

Aktivierungsenergie fraktionaler Flusswirbel und Spektroskopie an Vortex-Molekülen in langen Josephsonkontakten

DISSERTATION

Zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Mathematik und Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von

KAI BUCKENMAIER

aus Tübingen

2010

Tag der mündlichen Prüfung: 09.06.2010
Dekan: Prof. Dr. W. Knapp
1. Berichterstatter: Prof. Dr. D. Koelle
2. Berichterstatter: Prof. Dr. R. Kleiner

Kurzfassung

Fraktionale Flusswirbel oder auch φ -Vortizes sind faszinierende Objekte, die erst in den letzten Jahren erforscht wurden. Diese Arbeit gliedert sich in die Messung der Aktivierungsenergie von fraktionalen Flusswirbeln und in die Spektroskopie an Molekülen aus fraktionalen Flusswirbeln. Die Vortizes werden dabei in langen $0-\kappa$ -Josephsonkontakten realisiert. Hierbei wird ein Sprung der Josephsonphase mittels zwei stromführender Injektoren erzeugt. Um diese Phasendiskontinuität auszugleichen, bilden sich die φ -Vortizes. φ beschreibt dabei die sogenannte topologische Ladung des Flusswirbels. Die φ -Vortizes sind an die Phasendiskontinuität gebunden und tragen den Bruchteil $\varphi/2\pi$ des magnetischen Flussquants Φ_0 an magnetischem Fluss. Dabei lässt sich φ über den angelegten Injektorstrom frei einstellen. Übersteigt der Biasstrom einen von φ abhängigen charakteristischen Schwellwert, ist die durch diesen Strom verursachte Lorentzkraft größer als die Pinningkraft des Flusswirbels, ein Fluxon löst sich und ein inverser $(\varphi - 2\pi)$ -Vortex bleibt zurück. Dieses Umklappen bzw. Schalten des φ -Vortex und die damit verbundene Emission eines Fluxons lässt sich für $I_c - I \ll 1$ als Kramers-artiger Escape-Prozess eines Teilchens im gekippten Waschbrettpotential beschreiben. Das Waschbrettpotential wird hierbei solange gekippt, bis die Barriere klein genug ist, dass das Teilchen mittels thermischer oder quantenmechanischer Fluktuationen über oder durch diese Barriere entkommen kann. Im Fall thermischer Fluktuationen wird die hierfür benötigte Energie Aktivierungsenergie genannt. Diese Aktivierungsenergie kann mittels Messungen der Schaltwahrscheinlichkeit ermittelt werden. Um die Schaltwahrscheinlichkeitsmessungen theoretisch zu beschreiben gibt es verschiedene Modelle, die jeweils unterschiedliche Dämpfungsregimes beschreiben. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Aktivierungsenergie in Abhängigkeit von φ und einem extern angelegten Magnetfeld vermessen. Besonderes Augenmerk galt der Untersuchung von $0-\pi$ -Kontakten. Weiterhin wurden Messungen der Temperaturabhängigkeit der Aktivierungsenergie durchgeführt. Es stellte sich heraus, dass als Modell für die Bestimmung der Schaltwahrscheinlichkeit, bei den verwendeten Standard Nb-AlAlO_x-Nb Kontakten, bei 4,2 K die Transition-State-Theorie verwendet werden kann. Bei den Messungen bei 0,5 K führt ein Modell mittlerer bis geringer Dämpfung zu wesentlich besseren Ergebnissen. Die Messungen zeigten dabei hervorragende Übereinstimmungen mit numerischen Berechnungen, basierend auf der gestörten Sinus-Gordon-Gleichung und demonstrieren, dass der Aktivierungsprozess fraktionaler

Flusswirbel im thermischen Bereich sehr gut verstanden ist. Bei den Messungen der Temperaturabhängigkeit des Escape-Prozesses wurde außerdem noch versucht, das Regime zu erreichen, ab dem der Escape-Prozess durch makroskopisches Quantentunneln dominiert wird. Erste Hinweise für das makroskopische Quantentunneln fraktionaler Flusswirbel wurden im Rahmen dieser Arbeit gesammelt.

Neben den Fragen zum Aktivierungsprozess der φ -Vortizes wurde noch die resonante Aktivierung untersucht. Wie oben schon erwähnt sind die φ -Vortizes an ihre Diskontinuität gebunden. Sie können sich verformen und daher um ihre Ruhelage mit ihrer Eigenfrequenz oszillieren. Durch zusätzliches Einkoppeln eines zu dieser Eigenfrequenz resonanten AC-Stroms kann der Escape-Prozess künstlich angeregt werden. Spektroskopische Untersuchungen der resonanten Aktivierung wurden, sowohl für einen einzelnen, als auch für ein Molekül aus zwei fraktionalen Flusswirbeln erfolgreich durchgeführt. In den Vortex-Molekülen lässt sich die Abhängigkeit von der Vortexkonfiguration beobachten. Es ist eine parallele und eine antiparallele Anordnung der Vortizes möglich. Im Molekül resultiert aus der Kopplung der beiden Vortizes eine vom Abstand der Flusswirbel abhängige Aufspaltung der Eigenfrequenz. Die Flusswirbel können dabei wie zwei mit einer Feder verbundene Pendel in Phase und außer Phase zueinander schwingen. Welches die Schwingungsmode mit niedrigerer Frequenz ist, hängt dabei von der relativen Orientierung der Flusswirbel ab. Die Grundmode konnte für verschiedene Stärken der Kopplung aufgelöst und vermessen werden. Die Stärke der Kopplung hängt vom Abstand a der beiden Vortizes ab. Die Abhängigkeit vom Biasstrom der nächst höheren Mode konnte hingegen nur für große Abstände der Flusswirbel, mit geringer Frequenzaufspaltung, erfolgreich vermessen werden. Auch hier zeigte sich eine sehr gute Übereinstimmung der experimentellen Daten mit numerischen Berechnungen, basierend auf der Sinus-Gordon-Gleichung.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Experimente zeigen, dass das Verhalten fraktionaler Flusswirbel im thermischen Bereich sehr gut verstanden ist und mit Hilfe der verwendeten Modelle beschrieben werden kann. Durch diese Arbeit konnte eine Grundlage geschaffen werden, das quantenmechanische Verhalten der fraktionalen Flusswirbel zu untersuchen und zu komplexeren Systemen mit mehr als zwei Vortizes in einem Kontakt überzugehen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen zu Josephsonkontakten	5
2.1	Josephson-Tunnelkontakte	6
2.1.1	Punktförmige Josephsonkontakte	7
2.1.2	Das RCSJ-Modell	10
	Mechanisches Pendel	11
	Teilchen im Waschbrettpotential	11
2.2	Josephsonkontakt im Magnetfeld	12
2.3	Lange Josephsonkontakte und das Sinus-Gordon-Modell .	14
2.4	Anregungen in langen Josephsonkontakten	18
2.4.1	Plasmawellen	18
2.4.2	Fluxonen	19
3	Theorie fraktionaler Flusswirbel	22
3.1	π -Kontakte	22
3.2	$0-\pi$ -Kontakte und Semifluxonen	23
3.3	Fraktionale Flusswirbel	27
3.4	Eigenfrequenz eines fraktionalen Flusswirbels	34
3.5	Moleküle aus zwei fraktionalen Flusswirbeln	36
3.6	Thermische Aktivierung	40
3.6.1	Punktförmige Josephsonkontakte	40
3.6.2	Aktivierung der Phase in langen Josephsonkontakten	44
3.7	Resonante Aktivierung	47
4	Probenherstellung und experimenteller Aufbau	51
4.1	Probenherstellung und Design	51

4.2	Das 4,2K Messsetup	56
4.3	Die ^3He - ^4He Mischkryostaten	60
5	Thermische Aktivierung fraktionaler Flusswirbel	65
5.1	Charakterisierung der Proben	66
5.2	Messung der Aktivierungsenergie	68
5.3	Die Magnetfeldabhängigkeit der Barrierenhöhe	70
5.4	Die κ -Abhängigkeit der Barrierenhöhe	75
5.4.1	Messung der κ -Abhängigkeit der Aktivierungsenergie in annularen Kontakten	80
5.4.2	Messung der κ -Abhängigkeit der Aktivierungsenergie in linearen Kontakten	83
5.4.3	Vergleich zwischen annularer und linearer Geometrie	85
5.5	0- π -Kontakte im Magnetfeld	87
5.6	Die Temperaturabhängigkeit der Barrierenhöhe	91
6	Spektroskopie von Molekülen	97
6.1	Die experimentelle Bestimmung der Plasmafrequenz	98
6.2	Eigenfrequenzspektren von Josephsonkontakten mit fraktionalem Flusswirbel	105
6.3	Spektroskopie von Kontakten mit künstlichen Molekülen aus fraktionalem Flusswirbeln	107
6.3.1	Die symmetrisch ferromagnetische Konfiguration	108
6.3.2	Die symmetrisch antiferromagnetische Konfiguration	111
6.3.3	Variation des Abstands der Flusswirbel	113
6.4	Diskussion	116
7	Ausblick	118
	Literaturverzeichnis	120

Kapitel 1

Einleitung

Der rasante Fortschritt in der heutigen faszinierenden Welt der Computertechnologie basiert vor allem auf der erfolgreichen Miniaturisierung elektrischer Schaltungen, welche zu immer kleineren Speichereinheiten und kürzeren Schaltzeiten geführt hat. Bei sehr kleinen Strukturen im Nanometerbereich wird allerdings der Einfluss der Quantenmechanik immer wichtiger. Auf der einen Seite ist deren Kontrolle wichtig, um quantenmechanische Effekte in der klassischen Elektronik zu vermeiden, auf der anderen Seite können diese Effekte eventuell auch dazu benutzt werden, um ganz neue Speichereinheiten zu entwickeln: die sogenannten Quantenbits. Im Gegensatz zu klassischen Speichern, die nur die Zustände 0 und 1 kennen, kann in Quantenbits jede beliebige Superposition dieser beiden Zustände realisiert werden. Die Möglichkeiten, die dadurch entstehen, komplizierte Probleme von einer anderen Seite als der klassischen anzugehen, sind bei weitem noch nicht erschöpft und bilden momentan einen großen Forschungszweig der Physik. Das Fernziel dieses Forschungszweiges ist die Realisierung eines Quantencomputers. Mit Hilfe dieses Quantencomputers wäre es möglich, Primzahlzerlegungen in endlicher Zeit zu bewerkstelligen und derzeitig verwendete Codes zu entschlüsseln. Das physikalische Interesse besteht allerdings darin, quantenmechanische Systeme zu simulieren, was mit herkömmlichen Computern, aufgrund der beiden diskreten Zustände einzelner Bits, nicht möglich ist. Es wäre falsch zu sagen, dass ein solcher Computer prinzipiell schneller rechnen könnte, er kann jedoch aufgrund der Realisierung kontinuierlicher Zustände verschiedene Probleme beispielsweise mit quadratisch

statt exponentiell ansteigender Rechenzeit lösen. Zur Realisierung eines Quantencomputers gibt es zahlreiche Ideen und Veröffentlichungen. Einzelne Quantenbits wurden dabei schon in mannigfaltiger Weise produziert. Dabei gelang sogar schon die Herstellung eines Quantenbytes, also die Superposition von acht Quantenbits [HHR⁺05]. Die Verwirklichung eines Quantencomputers steht jedoch noch immer in weiter Ferne und intensive Forschung auf diesem Gebiet ist notwendig, um insbesondere die erforderliche Kontrolle über komplexere quantenmechanische Systeme zu erlangen. Ein Problem dabei sind die sehr kleinen Strukturgrößen bei denen quantenmechanische Effekte normalerweise erst auftreten. Die Entdeckung neuer kohärenter Materiezustände ermöglicht jedoch auch die Untersuchung makroskopischer Quantenphänomene. Beispiele hierfür sind die „Bose-Einstein-Kondensate“, suprafluides Helium oder die Supraleitung. Letztere bildet die Basis für die im Rahmen meiner Arbeit zu untersuchenden fraktionalen Flusswirbel. Fraktionale Flusswirbel entstehen zwischen zwei schwach gekoppelten Supraleitern, einem sogenannten Josephsonkontakt. Dabei durchdringt ein externes Magnetfeld einen genügend großen Kontakt in Form von quantisierten Flusswirbeln (Fluxonen), die ein Quantum $\Phi_0 \approx 2,07 \cdot 10^{-15}$ Wb des magnetischen Flusses tragen und sich, aufgrund ihres solitonischen Charakters, in der Kontaktebene frei bewegen können. Seit den 80er Jahren werden auf Fluxonen beruhende Bauteile für die klassische Informationsverarbeitung erfolgreich untersucht. Erst seit wenigen Jahren wurden allerdings auch Bauteile für die Quanteninformationsverarbeitung auf dieser Basis vorgeschlagen und diese werden derzeit untersucht [WS07, CW08]. Vor kurzem ist es außerdem möglich geworden, π -Josephsonkontakte herzustellen und zu studieren. In π -Kontakten ergibt sich eine im Vergleich zu normalen oder 0-Kontakten negative Strom-Phasen-Beziehung. Bringt man in langen Josephsonkontakten einen normalen 0-Kontakt mit einem π -Kontakt in Verbindung, tritt ein sehr interessantes Phänomen auf: an der Grenze zwischen 0- und π -Teil des Kontakts tritt eine spontane Magnetisierung auf, die durch zirkulierende Kreisströme hervorgerufen wird und den magnetischen Fluss $\Phi_0/2$ trägt. Die Magnetisierung wird Semifluxon genannt. Solche 0- π -Kontakte können in verschiedenen Formen hergestellt werden [KTR⁺96, KTM99, HAS⁺03, WKK⁺06, GKK02]. Jedes Semifluxon ist an die 0- π -Grenze gebunden und besitzt positive oder negative Polarität. Das Semifluxon ist deshalb ein Analogon zu einem

