehler  $\Delta z_B$  erhält man wiederum nach Gauß aus Gl. (3.41) den Fehler für das evaneszente Potential, der gleichzeitig dem statistischen Fehler für das Casimir-Polder Potential entspricht.



### 4.2.4 Möglichkeiten zur Verbesserung der Messung

#### Systematische Fehler

Die Genauigkeit der Potentialmessung mit der hier präsentierten Methode steht und fällt mit der Kenntnis der Parameter des evaneszenten Potentials. Während die Stärke der Wechselwirkung eines  $^{87}\text{Rb}$  Atoms mit einem Lichtfeld bekannter Intensität sehr genau berechnet werden kann, liegt die Schwierigkeit in der Bestimmung eben dieser Intensität. Sie hängt zum Einen vom Strahldurchmesser auf der Oberfläche und zum Anderen von der Gesamt-Laserleistung ab. Der Strahldurchmesser lässt sich innerhalb der Kammer nur schwer bestimmen. Zur Bestimmung der Strahltaile auf der Oberfläche wurde deshalb der Strahl kurz vor dem Eintritt in die Kammer umgelenkt und der Strahldurchmesser des umgelenkten Strahls an drei verschiedenen Stellen vor und nach dem Fokus gemessen. Durch einen Fit mit dem Strahldurchmesser eines Gaußschen Strahls  $B(x)$  an diese Breiten erhält man die Strahlbreite als Funktion der optischen Weglänge. Je kleiner nun der Fokus des Strahls ist, umso größer ist der Fehler des Strahldurchmessers auf der Oberfläche, den man aufgrund einer ungenauen Kenntnis der optischen Weglänge zwischen der fokussierenden Linse und der Oberfläche in Kauf nehmen muss. Eine Möglichkeit zur Verbesserung dieses systematischen Fehlers wäre also die Wahl eines größeren Fokus und damit einer größeren Rayleigh-Länge des Fokus. Damit muss allerdings auch eine geringere Maximalintensität in Kauf genommen werden. Eine weitere Möglichkeit zur Verbesserung wäre die Verwendung eines Raster-Nahfeldmikroskops (SNOM) zur Vermessung des Strahlprofils auf der Oberfläche. Zur Bestimmung der Gesamt-Leistung im Barrierenstrahl wurde von uns ein Standard-Laserleistungs-Messgerät<sup>6</sup> mit einer spezifizierten Genauigkeit von  $\pm 5\%$  verwendet. Eine Messung der intensitätsabhängigen Effekte des Barrierenlasers auf Atome, wie zum Beispiel dem Stark-Effekt könnte auch hier eine Verbesserung ermöglichen.

Der systematische Fehler bei der Messung der Abwurfgeschwindigkeit  $v_0$  ist auf den Fehler bei der Bestimmung des Vergrößerungsfaktors der Absorptionsabbildung zurückzuführen. Wir bestimmen diesen durch eine Messung der Strecke, die ein BEC im freien Fall innerhalb einer definierten Zeit zurücklegt, mit einer Genauigkeit von  $\pm 5\%$ . Eine genauere Bestimmung erreicht man zum Beispiel durch die Platzierung eines Referenzobjekts mit genau bekannten Abmessungen in der Objektebene der Abbildung.

#### Statistische Fehler

Komplexe Anlagen zur Erzeugung ultrakalter Atome beinhalten eine Vielzahl technischer Komponenten, die Quellen für statistische Fehler sein können. Die hier präsentierte Messung der Barrierenhöhe basiert auf einer Messung von Atomzahlverlusten. Sie ist daher besonders empfindlich auf Schwankungen in der präparierten Anfangs-Atomzahl. Diese fluktuiert zwischen den einzelnen Zyklen eines Experimentes typischerweise um  $\pm 5\%$ . Auch mit großem technischem Aufwand lässt sich

---

<sup>6</sup>Modell PM30, Firma Thorlabs

diese Fluktuation nur geringfügig verbessern. Durch mehrmalige Wiederholung einer Einzelmessung lässt sich der Fehler allerdings statistisch so stark unterdrücken, dass er kaum noch Einfluss auf das Messergebnis für die Barrierenhöhe hat. Den größten Einfluss auf den statistischen Fehler der Barrierenhöhe haben Fluktuationen der Barrierenlaser-Leistung. Die beschriebene Messung erfolgte noch ohne die in Kap. 2.2.3 beschriebene Leistungsstabilisierung. Die Langzeit-Drift von  $\pm 3\%$  lässt sich zwar durch ständiges Überwachen und manuelles Nachregeln auf  $\approx \pm 1\%$  reduzieren. Die im Nachhinein implementierte Leistungsstabilisierung verkleinert den statistischen Fehler aber nochmals um eine Größenordnung. Eine weitere Fehlerquelle sind räumliche Schwankungen der einzelnen Laserstrahlen für die Dipolpotentiale relativ zueinander. Wenn die Position des Dipolstrahls für den Reflektionskanal relativ zur Position des Intensitätsmaximums des Barrierenlasers schwankt, treffen die Atome den Barrierenlaser nicht mehr mittig und sehen somit nicht die maximale Barrierenhöhe. Verkleinern ließe sich der daraus resultierende Messfehler durch Vergrößerung des Strahldurchmessers des Barrierenlasers. Dadurch verringert sich aber auch die maximale Intensität und damit der minimale Abstand der Barriere zur Oberfläche. Eine Alternative wäre die Verwendung einer Fresnellinse zur Erzeugung eines rechteckigen Strahlprofils auf der Oberfläche.

# 5 Wechselwirkung von Atomen mit nanostrukturierten Oberflächen

Die Stärke des Casimir-Polder Potentials hängt im Wesentlichen von den optischen Eigenschaften von Atom und Oberfläche ab. Moderne Strukturierungsmethoden bieten die Möglichkeit, Materialien mit einer großen Bandbreite an optischen Eigenschaften in genau definierten Geometrien auf Oberflächen aufzubringen. Dadurch entsteht die Möglichkeit, räumlich maßgeschneiderte Oberflächenpotential-Landschaften herzustellen. Von besonderem Interesse sind bei den verwendeten Materialien die Metalle. Die hohe Beweglichkeit der Elektronen in einer Metallschicht erlaubt die Anregung kohärenter Ladungsdichte-Schwingungen, sogenannter Oberflächen-Plasmon-Polaritonen (OPPs). Das elektromagnetische Feld dieser OPPs klingt - genau wie das evaneszente Feld über einem Dielektrikum - exponentiell mit dem Abstand zur Oberfläche ab. Bei einer Anregung der OPPs mit Licht kann die durch die OPPs verursachte Feldüberhöhung an der Oberfläche diejenige herkömmlicher evaneszenter Wellen über Dielektrika um bis zu etwa zwei Größenordnungen übersteigen. Da die Anregung von OPPs mit Licht zudem ein stark winkelabhängiges Resonanzverhalten zeigt, kann die relative Stärke optischer Nahfeld-Potentiale über Metallen und Dielektrika über einen sehr großen Bereich durchgestimmt werden. Aus diesem Grund entschlossen wir uns dazu, unsere Oberflächen-Strukturen mit Gold zu realisieren. Die Beugung von Materiewellen an solchen Potentialen ermöglicht Anwendungen fundamentaler sowie praktischer Art. Die Beugung an nanostrukturierten Gittern aus zwei verschiedenen Materialien kann Informationen über das Potential einer solchen Anordnung liefern. Weiterhin sind atomoptische Elemente wie beispielsweise Linsen durch Reflektion an Fresnel'schen Zonenplatten denkbar. Im nächsten Abschnitt 5.1 wird zunächst die Integration von nanostrukturierten Oberflächen in das Experiment beschrieben. Kap. 5.2 befasst sich mit den experimentellen Herausforderungen, die die Positionierung und Orientierung atomarer Ensembles auf der Struktur mit sich bringen. Es folgt eine kurze Einführung in die Theorie der OPPs. Messungen der Barrierenhöhe über Saphir und Gold als Funktion des Einstrahlwinkels  $\Theta_1$  des Barrierenlasers, die in Kap. 5.4 präsentiert werden, belegen die Feldüberhöhung durch OPPs.

## 5.1 Die Struktur

Als Substrat für die 50 nm hohen Goldstrukturen verwenden wir ein Saphirplättchen mit einer Dicke von 1 mm. Dieses wird mittels eines Brechungsindex-anpassenden Klebstoffs<sup>1</sup> auf das Glasprisma aufgeklebt. Der Brechungsindex von Saphir beträgt

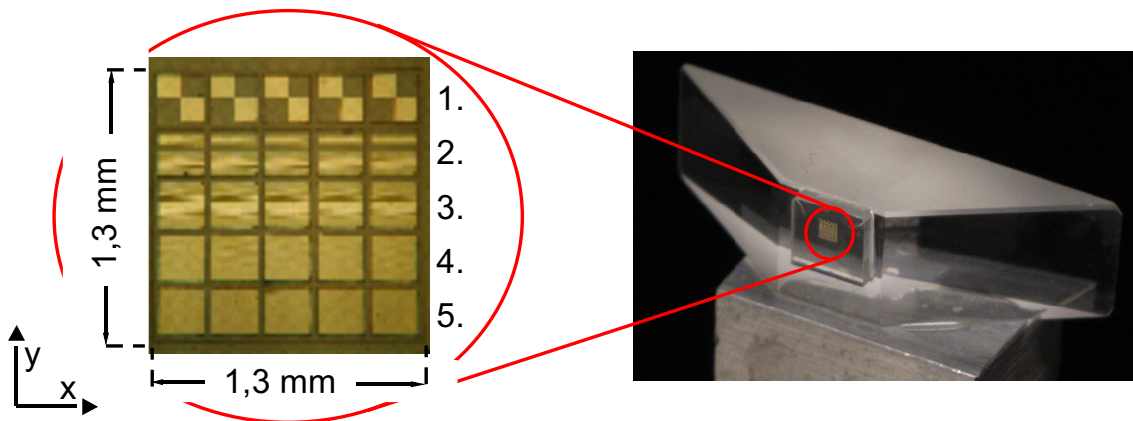
---

<sup>1</sup>“NOA61“ der Firma Norland Products

$n = 1,75$ , woraus sich nach Gl. (3.18) der Totalreflektionswinkel von  $\Theta_T = 34,85^\circ$  an der Vakuum/Saphir Grenzfläche ergibt.

Die Struktur wurde im Rahmen einer Kooperation mit der Nanotechnologie-Arbeitsgruppe um Prof. Dieter Kern in Tübingen von Dr. Monika Fleischer angefertigt. Abb. 5.1 zeigt das Saphirplättchen mit der aufgetragenen Struktur. Sie ist unterteilt in fünf mal fünf Quadrate mit einer Seitenlänge von jeweils  $200\ \mu\text{m}$ . Zwischen den Quadraten befindet sich jeweils ein  $50\ \mu\text{m}$  breiter und  $20\ \mu\text{m}$  hoher Streifen aus SU-8 Photolack. Die Dicke der Goldstrukturen beträgt  $50\ \text{nm}$ , die Kanten sind jeweils rechtwinklig. Zwischen Goldschicht und Saphir wirkt eine  $4\ \text{nm}$  dicke Titanschicht als Haftvermittler. Die einzelnen Felder enthalten folgende Strukturen:

1. Carrées: Das Quadrat ist unterteilt in zwei mal zwei kleinere Quadrate mit einer Seitenlänge von  $100\ \mu\text{m}$ . Jeweils zwei dieser vier Felder sind mit Gold beschichtet. Die anderen beiden sind reine Saphiroberflächen.
2. Fresnel Zonenplatten [Jud10]: Die Quadrate sind jeweils entlang der y-Richtung unterteilt in eine Fresnel-Zonenplatte mit  $R_1 = 5\ \mu\text{m}^2$  und eine mit  $R_1 = 10\ \mu\text{m}$ .
3. Fresnel Zonenplatte mit  $R_1 = 15\ \mu\text{m}$
4. Gold/Saphir-Gitter mit einer Gitterkonstanten von  $a = 4\ \mu\text{m}$
5. Gold/Saphir-Gitter mit einer Gitterkonstanten von  $a = 1\ \mu\text{m}$



**Abbildung 5.1:** Glasprisma mit aufgeklebtem Saphirplättchen. Auf dem Saphirplättchen sind die Nanostrukturen aufgebracht. Sie sind links im Bild vergrößert dargestellt.

Mikroskopaufnahmen der einzelnen Strukturen sind in Abb. 5.2 zu sehen. In x-Richtung wiederholen sich die Strukturen periodisch. Dies hat den Grund, dass sich die Joffefalle nicht beliebig weit in x-Richtung verschieben lässt. Eine kleine Verschiebung des Saphirplättchens auf dem Prisma beim Aufklebeprozess würde die Positionierung der Atome unterhalb der Struktur erschweren bzw. unmöglich machen. Durch die periodische Wiederholung wird sichergestellt, dass sich wenigstens eine der Strukturen mit der Joffefalle erreichen lässt.

<sup>2</sup> $R_1$  ist die halbe Breite des innersten Goldstreifens der Fresnel-Zonenplatte.

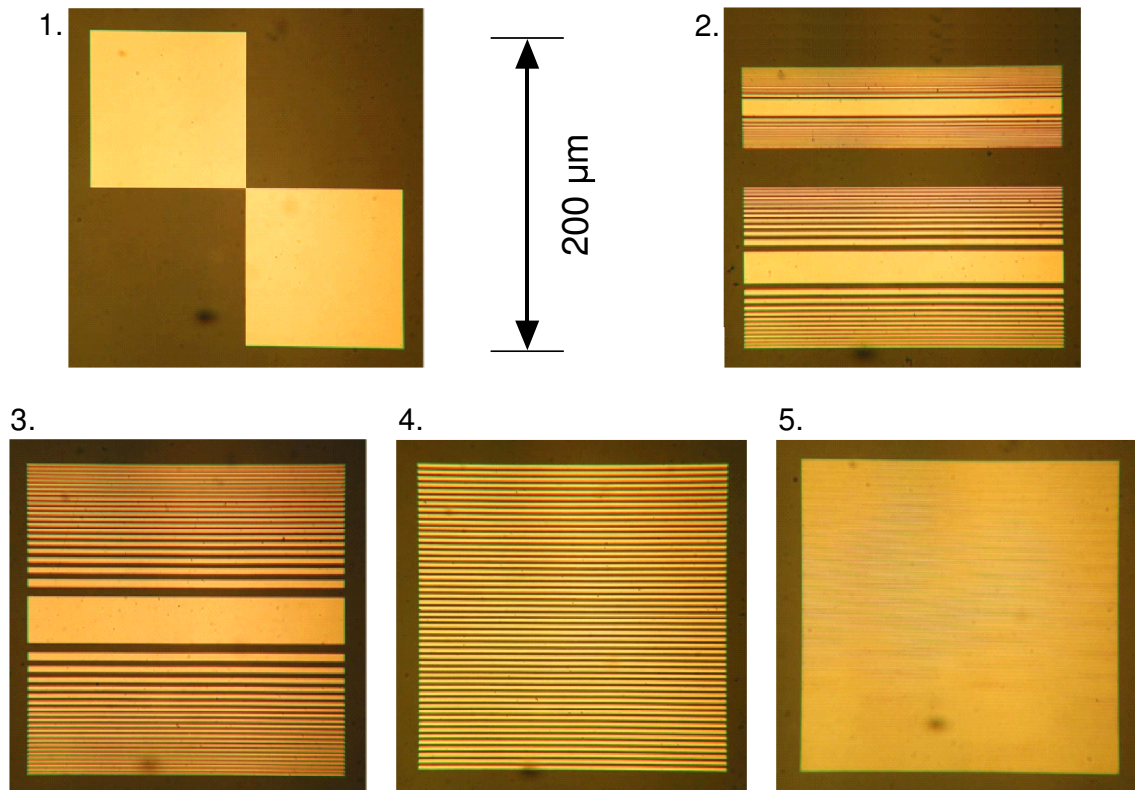


Abbildung 5.2: Mikroskopaufnahmen der einzelnen Strukturen.

## 5.2 Kontrolle der x-, y-Position und Orientierung auf der Struktur

Die Position der Magnetfalle in y-Richtung lässt sich durch Variation des Stroms durch die Joffedrähte kontrollieren. Eine Erhöhung des Joffestroms hat zur Folge, dass sich die Gradienten des sphärischen Quadrupolfelds und der Joffedrähte bei größeren Abständen zu den Drähten kompensieren, die Falle bewegt sich also von den Drähten weg. Allerdings stehen zum Betrieb der Joffedrähte nur maximal 19 A zur Verfügung. Die Joffefalle befindet sich dann ungefähr bei Struktur Nr. 3. Um die äußersten Strukturen erreichen zu können, muss daher der Mittelwert der BEC-Spulen abgesenkt werden. Da die Position der Joffefalle nur durch das Verhältnis aus BEC-Spulenströmen und Joffestrom gegeben ist, hat ein Absenken der BEC-Spulenströme den gleichen Effekt.

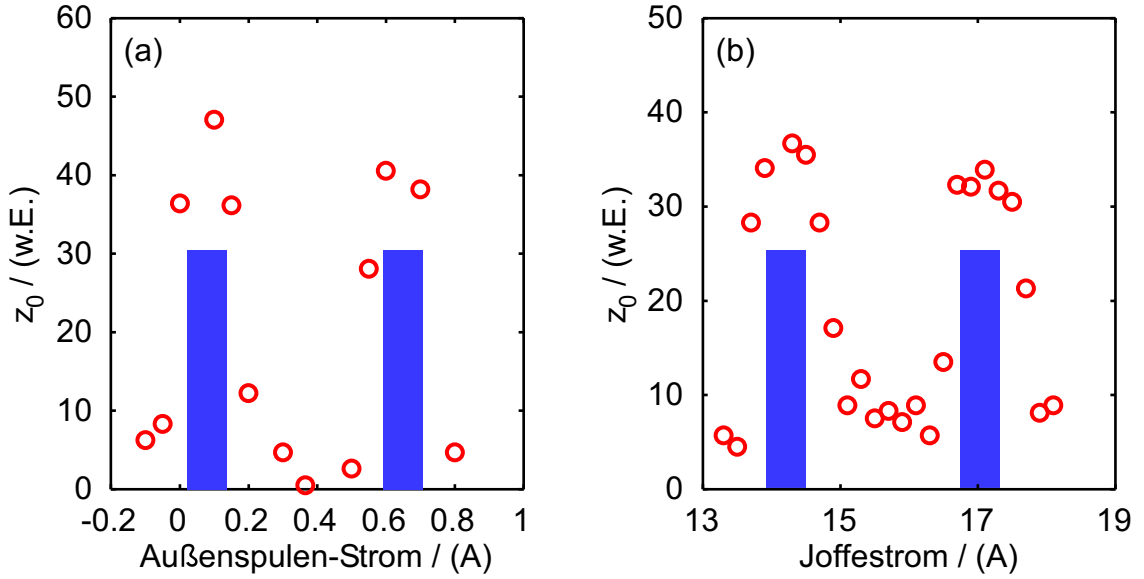
Durch Anlegen eines homogenen Magnetfeldes in x-Richtung lässt sich das Minimum des Quadrupolfeldes und somit auch die Joffefalle entlang der X-Achse verschieben. Das Magnetfeld wird dabei durch ein Spulenpaar erzeugt, das außerhalb der Kammer an den Flanschen angebracht ist (vgl. Kap. 2.1.1). Simulationen wie auch Experimente haben gezeigt, dass kleine Änderungen der jeweiligen Ströme die Position der Joffefalle nur entlang der assoziierten Richtung ändern. Bei größeren Verschiebungen ( $\Delta x, \Delta y > 100 \mu\text{m}$ ) gilt dies allerdings nicht mehr und es ist  $x = x(I_{AS}, I_{Joffe})$  und

$y = y(I_{AS}, I_{Joffe})$ , wobei  $I_{AS}$  der Strom in den Außenspulen und  $I_{Joffe}$  derjenige in den Joffedrähten ist. Obwohl bei einem Transport eines Kondensats die Ströme der Falle nicht linear, sondern in der Form der Gl. (3.11) verändert werden, kommt es durch die Bewegung zu Schwingungen in der Falle. Diese sind unerwünscht, da dadurch bei einem Abwurf der Atome gegen die Oberfläche unbekannte Startgeschwindigkeiten auftreten. Wir dämpfen deshalb die Schwingungen unter Verwendung einer Radiofrequenz-Kühlrampe aus: Zunächst wird in der ursprünglichen Falle das Ensemble bis knapp unterhalb der kritischen Phasenraumdicke gekühlt. Der Transport dauert typischerweise ca. 300 ms. Direkt im Anschluss an den Transport wird für die Dauer von 500 ms eine Radiofrequenz eingestrahlt, die die Wolke bis zur Kondensation abkühlt. Durch diese Absenkung des Fallenrandes verlassen auch stark schwingende Atome die Falle, das verbleibende Ensemble ist in Ruhe. Der Nachteil dieser Methode ist allerdings der relativ hohe Atomzahlverlust beim Kühlen. Außerdem müssen für jede  $y$ -Position die Parameter für die Radiofrequenz-Rampe neu bestimmt werden, da das Offsetfeld beim Verschieben der Falle in  $y$ -Richtung ansteigt. Bei einer optimal justierten Apparatur lassen sich so BECs mit bis zu  $2 \cdot 10^5$  Atomen an beliebigen Positionen  $(x, y)$  unterhalb der Struktur erzeugen.