Spin $1/2$ System mit zwei diskreten Zuständen \uparrow und \downarrow . Es können jedoch nicht nur $0-\pi$ -Kontakte hergestellt werden, sondern auch $0-\kappa$ -Kontakte, die es erlauben, fraktionale Flusswirbel zu bilden, welche einen beliebigen Teil $\kappa/2\pi$ von Φ_0 tragen. Semifluxonen und fraktionale Flusswirbel sind zwar an die Diskontinuität gebunden und können sich nicht wie Fluxonen frei entlang des Kontakts bewegen, sie sind jedoch elastisch verformbar. Quantenmechanische Effekte wurden dabei schon bei ähnlichen Objekten von verschiedenen Gruppen experimentell untersucht, wie die Superposition magnetischen Flusses in supraleitenden Ringen [MOL⁺99, CNHM03] oder das Tunneln von Fluxonen durch eine Barriere [WLL⁺03]. Fraktionale Flusswirbel sind ca. $30\ \mu\text{m}$ groß und damit riesige Objekte im Vergleich zu sonstigen Teilchen wie Ionen oder Elektronen, an denen quantenmechanische Effekte untersucht werden. Der Begriff „makroskopisches Quantenphänomen“ ist also bei diesen exotischen Objekten durchaus angebracht. Wir erwarten bei fraktionalem Flusswirbeln quantenmechanisches Verhalten bei tiefen Temperaturen (ca. $100\ \text{mK}$).

Die hier vorliegende Arbeit hat dazu beigetragen, die Grundsteine für die Untersuchung der quantenmechanischen Eigenschaften fraktionaler Flusswirbel zu legen.

Einen weiteren sehr interessanten Forschungszweig bildet die Erzeugung von Metamaterialien. Hierbei handelt es sich um künstlich erzeugte Moleküle oder Kristalle. Stellt man beispielsweise mit Hilfe fraktionaler Flusswirbel solche Metamaterialien her, können einzelne Parameter über externe Ströme und Felder kontrolliert und verändert werden. Die Skalierungsabhängigkeit solcher Objekte kann so in einem großen Parameterraum (κ , Abstand, Polarität, usw.) untersucht werden, was bei normalen Molekülen oder Kristallen oft nicht möglich ist.

Im Rahmen dieser Arbeit wird überwiegend das klassische Verhalten der fraktionalem Flusswirbeln studiert, aber es werden auch erste Hinweise auf deren quantenmechanisches Verhalten präsentiert. Die Arbeit gliedert sich wie folgt: In Kap. 2 werden die Grundlagen der Josephsonphysik kurz erläutert. Hierfür werden die beiden Analogmodelle des mechanischen Pendels und des Teilchens im Waschbrettpotential eingeführt. Weiterhin wird das Verhalten eines Josephsonkontakts im Magnetfeld (Kap. 2.2) und die Erweiterungen des Modells für lange Josephsonkontakte (Kap. 2.3) vorgestellt.

Das Modell von π - (Kap. 3.1) bzw. 0 - π -Kontakten (Kap. 3.2) sowie die theoretischen Eigenschaften von fraktionalen Flusswirbeln, wie die Eigenfrequenz (Kap. 3.4) und die Aktivierungsenergie (Kap. 3.6) wird in Kap. 3 diskutiert.

Kap. 4 widmet sich der Probenherstellung und den Messsystemen.

In Kap. 5 werden die Messungen der Barrierenhöhe präsentiert. Diese wurden in Abhängigkeit vom externen Magnetfeld (Kap. 5.3) und von der Diskontinuität κ (Kap. 5.4) durchgeführt. Weiterhin wurde die Barrierenhöhe in künstlich erzeugten 0 - π -Kontakten als Funktion vom Magnetfeld vermessen (Kap. 5.5). In Kap. 5.6 werden Messungen der Temperaturabhängigkeit der Barrierenhöhe vorgestellt.

In Kap. 6 verschiebt sich der Fokus auf die Spektroskopie von fraktionalen Flusswirbeln. Hierzu wurde zuerst ein einzelner Flusswirbel spektroskopiert (Kap. 6.2). Anschließend wurde ein Molekül mit den verschiedenen magnetischen Konfigurationen der zwei Flusswirbel untersucht (Kap. 6.3).

Kapitel 2

Grundlagen zu Josephsonkontakten

Die Supraleitung wurde 1911, lange bevor ein modernes Konzept des supraleitenden Zustands existierte, entdeckt. Wichtige Entdeckungen, wie der Meissner-Effekt, die phänomenologische Theorie von Ginzburg und Landau und die mikroskopische Theorie von Bardeen, Cooper und Schrieffer [BCS57], trugen zu einem immer besseren Verständnis bei. Letztendlich stellte sich jedoch heraus, dass eine theoretische Beschreibung sowie eine experimentelle Bestätigung des kohärenten oder makroskopischen Quantenphänomens der Supraleitung notwendig ist, um diese zu verstehen. In diesem Modell führt die makroskopische Kohärenz der Ladungsträger, den sogenannten Cooper-Paaren, die sich durch Wechselwirkung der Elektronen mit dem Festkörpergitter bilden, zu vielerlei ungewöhnlichen Eigenschaften.

Im Gegensatz zu Elektronen, stellen Cooper-Paare in Supraleitern einen gebundenen Zustand aus korrelierten Elektronenpaaren, die im einfachsten Fall einen entgegengesetztem Spin und Impuls besitzen, dar. Der Gesamtspin dieser Teilchen ist Null, folglich formen sie unterhalb einer materialspezifischen Temperatur T_c einen gemeinsamen Grundzustand. Weiterhin ist der mittlere Abstand der Cooper-Paare, zumindest in herkömmlichen oder sogenannten Typ I Supraleitern, wesentlich kleiner als deren Ausdehnung.

Als Konsequenz dieser Faktoren folgt, dass alle Cooper-Paare den sel-

ben Schwerpunktsimpuls besitzen und mit Hilfe einer makroskopischen Wellenfunktion

$$\Psi = \sqrt{n} \exp(i\varphi) \quad (2.1)$$

beschrieben werden können. φ stellt dabei die Phase und n die Dichte der supraleitenden Teilchen dar. Die einzelnen Cooper-Paare sind von den normalleitenden Quasiteilchen durch eine Lücke $E = 2\Delta$ im Anregungsspektrum getrennt. In anderen Worten ist ein kohärentes supraleitendes Kondensat für den verlustfreien Transport von Strom und den Meissner-Effekt verantwortlich. Die quantenmechanische Abhängigkeit führt allerdings auch noch zu weiteren interessanten Phänomenen wie der Flussquantisierung und dem Josephson-Effekt [Jos62]. Grundlegendes hierzu kann in Ref. [Lik86, BK04] nachgelesen werden.

2.1 Josephson-Tunnelkontakte

Der Josephson-Effekt tritt bei Supraleitern auf, die beispielsweise durch eine dünne isolierende Barriere getrennt sind. Dabei kann ein Suprastrom I_S durch die Barriere fließen [Jos62]. Der Suprastrom I_S kann auch fließen, wenn keine Spannung V am Kontakt anliegt. Er hängt vielmehr von der eichinvarianten Phasendifferenz

$$\phi = \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{2e}{\hbar} \int \vec{A} \cdot d\vec{s} \quad (2.2)$$

der makroskopischen Wellenfunktionen in den beiden supraleitenden Elektroden ab. Das Vektorpotential \vec{A} ist hier entlang eines Weges über die Barriere auszuwerten. e bezeichnet die Elementarladung und $2\pi\hbar = h \approx 6,6 \cdot 10^{-34}$ das Plancksche Wirkungsquantum. Diese Funktion des Suprastroms I_S ist 2π -periodisch und im einfachsten Fall sinusoidal

$$I_S = I_0 \sin(\phi), \quad (2.3)$$

mit dem von Geometrie und Struktur des Kontakts abhängigen kritischen Strom I_0 . Diese Gleichung wird auch als erste Josephson-Gleichung bezeichnet. Andererseits steht die Phasendifferenz φ mit der am Kontakt abfallenden Spannung V über die zweite Josephson-Gleichung in Beziehung:

$$\dot{\phi} = \frac{2e}{\hbar} V = \frac{2\pi}{\Phi_0} V. \quad (2.4)$$

Legt man eine konstante Spannung V über den Kontakt an, nimmt die Phase $\phi = (2\pi/\Phi_0)V \cdot t + \phi_0$ linear mit der Zeit zu. Aus Gl. (2.3) folgt eine Oszillation des Suprastroms I_S mit der Josephsonfrequenz $f_J = V/\Phi_0 = 483.6 \left[\frac{\text{MHz}}{\mu\text{V}} \right] V$. Im spannungsfreien Zustand des Kontakts fließt nur der Suprastrom I_S über den Kontakt. Es wird keine Energie dissipiert. Energie ist jedoch im Josephsonkontakt gespeichert. Um diese Kopplungsenergie zu berechnen kann man sich einen Prozess vorstellen, in dem der Suprastrom von Null auf einen bestimmten Wert I_ϕ in der Zeit t erhöht wird. Während dieses Prozesses muss das externe System, welches für die Stromerhöhung verantwortlich ist, die Arbeit

$$E = \int_0^t I_S V dt' = \frac{I_0 \Phi_0}{2\pi} \int_0^\phi \sin(\phi') d\phi' = E_J [1 - \cos(\phi)] \quad (2.5)$$

verrichten, mit der Josephsonkopplungsenergie $E_J = I_0 \Phi_0 / 2\pi$.

Der Josephsonkontakt zeigt dabei induktives Verhalten. Die Induktivität kann berechnet werden mit

$$L_J = \frac{L_c}{\cos \phi}, L_c \equiv \frac{\Phi_0}{2\pi I_0}. \quad (2.6)$$

Diese nichtlineare Induktivität kann im Gegensatz zu einer klassischen Induktivität auch negative Werte annehmen.

2.1.1 Punktförmige Josephsonkontakte

Nur in wenigen Situationen kann der Strom durch einen Josephsonkontakt ausschließlich durch den Suprastrom I_S dargestellt werden. Um die Dynamik eines punktförmigen Kontakts zu beschreiben, müssen noch weitere Stromkomponenten in Betracht gezogen werden.

1. Quasiteilchenstrom I_N

Bei Temperaturen $T > 0$ gibt es immer thermische Fluktuationen der Ladungsträger mit Energien der Größenordnung $k_B T$. $k_B \approx 1.38 \cdot 10^{23} \text{ J/K}$ beschreibt hierbei die Boltzmannkonstante. Diese Energie reicht aus, um einige Cooper-Paare in Supraleitern aufzubrechen. Aufgrund der Anwesenheit des Kondensats weisen die erzeugten Elektronen Unterschiede zu Elektronen in normal leitenden Metallen auf und werden deshalb Quasiteilchen genannt. Sobald Spannung über einen Josephsonkontakt abfällt, können diese Quasiteilchen durch die Barriere tunneln und bilden den Quasiteilchenstrom I_N . Der Quasiteilchenstrom ist dabei abhängig von

der über den Kontakt abfallenden Spannung, was zu einer nichtlinearen Strom–Spannungs(IV)-Charakteristik führt (s. Abb. 2.1). Ist die Spannung, die über den Kontakt abfällt, größer als die soge-

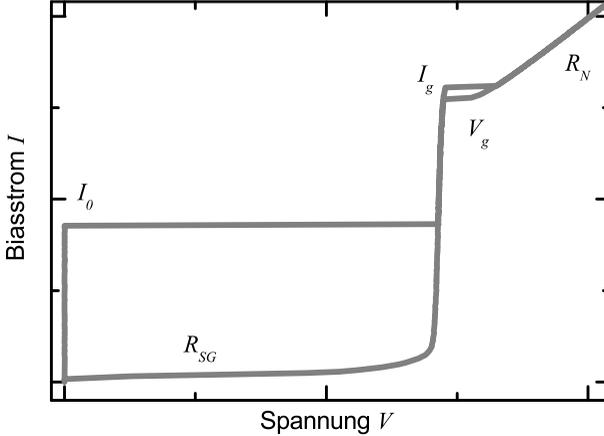


Abbildung 2.1: IV -Kennlinie eines Josephson-Tunnelkontakts.

nannte Gap-Spannung $V_g = 2\Delta/e$, ist es energetisch günstiger, ein Cooper-Paar aufzubrechen, damit eines der beiden entstandenen Teilchen durch die Barriere tunneln kann. Der aus diesem Prozess resultierende Strom dominiert den Spannungsbereich oberhalb von V_g , weshalb die IV -Kennlinie hier näherungsweise mit einer ohmschen Beziehung $I_N = \frac{V}{R_N}$ beschrieben werden kann. Durch Kombination dieses Widerstandes mit dem kritischen Strom I_0 erhält man die sogenannte charakteristische Spannung [AB63]

$$V_c = I_0 R_N. \quad (2.7)$$

Diese Spannung definiert die charakteristische Frequenz

$$\omega_c = (2\pi/\Phi_0)V_c. \quad (2.8)$$

Mit Hilfe von Gl. (2.4) und Gl. (2.6) kann diese Gleichung umgeschrieben werden zu:

$$\omega_c^{-1} = \frac{L_c}{R_N}. \quad (2.9)$$

Das heißt, die charakteristische Frequenz beschreibt die inverse Relaxationszeit des Stroms eines Systems mit der Induktivität L_c ,

durch welches ein normalleitender und ein supraleitender Strom fließt. Sie bildet die obere Grenze für Mikrowellenschaltungen, die auf dem Josephson-Effekt beruhen und liegt größenordnungsmäßig bei 10^{12} Hz. Für Spannungen $V < V_g$ und tiefe Temperaturen $T \ll T_c$ können nur noch wenige Quasiteilchen erzeugt werden und der Quasiteilchenstrom ist deshalb exponentiell unterdrückt ($I_N \propto \exp[-\Delta/k_B T]$). Nähert man in diesem Bereich den Strom wieder mit einem ohmschen Verhalten an, so kann der Widerstand R_{SG} (s. Abb. 2.1) den normal leitenden Widerstand R_N um Größenordnungen überragen.

2. Verschiebungsstrom I_D

Ist $\dot{V} \neq 0$, tritt aufgrund der endlichen Kapazität C der beiden Elektroden des Kontakts ein zusätzlicher Verschiebungsstrom I_D

$$I_D = C\dot{V} \quad (2.10)$$

auf. Die charakteristische Schwingungsfrequenz, auch Plasmafrequenz genannt, kann jetzt definiert werden mit

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_c C}} = \sqrt{\frac{2eI_0}{\hbar C}} = \sqrt{\frac{2\pi I_0}{\Phi_0 C}}. \quad (2.11)$$

Die Plasmafrequenz ist die Resonanzfrequenz des aus der Kapazität und Induktivität des Josephsonkontakts gebildeten Schwingkreises. Die Dämpfung des Systems kann dabei durch den von Stewart [Ste68] und McCumber [McC68] gegebenen dimensionslosen Parameter

$$\beta_C = \frac{\omega_c^2}{\omega_0^2} = \frac{2\pi}{\Phi_0} I_0 R_N^2 C \quad (2.12)$$

beschrieben werden. Kontakte mit $\beta_C \ll 1$ sind überdämpft und zeigen keine Hysterese in der IV -Kennlinie. Kontakte mit $\beta_C \gg 1$ sind unterdämpft und zeigen Hysterese.

3. Rauschstrom I_F

Außer den bisher erwähnten Stromkomponenten muss oft noch ein zusätzlicher Rauschstrom I_F berücksichtigt werden. Primäre Quelle des Rauschstroms I_F ist das temperaturabhängige Nyquistrauschen des Widerstands. Aufgrund des reaktiven Charakters von

I_D und I_S tragen diese Stromkomponenten nicht zum Rauschstrom bei. Bei niederen Frequenzen muss außerdem noch ein $1/f$ -Rauschen berücksichtigt werden. Wobei dieses eher durch ein Fluktuieren der Kontaktparameter beschrieben werden kann als durch den Rauschstrom I_F . Allerdings liegt die obere Grenze des $1/f$ -Rauschens bei sehr niederen Frequenzen (Hz bis kHz Bereich) in Josephsonkontakten [CB04].

Als letztes können noch externe Rauschquellen wie z. B. Radio und TV-Sender oder elektrische Stromleitungen zum Rauschstrom beitragen. Diese können jedoch durch den Messaufbau abgeschirmt werden.

2.1.2 Das RCSJ-Modell

Der Gesamtstrom I durch einen punktförmigen Josephsonkontakt setzt sich aus den oben beschriebenen Strömen zusammen. Diese Ströme kann man mittels der Kirchhoffschen-Knotenregel addieren:

$$I - I_F = I_S + I_N + I_D, \quad (2.13)$$

$$= I_0 \sin(\phi) + \frac{V}{R} + C\dot{V}. \quad (2.14)$$

Der Widerstand R kann dabei je nach Spannungsbereich Werte zwischen R_{SG} und R_N annehmen. Er kann jedoch auch über einen parallel geschalteten Widerstand festgelegt werden. Ein Ersatzschaltbild [Sco70] ist in Abb. 2.2 dargestellt. Die Spannung V kann nun mit Hilfe von Gl.

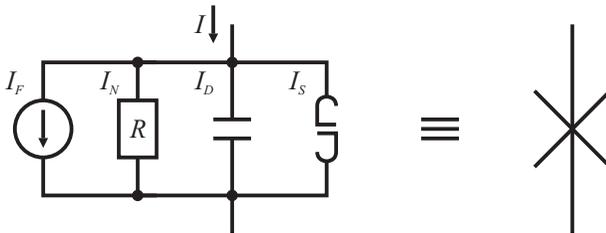


Abbildung 2.2: Ersatzschaltbild für einen punktförmigen Josephsonkontakt.

(2.4) zu Gunsten von ϕ ersetzt werden:

$$I - I_F = I_0 \sin(\phi) + \frac{1}{R} \frac{\Phi_0}{2\pi} \dot{\phi} + C \frac{\Phi_0}{2\pi} \ddot{\phi} \quad (2.15)$$

Normiert man den Strom I auf den kritischen Strom I_0 , so dass $\gamma = I/I_0$ und die Zeit auf die inverse Plasmafrequenz $\tilde{t} = t \cdot \omega_0$, kann Gl. (2.15) umgeformt werden zu

$$\gamma = \sin \phi + \alpha \dot{\phi} + \ddot{\phi} \quad (2.16)$$

mit dem dimensionslosen Dämpfungskoeffizienten $\alpha = \omega_0/\omega_c = 1/\sqrt{\beta_c}$. Es zeigt sich, dass es zwei einfache Analogmodelle aus der Mechanik gibt.

Mechanisches Pendel

Die Bewegungsgleichung für ein Pendel in einem Gravitationsfeld mit einem äußeren Drehmoment ist gegeben durch

$$M = mgl \cdot \sin(\phi) + \Gamma \dot{\phi} + \Theta \ddot{\phi}. \quad (2.17)$$

Die Masse des Pendels ist hier durch m gegeben, g beschreibt die Erdbeschleunigung, l die Länge der Pendelstange, ϕ den Auslenkwinkel aus der Ruhelage, M das auf das Pendel wirkende Drehmoment, Θ das Trägheitsmoment und Γ den Reibungskoeffizienten. Durch Vergleich mit Gl. (2.16) können die in Tabelle 2.1 aufgelisteten Bezüge hergestellt werden. Bei geringer Dämpfung führt das Pendel nach einer kleinen Auslenkung Oszillationen um die Ruhelage durch. Diese Frequenz entspricht der Plasmafrequenz ω_0 des Josephsonkontakts. Das hysteretische Verhalten einer IV -Kennlinie kann sehr anschaulich mittels des im Folgenden beschriebenen Modells erklärt werden.

Teilchen im Waschbrettpotential

Befindet sich ein Teilchen der Masse m in einem gekippten Waschbrettpotential $U(x)$, kann es durch folgende Kraft-Gleichung beschrieben werden:

$$F(t) = m\ddot{x} + \xi\dot{x} + \frac{\partial U(x)}{\partial x}. \quad (2.18)$$

ξ beschreibt hier den Reibungskoeffizienten, $F(t)$ die Antriebskraft. Zum Vergleich muss Gl. (2.16) noch umgestellt werden:

$$\ddot{\phi} + \alpha \dot{\phi} = \gamma - \sin \phi \equiv -\frac{\partial U_{\text{eff}}}{\partial \phi}, \quad (2.19)$$

mit dem auf E_J normierten „Waschbrettpotential“

$$U_{\text{eff}} = \frac{\mathcal{U}_{\text{eff}}}{E_J} = [(1 - \cos \phi) - \gamma(t)\phi]. \quad (2.20)$$

Josephsonkontakt	Pendel	Waschbrettpotential
Josephsonphase ϕ	Auslenkwinkel ϕ	Ortskoordinate x
Spannung $\dot{\phi} \propto V$	Winkelgeschw. $\dot{\phi}$	Geschw. $\dot{x} = v$
normierter Biasstrom γ	Drehmoment M	antreibende Kraft F
Reibung $\frac{1}{R}$	Reibung Γ	Reibung ξ
Kapazität C	Trägheitsmoment Θ	Masse m

Tabelle 2.1: Vergleich der drei Analogmodelle: Josephsonkontakt, physikalisches Pendel und ein Teilchen im Waschbrettpotential.

Der Vergleich der verschiedenen Größen mit den anderen Modellen ist wieder in Tabelle 2.1 gegeben. Eine IV -Kennlinie kann mit Hilfe dieses Modells jetzt sehr anschaulich beschrieben werden. Liegt kein Biasstrom an, liegt das Teilchen in einer Potentialmulde fest. Erhöht man nun den Strom, so verkippt sich das Potential, bis für $I \geq I_0$ die Barriere verschwindet. Der kritische Strom ist erreicht und das Teilchen fängt an, das Potential herunter zu rollen. Da $\dot{\phi} > 0$ fällt Spannung über den Kontakt ab. Reduziert man den Strom bis zu einem Wert unterhalb des kritischen Stroms, so existieren wieder Barrieren im Waschbrettpotential. Aufgrund der Trägheit des Teilchens kann dieses jetzt allerdings bei geringer Dämpfung ($\beta_c > 1$) die Barrieren weiterhin überwinden und es fällt eine Spannung über den Kontakt ab (vgl. Gl. (2.4)). Der Josephsonkontakt zeigt also hysteretisches Verhalten. Bei hoher Dämpfung ($\beta_c < 1$) kann das Teilchen die Barriere nicht mehr überwinden und der Kontakt geht sofort wieder in einen spannungsfreien Zustand über.

2.2 Josephsonkontakt im Magnetfeld

Bisher wurden nur punktförmige Kontakte betrachtet. Setzt man einen Josephsonkontakt einem äußeren Magnetfeld H aus, kann diese Vereinfachung nicht mehr gemacht werden. Das bedeutet, die Ausdehnungen w und l des Kontakts müssen berücksichtigt werden (s. Abb. 2.3). w und l sind allerdings immer noch wesentlich kleiner als die sogenannte Josephseindringtiefe λ_J , so dass die von den Josephsonströmen verursachten Eigenfeldeffekte vernachlässigt werden können. Das Magnetfeld zeigt in Richtung der y -Achse (s. Abb. 2.3). Die Phasendifferenz $\phi = \phi(x)$ soll nun allerdings entlang der x -Achse variieren können. Nach Gl. (2.2)

hängt ϕ vom Vektorpotential \vec{A} ab. Betrachtet man den von den Punkten Q_1 , Q_2 , P_2 und P_1 (s. Abb. 2.3) umschlossenen magnetischen Fluss, muss gelten:

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{F} = \oint \vec{A} d\vec{s} \quad (2.21)$$

$$= \int_{Q_2}^{Q_1} \vec{A} d\vec{s} + \int_{P_2}^{Q_2} \vec{A} d\vec{s} + \int_{P_1}^{P_2} \vec{A} d\vec{s} + \int_{Q_1}^{P_1} \vec{A} d\vec{s}. \quad (2.22)$$

Setzt man die Integrationspunkte weit genug in das Innere des Supra-

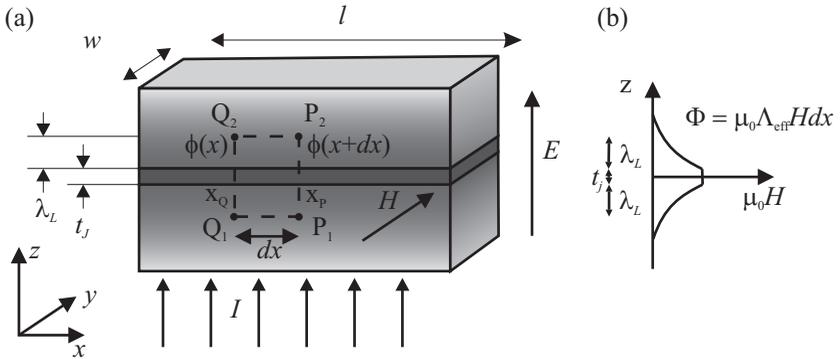


Abbildung 2.3: (a) Ein Josephsonkontakt mit Integrationspfad im Magnetfeld. Das Feld zeigt entlang der y -Achse. (b) Magnetfeldprofil durch den Kontakt entlang der z -Achse.