Um eine Bestimmung der Position der Wolke relativ zur Struktur zu ermöglichen, wurden die einzelnen Strukturfelder mit einem  $20 \mu\text{m}$  hohen und  $50 \mu\text{m}$  breiten Rand aus SU-8 Photolack versehen. Mit einem Rasterverfahren lässt sich dieser Rahmen als Höhenprofil  $z(x(I_{AS}), y(I_{Joffe}))$  abbilden, woraus sich dann die funktionalen Zusammenhänge von  $x(I_{AS}, I_{Joffe})$  und  $y(I_{AS}, I_{Joffe})$  rekonstruieren lassen. Die Aufnahme des Höhenprofils verläuft wie folgt: Ein BEC wird, wie oben beschrieben bei bestimmten Stromwerten  $(I_{AS}, I_{Joffe})$  erzeugt. Daraufhin wird die Falle innerhalb von 100 ms auf einen definierten Wert  $z_0$  auf die Oberfläche zubewegt (siehe Kap. 3.2.1) und direkt im Anschluss daran innerhalb weiterer 100 ms an die Ausgangsposition zurückgefahren. Danach werden die Atome nach einer kurzen freien Expansionszeit abgebildet. Dieser Vorgang wird unter Variation von  $z_0$  so oft durchgeführt, bis dabei gerade die Hälfte der Atome an der Oberfläche verloren gehen. Durch Bestimmung dieser kritischen Höhe  $z_0$  als Funktion der Fallenströme lässt sich ein Bild des Rahmens erzeugen (Abb. 5.3).

### 5.3 Oberflächen Plasmon-Polaritonen (OPPs)

OPPs sind kohärente Schwingungen der leicht beweglichen Elektronen an der Oberfläche von elektrischen Leitern. In diesem Kapitel wird kurz auf die Theorie der OPPs eingegangen und grundlegende Eigenschaften werden erklärt. Außerdem wird die sogenannte Kretschmann-Konfiguration erläutert, die es erlaubt, OPPs in dünnen Metallschichten mit Hilfe von Licht anzuregen. Die Darstellung folgt [Rae88].



**Abbildung 5.3:** Rasterung der strukturierten Oberfläche. Die roten Kreise entsprechen Annäherungsabständen, bei denen gerade die Hälfte der Atome aus der Falle verlorengehen. Zu sehen sind (a) Rasterung über eine Struktur in x-Richtung durch Variation des Außenspulen-Stroms. Die starken Anstiege der kritischen Position  $z_0$  an den Rändern sind auf die Höhe des Photolacks zurückzuführen. (b) Rasterung über eine Struktur in y-Richtung durch Variation des Joffestroms. Die beiden Maxima der kritischen Position  $z_0$  entsprechen den beiden Rändern aus Photolack. Diese Ränder sind durch die blauen Balken angedeutet.

### 5.3.1 Dispersionsrelation

Wir betrachten die Grenzfläche eines Dielektrikums mit einem Metall. Auch in diesem Fall gelten die Stetigkeitsbedingungen für die elektrischen und magnetischen Felder Gl. (3.14a)-Gl. (3.15b). Wiederum erhalten wir hieraus die Gleichheit der Wellenzahlen innerhalb beider Materialien in x-Richtung:

$$k_{x,(1)} = k_{x,(2)} = k_x \quad (5.1)$$

Zusammen mit der vierten Maxwellgleichung (Ampèresches Gesetz) folgt hieraus

$$k_{z,(1)} B_{y,(1)} / \mu_1 = \frac{\omega}{c} \varepsilon_1 E_{x,(1)} \quad (5.2a)$$

$$k_{z,(2)} B_{y,(2)} / \mu_2 = -\frac{\omega}{c} \varepsilon_2 E_{x,(2)} \quad (5.2b)$$

Zusammen mit den Stetigkeitsbedingungen für  $E_x$  und  $B_y/\mu$  lässt sich folgendes Gleichungssystem aufstellen:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \frac{k_{z,(1)}}{\varepsilon_1} & \frac{k_{z,(2)}}{\varepsilon_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{y,(1)}/\mu_1 \\ B_{y,(2)}/\mu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

mit der Lösung

$$\frac{k_{z,(1)}}{\varepsilon_1} + \frac{k_{z,(2)}}{\varepsilon_2} = 0 \quad (5.4)$$

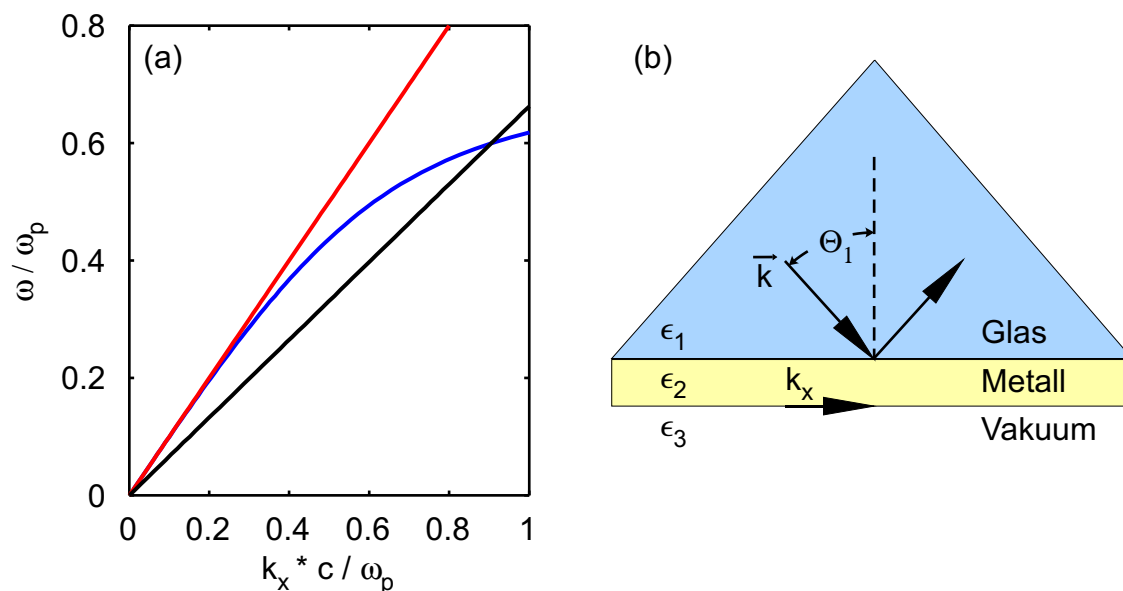
Aus der dritten und der vierten Maxwellgleichung (Induktionsgesetz und Ampèresches Gesetz) folgt für die Wellenzahlen in z-Richtung

$$k_{z,(i)} = \sqrt{\varepsilon_i \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2}, \quad i = 1,2 \quad (5.5)$$

Aus den letzten beiden Gleichungen lässt sich nun die Dispersionsrelation für OPPs formulieren

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} \quad (5.6)$$

Sie ist in Abb. 5.4 für eine Metall/Vakuum-Grenzfläche zusammen mit den Dispersionsrelationen für Photonen in Vakuum ( $n = 1$ ) und in Glas ( $n = 1,5$ ) dargestellt. Zwischen der Dispersionsrelation der Vakuumphotonen und derjenigen der OPPs existiert für endliche Frequenzen kein Schnittpunkt. Mit Vakuumphotonen lassen sich demnach keine OPPs anregen, da Energie- und Impulserhaltung nicht gleichzeitig erfüllt werden können. Andererseits existiert ein Schnittpunkt zwischen den Dispersionsrelationen der OPPs und der Photonen im Glas. Dieser Umstand legt die im nächsten Abschnitt beschriebene, sogenannte Kretschmann-Konfiguration zur Anregung von OPPs mit Licht nahe.



**Abbildung 5.4:** (a) Dispersionsrelationen für OPPs (blaue Kurve) an einer Vakuum/Metall Grenzfläche, Photonen im Vakuum (rote Kurve) und Photonen in Glas (schwarze Kurve). (b) Kretschmann-Konfiguration zur Anregung von OPPs mit Hilfe von Licht.



### 5.3.2 Anregung von OPPs durch Licht

Wie der vorherige Abschnitt gezeigt hat, ist eine direkte Anregung von OPPs an Vakuum/Metall-Grenzflächen durch Vakuumphotonen nicht möglich. Benötigt wird Licht mit einer kleineren Wellenzahl in x-Richtung, wie es bei der Propagation in einem dielektrischen Medium entsteht. Wir betrachten daher ein Dreischicht-System, bestehend aus zwei semiinfiniten Schichten aus Vakuum und Glas, zwischen denen sich eine dünne Metallschicht der Dicke  $d_1$  befindet. In dieser sogenannten Kretschmann-Konfiguration (siehe Abb. 5.4(b)) ist das Dielektrikum meist wie ein Prisma geformt. Durch die schrägen Seitenflächen lässt sich ein Lichtstrahl mit nur geringen Reflektionsverlusten in das Dielektrikum einkoppeln. Der Lichtstrahl trifft unter dem Winkel  $\Theta_1$  zur Einfallsebene auf die Grenzfläche Dielektrikum/Metall und wird dort teilweise reflektiert. Im Dielektrikum ist die Wellenzahl  $k$  aufgrund des Brechungsindex kleiner als im Vakuum. Die Stetigkeitsbedingungen fordern, dass die Wellenzahl in x-Richtung in allen Schichten gleich ist. Mit dem Einfallswinkel  $\Theta_1$  lässt sich  $k_x$  über die Plasmonresonanz Gl. (5.6) durchstimmen. Zur Berechnung der Feldüberhöhung, also dem Verhältnis der Feldstärke von einlaufender Welle zu der an der Metall/Vakuum-Grenzfläche müssen Vielfach-Reflexionen zwischen den einzelnen Grenzflächen berücksichtigt werden. Die eleganteste Methode zur Berechnung ist deshalb die Transfermatrix-Methode (siehe z.B. [Fur88]), die diese Effekte automatisch berücksichtigt und mit deren Hilfe sich auch komplexere Schichtsysteme mit geringem Aufwand berechnen lassen. Die Koeffizienten der einzelnen Transfermatrizen, die die Transmission bzw. die Reflektion an den einzelnen Grenzflächen beschreiben, sind im Wesentlichen wieder die Fresnelgleichungen. Die Transfermatrix für den Übergang eines p-polarisierten Strahls von einer Schicht  $i$  in eine andere Schicht  $k$  lautet

$$\mathbf{T}_{pik}^G = \frac{1}{\tau_{pik}} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{pik} \\ \rho_{pik} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

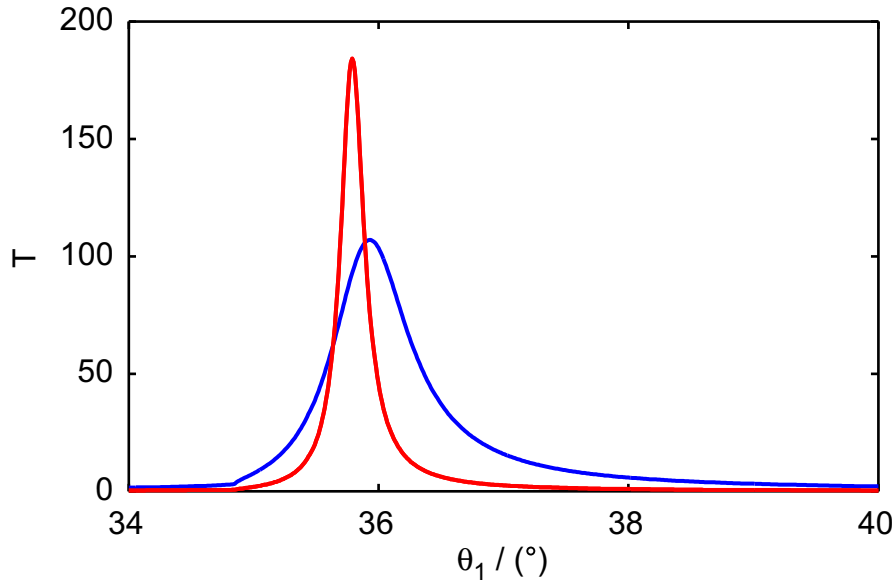
mit den Fresnel'schen Transmissionskoeffizienten  $\tau_{pik}$  und Reflektionskoeffizienten  $\rho_{pik}$  nach Gl. (3.32a) und Gl. (3.32b). Die Matrix, die eine Propagation des Feldes in der Schicht  $i$  mit der Dicke  $d$  beschreibt lautet

$$\mathbf{T}_i^P = \begin{bmatrix} e^{ik_{zi}d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{zi}d} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Die Transmission  $t$  durch das Gesamtsystem erhält man aus den Koeffizienten der Gesamt-Transfermatrix  $\mathbf{T}^{\text{ges}}$ , die sich als Produkt der einzelnen Transfermatrizen ergibt

$$t = \frac{1}{T_{22}^{\text{ges}}} \quad (5.9)$$

Durch die Tatsache, dass einzelne reflektierte Strahlen miteinander interferieren können, hängt der Verlauf der Feldüberhöhung als Funktion des Einstrahlwinkels  $\Theta_1$  stark von der Dicke  $d$  der Metallschicht ab, die wie eine Art Resonator wirkt. Die Resonanz der Feldüberhöhung am Plasmonenwinkel ist in Abb. 5.5 für zwei verschiedene Schichtdicken dargestellt.



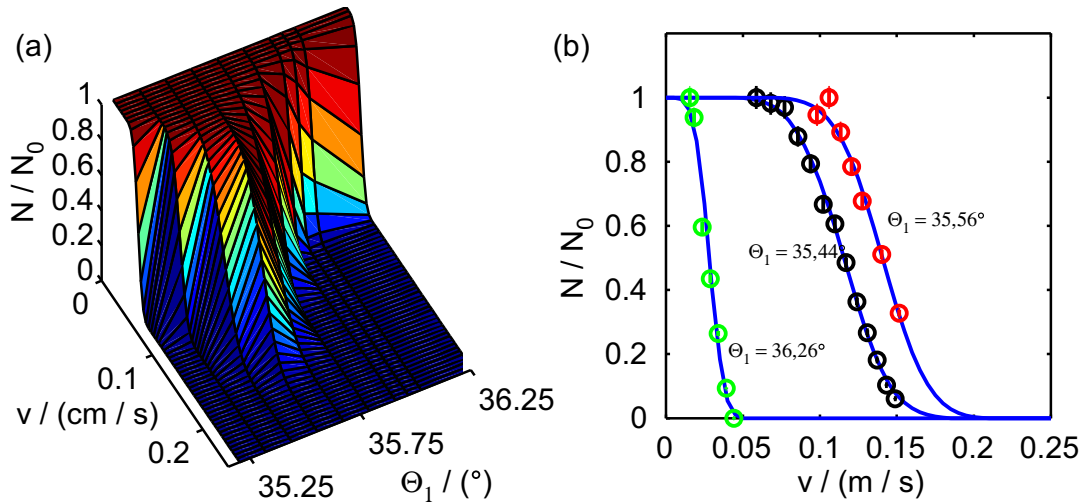
**Abbildung 5.5:** Anregung von OPPs in einem Dreischicht-System Saphir/Gold/Vakuum durch Licht. Intensitätsüberhöhung  $T$  als Funktion des Einstrahlwinkels  $\Theta_1$  für eine 50 nm dicke Goldschicht (rote Kurve) und eine 30 nm dicke Goldschicht (blaue Kurve).

#### 5.4 Plasmonische Potentialbarrieren: Nachweis der OPPs durch Atome

Wie bereits erwähnt wurde, kann das optische Nahfeld von OPPs dasjenige von evaneszenten Wellen über Dielektrika um mehrere Größenordnungen übertreffen. In der Nähe des Resonanz-Winkels  $\Theta_R$  werden deshalb weitaus höhere Potentialbarrieren über goldbeschichteten Strukturen als über dem reinen Saphirsubstrat erwartet. In dem hier beschriebenen Experiment wurden die Barrierenhöhen über einem Gold- und einem Saphircarrée als Funktion des Einstrahlwinkels des Barrierenlasers gemessen. Die Messung erfolgte in einer zu der in Kap. 4.1.1 beschriebenen, ähnlichen Konfiguration. Allerdings muss bei diesem Experiment auf die senkrechte Dipolfallle verzichtet werden, da der Laserstrahl durch die Strukturen auf der Oberfläche absorbiert und gebeugt werden würde. Um dennoch eine möglichst kleine Ensembleausdehnung bei der Reflektion zu erreichen, wurde dieses Experiment mit kondensierten Atomen durchgeführt. Das freie Kondensat hat eine zu der thermischen Wolke im Dipolstrahl vergleichbare radiale Ausdehnung. Allerdings kann das Kondensat ohne die Führung des optischen Potentials, während der Bewegung auf die Oberfläche zu, seitlich abgelenkt werden und dadurch die Barriere nicht mehr optimal treffen. Solche ablenkenden Kräfte können auftreten, wenn das magnetische Potential, das zur Kompensation der Gravitation benutzt wird, nicht optimal an die Position der Atome angepasst ist. Durch sorgfältige Justage und die Wahl der Abwurfposition möglichst nahe zur Oberfläche halten wir diese Effekte möglichst gering. Die Bestimmung der Barrierenhöhe aus der Verlustkurve erfolgt wie in Kap. 4.1.2 beschrieben wurde. Als räumliche Dichteverteilung  $n(x,y)$  wird hier allerdings

diejenige einer kondensierten Atomwolke angenommen.

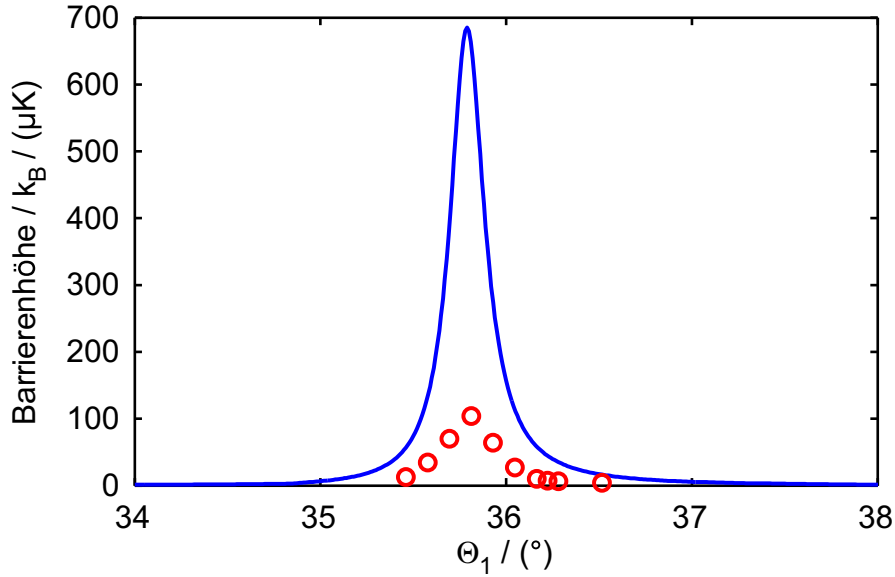
Der Ablauf des Experiments sowie die Messung der Geschwindigkeit erfolgt nach erfolgreicher Positionierung relativ zur Oberflächen-Struktur wie in Kap. 4.1.2 beschrieben, allerdings ohne die Verwendung des senkrechten Dipolstrahls. In Abb. 5.6



**Abbildung 5.6:** Fits an die gemessenen Verlustkurven über Gold in der Nähe der plasmonischen Resonanz. (a) Dreidimensionale Darstellung sämtlicher Verlustkurven. (b) Exemplarische Darstellung für drei verschiedene Winkel. Schwarz:  $\Theta_1 = 35,44 < \Theta_R$ . rot:  $\Theta_1 = 35,56 \approx \Theta_R$ . grün:  $\Theta_1 = 36,26 > \Theta_R$ .

fällt auf, dass die Breite, auf der die Kurven abfallen, mit steigender Barrierenhöhe ebenfalls ansteigt. Die Verbreiterung des Abfalls ist hauptsächlich auf die anfängliche Geschwindigkeitsverteilung des Kondensats zurückzuführen. Zu erwarten wäre daher eine konstante Breite der Verlustkurven. Mögliche Ursachen für die beobachtete Zunahme der Verbreiterung werden in Kap. 5.4.2 diskutiert. Abb. 5.7 zeigt die gemessenen Barrierenhöhen über Gold als Funktion des Einstrahlwinkels  $\Theta_1$  sowie eine Simulation. Der Simulation liegt die plasmonische Feldüberhöhung nach Gl. (5.9), sowie ein van-der-Waals artiges Potential nach Gl. (3.3) zugrunde. Hier wurde das nichtretardierte van-der-Waals Potential angesetzt, da aufgrund der starken Feldüberhöhung die Barriere nahe an die Oberfläche rückt (vergleiche Kap. 3.3.2). Die  $1/e$ -Eindringtiefe des elektromagnetischen Feldes in Gold bei der relevanten Übergangs-Wellenlänge von  $\lambda = 780$  nm beträgt  $z_E \approx 25$  nm und liegt damit in der Größenordnung der Schichtdicke von  $d = 50$  nm. Es ist daher zu erwarten, dass das die Stärke des Casimir-Polder Potentials hier durch das van-der-Waals Modell leicht überschätzt wird<sup>3</sup>. Trotzdem ist die theoretisch erwartete Barrierenhöhe um einen Faktor fünf größer als die gemessene. Wir können diesen Effekt erklären, indem wir einen zusätzlichen Dämpfungsmechanismus für das Feld der OPPs annehmen. Es ist bekannt [Rae88], dass Rauigkeiten der Metalloberfläche eine solche Dämpfung

<sup>3</sup>Das Potenzgesetz für das van-der-Waals Regime ist streng genommen nur für unendlich dicke Oberflächen gültig.



**Abbildung 5.7:** Gemessene (rote Kreise) und simulierte (blaue Linie) plasmonisch überhöhte Barrierenhöhe über der Goldschicht.

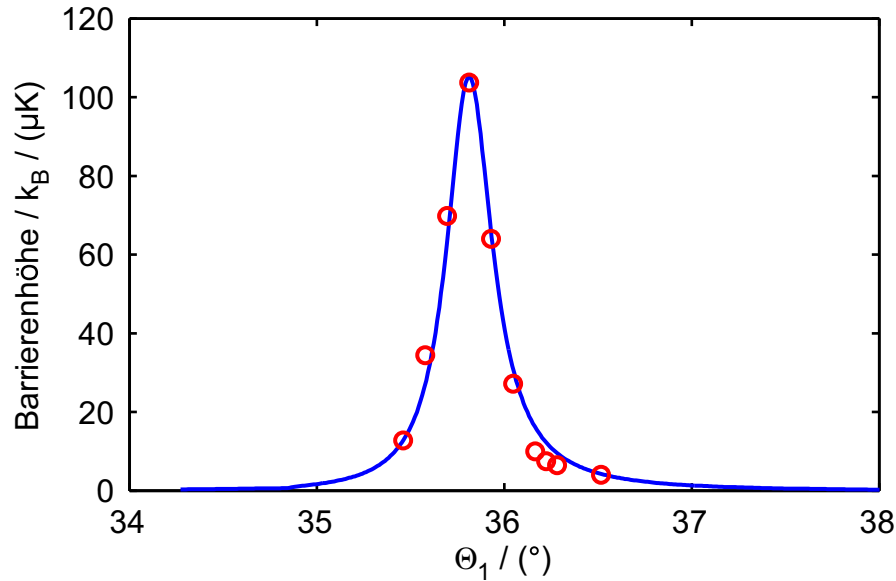
hervorrufen. Unebenheiten der Oberfläche können OPPs und freie Photonen miteinander koppeln. Es kommt dann zur Abstrahlung von Licht von der Metalloberfläche ins Vakuum. Den OPPs wird dadurch Energie entzogen, was zu einer Dämpfung der Feldüberhöhung, sowie zu einer Verbreiterung der Plasmonresonanz führt. Wir führen deshalb im Matrizen-Formalismus eine zusätzliche Matrix der Form

$$\mathbf{T}^D = \begin{bmatrix} e^\Gamma & 0 \\ 0 & e^{-\Gamma} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

ein, die formal die Propagation des Lichts innerhalb einer unendlich dünnen, absorbierenden Schicht beschreibt. Den Wert der Dämpfungskonstanten  $\Gamma$  erhalten wir durch einen Fit der simulierten Barrierenhöhe an die Messdaten, wobei die dem Modell zugrunde liegende Feldüberhöhung durch Gl. (5.10) modifiziert ist. Als weiteren Fitparameter wählen wir die Dicke  $d$  der Goldschicht, da bereits kleine, fertigungstechnisch bedingte Änderungen dieser Dicke einen großen Einfluss auf die OPP-Resonanz haben. Um einem Fehler in der Bestimmung des absoluten Einfallswinkels Rechnung zu tragen, wird zudem ein Winkeloffset  $\Delta\Theta_1$  als Fitparameter eingeführt. Abb. 5.8 zeigt, dass das Modell gut mit den Daten übereinstimmt. Die gefittete Schichtdicke beträgt 43,59 nm und liegt damit innerhalb der Toleranz des Fertigungsprozesses. Für die Dämpfung liefert der Fit einen Wert von  $\Gamma = 0.872 \text{ m}^{-1}$  und für den Winkeloffset  $\Delta\Theta_1 = 0,273^\circ$ .

#### 5.4.1 Potentialbarriere über Saphir für verschiedene Winkel

Um die starke Überhöhung der Barriere durch OPPs zu demonstrieren wurde eine Vergleichsmessung über dem reinen Saphirsubstrat durchgeführt. Die Messmetho-

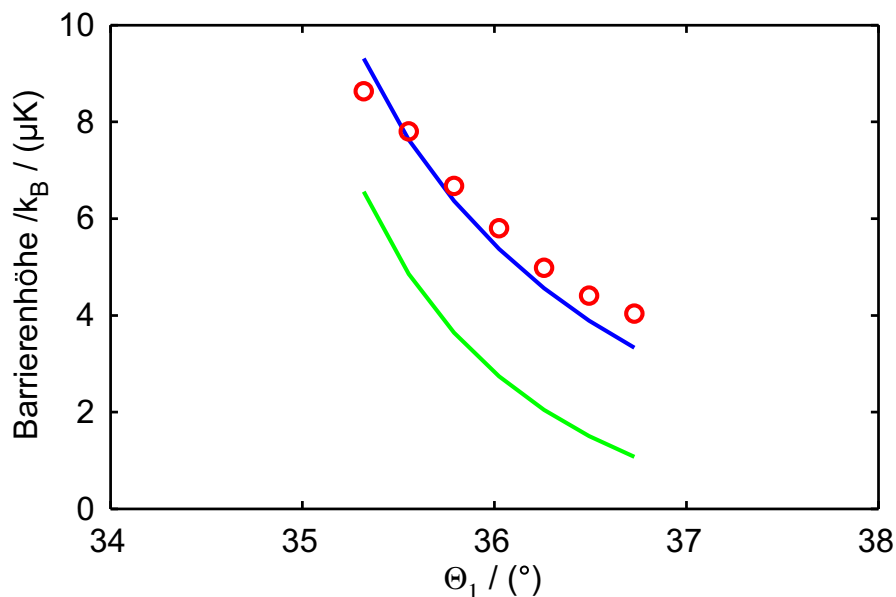


**Abbildung 5.8:** Gemessene (rote Kreise) und gefittete (blaue Linie) plasmonisch überhöhte Barrierenhöhe über der Goldschicht. Das dem Fit zugrunde liegende Modell berücksichtigt eine Dämpfung der OPPs durch Streuung an Unebenheiten der Oberfläche.

de ist die gleiche wie die im vorherigen Abschnitt beschriebene. Abb. 5.9 zeigt die gemessene Barrierenhöhe als Funktion des Einstrahlwinkels  $\Theta_1$ . Zusätzlich dargestellt sind drei simulierte Barrierenhöhen. Der blauen Kurve liegt ein retardiertes Casimir-Polder Potential der Form nach Gl. (3.4) zugrunde. Die grüne Kurve zeigt eine Simulation unter Verwendung des nichtretardierte van-der-Waals Potentials nach Gl. (3.3). Die Simulationen der Barrierenhöhen zeigen, dass die Barrieren im gesamten gemessenen Winkelbereich zwischen 200 nm und 400 nm von der Oberfläche entfernt sind. Diese große Entfernung erklärt die gute Übereinstimmung des retardierten Modells mit den Daten. Der Vergleich mit Abb. 5.8 zeigt, dass sich durch Anregung von OPPs in der Goldschicht trotz des stärkeren Casimir-Polder Potentials eine Überhöhung der Potentialbarriere um einen Faktor von 14 gegenüber dem Saphirsubstrat erreichen lässt.

#### 5.4.2 Schwierigkeiten bei der Barrierenhöhen-Messung

Während bei der in Kap. 4.1.2 vorgestellten Messung eine Bewegung der Atome parallel zur Oberfläche durch die Dipolfalle verhindert wird, fehlt diese Führung bei der hier präsentierten Messung. Die Atome können deshalb während Ihrer Bewegung auf die Oberfläche zu durch eventuell vorhandene Störpotentiale abgelenkt werden. Die Folge wäre, dass die Atome nicht am Ort der höchsten Barriere reflektiert werden, sondern der Auftreffpunkt auf der Oberfläche von der Anfangsgeschwindigkeit abhängt. Ein solcher störender Effekt würde zu einer Verbreiterung der Reflektivitätskurve führen, und die Messung ergäbe schließlich eine zu niedrige Barriere. Ein Störpotential kann folgendermaßen zustande kommen: Durch den die Struktu-



**Abbildung 5.9:** Gemessene (rote Kreise) und simulierte Barrierröhöhe als Funktion des Einstrahlwinkels des Barrierröhelasers. Die grüne Linie wurde unter Verwendung der analytischen Lösung des Casimir-Polder Potentials für das van-der Waals Regime simuliert. Der blauen Kurve liegt das analytische Modell für das retardierte Regime zugrunde.

ren umgebenden Rahmen aus Photolack kann Licht des Barrierröhelasers austreten, zum Beispiel durch Transmission an eventuell abgerundeten Kanten oder aber durch Beugung an Kanten. An einem außerhalb der Kammer aufgebauten Testaufbau mit identischen Strukturen konnte dieser Effekt beobachtet werden. Interferieren nun die von verschiedenen Begrenzungen abgestrahlten Lichtwellen miteinander, so können komplizierte Intensitätsverteilungen über der Oberfläche entstehen. Dem hiermit verbundenen optischen Potential sind die Atome auf ihrem gesamten Weg zur Oberfläche ausgesetzt. Dadurch kann es zum Einen zu dem bereits diskutierten Effekt der Ablenkung kommen. Andererseits kann sich aber auch die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Oberfläche ändern. Es ist also denkbar, dass der Grund für die Verbreiterung der Reflektivitätskurven (siehe Abb. 5.6) bei großen Barrierröhöhen in eben diesem Störpotential zu suchen ist.

# 6 Beugungsexperimente am 1 $\mu\text{m}$ Gitter

Die bislang vorgestellten Messungen haben die Möglichkeit demonstriert, durch Strukturierung der Oberfläche räumlich variierende Potentiale zu erzeugen. Das im Folgenden beschriebene Experiment demonstriert die Beugung einer Materiewelle am räumlich modulierten Potential über dem  $a = 1 \mu\text{m}$  Gitter (Struktur Nr. 5). Durch Beugung an periodischen Strukturen entstehen innerhalb einer Wellenfunktion diskrete Impulsklassen. Der übertragene Impuls  $\mathbf{p}_n$  ist stets proportional zum reziproken Gittervektor  $\mathbf{k}_r = (2\pi/a) \cdot \mathbf{e}_y$ , multipliziert mit einer ganzen Zahl  $n$ .

$$\mathbf{p}_n = n\hbar\mathbf{k}_r \quad (6.1)$$

Nach ballistischer Expansion manifestieren sich diese diskreten Impulse in räumlich separierten, äquidistanten Beugungsordnungen.

Prinzipiell entsteht eine solche Beugung, wenn der Wellenfunktion durch die Struktur entweder eine räumlich modulierte Phase, oder aber eine räumlich modulierte Dichteverteilung aufgeprägt wird. Ähnliche Experimente wurden in unserer Gruppe bereits in der Vergangenheit durchgeführt. Es handelte sich dabei um Materiewellen-Beugung an einem magnetischen Gitter mit einer Gitterkonstanten von  $a = 4 \mu\text{m}$ , das durch mikrostrukturierte Leiterbahnen auf einem Chip realisiert wurde [Gün08, Gün05]. Aus der quantitativen Analyse der Besetzung der einzelnen Beugungsordnungen lassen sich mit einem geeigneten Modell Aussagen über die räumliche Form und Stärke des Oberflächenpotentials machen. Einen sehr guten Überblick über Beugungsexperimente mit Materiewellen und die theoretischen Konzepte zu ihrer Beschreibung gibt [Cro09].

## 6.1 Das Experiment

Wie bei der Messung der Barrierenhöhe wird nun ein BEC ca.  $100 \mu\text{m}$  von der Oberfläche entfernt präpariert, und anschließend durch einen instantanen (innerhalb von  $50 \mu\text{s}$ ) Fallenversatz auf eine Geschwindigkeit von  $34 \text{ cm/s}$  auf die Oberfläche zu beschleunigt. Nach der Beschleunigung wird auf die Fallenkonfiguration zur Gravitationskompensation umgeschaltet (siehe 4.1.1). Ca.  $1,5 \text{ ms}$  nach der Reflektion von der Oberfläche wird das magnetische Potential ausgeschaltet und das BEC nach  $20 \text{ ms}$  ballistischer Expansion abgebildet. Wie bereits erwähnt wurde (siehe Kap. 5.4.2), kann es durch Abstrahlung von Licht vom SU-8 Photolack-Rahmen zu unerwünschten optischen Dipolpotentialen unterhalb der Oberfläche kommen. Um deren Einfluss möglichst gering zu halten, wird der Barrierenlaser nur für einen Zeitraum von  $450 \mu\text{s}$  während der Reflektion eingeschaltet. Der Reflektionswinkel beträgt für

diese Messung  $\Theta_1 = \Theta_T + 0,9^\circ = 35,75^\circ$  und entspricht damit dem Plasmon-Resonanzwinkel, dessen Messung in Kap. 5.4 beschrieben wurde. Die quantitative Kontrolle über die Modulationstiefe des Gitterpotentials erfolgt über die Leistung des Barrierenstrahls.

## 6.2 Das Gitterpotential

Die Oberfläche des Gitters besteht, wie bereits in Kap. 5.1 erläutert wurde aus Saphir, auf das in regelmäßigen Abständen von 1  $\mu\text{m}$  Goldstreifen mit einer Dicke von 50 nm aufgebracht sind. Ein Atom in unmittelbarer Nähe zur Oberfläche wird also, je nach seiner Position, entweder hauptsächlich das Casimir-Polder Potential des Goldes, oder dasjenige des Saphirs spüren. Die räumliche Abhängigkeit des Potentials in  $y$ -Richtung ist dann näherungsweise eine Rechteckfunktion. Bei Abständen, die deutlich größer als die Gitterkonstante sind, werden die Abstände des Atoms zum Gold bzw. zum Saphir zunehmend gleich. Das Atom spürt dann Beiträge des Casimir-Polder Potentials von beiden Oberflächen. Dies führt dazu dass die Gitterstruktur nicht mehr aufgelöst wird und daher nur noch ein mittleres, von der  $y$ -Position unabhängiges, Potential vorhanden ist.