leiters, das heißt tiefer als die Londonsche Eindringtiefe λ_L , so dass die Abschirmströme exponentiell unterdrückt sind, können die Terme 2 und 4 in Gl. (2.22) vernachlässigt werden. Mit Gl. (2.2) kann Gl. (2.22) umgeformt werden zu

$$\frac{2\pi\Phi_k}{\Phi_0} = \phi(x + dx) - \phi(x). \quad (2.23)$$

Durch Abschirmung des magnetischen Feldes durch den Supraleiter ergibt sich für diesen eine effektive Eindringtiefe, die für dicke Elektroden ($d \gg \lambda_L$) durch $\Lambda = 2\lambda_L + t_j$ angenähert werden kann. t_j beschreibt dabei die Dicke der Tunnelbarriere. Allgemein gilt [Wei69, Fer65]

$$\Lambda = t_j + \lambda_{L,1} \tanh\left(\frac{d_1}{2\lambda_{L,1}}\right) + \lambda_{L,2} \tanh\left(\frac{d_2}{2\lambda_{L,2}}\right), \quad (2.24)$$

wobei $\lambda_{L,n}$ die Londonsche Eindringtiefe und d_n die Dicke der jeweiligen supraleitenden Elektrode bezeichnet. Der von Q_1 , Q_2 , P_2 und P_1 umschlossene Fluss ist somit durch $\Phi = \mu_0 H \Lambda dx$ gegeben. Durch eine Substitution in Gl. (2.23) erhält man schließlich für $dx \rightarrow 0$

$$\frac{\phi(x+dx) - \phi(x)}{dx} = \frac{d\phi}{dx} = \frac{2\pi\mu_0\Lambda}{\Phi_0} H. \quad (2.25)$$

Hieraus folgt, dass für homogenes H die Phasendifferenz ϕ linear entlang der x -Achse zunimmt

$$\phi(x) = \frac{2\pi\mu_0\Lambda}{\Phi_0} H \cdot x + \phi_0 \quad (2.26)$$

und somit nach Gl. (2.3) der Suprastrom entlang der x -Achse oszilliert. Dies führt zu einer Modulation des maximalen Suprastroms [BK04]

$$I_c(\Phi) = I_0 \left| \frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{\pi\Phi/\Phi_0} \right|, \text{ mit } \Phi = \Lambda L \mu_0 H \quad (2.27)$$

durch den Kontakt. Gleichung (2.27) ist mit dem aus der Optik bekannten Fraunhofer-Muster identisch, welches die Amplitude eines Lichtstrahls auf einem Schirm wiedergibt, der zuvor an einem Spalt der Breite Λ gebeugt worden ist.

2.3 Lange Josephsonkontakte und das Sinus–Gordon-Modell

Im Folgenden soll die Breite w der Josephsonkontakte immer noch viel kleiner, die Länge l allerdings viel größer als λ_J sein. Die Eigenfelder des Josephsonstroms können jetzt nicht mehr vernachlässigt werden.

Das Ersatzschaltbild eines langen Josephsonkontakts mit homogener Stromeinspeisung ist in Abb. 2.4 dargestellt. Einzelne punktförmige Kontakte sind dabei über einen Oberflächenwiderstand R_S und eine Induktivität L in einer Parallelschaltung miteinander verbunden (s. Abb. 2.4) [Sco64]. Unter Berücksichtigung der Flussquantisierung in den einzelnen Schleifen folgt:

$$\phi_{k+1} - \phi_k = \Phi_k = \frac{2\pi}{\Phi_0} (\Phi_{\text{ext}} - LI_k^L). \quad (2.28)$$

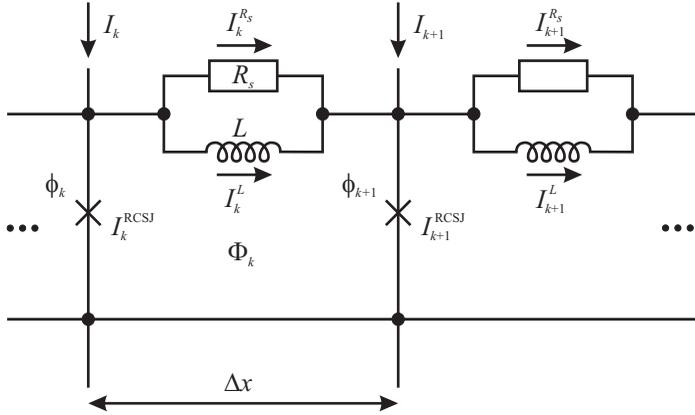


Abbildung 2.4: Ersatzschaltbild für einen langen Josephsonkontakt mit homogener Stromspeisung. Allgemeinere Fälle werden in Ref. [Lik86] diskutiert.

Der externe magnetische Fluss durch die k -te Schleife ist durch $\Phi_{\text{ext}} = \mu_0 H \Lambda \Delta x$ gegeben. Die Kirchhoffschen Maschenregeln liefern einen Ausdruck für den Strom am Knoten $(k + 1)$:

$$I_k^{R_s} + I_k^L + I_{k+1} = I_{k+1}^L + I_{k+1}^{R_s} + I_{k+1}^{\text{RCSJ}} \quad (2.29)$$

Durch Umschreiben von Gl. (2.28) und Gl. (2.29) und dem Übergang zum differentiellen Limes erhält man

$$\frac{\phi_{k+1} - \phi_k}{\Delta x} \stackrel{\Delta x \rightarrow 0}{=} \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{2\pi}{\Phi_0} (\mu_0 \Lambda H - L^* I^L) \quad (2.30)$$

und

$$\frac{\partial I^L}{\partial x} = j - j^{\text{RCSJ}} - \frac{\partial I^{R_s}}{\partial x}, \quad (2.31)$$

mit der spezifischen Induktivität $L^* = L/\Delta x$, $j = I/\Delta x$ und $j^{\text{RCSJ}} = I^{\text{RCSJ}}/\Delta x$. Durch erneutes Ableiten von Gl. (2.30) nach x erhält man

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \left(\mu_0 \Lambda \frac{\partial H}{\partial x} - L^* \frac{\partial I^L}{\partial x} \right). \quad (2.32)$$

Durch Einsetzen von $I^{R_s} = -1/\rho_s \cdot (\partial V/\partial x)$ [Sco70] und der RCSJ-Stromdichte (Gl. (2.15)) in Gl. (2.32) sowie unter der Annahme eines homogenen Magnetfeldes ($\partial H/\partial x = 0$), erhält man

$$\frac{\Phi_0}{2\pi L^*} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -j + j_0 \sin(\phi) + \frac{V}{\rho} + C^* \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}, \quad (2.33)$$

mit der spezifischen Kapazität $C^* = C/\Delta x$, dem spezifischen Widerstand $\rho = R\Delta x$ und dem Oberflächenwiderstand der supraleitenden Elektroden pro Längeneinheit $\rho_s = R_S\Delta x$. Man kann jetzt die Spannung V in Gl. (2.33) mit Hilfe der zweiten Josephsongleichung (Gl. (2.4)) in Abhängigkeit von ϕ angeben. Man erhält schließlich eine eindimensionale, nichtlineare Differentialgleichung dritter Ordnung für die Josephsonphase ϕ ,

$$\frac{\Phi_0}{2\pi L^*} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\Phi_0 C^*}{2\pi} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - j_0 \sin(\phi) = -j + \frac{\Phi_0}{2\pi \rho} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\Phi_0}{2\pi \rho_s} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^2 \partial t}. \quad (2.34)$$

Diese Gleichung wird die gestörte Sinus-Gordon-Gleichung (gSGG) genannt. Dabei ist j_0 die kritische Stromdichte, j die Biasstromdichte und ρ beschreibt den Flächenwiderstand des Quasiteilchenstroms pro Längeneinheit. Mit Hilfe der Josephsoneindringtiefe

$$\lambda_J = \sqrt{\frac{\Phi_0}{2\pi L^* j_0}}, \quad L^* = \mu_0 \Lambda_{\text{eff}}, \quad (2.35)$$

der charakteristischen Längenskala auf der sich die Phase ϕ ändern kann und unter Verwendung der Plasmafrequenz

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2\pi j_0}{\Phi_0 C^*}}, \quad C^* = \frac{\epsilon_0 \epsilon_j}{t_j}, \quad (2.36)$$

erhält man aus Gl. (2.34)

$$\lambda_J^2 \phi_{xx} - \frac{1}{\omega_0^2} \phi_{tt} - \sin(\phi) = -\frac{j}{j_0} + \frac{1}{\omega_0^2 C^* \rho} \phi_t - \frac{\lambda_J^2 L^*}{\rho_s} \phi_{xxt}. \quad (2.37)$$

In Gl. (2.35) ist Λ_{eff} gegeben durch [Wei69, Fer65]

$$\Lambda_{\text{eff}} = t_j + \lambda_{L,1} \coth\left(\frac{d_1}{2\lambda_{L,1}}\right) + \lambda_{L,2} \coth\left(\frac{d_2}{2\lambda_{L,2}}\right) \quad (2.38)$$

In Gl. (2.36) beschreibt ϵ_0 die elektrische Feldkonstante, ϵ_j die relative dielektrische Konstante der Barriere. Dabei wurde die Kurznotation ϕ_ξ für die partielle Ableitung $\partial\phi/\partial\xi$ verwendet.

Es ist praktisch, die gSGG wieder in normierten Koordinaten anzugeben. Dabei wird die Zeit in Einheiten der inversen Plasmafrequenz $1/\omega_0$

und die Ortskoordinate in Einheiten der Josephsoneindringtiefe λ_J angegeben:

$$\tilde{t} = \omega_0 t, \quad (2.39)$$

$$\tilde{x} = \frac{1}{\lambda_J} x. \quad (2.40)$$

Man erhält die gSGG in normierten Einheiten:

$$\phi_{\tilde{x}\tilde{x}} - \phi_{\tilde{t}\tilde{t}} - \sin \phi = -\gamma + \alpha \phi_{\tilde{t}} - \beta \phi_{\tilde{x}\tilde{x}\tilde{t}}. \quad (2.41)$$

Im weiteren werden x und t anstatt \tilde{x} und \tilde{t} für die normierten Einheiten verwendet. Die Störungsterme auf der rechten Seite von Gl. (2.41) werden definiert als:

$$\gamma = \frac{j}{j_c} = \frac{I}{I_0}, \quad (2.42)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\Phi_0}{2\pi j_0 \rho^2 C^*}} = \frac{1}{\rho C^* \omega_0}, \quad (2.43)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2\pi j_0 L^{*2}}{\Phi_0 C^* \rho_s^2}} = \frac{\omega_0 L^*}{\rho_s}. \quad (2.44)$$

Dabei beschreibt Gl. (2.42) den normierten Biasstrom, Gl. (2.43) die Dämpfung aufgrund des Widerstandes des Quasiteilchenstroms durch die Barriere und Gl. (2.44) die Dämpfung aufgrund der Oberflächenimpedanz der supraleitenden Elektroden. Im Fall von Nb-Al-AIO_x-Nb-Tunnelkontakten ist β viel kleiner als α und kann deshalb in den meisten Fällen vernachlässigt werden. Der β -Term spielt beispielsweise bei der Untersuchung von Details der *IV*-Kennlinien eine Rolle die bei der Untersuchung von Nullfeldstufen im relativistischen Regime wichtig werden [WKL⁺00].

Es zeigt sich, dass sich die im Rahmen des RCSJ-Modells diskutierten mechanischen Analogmodelle so erweitern lassen, dass sie die Physik eines langen Josephsonkontakts wiedergeben.

Das Pendel wird zu einer Pendelkette. Jedes einzelne Pendel stellt einen Josephsonkontakt aus dem Ersatzschaltbild dar. Die einzelnen Pendel sind dabei über Torsionsfedern miteinander gekoppelt, welche die Induktivität L repräsentieren. Ansonsten können die Größen wieder wie beim kurzen Kontakt miteinander verglichen werden, mit dem Unterschied,

dass die Josephsonphase ϕ jetzt von der Ortskoordinate x abhängig ist. Im Modell der Kugel im gekippten Waschbrettpotential muss das Potential in die zweite Dimension erweitert werden. Man erhält eine Potentiallandschaft. Die Kugel wird zu einer Kette von Kugeln, bzw. einem Gummiband.

2.4 Anregungen in langen Josephsonkontakten

Lange Josephsonkontakte besitzen ein weitaus größeres und reichhaltigeres Spektrum an Anregungen als punktförmige Kontakte. Die wichtigsten Anregungen sollen im Folgenden beschrieben werden.

Aus den ersten zwei Termen von Gl. (2.37) kann man durch Linearisierung eine Wellengleichung für die homogene SGG erhalten. Die Phasengeschwindigkeit einer linearen Welle im System wird hier durch die Swihart-Geschwindigkeit c_{sw} [Swi61]:

$$c_{\text{sw}} = \omega_0 \lambda_J = c \sqrt{\frac{t_j}{\epsilon_j \Lambda_{\text{eff}}}}. \quad (2.45)$$

beschrieben. c ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit. In langen Josephsonkontakten beträgt die Swihart-Geschwindigkeit aufgrund des Faktors t_j/Λ_{eff} nur wenige Prozent (3.4%) der Lichtgeschwindigkeit. Für lange Josephsonkontakte existieren einige Modelle, bei denen man die Swihart-Geschwindigkeit modifizieren muss [Lee91, LB92]. Dabei gibt es zwei wesentliche Ursachen für diese Modifikation. Zum einen ein geometrischer Faktor aufgrund der Tatsache, dass die beiden Elektroden eine Stripline bilden, zum anderen beeinflusst die Frequenzabhängigkeit der magnetischen Eindringtiefe, die durch die Mattis-Bardeen Theorie [MB58] beschrieben wird, die Swihart-Geschwindigkeit.

2.4.1 Plasmawellen

Um die grundlegenden Eigenschaften von Wellen kleiner Amplitude zu beschreiben, ist es sinnvoll, die gSGG unter Berücksichtigung kleiner Variationen der Phase $\tilde{\phi} = \phi - \phi_0$ zu linearisieren. Die Dämpfung wird

dabei vernachlässigt. $\phi_0 = \arcsin \gamma$ beschreibt dabei eine Lösung der gSGG. Man erhält

$$\tilde{\phi}_{xx} - \tilde{\phi}_{tt} + \cos(\phi_0(x, t)) \cdot \tilde{\phi} = 0. \quad (2.46)$$

wobei $\phi_0(x, t)$ die Lösung für eine periodische Vortexstruktur wiedergibt. Die Substitution eines linearen Wellenansatzes $\tilde{\phi} = f(x) \exp[i(\omega t + kx)]$ in Gl. (2.46) ergibt eine wiederum lineare Gleichung für die periodische Funktion $f(x) = f(x + 2\pi/k)$. Die Abhängigkeit $k(\omega)$ dieser Gleichung bestimmt die Dispersionsrelation für Wellen kleiner Amplitude. Der Vortex freie Zustand eines unendlich langen Kontakts ($\cos(\phi_0) = 1$) ergibt die Dispersionsrelation

$$\omega(k) = \sqrt{k^2 + 1}, \quad (2.47)$$

so dass nur Wellen mit $\omega > 1$ entlang des Kontakts propagieren können. Für Kontakte endlicher Länge ergibt sich hingegen ein diskretes Modenspektrum. Das heißt, in einem Kontakt der normierten Länge $l = L/\lambda_J$ können sich aufgrund der Randbedingungen $\phi_x(0) = \phi_x(l) = h$ (linearer Kontakt) bzw. $\phi(0) = \phi(l)$ und $\phi_x(0) = \phi_x(l)$ (annulare Geometrie) nur bestimmte Stehwellen bilden, was zu einer Diskretisierung der k -Werte

$$k_n = \frac{\pi}{L} \begin{cases} n, & \text{lineare Geometrie} \\ 2n, & \text{annulare Geometrie} \end{cases} \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.48)$$

führt. Für das Spektrum bedeutet dies ebenfalls eine Diskretisierung $\omega_n = \omega(k_n)$ (vgl. Gl. (2.47)).

2.4.2 Fluxonen

Betrachtet man die homogene oder ungestörte Sinus-Gordon-Gleichung

$$\phi_{xx} - \phi_{tt} + \sin \phi = 0, \quad (2.49)$$

so sind die Randbedingungen für einen unendlich langen Kontakt gegeben durch

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \phi(x) = n \cdot 2\pi, n \in \mathbb{Z}, \quad (2.50)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \phi_x(x) = 0. \quad (2.51)$$

Für Gl. (2.49) existiert eine exakte Lösung solitonischen Charakters

$$\phi_f(x, t) = 4 \arctan \left[\exp \left(\pm \frac{x - ut - x_0}{\sqrt{1 - u^2}} \right) \right]. \quad (2.52)$$

Diese Lösung beschreibt einen zirkulierenden Strom mit Zentrum x_0 und wird je nach Vorzeichen mit Fluxon oder Antifluxon bezeichnet. Es gilt dabei $\phi(\infty) - \phi(-\infty) = \pm 2\pi$. In Abb. 2.5 (a) ist der Verlauf der Phase $\phi(x)$ für ein Fluxon in Ruhe (durchgezogene Linie) und mit Geschwindigkeit $0.9c_{\text{sw}}$ (gestrichelte Linie) an der Position $x = 0$ zum Zeitpunkt $t = 0$ dargestellt. Der größte Teil des Wirbels ist hierbei auf einen Bereich von $\approx 2\lambda_J$ um x_0 begrenzt. Im Analogmodell der Pendelkette entsprechen Fluxonen einem 2π -Überschlag (s. Abb. 2.5 (e)). Die Funktion des Suprastroms $\sin(\phi)$ und des Phasengradienten ϕ_x sind in Abb. 2.5 (b) und (c) dargestellt. Der Phasengradient ϕ_x ist proportional zum Magnetfeld (s. Gl. (2.30)). Die Fläche, die unter der Kurve eingeschlossen ist, entspricht genau einem magnetischen Flussquant Φ_0 . Durch ihren solitonischen Charakter besitzen Fluxonen viele teilchenartige Eigenschaften wie Masse und Impuls. So wird bei Anlegen eines homogenen Biasstroms das Fluxon durch die auftretende Lorentzkraft beschleunigt. Aufgrund der Dämpfung α wird das Fluxon nicht beliebig schnell, es stellt sich vielmehr eine Gleichgewichtsgeschwindigkeit ein, in der sich die antreibende Lorentzkraft und die bremsende Reibungskraft die Waage halten. Für die Gleichgewichtsgeschwindigkeit des Fluxons kann folgender Wert gefunden werden [MS78]:

$$u = \left[1 + \left(\frac{4\alpha}{\pi\gamma} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (2.53)$$

Bei der Betrachtung eines einzelnen Fluxons in einem annularen Josephsonkontakt mit Geschwindigkeit u fällt im zeitlichen Mittel folgende Spannung ab:

$$\langle V \rangle = \frac{\Phi_0}{2\pi} \dot{\phi} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{2\pi u c_{\text{sw}}}{L} = \frac{u c_{\text{sw}} \Phi_0}{L} \quad (2.54)$$

Für $u \rightarrow 1$ nähert sich diese Spannung asymptotisch $V_{\text{ZFS}} = c_{\text{sw}} \Phi_0 / L$ an. Diese Fluxonbewegung manifestiert sich auf der IV -Kennlinie eines Josephsonkontakts mit geringer Dämpfung ($\alpha \ll 1$) als Stufe konstanter Spannung [FD73], der sogenannten Nullfeldstufe (ZFS)¹. Bei n Fluxonen im Kontakt tritt die Stufe folglich bei der Spannung nV_{ZFS} auf. In Abb. 2.5 (d) ist die Geschwindigkeit eines Fluxons in Abhängigkeit des Biasstroms aufgetragen. Ein typischer Wert für die Dämpfung ist

¹engl. zero field step

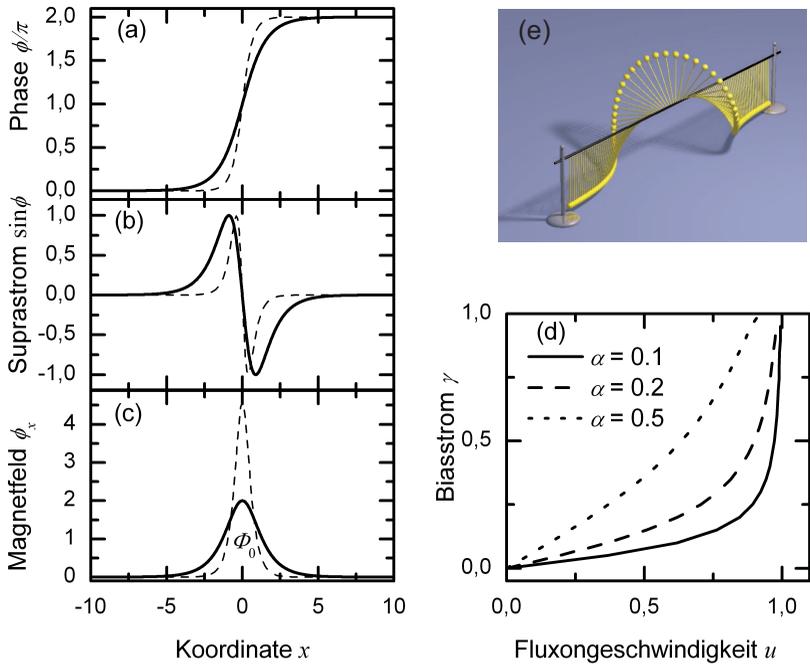


Abbildung 2.5: (a) Phasenprofil (b) Suprastromverteilung (c) Magnetfeld eines Fluxons. (d) Geschwindigkeit eines Fluxons u in Einheiten der Swihart-Geschwindigkeit in Abhängigkeit des Biasstroms. In den Abbildungen (a) – (c) entsprechen die durchgezogenen Linien einem ruhenden Fluxon. Die gestrichelten Linien entsprechen einem Fluxon mit 90% der Swihart-Geschwindigkeit. (e) Fluxon im Bild der Pendelkette.

$\alpha = 0,1$ für einen Nb-Al-AlO_x-Nb Supraleiter Isolator Supraleiter (SIS) Josephsonkontakt bei 4,2 K. Wie man in Abb. 2.5 (d) sehen kann, ist es möglich, das Fluxon fast bis zur Swihart-Geschwindigkeit c_{sw} zu beschleunigen. Effekte wie die Lorentzkontraktion und andere interessante relativistische Effekte können dabei beobachtet werden (s. Abb. 2.5 (a) – (c), gestrichelte Linie) [LDL⁺95, WUK⁺00, Wal01].

Fluxonen stellen einen angeregten Zustand der Sinus-Gordon-Gleichung dar (s. Kapitel 3). Sie können in abgeschlossenen Systemen nur paarweise auftreten: als Vortex- Antivortex-Paar. Die Bildung und Annullierung dieser Paare wurde in der Literatur ausführlich diskutiert [BL79, BL81, BHL83, Büt89, HMS88, BC95, CB98].

Kapitel 3

Theorie fraktionaler Flusswirbel

3.1 π -Kontakte

Bisher wurden die Situationen betrachtet, in denen man „gewöhnliche“ oder 0-Josephsonkontakte mit Gl. (2.3) beschreiben kann. Es zeigt sich, dass man auch Systeme finden kann, in denen eine negative Kopplungsenergie zwischen den beiden supraleitenden Elektroden besteht. Dies bedeutet, dass die Phasendifferenz im Grundzustand π und nicht 0 beträgt [BKS77, BKS78, GKI04, Hil08]. Diese Phasendifferenz in π -Josephsonkontakten kann allerdings auch als eine negative kritische Stromdichte angesehen werden. Für die erste Josephsgleichung gilt dann:

$$j_s = j_0 \sin(\phi + \pi) = -j_0 \sin(\phi), \text{ mit } j_0 > 0. \quad (3.1)$$

Mittlerweile sind derartige π -Kontakte in zahlreichen unterschiedlichen Systemen realisiert worden. In Josephsonkontakten, die eine ferromagnetische Zwischenschicht als Barriere besitzen (SFS-Kontakte) verursacht das magnetische Austauschfeld des Ferromagneten eine Oszillation des Ordnungsparameters. Bei richtiger Wahl der Dicke des Ferromagneten kann es so zu einer negativen Kopplungsenergie der beiden supraleitenden Elektroden kommen [BBP82, ROR⁺01]. Das Problem der intrinsisch hohen Dämpfung dieser SFS-Kontakte lässt sich durch eine zusätzliche isolierende Schicht in der Barriere lösen [KAL⁺02]. Aller-

dings war die kritische Stromdichte der bisherigen SIFS-Kontakte sehr gering. In jüngster Zeit ist es jedoch gelungen SIFS-Kontakte mit deutlich höheren kritischen Stromdichten zu realisieren [WTK06, WKG⁺06]. Somit können auch dynamische Effekte untersucht werden. Die kritische Stromdichte ist jedoch nach wie vor wesentlich geringer als die von Nb-AlO_x-Nb-Kontakten. Weitere Implementierungen bilden Josephsonkontakte, die *d*- und *s*-Wellensupraleiter als Elektroden verwenden [WHL⁺93, GS09]. Auf die zahlreichen weiteren Möglichkeiten soll nicht weiter eingegangen werden.