Auch das optische Potential der evaneszenten Welle, beziehungsweise der OPPs wird bei Abständen  $z > 0$  nicht rechteckförmig verlaufen, sondern aufgrund der an den Goldkanten auftretenden Beugung ebenfalls mit zunehmendem Abstand auswaschen. Erst bei Abständen auf der Größenordnung der Gitterkonstanten tritt eine Modulation des mittleren Gesamtpotentials auf. Die räumliche Abhängigkeit der Modulation ist hier aber keine Rechteckfunktion, sondern gleicht Aufgrund der Auswaschung eher einer Sinusfunktion<sup>1</sup>. Wir machen daher folgenden Ansatz für das Gesamtpotential:

$$U(y,z) = A_{hom}(z) + A(z) \cos(k_r y) \quad (6.2)$$

Die Funktion  $A_{hom}(z)$  beschreibt das gemittelte Potential, das durch die Auswaschung zustande kommt. Die Modulationstiefe  $A(z)$  fällt monoton mit dem Abstand  $z$  zur Oberfläche. Bei ausreichend starken optischen Potentialen<sup>2</sup> erhält man also aus den Maxima der Funktion  $U(y=\text{const.},z)$  eine Barrierenhöhe  $BH(y) > 0$ , die in  $y$ -Richtung zwischen zwei Werten  $BH_1$  und  $BH_2$  oszilliert (Es sei  $BH_2 > BH_1$ ). Zur quantitativen Analyse nehmen wir für diese Oszillation einen in erster Näherung cosinusförmigen Verlauf an.

<sup>1</sup>Die exakte Berechnung des Gesamtpotentials erfordert aufwendige numerische Simulationen. Der Ansatz einer Sinusfunktion soll hier als heuristisches Modell dienen.

<sup>2</sup>Nach den Betrachtungen aus Kap. 3.3.2 ergibt sich erst ab einer minimalen, kritischen Barrierenlaser-Leistung überhaupt eine Barriere.



## 6.3 Modelle der Beugung

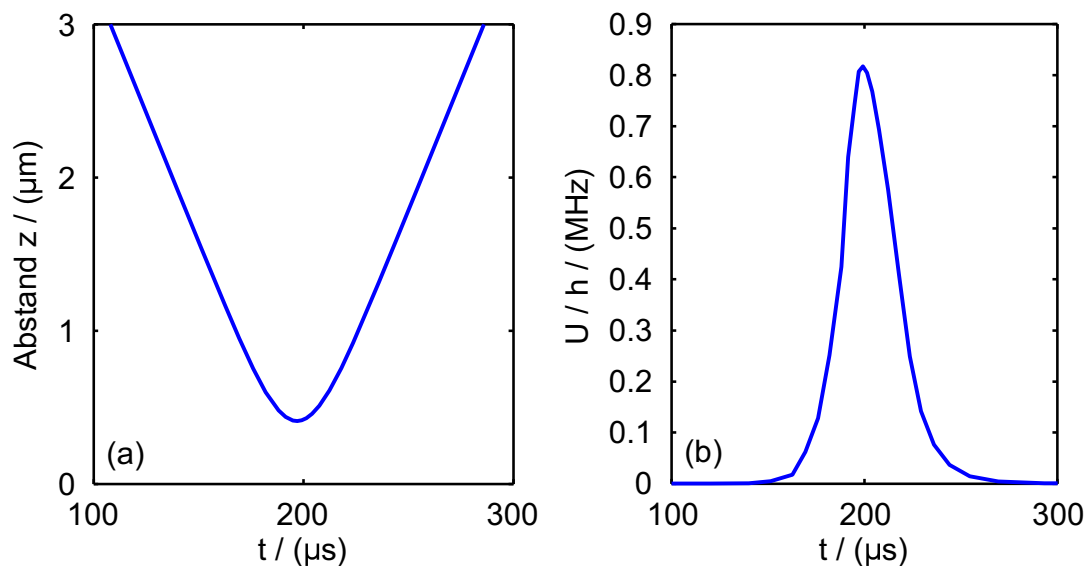
Eine vollständige Beschreibung des Beugungsexperimentes erfordert eine dreidimensionale, numerische Lösung der Schrödingergleichung<sup>3</sup>. Durch geeignete Näherungen lässt sich das Problem aber innerhalb zweier Modelle für zwei verschiedene Regime relativ einfach beschreiben. Die Klassifikation der Regime erfolgt über den Vergleich der kinetischen Energie des BEC mit den beiden Barrierenhöhen. Wenn die kinetische Energie des einfallenden BECs kleiner ist, als die kleinste vorkommende Barrierenhöhe, so entstehen bei der Reflektion keine Atomzahlverluste. Im folgenden Abschnitt wird ein Modell beschrieben, das im Rahmen der sogenannten Raman-Nath Näherung [Hen94] eine so klassifizierte Beugung als sinusförmige Modulation der Phase der Kondensats-Wellenfunktion auffasst. Während dieses Modell von einer konstanten Dichte ausgeht, die sich während des Beugungsprozesses nicht ändert, ist diese Annahme nicht mehr haltbar, sobald die Atome genügend Energie besitzen, um die kleinere der beiden Barrieren zu überwinden. In diesem Fall tritt durch die Reflektion eine periodische Modulation der Dichte im Kondensat auf, die, ähnlich wie eine Phasenmodulation, ebenfalls eine Separation des Kondensats in Beugungsordnungen zur Folge hat.

### 6.3.1 Modell der Phasenmodulation für $E_{\text{kin}} < BH_i$

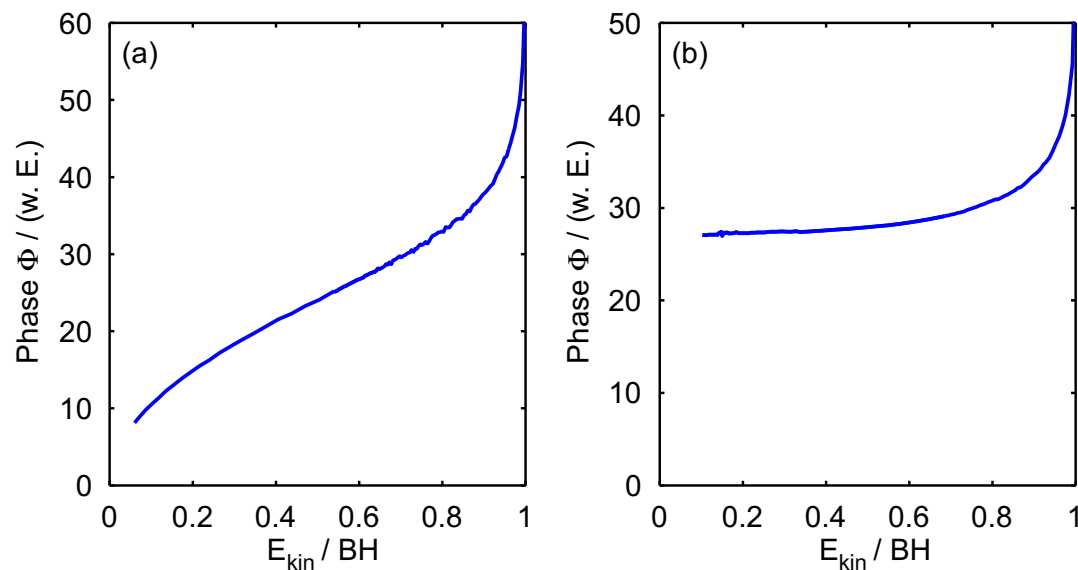
Das hier vorgestellte Modell wurde von A. Günther entwickelt [Gün08], um die Beugung von BECs an magnetischen Gitterpotentialen mit einer Periodizität von  $4 \mu\text{m}$  zu beschreiben. Wir betrachten zunächst den Vorgang der Reflektion im Schwerpunktsystem des Kondensats. Dieses bewegt sich im Laborsystem auf einer Trajektorie  $z(t)$  und damit wird  $U(y, z) = U(y, z(t))$ . Das Potential nimmt, bei fester Position  $y$  bei der Annäherung an die Oberfläche zunächst zu, erreicht im Umkehrpunkt  $z_{\text{min}}$  sein Maximum, und nimmt schließlich nach der Reflektion wieder ab. Zur Bestimmung der Wechselwirkungs-Zeit unter realistischen Bedingungen wurde die klassische Trajektorie eines einzelnen Atoms, das an der Barriere über einer reinen Saphiroberfläche reflektiert wird, mit dem Runge-Kutta Verfahren<sup>4</sup> simuliert [Bog89, Sha97]. Diese ist in Abb. 6.1 zusammen mit dem Potential, dem das Atom auf dieser Trajektorie ausgesetzt ist, als Funktion der Zeit dargestellt. Abb. 6.2 zeigt die bei der Reflektion über Saphir akkumulierte Phase  $\Phi = \frac{1}{\hbar} \int_0^t U(t) dt$  unter Variation der Geschwindigkeit bei fester Laserleistung (a), und unter Variation der Laserleistung für konstante Geschwindigkeit (b). In beiden Fällen steigt  $\Phi$  zunächst weitgehend linear mit dem Verhältnis von kinetischer Energie zur Barrierenhöhe an. Erst wenn beide Energien vergleichbar werden, wird der Kurvenverlauf steiler. Für  $E_{\text{kin}}/BH = 1$  divergiert die Phase, da ein klassisches Teilchen sich dann unendlich lange auf dem Hochpunkt der Barriere aufhält.

<sup>3</sup>Im hier vorliegenden Fall wird die Wechselwirkungs-Energie des Kondensats bereits vor der Reflektion am Gitter frei. Eine Behandlung durch die Gross-Pitaevski Gleichung ist deshalb nicht erforderlich.

<sup>4</sup>Es wurde der Lösungsalgorithmus “ode23“ der Programmiersprache matlab verwendet.



**Abbildung 6.1:** (a) Eindimensional simulierte Trajektorie eines Atoms mit  $v = 3,4$  cm/s, das an der Barriere reflektiert wird. Aufgetragen ist der Abstand  $z$  zur Oberfläche über der Zeit  $t$ . (b) Potential, dem das Atom auf der Trajektorie in (a) ausgesetzt ist, als Funktion der Zeit.



**Abbildung 6.2:** (a) Vom Kondensat akkumulierte Phase bei der Reflektion an der Barriere über dem Verhältnis von kinetischer Energie zur Barrierenhöhe für eine konstante Leistung des Barrierenlasers von 0,2 W und variierende Startgeschwindigkeit. (b) Vom Kondensat aufgesammelte Phase bei der Reflektion an der Barriere über dem Verhältnis von kinetischer Energie zur Barrierenhöhe für eine konstante Anfangsgeschwindigkeit von 3,4 cm/s und variierende Barrierenlaser-Leistung.

### Berechnung mittels Blochscher Funktionen

Durch die Transformation in das Schwerpunktsystem des Kondensats wird das zweidimensionale stationäre Problem in ein eindimensionales, zeitabhängiges Problem

überführt. Um das Problem stationär behandeln zu können, nähern wir die Funktion  $U(y,t)$  durch eine Rechteckfunktion der Höhe  $U_{\text{eff}}$  und der Dauer  $t_{\text{eff}}$  an, die dasselbe Wirkungsintegral, wie die Ursprungsfunktion besitzt. Man kann den Vorgang dann in den einzelnen Phasen des Experiments (Annäherung, Wechselwirkung und Entfernung vom Gitter) jeweils durch eine stationäre Schrödingergleichung beschreiben. Die jeweiligen Eigenzustände sind bei der Annäherung die Impuls-Eigenfunktionen, während der Wechselwirkung die Blochzustände  $\Psi_i^{Bl}$  des periodischen Potentials [Kit05] und nach der Wechselwirkung wiederum die ebenen Wellen. Zur Berechnung projiziert man die Kondensats-Wellenfunktion auf die Blochfunktionen. Deren Zeitentwicklung ist gegeben durch die Eigenenergien  $E_i$  der stationären Zustände  $\Psi_i^{Bl}(t) = \Psi_i^{Bl}(0) \cdot e^{iE_i/\hbar t}$ . Nach der Zeit-Entwicklung für die Wechselwirkungs-Zeit  $\tau_{\text{eff}}$  wird die Wellenfunktion schließlich wieder auf die Impuls-Eigenfunktionen projiziert. Wegen der Bandstruktur der Blochfunktionen erhält man durch diese Projektion nur bei Impulszuständen mit  $k_y = n \cdot k_r$  eine endliche Besetzungszahl, wobei  $n$  eine ganze Zahl ist. Die Besetzungszahlen hängen in diesem Modell allerdings von der Wahl der effektiven Wechselwirkungs-Dauer ab.

### Die Raman-Nath Näherung

Eine weitere Vereinfachung ist die sogenannte Raman-Nath Näherung [Hen94]. Sie darf angewendet werden, wenn die durch die Beugung bedingte laterale Geschwindigkeit der Atome so gering ist, dass während der Wechselwirkungs-Zeit keine Bewegung auf der Größenordnung von  $a$  erfolgen kann. Es muss also  $\tau \ll a/(\hbar k/m_{Rb}) = 200 \mu\text{s}$  gelten. Die Halbwertsbreite der simulierten Kurve (b) in Abb. 6.1 beträgt  $\approx 40 \mu\text{s}$ , was die Anwendung der Raman-Nath Näherung in unserem Fall rechtfertigt. Im Rahmen dieser Näherung kann die Dynamik während der Wechselwirkung außer Acht gelassen werden. Mathematisch geschieht dies dadurch, dass in der Schrödingergleichung der Term, der die kinetische Energie beschreibt, vernachlässigt wird. Die eindimensionale Schrödingergleichung reduziert sich dann auf

$$i\hbar\partial_t\Psi(y,t) = U(y,t)\Psi(y,t) \quad (6.3)$$

Wir machen für die Wellenfunktion des einlaufenden Kondensats den Ansatz

$$\Psi(\mathbf{r},t) = A(\mathbf{r},t) \cdot e^{i\Phi(\mathbf{r},t)} \quad (6.4)$$

mit jeweils reeller, orts- und zeitabhängiger Amplitude  $A$  und Phase  $\Phi$ . Die reelle Amplitude beschreibt die Dichteverteilung gemäß  $N(\mathbf{r},t) = (A(\mathbf{r},t))^2$ . Setzen wir die Gl. (6.4) in Gl. (6.3) ein und betrachten Real- und Imaginärteil separat, so erhalten wir die folgenden Differentialgleichungen für die Funktionen  $A(\mathbf{r},t)$  und  $\Phi(\mathbf{r},t)$

$$\frac{d}{dt}A(\mathbf{r},t) = 0, \quad \frac{d}{dt}\Phi(\mathbf{r},t) = -\frac{U(\mathbf{r},t)}{\hbar} \quad (6.5)$$

Die Wellenfunktion während der Wechselwirkung mit dem Gitter lässt sich also schreiben als

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t U(\mathbf{r}, t) dt\right) \quad (6.6)$$

Mit dem Modellpotential Gl. (6.2) ergibt sich nach Ausführen der Integration über die Wechselwirkungs-Zeit für die Wellenfunktion direkt nach der Wechselwirkung

$$\Psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(-i[\Phi_{hom} + S \cos(k_r y) + \Phi_0(\mathbf{r})]) \quad (6.7)$$

$\Phi_{hom} = \int U_{hom} dt$  beschreibt eine orts-unabhängige Phase, die, da sie keinen Einfluss auf die Observablen des Systems hat, ohne Beschränkung der Allgemeinheit null gesetzt werden darf.  $\Phi_0(\mathbf{r})$  ist eine Integrationskonstante, die den räumlichen Verlauf der Kondensatsphase vor der Reflektion beschreibt. Dieser resultiert aus der, nach dem Abwurf aus der Falle freiwerdenden, Molekularfeld-Wechselwirkungs-Energie des Kondensats und beschreibt eine lokale Expansion gemäß  $v(\mathbf{r}) \propto \nabla \Phi_0(\mathbf{r})$ . Den Parameter  $S = 1/\hbar \cdot \int A dt = U_{\text{eff}} t_{\text{eff}}/\hbar$  nennen wir Phasenmodulations-Index. Er beschreibt die vom Kondensat erfahrene, zeitlich aufintegrierte Modulationstiefe des Gitters, die sich in der Wellenfunktion nun durch eine räumlich modulierte Phase manifestiert.

Nach der Betrachtung im Bändermodell ist zu erwarten, dass die Impulsverteilung dieser Wellenfunktion ein diskretes Spektrum aufweist. Zur Bestimmung der Besetzungszahlen dieser diskreten Impulsklassen wird die Wellenfunktion nun nach Impuls-Eigenfunktionen entwickelt. Hierzu bedienen wir uns der Jakobi-Anger Darstellung [Wei]. Sie erlaubt es, den Phasenmodulations-Faktor in Gl. (6.7) als Summe ebener Wellen mit den Bessel-Funktionen der ersten Art  $J_n(z)$  als Entwicklungskoeffizienten darzustellen.

$$e^{iS \cos(k_r y)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(S) e^{i n k_r y} \quad (6.8)$$

Die Wellenfunktion nach der Reflektion lässt sich also schreiben als

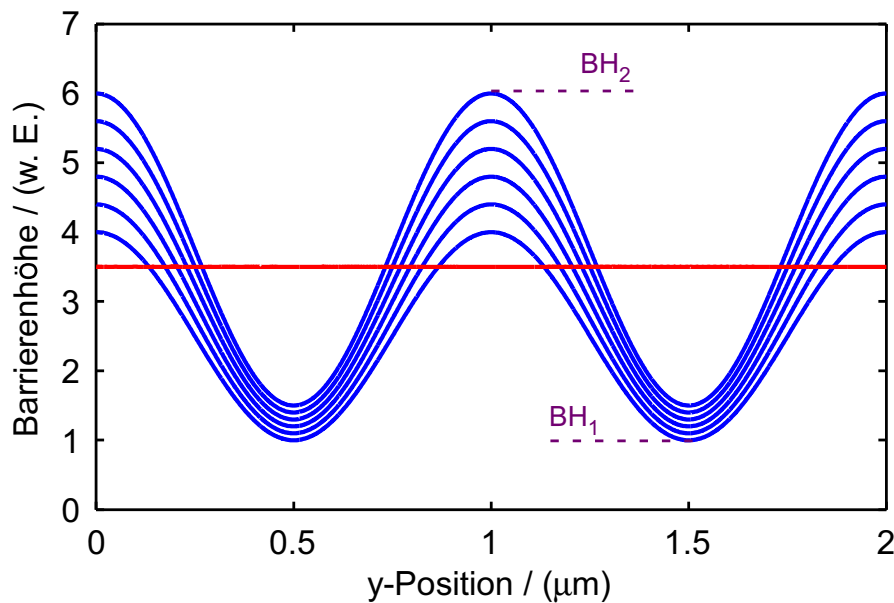
$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n(\mathbf{r})} e^{-i\Phi_0(\mathbf{r})} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n J_n(S) e^{i n k_r y} \quad (6.9)$$