3.2 0- π -Kontakte und Semifluxonen

Ein sehr interessantes Phänomen ereignet sich bei der Realisierung einer 0- und einer π -Facette in einem Josephsonkontakt, einem sogenannten 0- π -Kontakt. Um den Phasensprung $\Delta\phi = \pi$ an der Diskontinuität am Übergang zwischen der 0- und der π -Facette des Kontakts auszugleichen, bildet sich spontan ein Kreisstrom, der wiederum eine Magnetisierung zur Folge hat [BKS78, XMT95]. Der Betrag des magnetischen Flusses dieser Magnetisierung entspricht genau einem halben magnetischen Flussquant Φ_0 , weshalb man auch von einem Semifluxon spricht [GKK02]. Der experimentelle Nachweis dieser Semifluxonen ist schon in verschiedensten Systemen erfolgreich durchgeführt worden [TKC⁺94, KTR⁺96, TK00, SYI02, HAS⁺03]. Semifluxonen sind nun an ihren Entstehungsort gebunden und können sich nicht wie die in Abschnitt 2.4.2 erwähnten Fluxonen frei im Kontakt bewegen. Es gibt zwei Zustände entgegengesetzter Polarität $\pm \frac{1}{2}\Phi_0$ mit gleicher Energie. Sie bilden deshalb den zweifach entarteten Grundzustand des Systems und ähneln daher eher, aufgrund ihrer Ausdehnung (ca. 40 μm), makroskopischen Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen.[ZG04].

Für eine quantitative Beschreibung wird wieder auf die gSGG zurückgegriffen. Die 0- und π -Bereiche werden durch einen zusätzlichen additiven Term beschrieben, der den Phasensprung an der Diskontinuität wiedergibt. Der zusätzliche Term ist für den 0- π -Übergang bei $x = 0$ eine Stufenfunktion

$$\theta(x) = \pi H(x) \tag{3.2}$$

und muss in der gSGG in Form der zweiten Ableitung berücksichtigt werden. $H(x)$ beschreibt dabei die Heaviside-Funktion. Man erhält:

$$\phi_{xx} - \phi_{tt} - \sin \phi = -\gamma + \alpha \phi_t + \theta_{xx}(x). \quad (3.3)$$

Eine nähere Betrachtung von Gl. (3.3) zeigt, dass die Lösung von $\phi(x)$ ebenfalls unstetig an der Stelle des $0-\pi$ -Übergangs ist. Man nennt diese Stelle deshalb auch Phasendiskontinuität. Man kann sich jetzt eine magnetische Phase $\mu(x)$ definieren, die die kontinuierliche Variation entlang des Kontakts darstellt und mit ϕ über

$$\phi(x, t) = \mu(x, t) + \theta(x). \quad (3.4)$$

verknüpft ist [GKK02]. Durch Umschreiben von Gl. (3.3) ergibt sich:

$$\mu_{xx} - \mu_{tt} - \sin(\mu) \cos(\theta) = \alpha \mu_t - \gamma(x). \quad (3.5)$$

Diese Version der gSGG ist nun besonders für numerische Berechnungen sinnvoll, da es unhandlich ist, mit δ -Funktionen zu rechnen.

Zur weiteren Vereinfachung wird ein unendlich langer Kontakt betrachtet. Wir gehen von einer statischen Version von Gl. (3.5) aus:

$$\mu_{xx}^{\mp} = \pm \sin \mu. \quad (3.6)$$

$\mu^{-}(x)$ beschreibt die linke Hälfte des Josephsonkontakts ($x < 0$), $\mu^{+}(x)$ die rechte Seite des Kontakts ($x > 0$). Das Semifluxon bildet sich nun aus, um den Phasensprung bei $x = 0$ zu kompensieren. Weit weg von der Diskontinuität kann der Einfluss des Phasensprungs im Josephsonkontakt vernachlässigt werden. Befindet sich der Kontakt im Grundzustand, erhält man folgende Randbedingungen:

$$\mu(-\infty) = 0, \quad \mu(+\infty) = \pi, \quad (3.7)$$

$$\mu_x(\pm\infty) = 0. \quad (3.8)$$

Die Lösung von Gl. (3.6) ist nun:

$$\mu^{-}(x) = 4 \arctan(\mathcal{G}e^x), \quad (3.9)$$

$$\mu^{+}(x) = 4 \arctan \frac{1 - \mathcal{G}e^{-x}}{1 + \mathcal{G}e^{-x}}, \quad (3.10)$$

$$= \pi - 4 \arctan(\mathcal{G}e^{-x}). \quad (3.11)$$

$\mathcal{G} = \tan(\pi/8) = \sqrt{2} - 1 \approx 0.414$ bezeichnet hierbei eine Integrationskonstante [GKK02]. Für die Phase ϕ ergibt sich

$$\phi(x) = -4\operatorname{sgn}(x) \arctan(\mathcal{G}e^{-|x|}). \quad (3.12)$$

Bei der Berechnung des magnetischen Feldes sollte man nun beachten, dass die Phase ϕ unstetig ist. Das magnetische Feld eines Semifluxons berechnet sich aus der Ableitung der Phase μ :

$$\mu_x(x) = \frac{2}{\cosh(|x| - \ln \mathcal{G})}. \quad (3.13)$$

Das Maximum des magnetischen Feldes findet sich am Ursprung und ergibt den Wert

$$\mu_x(0) = \frac{2}{\cosh \ln \mathcal{G}} = \frac{4}{\mathcal{G} + \frac{1}{\mathcal{G}}} = \sqrt{2}. \quad (3.14)$$

Im Vergleich entspricht der maximale Wert des normierten magnetischen Feldes eines Fluxons 2.

Die Suprastromverteilung ist:

$$\sin(\mu) = \mu_{xx} = -2\operatorname{sgn}(x) \frac{\sinh(|x| - \ln \mathcal{G})}{\cosh^2(|x| - \ln \mathcal{G})}. \quad (3.15)$$

Die Phase μ und ϕ , das Magnetfeld μ_x und der Suprastrom $\sin(\mu)$ sind in Abb. 3.1 für ein Fluxon und ein Semifluxon dargestellt. Auch hier kann man, ähnlich wie bei einem Fluxon, die Lösung der Phase ϕ des Semifluxons mit Hilfe des Pendelkettenmodells darstellen. Die Diskontinuität wird durch zwei benachbarte Pendel, die mit einer starren Stange verbunden sind, realisiert. Für die kontinuierliche Phase μ muss man für den π -Teil des Kontakts eine negative Gravitation annehmen. In diesem Bild entspricht der Grundzustand für einen π -Kontakt einer auf dem Kopf stehenden Pendelkette (s. Abb. 3.2).

Es ist zu beachten, dass die Lösung Gl. (3.12) ein positives Semifluxon beschreibt. Eine weitere Lösung ist durch ein negatives oder Antisemifluxon gegeben. Hierbei ändert sich nur das Vorzeichen. Entsprechendes gilt für das magnetische Feld (Gl. (3.13)) und den Suprastrom (Gl. (3.15)). Ein Antisemifluxon trägt im Gegensatz zu einem Semifluxon den magnetischen Fluss $-\Phi_0/2$. Bei einer Koordinatentransformation $x \rightarrow -x$ können wiederum Lösungen für ein Semi-

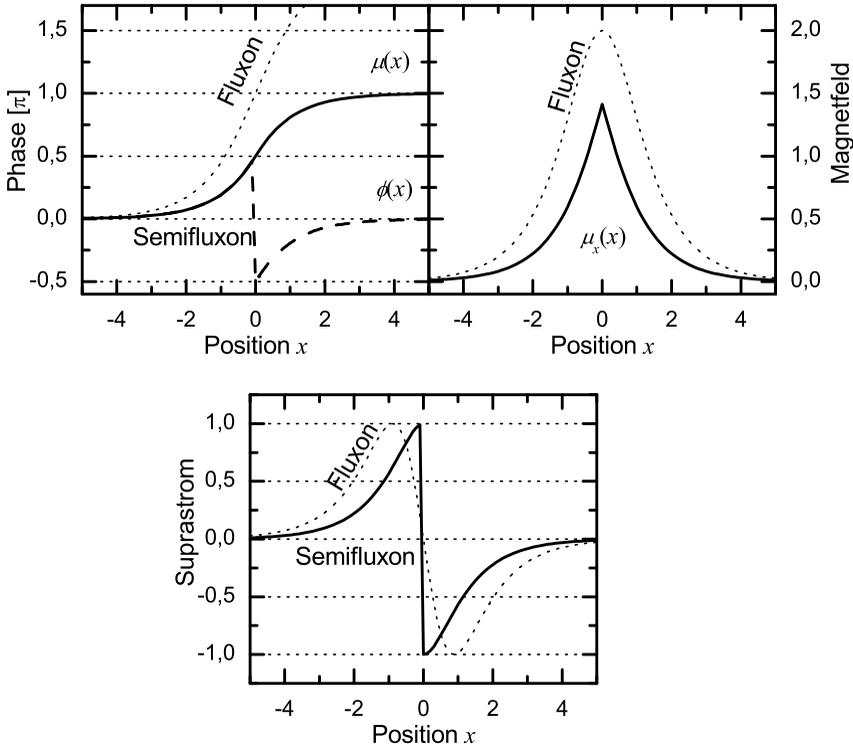


Abbildung 3.1: Phasenprofil ϕ (gestrichelte Linie) bzw. kontinuierliche Phase μ (durchgezogene Linie), Magnetfeld μ_x und Suprastrom $\sin(\phi)$ für ein Fluxon (gepunktete Linie) und ein Semifluxon (durchgezogene Linie) dargestellt [GKK02].

und ein Antisemifluxon gefunden werden. Es liegt also ein zweifach entarteter Grundzustand vor. Das heißt, die Polarität des Semifluxons hängt nicht vom Vorzeichen der θ -Funktion ab. Semifluxonen verhalten sich unter Wechselwirkung mit anderen (Semi)Fluxonen ähnlich wie Fluxonen untereinander. (Semi)Fluxonen gleicher Polarität stoßen sich ab, (Semi)Fluxonen unterschiedlicher Polarität ziehen sich an [GSKK04]. Des Weiteren gibt es einen kritischen Abstand a_c zwischen einem Semi- und einem Antisemifluxon, ab dem es energetisch günstiger ist, keine Semifluxonen auszubilden [GKK03, ZG04]. a_c hängt dabei von der Länge l des Kontakts ab. Die Phase $\mu(x)$ ist in diesem Fall über die gesamte Länge des Kontakts gleich Null. Die bisherige Annah-

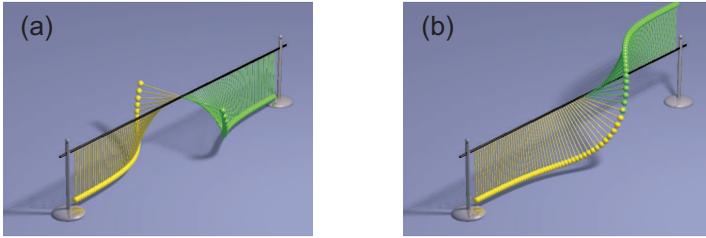


Abbildung 3.2: Veranschaulichung eines Semifluxons im Pendelkettenmodell für die Phase $\phi(x)$ (a) und $\mu(x)$ (b).

me eines symmetrischen $0-\pi$ -Kontakts wird auf komplexere Systeme mit mehreren 0 - und π - sowie asymmetrischen Facetten in den Referenzen [BKS78, KMS97, GKK02, GKK03, ZG04] verallgemeinert.