Diese Darstellung entspricht einer Summe von Beugungsordnungen mit Impulsen  $n\hbar k_r$ , die alle jeweils mit der anfänglichen Dichteverteilung  $n(\mathbf{r})$  und Phasenverteilung  $\Phi_0(\mathbf{r})$  moduliert sind. Letztere bestimmt das Expansionsverhalten der einzelnen Beugungsordnungen nach der Reflektion. Die Besetzung der einzelnen Beugungsordnungen ist durch das Betrags-Quadrat der Bessel-Funktionen gegeben

$$N_n(S) = |J_n(S)|^2 \quad (6.10)$$

### 6.3.2 Beugung durch Dichtemodulation für $E_{\text{kin}} > BH_1$

Das Phasenmodulations-Modell geht von einer konstanten atomaren Dichte während der Beugung aus. Liegt die Einfallenergie allerdings zwischen den beteiligten Barrierenhöhen, so werden bei der Reflektion an den Stellen mit  $E_{\text{kin}} > BH(y)$  drastische Einbrüche in der atomaren Dichte erwartet, da an diesen Stellen Atome an die Oberfläche verloren gehen. Das Phasenmodell ist somit nicht mehr zur Beschreibung der Situation geeignet. Man benötigt vielmehr ein Modell, das die Beugung auf die Dichtemodulation zurückführt. Wir gehen zunächst davon aus, dass im Kondensat nur eine Geschwindigkeitsklasse mit der kinetischen Energie  $E_{\text{kin}}$  existiert. Ferner sollen nur Atome mit  $E_{\text{kin}} < BH(y)$  von der Oberfläche reflektiert werden. Die reflektierte Wellenfunktion weist dann direkt nach der Reflektion eine rechteckförmige Dichteverteilung mit der Periodizität des Gitters auf. Die Breite der reflektierten Streifen ergibt sich klassisch aus den Schnittpunkten der Funktion  $BH(y)$  mit der Geraden  $E_{\text{kin}} = \text{const.}$ . Bei konstanter Einfallenergie wird die Breite also monoton mit  $BH_2$  und damit der Laserleistung abnehmen. Für  $E_{\text{kin}} \geq BH_2$  werden schließlich keine Atome mehr reflektiert, die Breite beträgt also Null. Wenn wir nun annehmen,



**Abbildung 6.3:** Schematische Darstellung der in Kap. 6.2 beschriebenen Barrierenhöhe über der y-Position des Gitters für verschiedene Laserleistungen. Die rote Linie markiert die kinetische Energie der Atome. Nur solche Atome, die in Bereichen auftreten, wo  $E_{\text{kin}} < BH(y)$  gilt, werden reflektiert.

dass das Kondensat nur eine Geschwindigkeitsklasse enthält und alle Atome, deren Geschwindigkeit höher ist als die Barrierenhöhe  $BH(y)$  verloren gehen, so wird die reflektierte Wellenfunktion eine rechteckförmige Dichteverteilung aufweisen. Die Breite der reflektierten Rechtecke ist gegeben durch Schnitte der Barrierenhöhenkurven aus Abb. 6.3 mit der waagrechten Geraden  $E_{\text{kin}} = \text{const.}$ , die die kinetische Energie der Atome beschreibt. Sie nimmt mit der Laserleistung monoton ab, bis die

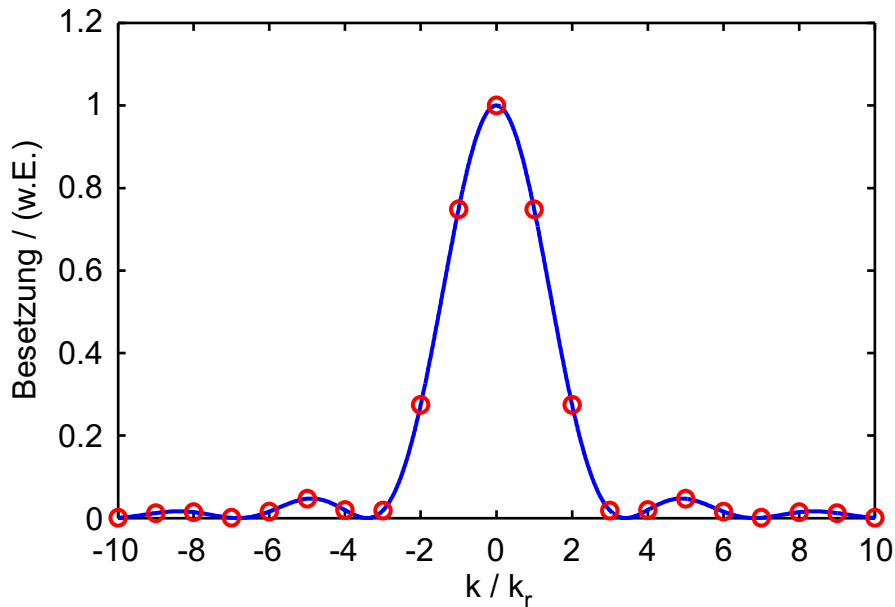
maximale Barrierenhöhe schließlich unterhalb der kinetischen Energie liegt. Dann werden gar keine Atome mehr reflektiert. Die Geschwindigkeitsverteilung der modulierten Wellenfunktion erhält man durch Fouriertransformation der Wurzel der Dichteverteilung  $n(y)$ . Wir gehen von einer konstanten Dichte  $n_0$  in  $y$ -Richtung vor der Reflektion aus, und schreiben die Dichteverteilung nach der Reflektion als Faltung eines einzelnen Rechtecks mit Breite  $b$  mit einem Kamm aus Delta-Funktionen mit Abständen  $a/2$ .

$$n(y) = |\Psi(y)|^2 = n_0 \cdot \text{rect}(y/b) * \sum_{n \in \mathbf{Z}} \delta(y - \frac{na}{2}) \quad (6.11)$$

Die Fouriertransformation dieser Dichteverteilung ist das Produkt der Funktion  $\text{sinc}(k \cdot b)$  (Fouriertransformierte des Rechtecks mit Breite  $b$ )<sup>5</sup> mit einem Deltakamm mit den Abständen der reziproken Gitterkonstanten  $k_r = 2\pi/a$ . Zur Bestimmung der Besetzung der  $n$ -ten Beugungsordnung  $N_n$  muss also die Sinc-Funktion bei  $k = nk_r$  ausgewertet und quadriert werden.

$$N_n = |\text{sinc}(nk_r \cdot b)|^2 \quad (6.12)$$

mit  $n \in \mathbf{Z}$  Abb. 6.4 zeigt eine Darstellung der  $\text{sinc}^2$ -Funktion, entsprechend einer Streifenbreite von  $b = 0,29 \mu\text{m}$ . Zusätzlich als rote Kreise sind die ganzzahligen Vielfachen der reziproken Wellenzahl  $nk_r$  markiert.



**Abbildung 6.4:**  $\text{sinc}^2$ -Funktion, die die Impulsverteilung einer rechteckförmigen Dichteverteilung der Breite  $b = 0,29 \mu\text{m}$  beschreibt. Durch die Periodizität der Dichteverteilung entstehen diskrete Impulsklassen. Ihre Position im Impulsraum ist durch die roten Kreise markiert.

<sup>5</sup>Die sinc-Funktion ist definiert als  $\text{sinc}(y) = \sin(y)/y$

## 6.4 Experimentelle Beobachtungen

Sämtliche am Gitter reflektierten Kondensate weisen nach einer ballistischen Expansion von  $t_{\text{tof}} = 21,5$  ms eine Separation in mehrere Beugungsordnungen auf. Die Absorptionenaufnahmen sind in den Abb. 6.5 und 6.6 dargestellt. Die Gesamtzahl reflektierter Atome nimmt mit der Laserleistung ab. Mit sinkender Leistung im Barrierenstrahl nimmt die Besetzung höherer Beugungsordnungen zu. Bei sehr hohen Barrierenstrahl-Leistungen tritt eine zusätzliche Struktur in der Dichterverteilung auf: Direkt neben jeder Beugungsordnung ist ein zweites, kleineres Maximum erkennbar. Möglicherweise ist der Grund für dieses Artefakt ebenfalls in dem in 5.4.2 beschriebenen optischen Störpotential zu suchen: Die kleinstmögliche Periodizität die ein durch Interferenz erzeugtes Störpotential aufweisen kann, ist gerade die halbe Wellenlänge des Barrierenlasers. Sie liegt mit  $\approx 380$  nm nahe bei der Gitterkonstanten. Es ist damit durchaus denkbar, dass auch an diesem Störpotential Beugung stattfindet. Aufgrund der ähnlichen Gitterkonstanten ist diese nur schwer von der Beugung zu unterscheiden, die durch die Reflektion an der Gitter-Struktur verursacht wird.

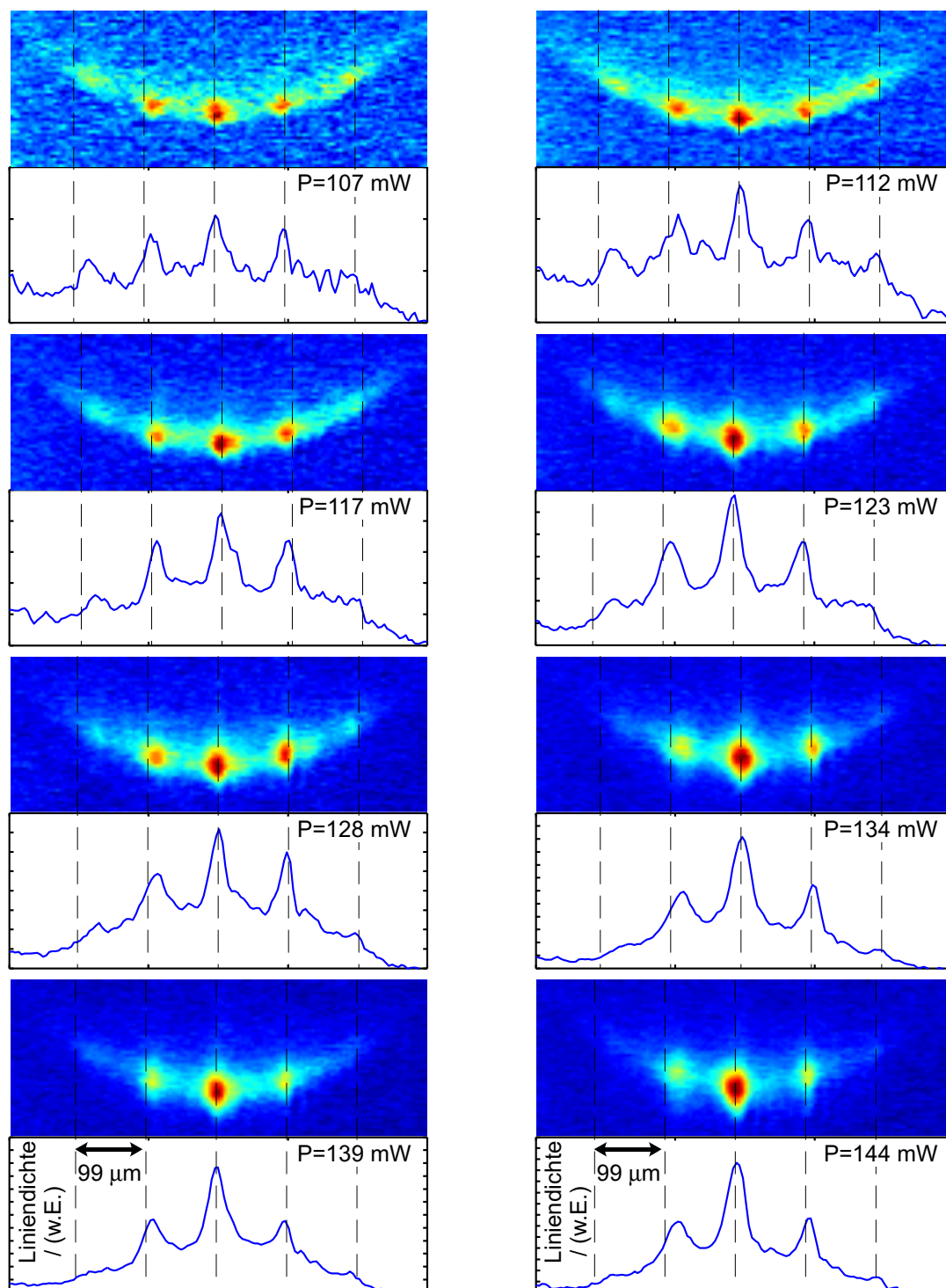
Auffällig ist die Sichel-förmige Anordnung der Beugungsordnungen. Sie ist darauf zurück zu führen, dass transversale kinetische Energie in die laterale kinetische Energie der einzelnen Beugungsordnungen umgewandelt wird.

### 6.4.1 Auswertung der Daten mit den Modellen

Zur Zuordnung der präsentierten Messungen in die in Kap. 6.3 beschriebenen Regime wurde eine Barrierenhöhen-Messung durch Aufnahme einer Verlustkurve durchgeführt. Die Messung erfolgte mit der in Kap. 4.1.2 beschriebenen Methode, wobei hier keine zur Oberfläche senkrechte Dipolfalle verwendet wurde. Abb. 6.7 zeigt die gemessene Kurve. Die Atomzahl nimmt bei dieser Messung nicht kontinuierlich ab, sondern die Abnahme erfolgt innerhalb zweier energetisch voneinander getrennter Flanken, wobei auf jeder dieser Flanken ca. die Hälfte der Atome verloren geht. In einer einfachen, klassischen Betrachtungsweise lassen sich die beiden Verlustschritte als zwei unterschiedlich hohe Barrieren interpretieren. Während für sehr niedrige Geschwindigkeiten alle Atome reflektiert werden treten ab einer bestimmten Grenzggeschwindigkeit Verluste über dem einen der beiden Materialien auf. Bei weiterer Erhöhung der Geschwindigkeit geht der Anteil der reflektierten Atome zunächst gegen  $\approx 0,5$  um dann, wenn die kinetische Energie vergleichbar bzw. größer wird als die höhere der beiden Barrieren, vollends auf Null abzufallen. Um aus dieser Kurve die maximale und die minimale Barrierenhöhe zu bestimmen, fitten wir an sie eine Summe zweier Funktionen, wie sie durch das in Kap. 4.1.2 beschriebene Modell generiert werden<sup>6</sup>, hier allerdings so normiert, dass sie von 0,5 auf 0 anstatt von 1 auf 0 abfallen, an<sup>7</sup>. Für  $BH_2$  erhalten wir daraus einen vergleichbaren Wert, wie bei

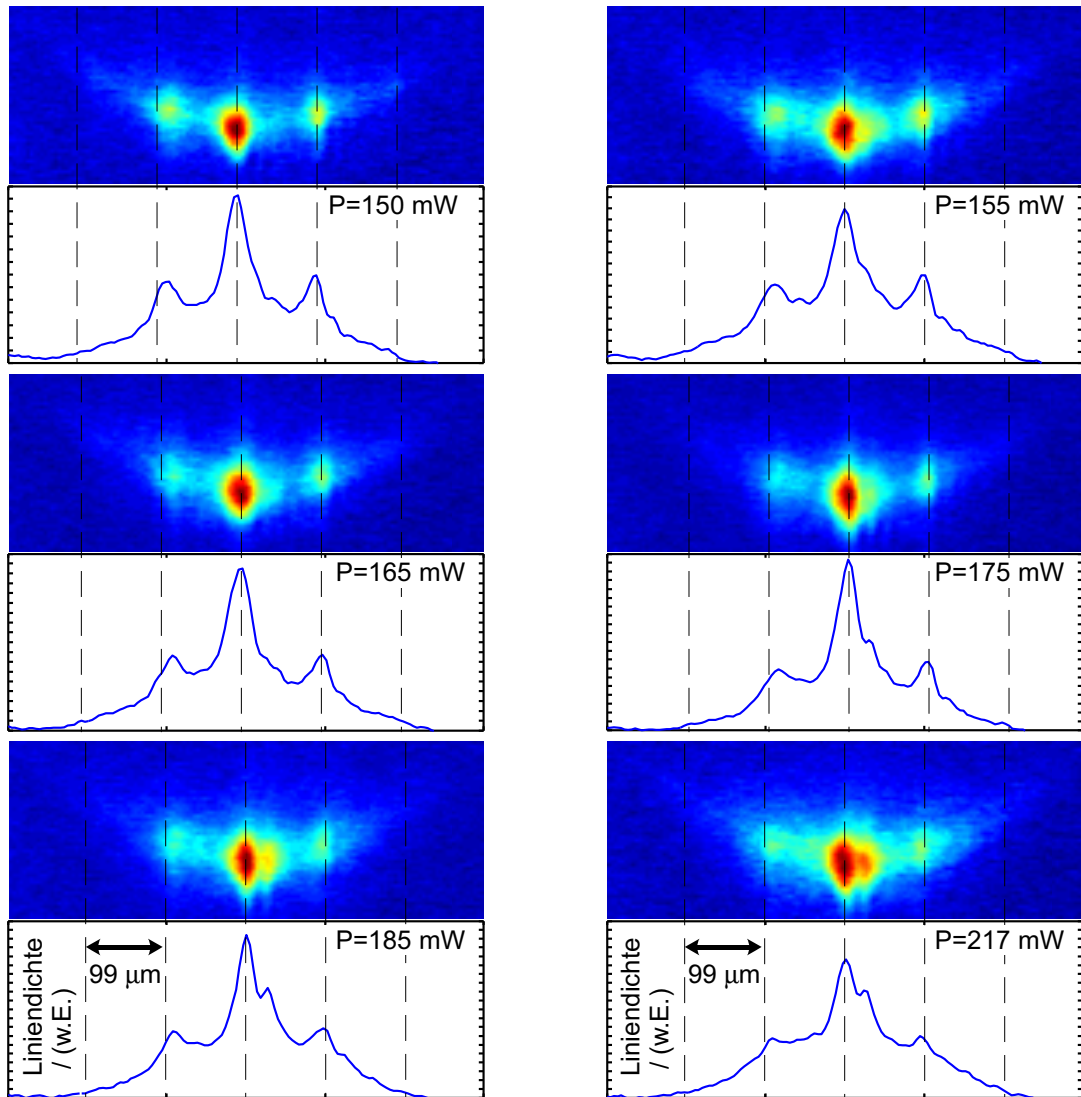
<sup>6</sup>Hier wird allerdings eine quadratische Dichteverteilung zugrundegelegt, da die Messung mit kondensierten Atomen durchgeführt wurde.

<sup>7</sup>Dieses Modell berücksichtigt zwar nicht die Form des Potentials in y-Richtung. Es ist damit streng genommen nur für einen rechteckförmigen Verlauf der Barrierenhöhe in y-Richtung gültig.

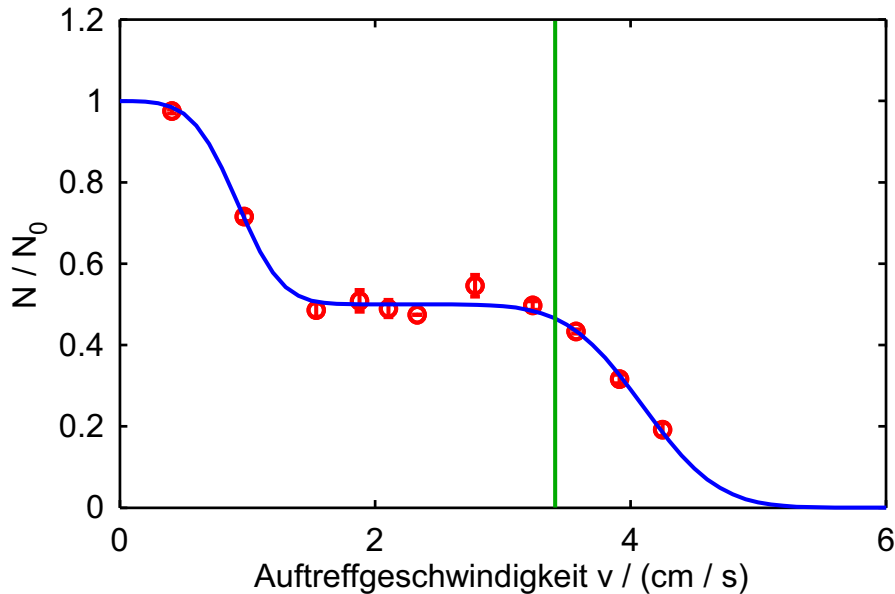


**Abbildung 6.5:** Absorptionsaufnahmen und Liniendichten von am 1  $\mu\text{m}$  Gitter gebeugten BEC für verschiedene Barrierenstrahl-Leistungen nach 21,5 ms ballistischer Expansion. Die senkrechten Linien markieren die theoretisch berechneten Positionen  $y_n = (p_n/m) \cdot t_{\text{tof}} \approx 99 \mu\text{m}$  der Beugungsordnungen. Mit sinkender Laserleistung nimmt die Besetzung höherer Beugungsordnungen zu, während die Gesamt-Atomzahl abnimmt.





**Abbildung 6.6:** Absorptionsaufnahmen und Liniendichten von am  $1 \mu\text{m}$  Gitter gebeugten BEC für verschiedene Barrierenstrahl-Leistungen nach  $21,5 \text{ ms}$  ballistischer Expansion. Die senkrechten Linien markieren die theoretisch berechneten Positionen  $y_n = (p_n/m) \cdot t_{\text{tof}} \approx 99 \mu\text{m}$  der Beugungsordnungen. Mit sinkender Laserleistung nimmt die Besetzung höherer Beugungsordnungen zu, während die Gesamt-Atomzahl abnimmt.



**Abbildung 6.7:** Normierte Anzahl der von dem Gitter mit  $a = 1 \mu\text{m}$  reflektierten Atome über der Auftreffgeschwindigkeit  $v$ . Das Experiment wurde bei einer Leistung von  $P = 180 \text{ mW}$  im Barrierenstrahl und einem Reflektionswinkel von  $\Theta_1 = \Theta_T + 0,8^\circ = 35,65^\circ$  durchgeführt. Die senkrechte grüne Linie markiert die Geschwindigkeit  $v = 3,4 \text{ cm/s}$ , bei der die im Text beschriebenen Beugungsexperimente durchgeführt wurden.

der Messung der Barrierenhöhe über dem reinen Saphirsubstrat bei gleichem Einstrahlwinkel und gleicher Laserleistung.  $BH_1$  liegt allerdings mit  $\approx 0,44 \mu\text{K}$  deutlich unter diesem Wert. Es liegt daher die Vermutung nahe, dass trotz des resonanten Einstrahlwinkels innerhalb der Goldstreifen keine OPPs angeregt werden. Dies könnte daran liegen, dass die Randbedingungen, die dem elektromagnetischen Feld durch die kleinen Strukturen der Goldstreifen auferlegt werden, sich schlecht mit der Feldverteilung des Barrierenstrahls decken, so dass die Einkopplung der OPPs ineffizient wird. In jedem Falle zeigt die Verlustkurve, dass bei einer Einfallsgeschwindigkeit von  $3,4 \text{ cm/s}$   $E_{\text{kin}} > BH_1$  gilt, und damit das Dichtemodulations-Modell geeignet sein sollte, um die Beugung quantitativ zu beschreiben. Zum besseren Vergleich wurden die Daten mit beiden Modellen ausgewertet.

### Auswertung der Atomzahlen in den Beugungsordnungen

Um ein besseres Signal- zu Rauschverhältnis zu erhalten, werden zunächst sämtliche Bildausschnitte entlang der  $z$ -Richtung aufsummiert. Die daraus erhaltenen, eindimensionalen Linien-Atomzahldichten sind zusammen mit den in Falschfarben dargestellten Absorptionssaufnahmen in Abb. 6.5 und Abb. 6.6 dargestellt. Im eindimensionalen Dichteprofil ist dem gesamten Beugungsmuster ein annähernd gaußförmiger Hintergrund überlagert. Dieser besteht aus nichtkondensierten, thermischen Atomen. Am linken Bildrand geht die Atomzahldichte allerdings nicht gegen Null, son-

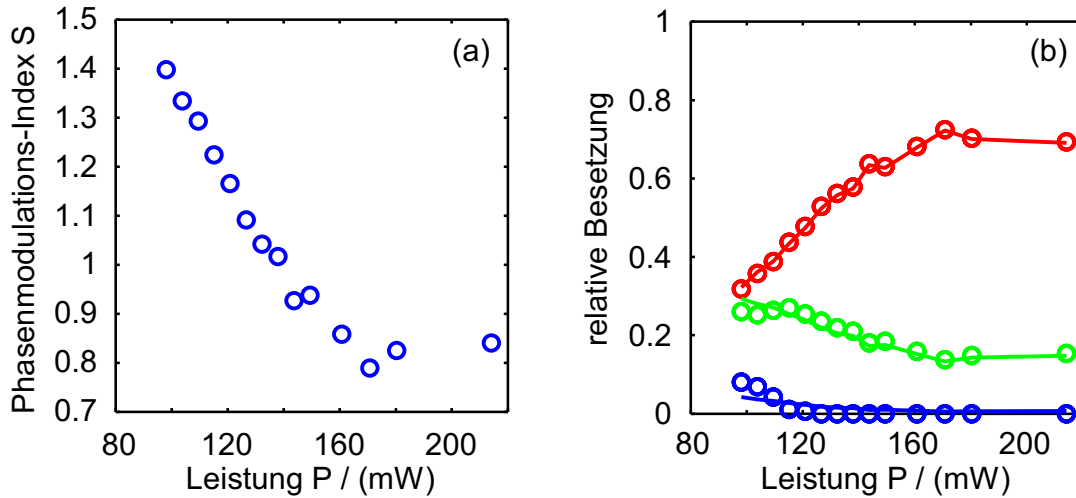
Es soll hier aber genügen, um ungefähre Werte für  $BH_1$  und  $BH_2$  zu ermitteln.

dern gegen einen von Bild zu Bild variierenden, konstanten Wert. Dieser wird durch Atome im Zustand  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  verursacht, die immer einen kleinen Prozentsatz der Gesamt-Atomzahl in der Magnetfalle ausmachen. Aufgrund des kleineren magnetischen Moments folgen diese Atome einer anderen Trajektorie als der Hauptteil des Kondensats, sie befinden sich zufällig bei der Abbildung stets links im Bild. Aus diesem Grund erfolgt die Auswertung der Atomzahlen in den einzelnen Beugungsordnungen nur im rechten Teil des Bildes, also bei Impulsen  $n \cdot \hbar k_r$  mit  $n \geq 0$ . Die Bestimmung der Atomzahlen  $N_n$  erfolgt nach Abzug des gaußförmigen Untergrunds durch Summation der Dichteverteilung innerhalb von Intervallen in  $y$  um die Position der Beugungsordnung herum, deren Größe von Bild zu Bild optimal an die jeweilige Breite der Beugungsordnung angepasst wird. Wir gehen davon aus, dass die Beugung symmetrisch erfolgt, dass also gilt  $N_{-n} = N_n$ . Der maximale Index  $n$ , bei dem noch eine Besetzung beobachtet wird ist  $n = 2$ . Die Atomzahlen in den einzelnen Beugungsordnungen werden deshalb normiert auf die Summe der Atome in der nullten, ersten und zweiten Beugungsordnung, so dass stets gilt  $N_0 + 2 \cdot N_1 + 2 \cdot N_2 = 1$ . Die Ergebnisse sind jeweils über der Leistung des Barrierenlasers in Abb. 6.8 und Abb. 6.9 zusammen mit den Verteilungen nach den beiden Modellen aufgetragen.

### Fit mit dem Phasenmodulations-Modell

Die Verwendung des Phasenmodulations-Modells setzt voraus, dass über dem Medium mit der geringeren Barriere überhaupt Atome reflektiert werden. Die Analyse der Verlustkurve ergab allerdings, dass diese Voraussetzung nicht erfüllt ist. Selbst wenn über diesem Medium durch irgendwelche Prozesse<sup>8</sup> Atome reflektiert werden, lässt sich über die Phase  $\Phi_2$ , die sie bei diesem Prozess akkumulieren keine Aussage machen. Trotzdem soll an dieser Stelle das Modell auf die Daten angewendet werden. Im Phasenmodulations-Modell ist die Verteilung der Atome auf die einzelnen Beugungsordnungen durch das Quadrat der Bessel-Funktionen der ersten Ordnung  $J_n(S)$  gegeben, es gilt  $|J_n(S)|^2 = N_n$ . Nach der einmalig erfolgten, im vorherigen Abschnitt beschriebenen Normierung der Gesamt-Atomzahl beinhaltet das Modell also genau einen freien Fitparameter, nämlich den Phasenmodulations-Index  $S$ . Für jede Atomzahlverteilung  $N_n(P)$  wurde hier mit der Methode der kleinsten Quadrate der Phasenmodulations-Index  $S(P)$  bestimmt. Das Ergebnis ist in Abb. 6.8 dargestellt. Mit steigender Leistung im Barrierenstrahl nimmt der Phasenmodulations-Index zunächst ab, ab  $P \approx 170$  mW bleibt er konstant bei  $S \approx 0,85$ . Betrachtet man die Simulation der aufakkumulierten Phase (vgl. Abb.6.2 (b)) über reinem Saphir, und sei diese gleich  $\Phi_1$ , so lässt sich das Verhalten der Kurve qualitativ plausibel machen: Bei hohen Laserleistungen ist bei der Reflektion über einem einzelnen Material die aufakkumulierte Phase nahezu unabhängig von der Laserleistung. Erst wenn mit sinkender Laserleistung die Barrierenhöhe so niedrig wird, dass sie vergleichbar zur kinetischen Energie ist, erwartet man einen starken Anstieg in der aufakkumulierten Phase. Wenn man annimmt, dass die Phase  $\Phi_2$ , die die Wellenfunktion über dem

<sup>8</sup>Wie z.B. Quantenreflektion.



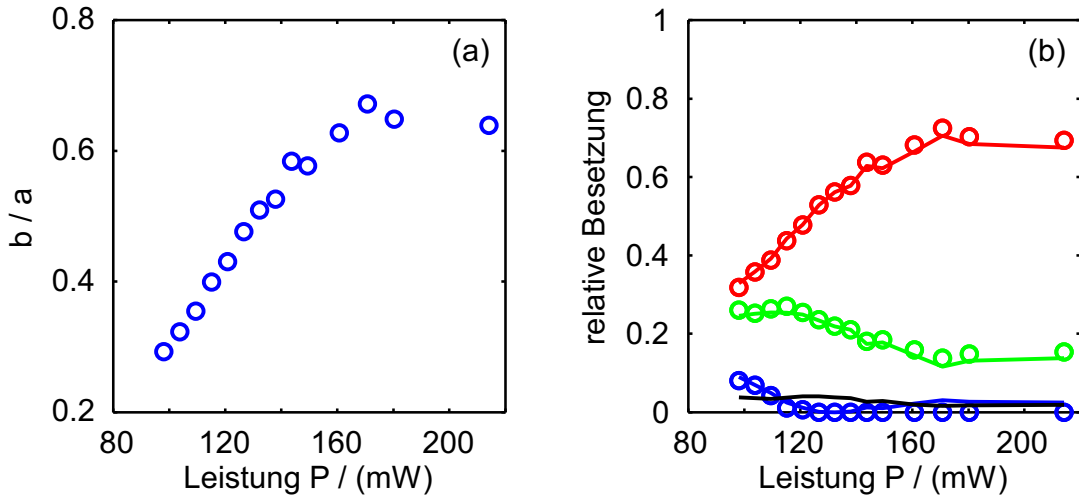
**Abbildung 6.8:** (a) Gefitteter Phasenmodulations-Index. (b) Relative Besetzung der nullten (rot), ersten (grün) und zweiten (blau) Beugungsordnung. Die Kreise sind die gemessenen Werte, die durchgezogenen Linien sind die Besetzungen nach dem Phasenmodulationsmodell mit den gefitteten Phasenmodulations-Indizes aus (a).

Material mit kleinerer (bzw. nicht vorhandener) Barriere aufnimmt, unabhängig von der Laserleistung ist, so zeigt der Phasenmodulations-Index  $S = \Phi_1 - \Phi_2$  qualitativ das gleiche Verhalten, wie die Phase  $\Phi_1$ . Für hohe Laserleistungen stimmt die gefittete Verteilung gut mit der gemessenen überein, bei kleineren Leistungen werden die Kurvenformen der ersten und der zweiten Beugungsordnung aber nicht reproduziert.

### Fit mit dem Dichtemodulations-Modell

Im Dichtemodulations-Modell ist der einzige freie Fitparameter die Breite  $b$  der reflektierten, rechteckförmigen Streifen der atomaren Dichte. Zu jedem  $b$  ist die Verteilung gegeben durch die Gl. (6.12). An jede Atomzahlverteilung  $N_n(P)$  wurde diese Verteilung mit der Methode der kleinsten Quadrate gefittet und daraus  $b(P)$  bestimmt. Das Ergebnis ist in Abb. 6.9 dargestellt. Wie man theoretisch erwartet, nimmt mit steigender Laserleistung die Breite  $b$  zu. Ab einer bestimmten Leistung bleibt die Breite allerdings konstant  $\approx 0,65a$ . Unter der Annahme, dass über den Goldstreifen wegen der unterdrückten OPPs keine, oder nur eine sehr niedrige Barriere existiert, und dass das evaneszente Potential unabhängig vom Abstand  $z$  rechteckförmig in  $y$ -Richtung verläuft, würde man als maximale Breite den Wert  $b_{\text{max}} = 0,5a$  erwarten<sup>9</sup>. Dieser Wert würde genau dann erreicht werden, wenn das evaneszente Potential über dem Saphir, direkt an den Grenzen zu den Goldstreifen, ausreichend stark ist, um an dieser Stelle eine Potentialbarriere mit  $BH(y) = E_{\text{kin}}$

<sup>9</sup>Der maximale bestimmte Wert von 0,65 kommt möglicherweise dadurch zustande, dass das evaneszente Potential beim Übergang von Saphir zum Gold nicht stufenförmig abfällt, sondern auf einer gewissen Breite abfällt, so dass an den Rändern der Goldstreifen noch eine Barriere entstehen kann.



**Abbildung 6.9:** (a) Gefittete Rechteck-Breite der einzelnen reflektierten Streifen. (b) Relative Besetzung der nullten (rot), ersten (grün) und zweiten (blau) Beugungsordnung. Die Kreise sind die gemessenen Werte, die durchgezogenen Linien sind die Besetzungen nach dem Dichtemodulations-Modell mit den gefitteten Breiten aus (a). Zusätzlich eingezeichnet ist als schwarze Linie die nach dem Dichtemodulations-Modell erwartete Summe der Atome in allen höheren Beugungsordnungen

zu erzeugen. Eine weitere Erhöhung der Laserleistung führt dann wegen des steilen Abfalls des evaneszenten Potentials in Richtung zum Gold nicht zu einer weiteren Verbreiterung der reflektierten Streifen. Ein Absenken der Laserleistung hätte allerdings zur Folge, dass in der Nähe der Ränder der Saphirstreifen, wo das Casimir-Polder Potential durch den höheren Beitrag von den Goldstreifen stärker ist als in der Mitte, die lokale Barrierenhöhe unter die Einfallenergie absinkt. Die Folge wäre eine Abnahme der Breite  $b$  mit sinkender Laserleistung, die auch beobachtet wird. Dem Modell zufolge sollte allerdings die minimale Breite  $b = 0$  betragen, der minimale, bestimmte Wert beträgt hingegen  $b = 0,29$ . Abgesehen davon, und von der Tatsache dass die theoretisch erwartete erneute Zunahme der zweiten Beugungsordnung im Bereich zwischen 160 mW und 220 mW nicht beobachtet wird, reproduziert das Modell die gemessenen Daten sehr gut. Ein Vergleich der beiden Modelle ergibt, dass in den Bereichen hoher Laserleistung das Phasenmodulations-Modell die Daten am Besten beschreibt. Bei kleineren Leistungen reproduziert allerdings das Dichtemodulations-Modell die Daten besser. Im allgemeinen Fall tritt vermutlich immer eine Kombination beider Effekte auf. Um aus den Beugungsdaten quantitative Aussagen über das Oberflächenpotential machen zu können, ist eine genauere Kenntnis des Verlaufs des optischen Potentials als Funktion der  $y$ -Position erforderlich. Diese erhält man zum Beispiel aus numerischen Simulationen oder aber experimentell durch Vermessung mit einem optischen Raster-Nahfeldmikroskop. Ein solches befindet sich im Labor zur Zeit im Aufbau.



# 7 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit ultrakalten Atomen bzw. BECs und deren Wechselwirkung mit Oberflächen. Zur gezielten Manipulation von Atomen bei Entfernungen im Bereich weniger Mikrometer ist es erforderlich, die stark anziehende Casimir-Polder Kraft bei diesen Abständen zu kompensieren. Dies geschieht in unserem Aufbau mit Hilfe eines intern an der Oberfläche total reflektierten Laserstrahls. Die dabei entstehende evaneszente Welle bildet ein repulsives, optisches Dipolpotential für die  $^{87}\text{Rb}$  Atome. Die Überlagerung des evaneszenten mit dem Oberflächenpotential weist eine energetische Barriere im Abstand weniger hundert Nanometer von der Oberfläche auf. Durch die Kombination eines solchen sogenannten Atomspiegels mit einer Joffedraht-Falle gelang es in unserem Aufbau erstmalig, ein BEC kontrolliert auf Abstände unterhalb eines Mikrometers an eine dielektrische Oberfläche heran zu bringen und dort zu halten. Zur Charakterisierung dieser neuartigen Oberflächenfalle wurde eine Messung des Magnetfeld-Offset mit Hilfe von Radiofrequenz-Spektroskopie durchgeführt. Der Vergleich von Simulationen des Fallenpotentials mit den Ergebnissen der Spektroskopie erlaubte eine Absoluteichung des Abstandes der Atome zur Oberfläche mit Sub-Mikrometer Genauigkeit.

Eine Analyse der energetischen Höhe der Potentialbarriere als Funktion der Laserleistung erlaubt es, direkte Messungen des Oberflächenpotentials als Funktion des Abstandes vorzunehmen. Die hierfür erforderliche, genaue Messung der Barrierenhöhe erforderte die Weiterentwicklung der Oberflächenfalle zu einem eindimensionalen Reflektionskanal mit kompensierter Gravitation: Innerhalb einer senkrecht zur Oberfläche eingestrahlten Dipolfalle bewegen sich Atome auf einem genau definierten Weg auf die Potentialbarriere zu, und werden an deren Maximum reflektiert. Um eine gleichförmige und damit kräftefreie Bewegung der Atome zu gewährleisten, wurden die Parameter der Joffefalle so angepasst, dass diese lediglich die Gravitation kompensiert, aber nahezu keinen Einschluss mehr ausübt. Die Barrierenhöhe erhält man aus einem Fit mit einem geeigneten klassischen Modell an die Anzahl der reflektierten Atome als Funktion der Auftreffgeschwindigkeit auf die Oberfläche. Um aus den Barrierenhöhen-Daten schließlich das Oberflächenpotential zu rekonstruieren, wurde ein mathematisches Modell entwickelt, mit dem sich aus dem Gradienten der Messdaten der Abstand der Barriere zur Oberfläche bestimmen lässt. Der durch unsere Messung erfasste Abstandsbereich liegt zwischen 155 nm und 215 nm. Innerhalb dieses Übergangs-Bereichs genügt das Potential nicht, wie in den beiden extremen Abstandsregimen einem einfachen Potenzgesetz. Die Messung wurde daher mit einer numerisch nach Gleichungen der makroskopischen QED berechneten Kurve verglichen. Im Rahmen der die Messung systematisch beeinflussenden Fehler konnte sie die Theorie eindeutig bestätigen.