3.3 Fraktionale Flusswirbel

Bei der bisherigen Betrachtung war die Stufenhöhe der θ -Funktion auf π beschränkt. Verallgemeinert man die Situation allerdings auf den Fall einer beliebigen Stufenhöhe κ , so dass statt Gl. (3.2)

$$\theta(x) = \kappa H(x) \quad (3.16)$$

gilt, zeigt sich, dass die Lösung des Grundzustands durch fraktionale Flusswirbel gebildet wird. Diese fraktionalen Flusswirbel können dabei den magnetischen Fluss $\kappa/2\pi \cdot \Phi_0$ (direkter Vortex) oder $(\kappa - 2\pi)/2\pi \cdot \Phi_0$ (komplementärer Vortex) tragen mit $\kappa > 0$. Wie in Ref. [GKK04] beschrieben ist es wieder sinnvoll, die kontinuierlichen Phase $\mu(x)$ zu benutzen. Als Ausgangspunkt für die quantitative Betrachtung kann die statische SGG herangezogen werden:

$$\mu_{xx} = \sin(\mu + \theta). \quad (3.17)$$

Unter der Annahme, dass die Energiedichte

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\mu_x^2 + [1 - \cos(\mu + \theta)] \quad (3.18)$$

für $x \rightarrow \pm\infty$ verschwinden muss, erhalten wir ähnliche Randbedingungen wie bei den Semifluxonen:

$$\mu_x(\pm\infty) = 0, \quad (3.19)$$

$$\mu(-\infty) = 0, \quad (3.20)$$

$$\mu(+\infty) = -\kappa + 2\pi n. \quad (3.21)$$

Zusätzlich soll die Lösung $\mu(x)$ am Ort der Stufe in der θ -Funktion stetig und differenzierbar sein:

$$\mu(+0) = \mu(-0), \quad (3.22)$$

$$\mu_x(+0) = \mu_x(-0). \quad (3.23)$$

Zunächst gehen wir von einem direkten Vortex aus ($n = 0$). Als Lösung der Gl. (3.17) erhalten wir für $x < 0$ und $x > 0$ Teile eines Fluxons $\phi_f(x)$ (s. Gl. (2.52)), die um x_0 auf der x -Achse und für $x > 0$ um κ auf der μ -Achse verschoben sind. Wir erhalten

$$\mu^\kappa(x) = \begin{cases} \phi_f(x - x_0), & x < 0, \\ \kappa - \phi_f(-x - x_0), & x > 0. \end{cases} \quad (3.24)$$

Aus der Stetigkeit und Differenzierbarkeit von $\mu(x)$ erhält man die Konstante x_0

$$x_0 = -\ln \tan \frac{\kappa}{8} > 0. \quad (3.25)$$

Man kann erkennen, dass x_0 für $\kappa = \pi$ genau der Konstanten $\ln \mathcal{G}$ entspricht. Geht man nun von einem komplementären Vortex aus ($n = -1$) erhalten wir durch analoges Vorgehen

$$\mu^{\kappa-2\pi}(x) = \begin{cases} -\phi_f(x - x_0), & x < 0, \\ \kappa - 2\pi + \phi_f(-x - x_0), & x > 0, \end{cases} \quad (3.26)$$

und

$$x_0 = -\ln \tan \left(\frac{\kappa}{8} + \frac{\pi}{4} \right) > 0. \quad (3.27)$$

Im Bild des Pendelkettenmodells lassen sich die beiden Lösungen gut veranschaulichen. Anders wie bei einem $0-\pi$ -Kontakt, kann nicht einfach eine negative Gravitation in der κ -Facette für die einzelnen Pendel mit Auslenkwinkel μ angenommen werden. Die Gravitation ist hier um den Winkel κ gedreht. Betrachtet man das Pendelkettenmodell für die

Phase $\phi(x)$, so sind an der Diskontinuität die beiden benachbarten Pendel starr, unter dem Winkel κ , miteinander verbunden (s. Abb. 3.3). Die für die Semifluxonen herrschende Symmetrie ist gebrochen. Der Betrag des magnetischen Flusses der beiden Flusswirbel ist somit unterschiedlich groß.

Es ist nun sinnvoll, den Begriff der topologischen Ladung \wp [VSK⁺09] einzuführen. Diese ist ein Maß für die „Größe des Vortex“. Sind keine zusätzlichen Fluxonen im Kontakt kann sie definiert werden zu:

$$\wp \equiv \mu(+\infty) - \mu(-\infty). \quad (3.28)$$

Für den direkten bzw. komplementären Vortex bedeutet dies $\wp = -\kappa$ bzw. $\wp = (2\pi - \kappa)$. Ein Semifluxon trägt also die topologische Ladung $\wp = \pi$, ein Fluxon die Ladung $\wp = 2\pi$. Weiterhin besitzen „leichte“ bzw. „schwere“ Vortizes die Ladung $\wp < \pi$ bzw. $\wp > \pi$.

Im Prinzip kann man auch versuchen, Lösungen für andere n zu be-

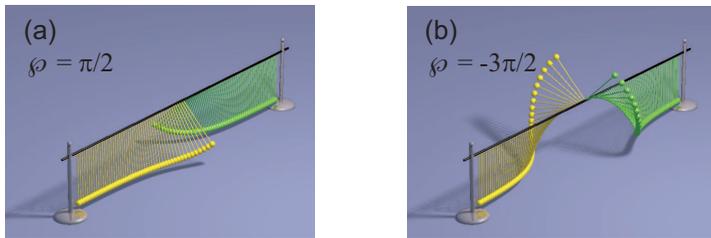


Abbildung 3.3: Veranschaulichung der Phase ϕ eines $-\pi/2$ -Vortex (a) mit der topologischen Ladung $\wp = \pi/2$ und seines komplementären Partners (b) im Pendelkettenmodell.

rechnen. Es zeigt sich jedoch, dass für $|\wp| = |\kappa + 2\pi n| > 4\pi$ keine explizite Lösung existiert. Für $2\pi < |\wp| < 4\pi$ können keine stabilen Lösungen gefunden werden. Diese Aussage kann über eine Energiebetrachtung erläutert werden. Bei der Aufstellung einer Hamilton-Funktion \mathcal{H} für einen Josephsonkontakt müssen die magnetische Feldenergie $\mu_x^2/2$, die kinetische Energie $-\gamma\mu$ und die potentiellen Energie (Gl. (2.20)) berücksichtigt werden [GKK04]:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\mu_x^2 + [1 - \cos(\mu + \theta)] - \gamma\mu. \quad (3.29)$$

Gl. (3.29) ist gleichzeitig auch ein Ausdruck für die Energiedichte. Durch Einsetzen von Gl. (3.26) und einer Integration über die Kontaktlänge

sowie der Annahme, dass $\gamma = 0$ ist, erhält man die Energie eines φ -Vortex:

$$E(\varphi) = 16 \sin^2 \frac{\varphi}{8}. \quad (3.30)$$

Mit Hilfe von Gl. (3.30) kann die Energie $E(2\pi) = 8$ eines Fluxons oder Semifluxons $E(\pi) = 4(2 - \sqrt{2})$ ausgerechnet werden. Über diese Energie kann wiederum verstanden werden, warum es keine Vortizes mit der topologischen Ladung $\varphi > 2\pi$ gibt, denn es gilt

$$E(\varphi + 2\pi) > E(2\pi) + E(\varphi) \text{ für } 0 < \varphi < 2\pi. \quad (3.31)$$

Das heißt, ein „schwerer“ Vortex spaltet sich in ein Fluxon und einen kleineren φ -Vortex auf.

In Abb. 3.4 sind die Stromverteilungen, das Magnetfeld und die Phase μ bzw. ϕ eines direkten und komplementären Vortex exemplarisch für $\kappa = \pi/2$ dargestellt [GKK04].

Bisher wurde ein unendlich langer Josephsonkontakt angenommen. In linearen Kontakten endlicher Länge ist ein Vortex, der eine topologische Ladung von $\varphi > \pi$ trägt, stabil für Biasströme kleiner dem sogenannten depinning Strom $\gamma_c(\varphi)$ des Vortex. Wird $\gamma_c(\varphi)$ überschritten, zerfällt der Vortex in ein $\varphi = (\kappa - 2\pi)$ -Vortex und ein Fluxon. Das Fluxon wird über den Rand des Kontakts emittiert. Es bleibt also nur der $\varphi = (\kappa - 2\pi)$ -Vortex zurück. In annularen Kontakten [DDKP85] hingegen ist dies aufgrund der abgeschlossenen Topologie nicht möglich. Das entstandene Fluxon kann nicht über den Rand entkommen. Auch gelten in annularen Kontakten andere Randbedingungen und die Lösung für einen φ -Vortex sieht etwas anders aus als in einem linearen Kontakt endlicher Länge. Für einen Ring des Umfangs l erhält man folgende Randbedingungen

$$\mu(l/2) = \mu(-l/2) + \kappa, \quad (3.32)$$

$$\mu_x(-l/2) = \mu_x(+l/2). \quad (3.33)$$

Eine Lösung von Gl. (3.17) lässt sich durch die Addition von unendlich vielen einzelnen φ -Vortizes mit Abstand $a = l$, die in einer Kette angeordnet sind

$$\mu(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mu^\varphi(x - na) \quad (3.34)$$

konstruieren. μ^φ bezeichnet hierbei die Lösung für einen einzelnen φ -Vortex in einem unendlich langen linearen Kontakt (s. Gl. (3.24)).

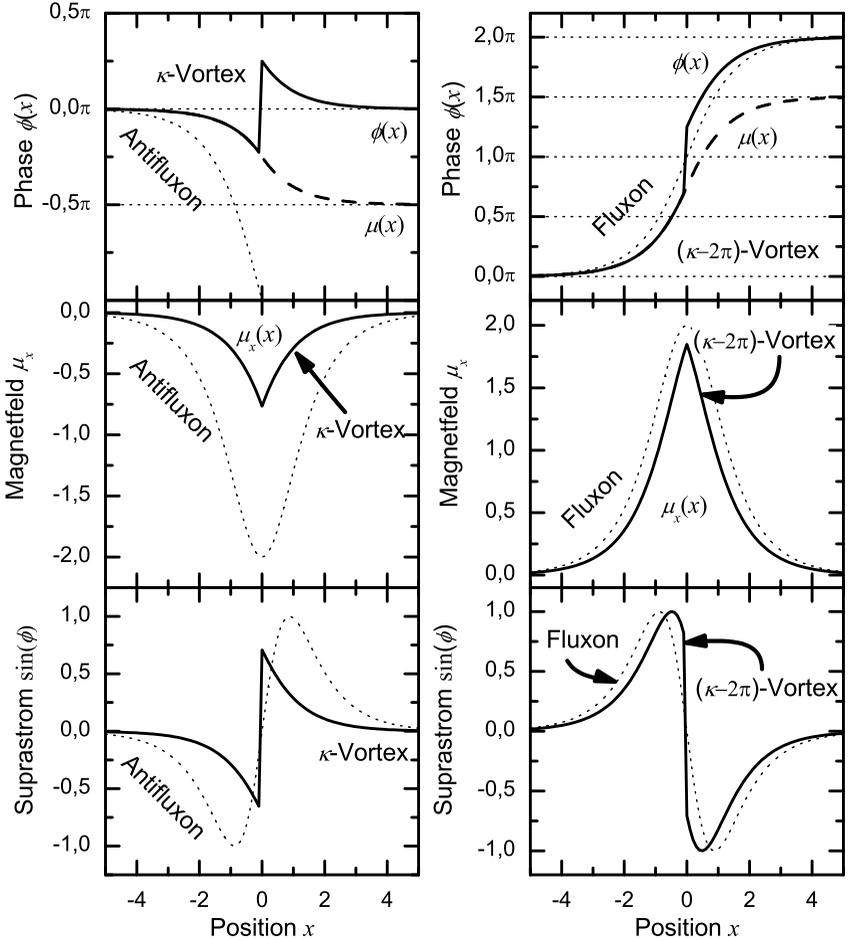


Abbildung 3.4: Aufgetragen ist das Phasenprofil $\phi(x)$ (durchgezogene Linie) bzw. die kontinuierliche Phase $\mu(x)$ (gestrichelte Linie), das magnetische Feld $\mu_x(x)$ und der Suprastrom $\sin(\phi)$ für einen direkten ($\varphi = -\pi/2$)-Vortex und einen komplementären ($\varphi = 3\pi/2$)-Vortex (durchgezogene Linie). Zum Vergleich ist ein Fluxon (gepunktete Linie) dargestellt [GKK04].

Wie bereits erwähnt, sind diese fraktionalen Flusswirbel an die Diskontinuität gepinnt. Bei der Betrachtung des speziellen Falles des fraktionalen Flusswirbels in einem annularen Kontakt kann der charakteristische oder auch depinning Strom eines fraktionalen Flusswirbels, bei dem ein Flu-

xon losgerissen wird, angegeben werden durch [Mal04, GSKK04, NLC02]

$$\gamma_c(\varphi) = \left| \frac{\sin(\varphi/2)}{\varphi/2} \right|. \quad (3.35)$$

Überschreitet man die depinning Stromdichte, wechselt der Kontakt in seinen resistiven Zustand. Für große Vortizes ($\varphi > \pi$) besteht die zusätzliche Möglichkeit, dass der Kontakt auf sogenannte Null-Feld-Stufen springt (vgl. 2.4.2), da der komplementäre ($\varphi = 2\pi - \kappa$)-Vortex kleiner ist und somit eine höhere kritische Stromdichte besitzt.