Der minimale, der Messung zugängliche Abstand zur Oberfläche ist nach unten technisch nur durch die verfügbare Laserleistung im Barrierenstrahl begrenzt. Die

Technik kann daher auch innerhalb deutlich kleinerer Abstandsregime eingesetzt werden. Die absolute Messgenauigkeit ist dabei prinzipiell nur durch die Präzision begrenzt, innerhalb der sich die Parameter der Messung, insbesondere diejenigen des evaneszenten Potentials bestimmen lassen. Die Methode stellt damit ein vielseitiges Werkzeug zur präzisen Vermessung von Oberflächenpotentialen innerhalb weiter Abstandsbereiche dar.

In einem konsequenten nächsten Schritt bei der Verwendung optischer Nahfelder zur Erzeugung von Atomspiegeln setzten wir auf die Verwendung von goldbeschichteten Saphiroberflächen. Innerhalb der nur 50 nm Dicken Goldschicht lassen sich durch den Barrierenlaser Oberflächen-Plasmon-Polaritonen (OPPs) anregen, deren evaneszentes, optisches Nahfeld dasjenige über Dielektrika um Größenordnungen übertreffen kann. Unser Experiment zeigt erstmals die Vermessung einer OPP-Resonanz durch Reflektionsmessung von Kondensatatomten an einem OPP-überhöhten Atomspiegel. Durch die Durchstimmbarekeit der Resonanz stellen die OPP ein hervorragendes Werkzeug dar, um optische Nahfeld-Potentiale für Atome nach Maß zu schneiden. Eine Nanostrukturierung solcher Goldstrukturen erlaubt schließlich eine räumliche Kontrolle sowohl über das durch die Oberfläche induzierte, wie auch über das optische Potential. Die Analyse der Beugung von Materiewellen an solchen Strukturen kann Informationen über das Casimir-Polder Potential innerhalb dieser komplexen Geometrien liefern, das auch Gegenstand moderner theoretischer Forschung ist. In unserem Experiment haben wir dies durch die Beugung eines Kondensats an einem Atomspiegel demonstriert, der aus einem aus Gold auf Saphirsubstrat strukturierten Rechteckgitter mit einer Periodizität von  $1\ \mu\text{m}$  bestand. Das Beugungsbild lässt sich quantitativ im Rahmen eines Modells beschreiben, das einer durch Atomzahl-Verluste bei der Reflektion über den Goldstreifen aufgeprägten Dichtemodulation der Kondensats-Wellenfunktion Rechnung trägt.



# 8

## Ausblick

Die präzise Manipulierbarkeit von Kondensaten im Sub-Mikrometer Abstand zu Oberflächen, die sich in unserem Aufbau aus der Kombination von Magnetfallen mit optischen Atomspiegeln ergibt, eröffnet ein breites Anwendungsspektrum, das sowohl die Untersuchung fundamentaler Fragestellungen der Natur, als auch die Nutzung als mächtiges Werkzeug in der Atomoptik mit einschließt. Während sich die vorliegende Arbeit ausschließlich mit dem langreichweitigen van-der-Waals Term des Lennard-Jones Potentials befasst, birgt die Betrachtung des Gesamtpotentials interessante Aspekte. In Verbindung mit dem steilen Anstieg des Pauli Potentials bei sehr kleinen Abständen ergibt sich ein Potentialminimum, dessen Tiefe im Bereich von 0,5 eV liegt. Die Lösung der Schrödingergleichung für das Lennard-Jones Potential offenbart in Analogie zur Molekülbindung ein diskretes Eigenwertspektrum, dessen Eigenzustände daher als gebundene Oberflächenzustände bezeichnet werden. Der Energieabstand liegt zwischen den am stärksten gebundenen Zustände im THz-Bereich, zu kleineren Bindungsenergien hin nimmt der Abstand kontinuierlich wegen des flacheren Verlaufs des Potentials ab. Inwieweit die Besetzung eines solchen, stark gebundenen Zustandes als Adsorption verstanden werden kann, und welche weiteren elektro-chemischen Prozesse durch den Überlapp der atomaren bzw. elektronischen Wellenfunktion mit der Oberfläche stattfinden, ist bislang weitgehend unerforscht. Eine gezielte Besetzung und anschließende spektroskopische Untersuchung solcher Zustände würde wichtige Beiträge zum Verständnis der Oberflächenphysik liefern und die Erfahrungen, die im Rahmen dieser Arbeit hinsichtlich der Kontrolle von Atomen an Oberflächen gemacht wurden, sollen hierfür als Grundlage dienen. Der Grund allerdings, warum es bislang nur wenige experimentelle Hinweise auf die Oberflächenzustände gibt, und warum auch unsere bisherigen Versuche, eine Besetzung durch ein der Photo-Assoziation [Tho87] ähnliches Verfahren zu erreichen scheiterten, könnte in der thermischen Bewegung der Oberflächen-Atome verborgen sein: Phononen im Glas, die bei endlichen Temperaturen stets angeregt sind, können vereinfacht als Schwingung der Oberflächenposition und damit des Abstandsoperators aufgefasst werden. Durch diese zeitabhängige Störung des Potentials kommt es zu einer Kopplung zwischen den Zuständen, wodurch deren Lebensdauer stark begrenzt wird. Wenn die damit verbundene energetische Verbreiterung der Zustände in der Größenordnung der Energieabstände liegt, geht der diskrete Charakter des Systems verloren. Abhilfe könnte hier eventuell durch Kühlen der Oberfläche, oder auch durch die Verwendung sogenannter Mikromembrane [Zwi09] als Oberflächen geschaffen werden. Diese sehr dünnen Membrane sind in einem räumlich genau definierten Rahmen eingespannt, der für die Schwingungen der Oberfläche eine Randbedingung darstellt. Das Spektrum wird damit diskret und dessen gezieltes Design und Anregung könnte als Werkzeug zur kontrollierten Kopplung von Oberflächenzuständen dienen.

Wie bereits diskutiert wurde (siehe Kap. 4.2.4), lässt sich der absolute Fehler unserer Methode zur Messung des Casimir-Polder Potentials, insbesondere durch eine genauere Bestimmung der Parameter des evaneszenten Potentials, um Größenordnungen reduzieren. Solche Präzisionsmessungen stellen zum Einen einen Test für die bestehenden QED-Theorien dar. Zum Anderen lassen sich damit untere Schranken für die Stärke nicht-Newtonscher Gravitationspotentiale bestimmen [Bor00]. Solche Potentiale wurden theoretisch unter der Annahme hypothetischer, Masse tragender Austauschbosonen [Fis99], oder auch im Rahmen von vereinheitlichenden Theorien, die von zusätzlichen Raumdimensionen ausgehen [Ant98], vorhergesagt.

Eine der wenigen Möglichkeiten, atomare Fallenpotentiale mit Sub-Mikrometer Struktur zu erzeugen sind optische Gitter. Diese haben allerdings den entscheidenden Nachteil hinsichtlich der Flexibilität, dass sich damit nur periodische Strukturen erzeugen lassen. Eine hervorragende Methode zur Realisierung und Kontrolle allgemeinerer Potentialformen stellen magnetische Mikrofallen dar [For07, Fol00, Hin99]. Durch die Strukturierung der Leiterbahnen zur Magnetfelderzeugung ist es möglich, atomare Potentiale mit räumlicher Auflösung im Bereich einiger Mikrometer zu erzeugen. Damit die Atome die räumliche Struktur auflösen können, muss ihr Abstand zur Oberfläche in der Größenordnung der Strukturgröße liegen. Hier liegt das Problem bei den bisher verwendeten magnetischen Chips: Um mit der Mikrofalle bei gleichbleibendem Magnetfeld-Gradienten näher zur Oberfläche zu gelangen, ist eine Erhöhung der Ströme durch die Leiter erforderlich. Ein hoher Gradient wird benötigt, um bei kleinen Abständen die anziehende Casimir-Polder Kraft zu kompensieren. Die Wärmeentwicklung in den Leitern steigt aber quadratisch mit dem Stromfluss an. Da die dünnen Chipleiter nur in begrenztem Maße Wärme abführen können und nur eine geringe Wärmekapazität besitzen, nehmen die Leiter bei zu starker Annäherung der Falle zur Oberfläche Schaden. Eine weitere Begrenzung bei der Annäherung stellen thermische Fluktuationen der Ströme im Leiter dar: Dieses sogenannte Johnson-Rauschen [Lin04] kann Spinflips in den Atomen induzieren, die zu Verlusten aus der Mikrofalle führen.

Während diese Schwierigkeiten möglicherweise durch die Verwendung supraleitender Strukturen [Rou08, Kas10] gelöst werden können, gibt es zwei weitere Nachteile die magnetische Fallen mit sich bringen: Zum Einen begrenzt die Tatsache, dass in einem Leiter an jeder Stelle derselbe Strom fließen muss das Design der räumlichen Geometrie. Zum Anderen ist es in Magnetfallen nicht möglich, die Wechselwirkung der Atome untereinander durch die Verwendung von magnetischen Feshbach-Resonanzen [Ino98] zu kontrollieren. Eine solche Kontrolle in Verbindung mit den steilen Nanopotentialen auf optischen Atomchips könnte beispielsweise neue Perspektiven bei der Untersuchung des Phasenübergangs vom BEC zum sogenannten Tonks-Girardeau Gas eröffnen [Kin04, Pet00]. Dieser Phasenübergang tritt in sehr steilen, eindimensionalen Fallengeometrien ab einer gewissen kritischen Wechselwirkungsstärke auf. Die Untersuchung solcher eindimensionaler Systeme verspricht Erkenntnisse über Vielteilchen-Quantensysteme jenseits der durch die Gross-Pitaevski Gleichung beschriebenen Physik.

Durch unser Experiment konnte erstmals die kontrollierte Annäherung eines BECs auf Sub-Mikrometer Abstände zu einer Oberfläche erreicht werden. Außerdem wurde

durch die Beugungsexperimente die Möglichkeit demonstriert, optische Nahfeldpotentiale auf dieser Größenordnung zu strukturieren und diese Struktur durch die Atome aufzulösen. Die Experimente stellen somit den ersten Schritt zur Speicherung von Atomen an rein optischen Atomchips dar. Diese bieten nun die Möglichkeit, quasi beliebige räumliche Nanopotentiale für ultrakalte Atome maßzuschneidern. Es sollte somit möglich sein, wichtige atomoptische Elemente wie Strahlteiler und Wellenleiter direkt auf einer Oberfläche zu implementieren. Diese könnten beispielsweise zur Realisierung von Mach-Zehnder Interferometern verwendet werden. Ein solches Interferometer kann unter anderem als Sensor zur hochpräzisen Messung von Rotationen eingesetzt werden. Durch eine zweidimensionale Gitteranordnung von Nano-Potentialtöpfen könnten möglicherweise sogar Quantenregister für die Informationsverarbeitung realisiert werden. Eine Kopplung der einzelnen Qubits untereinander könnte eventuell durch OPPs realisiert werden, wodurch ein Quantengatter entstünde.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die hier vorgestellte Arbeit einen wichtigen Beitrag liefert, um in Zukunft kalte Atome in beliebigen Nanopotentialen an Oberflächen speichern und manipulieren zu können. Solche integrierte Atomfallen bieten sowohl die Perspektive, die fundamentale Physik von Vielteilchen-Quantensystemen zu untersuchen, als auch neuartige Quantensensoren und Schaltungen für die Quanteninformations-Verarbeitung zu realisieren.



# A Beweise für die Gültigkeit der Annahmen für die Fit-Funktion

In Kap. 4.2.2 wurden Bedingungen an eine Fit-Funktion an die gemessenen Daten  $E_B(P)$  gestellt, und Behauptungen für deren Gültigkeit aufgestellt. Diese Behauptungen werden im Folgenden bewiesen. Hierzu bilden wir zunächst die Ableitungen  $dz_B/dP$  und  $d^2z_B/dP^2$ : Durch Ableiten der Gl. (3.46) nach der Laserleistung  $P$  und erneutes Einsetzen von Gl. (3.46) erhalten wir

$$\frac{dz_B}{dP} = -\frac{z_B(P)}{p \left(1 + n - \frac{z_B(P)}{z_0}\right)} \quad (\text{A.1})$$

Zusammen mit Gl. (3.50) folgt daraus

$$\frac{dz_B}{dP} < 0 \quad (\text{A.2})$$

Die Barriere rückt also für steigende Laserleistung näher an die Oberfläche. Durch nochmaliges Ableiten von Gl. (A.1) nach  $P$  und erneutes Einsetzen von Gl. (A.1) erhält man

$$\frac{d^2z_B}{dP^2} = \frac{zb(P)^2}{P^2 \left(1 + n - \frac{z_B(P)}{z_0}\right)^3} + \frac{zb(P)}{P^2 \left(1 + n - \frac{z_B(P)}{z_0}\right)^2} + \frac{zb(P)}{P^2 \left(1 + n - \frac{z_B(P)}{z_0}\right)} \quad (\text{A.3})$$

Dieser Ausdruck ist zusammen mit Gl. (3.50) immer größer als Null.

$$\frac{d^2z_B}{dP^2} > 0 \quad (\text{A.4})$$

Die Rate, mit der die Barriere sich bei steigender Laserleistung  $P$  der Oberfläche nähert, nimmt mit dieser also ab.

## Zu Annahme 2:

Durch erneutes Ableiten der Gl. (4.12) nach  $P$  und Einsetzen von Gl. (A.1) erhalten wir

$$\frac{d^2E_B}{dP^2} = -\frac{2e^{-\frac{2z_B(P)}{z_0}} C_0 \frac{dz_B(P)}{dP}}{z_0} \quad (\text{A.5})$$

mit Gl. (A.2) folgt

$$\frac{d^2 E_B}{dP^2} > 0 \quad (\text{A.6})$$

q.e.d.

### Zu Annahme 3:

$\frac{d^3 E_B}{dP^3}$  ergibt sich durch Ableiten von Gl. (A.5) nach  $P$  und Einsetzen von Gl. (A.3) und Gl. (A.1) zu

$$\frac{d^3 E_B}{dP^3} = - \frac{2e^{-\frac{2z_B}{z_0}} C_0 z_B ((2 + 3n + n^2) z_0^2 - 4(1 + n) z_0 z_B + 3z_B^2)}{P^2 (z_0 + n z_0 - z_B)^3} \quad (\text{A.7})$$

Wir schreiben nun  $z_B$  in Einheiten von  $z_0$ :  $z_B = a \cdot z_0$  und erhalten damit

$$\frac{d^3 E_B}{dP^3} = - \frac{2ae^{-2a} C_0 z_0 (3a^2 z_0^2 - 4a(1 + n) z_0^2 + (2 + 3n + n^2) z_0^2)}{P^2 (z_0 - a z_0 + n z_0)^3} \quad (\text{A.8})$$

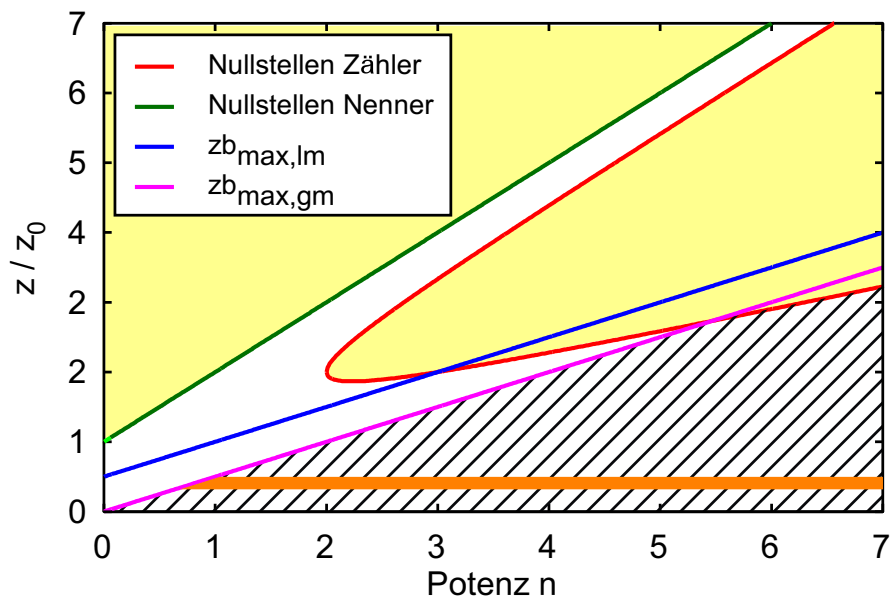
Die Bestimmung des Vorzeichens dieser Gleichung erfordert eine separate Betrachtung der Vorzeichen von Zähler und Nenner. Wir suchen deshalb zunächst die Nullstellen des Zählers und stellen sie in der Form  $a_i(n)$  dar. Dies ergibt

$$a_{1/2}(n) = \frac{1}{3} \left( 2 + 2n \pm \sqrt{-2 - n + n^2} \right) \quad (\text{A.9})$$

Für die Nullstellen des Nenners gilt entsprechend

$$a_3(n) = 1 + n \quad (\text{A.10})$$

Eine grafische Auswertung des Vorzeichens ist in Abb. A.1 dargestellt. Zusätzlich dazu sind die Bereiche eingezeichnet, innerhalb denen Potentialbarrieren bzw. lokale Maxima des Potentials  $U_{\text{ges}}$  existieren. Es zeigt sich, dass in den Abstandsbereichen in denen eine Potentialbarriere entstehen kann, das Vorzeichen von Gl. (A.7) negativ ist für  $n < 5.3$ . Im Abstandsbereich der Messung aus Kap. 4 ist das Vorzeichen negativ für  $n \in \mathbf{Q}_0^+$ .



**Abbildung A.1:** Zum Vorzeichen von  $\frac{d^3 E_B}{dP^3}$ . Dargestellt sind, jeweils über der Potenz  $n$  aus Gl. (3.45) und in Einheiten der Eindringtiefe  $z_0$  des evaneszenten Potentials: (rot) Nullstellen des Zählers von Gl. (A.8) (Gl. (A.9)). (grün) Nullstellen des Nenners von Gl. (A.8) (Gl. (A.10)). (blau) maximale Position  $z_{B,\max,\text{lm}}$  des lokalen Maximums von  $U_{\text{ges}}$ . (magenta) maximale Position  $z_{B,\max,\text{gm}}$ , bei der  $E_B(z_{B,\max,\text{lm}}) = 0$  gilt. In den gelb hinterlegten Bereichen gilt  $\frac{d^3 E_B}{dP^3} > 0$ . Im schraffierten Bereich existiert eine Barriere mit  $E_B > 0$  und es gilt  $\frac{d^3 E_B}{dP^3} < 0$ . Der orange eingefärbte Bereich kennzeichnet den Abstandsbereich, in dem die Messung von  $U_{\text{CP}}$  erfolgte.





## Literaturverzeichnis

- [And88] A. Anderson, S. Haroche, E. A. Hinds, W. Jhe and D. Meschede, *Measuring the van der Waals forces between a Rydberg atom and a metallic surface*, Phys. Rev. A **37**, 3594 (1988).
- [And95] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell, *Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor*, Science **269**, 198 (1995).
- [Ant98] Ignatios Antoniadis, Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos and Gia Dvali, *New dimensions at a millimeter to a fermi and superstrings at a TeV*, Physics Letters B **436**, 257 (1998).
- [Bal87] V. I. Balykin, V. S. Letokhov, Y. B. Ovchinnikov and A. I. Sidorov, *Reflection of an atomic beam from a gradient of an optical field*, JETP Lett **45**, 353 (1987).
- [Ben09] H. Bender, P. Courteille, C. Zimmermann and S. Slama, *Towards surface quantum optics with Bose-Einstein condensates in evanescent waves*, Applied Physics B: Lasers and Optics **96**, 275 (2009).
- [Ben10] H. Bender, P.W. Courteille, C. Marzok, C. Zimmermann and S. Slama, *Direct measurement of intermediate-range Casimir-Polder potentials*, Phys. Rev. Lett. **104**, 83201 (2010).
- [Bin86] G. Binnig, C. F. Quate and Ch. Gerber, *Atomic force microscope*, Phys. Rev. Lett. **56**, 930 (1986).
- [Bog89] P. Bogacki and L. F. Shampine, *A 3 (2) pair of Runge-Kutta formulas*, Applied Mathematics Letters **2**, 321 (1989).
- [Bor00] M. Bordag, B. Geyer, G. L. Klimchitskaya and V. M. Mostepanenko, *New constraints for non-Newtonian gravity in the nanometer range from the improved precision measurement of the Casimir force*, Phys. Rev. D **62**, 011701 (2000).
- [Car91] O. Carnal and J. Mlynek, *Youngs double-slit experiment with atoms: A simple atom interferometer*, Phys. Rev. Lett. **66**, 2689 (1991).
- [Cas48] H. B. G. Casimir and D. Polder, *The influence of retardation on the London-van der Waals forces*, Phys. Rev. **73**, 360 (1948).
- [Chu85] S. Chu, L. Hollberg, J.E. Bjorkholm, A. Cable and A. Ashkin, *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure*, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985).
- [Chu98] S. Chu, *Nobel lecture: The manipulation of neutral particles*, Rev. Mod. Phys. **70**, 685 (1998).
- [Cor02] E. A. Cornell and C. E. Wieman, *Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments*, Reviews of Modern Physics **74**, 875 (2002).

- [Cro09] A.D. Cronin, J. Schmiedmayer and D.E. Pritchard, *Optics and interferometry with atoms and molecules*, Reviews of Modern Physics **81**, 1051 (2009).
- [Dem95] W. Demtröder, *Laser spectroscopy*, (1995).
- [Don04] T. Donner, *Erzeugung ultrakalter Gemische aus fermionischen und bosonischen Atomen*, Diplomarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2004).
- [Dru03] V. Druzhinina and M. DeKieviet, *Experimental observation of quantum reflection far from threshold*, Phys. Rev. Lett. **91**, 193202 (2003).
- [Dzy61] I.E. Dzyaloshinskii, E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii, *General theory of van der Waals' forces*, Physics-Uspekhi **4**, 153 (1961).
- [Ess93] T. Esslinger, M. Weidemüller, A. Hemmerich and T. W. Hänsch, *Surface-plasmon mirror for atoms*, Optics Letters **18**, 450 (1993).
- [Fis99] E. Fischbach and C.L. Talmadge, *The search for non-Newtonian gravity*, (Springer Verlag, 1999).
- [Fla92] B.P. Flannery, W. Press, S. Teukolsky and W. Vetterling, *Numerical recipes in C*, Press Syndicate of the University of Cambridge, New York (1992).
- [Fol00] Ron Folman, Peter Krüger, Donatella Cassettari, Björn Hessmo, Thomas Maier and Jörg Schmiedmayer, *Controlling cold atoms using nanofabricated surfaces: Atom chips*, Phys. Rev. Lett. **84**, 4749 (2000).
- [For03] J. Fortagh, *Bose-Einstein Kondensate in magnetischen Mikrofallen*, Dissertation, Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2003).
- [For07] J. Fortágh and C. Zimmermann, *Magnetic microtraps for ultracold atoms*, Reviews of Modern Physics **79**, 235 (2007).
- [Fri02] H. Friedrich, G. Jacoby and C.G. Meister, *Quantum reflection by Casimir-van der Waals potential tails*, Phys. Rev. A **65**, 32902 (2002).
- [Fur88] T.E. Furtak and M.V. Klein, *Optik*, (1988).
- [Gün05] A. Günther, S. Kraft, M. Kemmler, D. Koelle, R. Kleiner, C. Zimmermann and J. Fortágh, *Diffraction of a Bose-Einstein condensate from a magnetic lattice on a microchip*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170405 (2005).
- [Gün08] Andreas Günther, *Materiewellenoptik mit Bose-Einstein-Kondensaten auf Mikrochips*, Dissertation an der Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2008).
- [Gri99] R. E. Grisenti, W. Schöllkopf, J. P. Toennies, G. C. Hegerfeldt and T. Köhler, *Determination of atom-surface van der Waals potentials from transmission-grating diffraction intensities*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1755 (1999).
- [Gri00] R. Grimm, M. Weidemüller and Y. B. Ovchinnikov, *Optical dipole traps for neutral atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **42**, 95 (2000).

- [Har05] D. M. Harber, J. M. Obrecht, J. M. McGuirk and E. A. Cornell, *Measurement of the Casimir-Polder force through center-of-mass oscillations of a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **72**, 033610 (2005).
- [Hec05] E. Hecht, *Optik*, (Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2005).
- [Hen94] C. Henkel, J.Y. Courtois and A. Aspect, *Atomic diffraction by a thin phase grating*, J. Phys. II France **4**, 1955 (1994).
- [Hin99] E. A. Hinds and I. G. Hughes, *Magnetic atom optics: mirrors, guides, traps, and chips for atoms*, Journal of Physics D: Applied Physics **32**, R119 (1999).
- [Ino98] S. Inouye, MR Andrews, J. Stenger, H.J. Miesner, D.M. Stamper-Kurn and W. Ketterle, *Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate*, Nature **392**, 151 (1998).
- [Jud10] T.E. Judd, R.G. Scott, G. Sinuco, T.W.A. Montgomery, A.M. Martin, P. Krüger and T.M. Fromhold, *Zone-plate focusing of Bose-Einstein condensates for atom optics and erasable high-speed lithography of quantum electronic components*, New Journal of Physics **12**, 063033 (2010).
- [Kal05] S. Kallush, B. Segev and R. Côté, *Manipulating atoms and molecules with evanescent-wave mirrors*, The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics **35**, 3 (2005).
- [Kas10] B. Kasch, H. Hattermann, D. Cano, T. E. Judd, S. Scheel, C. Zimmermann, R. Kleiner, D. Koelle and J. Fortágh, *Cold atoms near superconductors: atomic spin coherence beyond the Johnson noise limit*, New Journal of Physics **12**, 065024 (2010).
- [Kei88] D. W. Keith, M. L. Schattenburg, Henry I. Smith and D. E. Pritchard, *Diffraction of atoms by a transmission grating*, Phys. Rev. Lett. **61**, 1580 (1988).
- [Kei91] D.W. Keith, C.R. Ekstrom, Q.A. Turchette and D.E. Pritchard, *An interferometer for atoms*, Phys. Rev. Lett. **66**, 2693 (1991).
- [Ket99] W. Ketterle, *Experimental studies of Bose-Einstein condensation*, Phys. Today **52**, 30 (1999).
- [Kin04] T. Kinoshita, T. Wenger and D.S. Weiss, *Observation of a one-dimensional Tonks-Girardeau gas*, Science **305**, 1125 (2004).
- [Kit05] C. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik*, (Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2005).
- [Koz99] M. Kozuma, L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, S. L. Rolston and W. D. Phillips, *Coherent splitting of Bose-Einstein condensed atoms with optically induced Bragg diffraction*, Phys. Rev. Lett. **82**, 871 (1999).
- [Lam97] S. K. Lamoreaux, *Demonstration of the Casimir force in the 0.6 to 6  $\mu\text{m}$  range*, Phys. Rev. Lett. **78**, 5 (1997).

- [Lan96] A. Landragin, J.-Y. Courtois, G. Labeyrie, N. Vansteenkiste, C. I. Westbrook and A. Aspect, *Measurement of the van der Waals force in an atomic mirror*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1464 (1996).
- [Le 04] Fam Le Kien, V. I. Balykin and K. Hakuta, *Atom trap and waveguide using a two-color evanescent light field around a subwavelength-diameter optical fiber*, Phys. Rev. A **70**, 063403 (2004).
- [Len32] J. E. Lennard-Jones, *Processes of adsorption and diffusion on solid surfaces*, Transactions of the Faraday Society **28**, 333 (1932).
- [Lif56] E. M. Lifshitz, *The theory of molecular attractive forces between solids*, Soviet Phys. JETP **2** (1956).
- [Lin04] Yu-ju Lin, Igor Teper, Cheng Chin and Vladan Vuletić, *Impact of the Casimir-Polder potential and Johnson noise on Bose-Einstein condensate stability near surfaces*, Phys. Rev. Lett. **92**, 050404 (2004).
- [Lon30] F. London, *Zur Theorie und Systematik der Molekularkräfte*, Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei **63**, 245 (1930).
- [Mar97] M. Marinescu, A. Dalgarno and J.F. Babb, *Retarded long-range potentials for the alkali-metal atoms and a perfectly conducting wall*, Phys. Rev. A **55**, 1530 (1997).
- [Mol74] Robert W. Molof, Henry L. Schwartz, Thomas M. Miller and Benjamin Bederson, *Measurements of electric dipole polarizabilities of the alkali-metal atoms and the metastable noble-gas atoms*, Phys. Rev. A **10**, 1131 (1974).
- [Obe05] Hilmar Oberst, Yoshihisa Tashiro, Kazuko Shimizu and Fujio Shimizu, *Quantum reflection of He\* on silicon*, Phys. Rev. A **71**, 052901 (2005).
- [Obr07] J. M. Obrecht, R. J. Wild, M. Antezza, L. P. Pitaevskii, S. Stringari and E. A. Cornell, *Measurement of the temperature dependence of the Casimir-Polder force*, Phys. Rev. Lett. **98**, 063201 (2007).
- [Ott03] H. Ott, *Dynamik von Bose-Einstein-Kondensaten in anharmonischen Wellenleitern*, Dissertation, Universität Tübingen (2003).
- [Ovc99] Yu. B. Ovchinnikov, J. H. Müller, M. R. Doery, E. J. D. Vredenbregt, K. Helmerson, S. L. Rolston and W. D. Phillips, *Diffraction of a released Bose-Einstein condensate by a pulsed standing light wave*, Phys. Rev. Lett. **83**, 284 (1999).
- [Pal98] E.D. Palik and G. Ghosh, *Handbook of optical constants of solids: five-volume set*, (Academic press, 1998).
- [Pas04] T. A. Pasquini, Y. Shin, C. Sanner, M. Saba, A. Schirotzek, D. E. Pritchard and W. Ketterle, *Quantum reflection from a solid surface at normal incidence*, Phys. Rev. Lett. **93**, 223201 (2004).
- [Pas06] T. A. Pasquini, M. Saba, G.-B. Jo, Y. Shin, W. Ketterle, D. E. Pritchard, T. A. Savas and N. Mulders, *Low velocity quantum reflection of Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. Lett. **97**, 093201 (2006).

- [Per05] John D. Perreault and Alexander D. Cronin, *Observation of atom wave phase shifts induced by van der Waals atom-surface interactions*, Phys. Rev. Lett. **95**, 133201 (2005).
- [Pet00] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov and J. T. M. Walraven, *Regimes of quantum degeneracy in trapped 1D gases*, Phys. Rev. Lett. **85**, 3745 (2000).
- [Raa87] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. E. Prichard, *Trapping of neutral Sodium atoms with radiation pressure*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).
- [Rae88] H. Raether, *Surface plasmons on smooth and rough surfaces and on gratings*, (1988).
- [Ras69] D. Raskin and P. Kusch, *Interaction between a neutral atomic or molecular beam and a conducting surface*, Phys. Rev. **179**, 712 (1969).
- [Ric95] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König and T. W. Hänsch, *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*, Opt. Commun. **117**, 541 (1995).
- [Rou08] C. Roux, A. Emmert, A. Lupascu, T. Nirrengarten, G. Nogues, M. Brune, J.M. Raimond and S. Haroche, *Bose-Einstein condensation on a superconducting atom chip*, Europhysics Letters (EPL) **81**, 56004 (2008).
- [Ryc04] D. Rychtarik, B. Engeser, H.C. Nägerl and R. Grimm, *Two-dimensional Bose-Einstein condensate in an optical surface trap*, Phys. Rev. Lett. **92**, 173003 (2004).
- [Saf04] M. S. Safronova, Carl J. Williams and Charles W. Clark, *Relativistic many-body calculations of electric-dipole matrix elements, lifetimes, and polarizabilities in rubidium*, Phys. Rev. A **69**, 022509 (2004).
- [San92] V. Sandoghdar, C. I. Sukenik, E. A. Hinds and Serge Haroche, *Direct measurement of the van der Waals interaction between an atom and its images in a micron-sized cavity*, Phys. Rev. Lett. **68**, 3432 (1992).
- [Sch08] S. Scheel and S.Y. Buhmann, *Macroscopic quantum electrodynamics-Concepts and applications*, Acta Physica Slovaca. Reviews and Tutorials **58**, 675 (2008).
- [Sha97] L.F. Shampine and M.W. Reichelt, *The matlab ode suite*, SIAM journal on scientific computing **18**, 1 (1997).
- [Shi01] Fujio Shimizu, *Specular reflection of very slow metastable Neon atoms from a solid Surface*, Phys. Rev. Lett. **86**, 987 (2001).
- [Shi02] Fujio Shimizu and Jun-ichi Fujita, *Reflection-type hologram for atoms*, Phys. Rev. Lett. **88**, 123201 (2002).
- [Spa58] M.J. Sparnaay, *Measurements of attractive forces between flat plates*, Physica **24**, 751 (1958).
- [Suk93] C. I. Sukenik, M. G. Boshier, D. Cho, V. Sandoghdar and E. A. Hinds,

- Measurement of the Casimir-Polder force*, Phys. Rev. Lett. **70**, 560 (1993).
- [Suk97] C. V. Sukumar and D. M. Brink, *Spin-flip transitions in a magnetic trap*, Phys. Rev. A **56**, 2451 (1997).
- [Tho87] H. R. Thorsheim, J. Weiner and P. S. Julienne, *Laser-induced photoassociation of ultracold sodium atoms*, Phys. Rev. Lett. **58**, 2420 (1987).
- [Ver47] E.J.W. Verwey, *Theory of the stability of lyophobic colloids*, The Journal of Physical Chemistry **51**, 631 (1947).
- [Waa73] J.D. Van der Waals, *Over de Continuïteit van den Gas-en Vloeistofoestand [On the Continuity of the Gaseous and Liquid States]*, (1873).
- [Wei] E. W. Weisstein, *Jacobi-Anger expansion*, (From MathWorld - A Wolfram Web Resource: <http://mathworld.wolfram.com/Jacobi-AngerExpansion.html>).
- [Wie76] C. Wieman and T. W. Hänsch, *Doppler-free laser polarization spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **36**, 1170 (1976).
- [Zac99] A. Zach, *Entwicklung und Aufbau eines frequenzstabilen, schmalbandigen Trapez-Dioden-Laser-Verstärker-Systems mit hoher Ausgangsleistung*, (1999).
- [Zha08] Bum Suk Zhao, Stephan A. Schulz, Samuel A. Meek, Gerard Meijer and Wieland Schöllkopf, *Quantum reflection of helium atom beams from a microstructured grating*, Phys. Rev. A **78**, 010902 (2008).
- [Zwi09] B.M. Zwickl, W.E. Shanks, A.M. Jayich, C. Yang, B. Jayich, J.D. Thompson and J.G.E. Harris, *High quality mechanical and optical properties of commercial silicon nitride membranes*, Applied Physics Letters **92**, 103125 (2009).

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben:

- Besonders bedanken möchte ich mich bei Prof. Claus Zimmermann, der mir die Promotion in seiner Arbeitsgruppe ermöglichte. Die vielen spannenden Diskussionen mit ihm haben maßgeblich zu neuen Ideen und neuer Motivation am Projekt beigetragen. Mit seiner sowohl menschlichen als auch fachlichen Kompetenz schafft er ein Umfeld, in dem wissenschaftliches Arbeiten richtig Freude macht und deshalb geradezu zum Erfolg führen muss.
- Mein besonderer Dank gilt auch dem Projektleiter des Oberflächen-Quantenoptik Projekts, Dr. Sebastian Slama. Seiner sorgfältigen Planung und Vorbereitung ist der zuverlässige experimentelle Aufbau zu verdanken. Mit seiner Laborerfahrung, gepaart mit hervorragenden Ideen, hat er das Projekt stets in die richtige Richtung gelenkt und mir dabei doch immer genügend Freiheiten gelassen, mein kreatives Potential auszuschöpfen. Für seine zweifellos erfolgreiche Unikarriere wünsche ich ihm alles Gute.
- Meinem Labor-Mitstreiter Christian Stehle danke ich herzlich für eine hervorragende Zusammenarbeit im letzten Drittel meiner Doktorandenzeit. An viele lustige gemeinsamen Stunden im und auch ausserhalb des Labors werde ich mich noch lange erinnern. Ich wünsche ihm weiterhin viel Spass und Erfolg bei seiner Promotion.
- Dr. Monika Fleischer danke ich für die Herstellung der strukturierten Oberflächen sowie für fruchtbare Diskussionen.
- Herzlich bedanken möchte ich mich bei Dr. Andreas Günther, meinem Betreuer im ersten Jahr meiner Zeit als Doktorand. Von ihm habe ich viele Tricks und Kniffe gelernt, die sich bei der alltäglichen Laborarbeit als unschätzbar wertvoll erwiesen haben. Auch nach unserer Zusammenarbeit hat sich Andreas stets für mein Projekt interessiert und es durch fruchtbare Diskussionen bereichert.
- Meinem neuen Chef und früheren Senior Scientist Prof. Philippe Courteille danke ich herzlich für die vielen wertvollen Tips und Anregungen, die insbesondere während unserer obligatorischen Montagsbesprechung zutage kamen.
- Der mechanischen Werkstatt um Herrn Brodbeck und der Elektronikwerk-

statt um Herrn Schreier danke ich für ihre professionelle Hilfe bei so mancher technischer Schwierigkeit.

- Meinen Korrekturlesern Christian Stehle, Sebastian Slama, Alexander Remboldt und insbesondere Peter Federsel danke ich für ihre wertvollen Anmerkungen.
- Allen Mitarbeitern des D5 danke ich für das tolle Arbeitsklima.
- Meinen Eltern, besonders meiner Mutter danke ich herzlich für die Unterstützung in allen Bereichen des Lebens. Ihr familiärer Rückhalt war stets von unschätzbarem Wert.