Für sehr lange ($l \rightarrow \infty$) lineare Kontakte gilt Gl. (3.35) nur im Bereich $-\pi < \kappa < \pi$, da die Phase für modulo 2π identisch ist und es keine topologischen Einschränkungen gibt. Das Fraunhofer-Muster wird deshalb im Abstand 2π periodisch wiederholt (s. Abb. 3.5). Erhöht man den Biass-

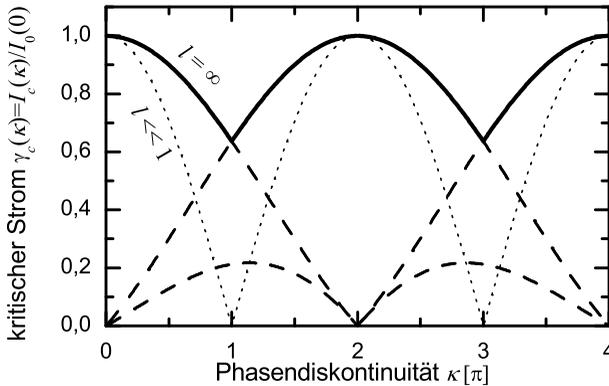


Abbildung 3.5: Kritischer, normierter Strom $\gamma(\kappa)$ in Abhängigkeit der Phasendiskontinuität κ für einen linearen Kontakt. Die gepunktete Linie entspricht dem depinning Strom eines sehr kurzen Kontakts.

trom γ bei festem κ und kreuzt eine gestrichelte Lösung, wird ein Fluxon aus dem Kontakt emittiert und es bleibt ein kleinerer $\varphi = (2\pi - \kappa)$ -Vortex zurück. Dieser besitzt dann wiederum ein höheres γ_c (durchgezogene Linie).

Für sehr kurze ($l \ll 1$) lineare Kontakte gilt allerdings eine andere Beziehung für die kritische Stromdichte [GGS⁺05]. Hier kann man annehmen, dass die Phase ϕ im Bereich des 0-Kontakts gleich ϕ_0 ist und im Bereich des κ -Kontakts ($\phi_0 - \kappa$) entspricht. Durch Variation von ϕ_0 kann der

depinning Strom in Abhängigkeit von κ gefunden werden:

$$\gamma_c(\kappa) = \left| \cos\left(\frac{\kappa}{2}\right) \right|. \quad (3.36)$$

In Abb. 3.5 ist diese Funktion ebenfalls dargestellt (gepunktete Linie). Es zeigt sich, dass die Position der Maxima und der Minima nicht von der Kontaktlänge abhängt. Der γ_c -Wert der Minima variiert jedoch und beträgt 0 für sehr kurze und $2/\pi$ für sehr lange Kontakte. Für alle anderen Längen befindet sich die entsprechende Kurve zwischen den beiden Extremen und sie kann nur numerisch bestimmt werden.

Um fraktionale Flusswirbel im Experiment zu realisieren, muss der in der gSGG zusätzliche θ_{xx} -Term erzeugt werden. Anders als bei $0-\pi$ -Kontakten sollte die Sprunghöhe κ der zweimal abgeleiteten Stufenfunktion $\theta = \kappa H(x)$ jetzt jedoch variabel sein. Dies kann durch einen künstlich erzeugten Stromdipol $\gamma_\theta(x)$ an einer Elektrode des Kontakts ermöglicht werden, der eine ähnliche Form wie die zweimal abgeleitete Stufenfunktion, besitzt (s. Abb. 3.6). Wie der θ_{xx} -Term bildet der Stromdipol $\gamma_\theta(x)$ einen additiven Beitrag zur gSGG. Allerdings ist zu beachten, dass die Diskontinuität aus Geometriegründen und aus der Tatsache, dass man bei einer punktförmigen Diskontinuität eine unendlich hohe Stromdichte für den Dipol bräuchte, jetzt eine endliche Ausdehnung besitzt. In erster Näherung macht dies jedoch nur einen geringen Unterschied, so lange die Ausdehnung der für den Stromdipol verantwortlichen Strukturen, die im weiteren als Strominjektoren bezeichnet werden, wesentlich kleiner sind als die Josephsoneindringtiefe λ_J . Die Injektoren sollen Δw breit sein und den Abstand Δx haben [Ust02, GSG⁺03, Mal04]. Die Diskontinuität κ ist dabei direkt proportional zum Injektorstrom I_{inj} und der Induktivität L_{inj} der Injektorgeometrie [GGS⁺05]. Dieses künstlich erzeugte System (s. Abb. 3.7) hat insbesondere den Vorteil, dass es mit Hilfe von Standard Nb-AlO_x-Nb-Kontakten umgesetzt werden kann. Nb-AlO_x-Nb-Kontakte besitzen eine sehr geringe Dämpfung, weshalb auch dynamische Eigenschaften fraktionaler Flusswirbel untersucht werden können. Außerdem lässt sich die kritische Stromdichte j_0 dieser Kontakte über mehrere Größenordnungen variieren (ca. 30 ... 4500 A/cm²). Diese hohe Flexibilität ermöglicht die Realisierung von Kontakten, die auch ohne experimentell größeren Aufwand vermessen werden können.

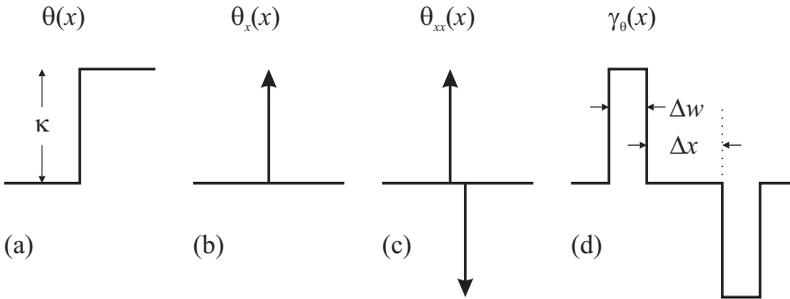


Abbildung 3.6: (a) – (c): Darstellung der Stufenfunktion $\theta(x)$ sowie deren erster und zweiter Ableitung. (d) Approximation von θ_{xx} durch den Stromdipol $\gamma_\theta(x)$ mit Breite Δw der Injektoren und Abstand Δx .

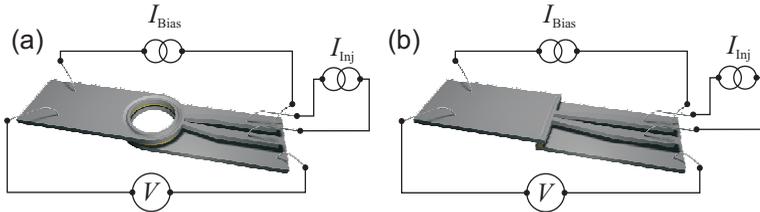


Abbildung 3.7: Annularer (a) und linearer (b) Josephsonkontakt mit Injektoren.

Die Abweichungen dieser künstlichen 0 - κ -Kontakte [GG⁺05, Gab07] von Kontakten mit idealer Diskontinuität werden in den nächsten Kapiteln untersucht. Insbesondere werden künstlich erzeugte Semifluxonen mit Semifluxonen in „idealen“ 0 - π -Kontakten verglichen.

3.4 Eigenfrequenz eines fraktionalen Flusswirbels

Wie bereits in Kapitel 3.3 erwähnt, sind fraktionale Flusswirbel an ihren Entstehungsort gebunden. Sie sind jedoch elastisch verformbar. In einem Gedankenexperiment kann man jetzt einen Biasstrom über den Kontakt anlegen. Dies erzeugt eine auf den Flusswirbel wirkende Lorentzkraft und verschiebt diesen aus der Gleichgewichtslage. Schaltet man jetzt den Biasstrom schlagartig aus, oszilliert der Flusswirbel mit

seiner Eigenfrequenz

$$\omega(\varphi) = \sqrt{\frac{1}{2} \cos \frac{\varphi}{4} \left(\cos \frac{\varphi}{4} + \sqrt{4 - 3 \cos^2 \frac{\varphi}{4}} \right)} \quad (3.37)$$

um die Gleichgewichtsposition. Eine genaue Herleitung der Eigenfrequenz kann in den Referenzen [GSK⁺05, Buc06] gefunden werden. In Abb. 3.8 ist die Funktion abgebildet. Bei $\varphi = 0$ befindet sich kein Fluss-

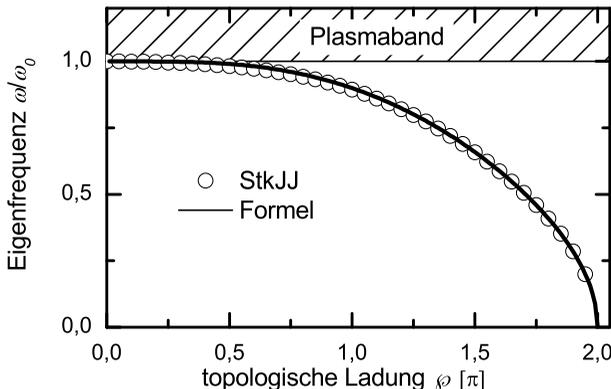


Abbildung 3.8: Eigenfrequenz eines fraktionalen Flusswirbels in Abhängigkeit von seiner topologischen Ladung φ .

wirbel im Kontakt und die Eigenfrequenz entspricht genau der Plasmafrequenz ω_0 . Bei $\varphi = 2\pi$ hat man ein komplettes Fluxon in den Kontakt injiziert. Dieses ist nun nicht mehr gepinnt und kann sich frei im Kontakt bewegen. Die Eigenfrequenz ist dem entsprechend Null.

Die Eigenfrequenz des Flusswirbels liegt innerhalb der Plasmabandlücke, ähnlich Störstellenniveaus in der Bandlücke von Halbleitern. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass Gl. (3.37) nur für unendlich lange Kontakte mit einer punktförmigen Diskontinuität gültig ist. Für annuläre und lineare Kontakte endlicher Länge kann die Eigenfrequenz nur numerisch bestimmt werden [GSK⁺05, SGK⁺05, GW06].

Bei der bisherigen Betrachtung wurde angenommen, dass der Biasstrom Null ist. Für $\gamma > 0$ lässt sich kein analytischer Ausdruck angeben, allerdings gilt in guter Näherung

$$\omega(\varphi, \gamma) \approx \omega(\varphi, 0) \sqrt[4]{1 - \left(\frac{\gamma}{\gamma_c(\varphi)} \right)^2}. \quad (3.38)$$

Es ist zu beachten, dass die endliche Ausdehnung der Injektoren ebenfalls einen Effekt auf die Eigenfrequenz hat. Die numerisch bestimmte Eigenfrequenz für eine punktförmige und eine ausgedehnte Diskontinuität mit $\kappa = \pi$ wird in Abb. 3.9 für einen annularen Kontakt der Länge $l = 10$ dargestellt. Die Injektoren haben hier die Breite $\Delta w = 0.35$ und einen Abstand $\Delta x = 0.1$ (vgl. Abb. 3.6). Es ist zu erkennen, dass sich die

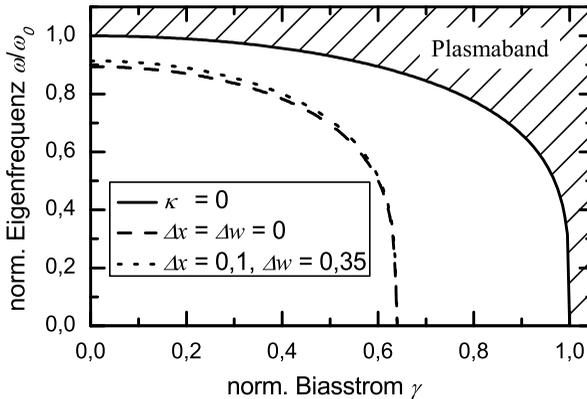


Abbildung 3.9: Eigenfrequenz eines Semifluxons ($\varphi = \pi$) in Abhängigkeit vom Biasstrom.

Eigenfrequenz $\omega(\varphi, \gamma)$ leicht zu höheren Frequenzen hin verschiebt.

3.5 Moleküle aus zwei fraktionalen Flusswirbeln

Koppelt man zwei fraktionale Flusswirbel in einem Kontakt, lassen sich verschiedene Konfigurationen, je nach Wahl des Vorzeichens der beiden Diskontinuitäten, finden.

Bei der Betrachtung von zwei Diskontinuitäten mit gleichem $\kappa > 0$ in einem unendlich langen linearen Kontakt gibt es zwei stabile Vortex-Konfigurationen für die beiden fraktionalen Flusswirbel: den symmetrisch ferromagnetischen Zustand $(-\kappa, -\kappa)$ und den asymmetrisch antiferromagnetischen Zustand $(-\kappa, 2\pi - \kappa)$. Bei ungleichem Vorzeichen von κ hingegen treten die beiden Möglichkeiten des symmetrischen antiferromagnetischen Zustands $(-\kappa, +\kappa)$ und des asymmetrischen ferromagneti-

schen Zustands ($2\pi - \kappa, +\kappa$) auf [GSK⁺05].

In einem System zweier gekoppelter fraktionaler Flusswirbeln beobachtet man eine Aufspaltung der Schwingungsmoden: Eine Mode, in der die Flusswirbel in Phase miteinander mit der Frequenz ω_+ schwingen und eine Mode, in der sie mit einem Phasenunterschied von 180° und der Frequenz ω_- schwingen.

Im Allgemeinen ist die Berechnung der Eigenfrequenzen eines Moleküls aus fraktionalen Flusswirbeln auf analytischem Wege nicht möglich. Deshalb wurden sie, wie bei einem Flusswirbel, numerisch mit der oben beschriebenen Methode bestimmt.

In den Experimenten wurden aus praktischen Gründen ausschließlich annulare Josephsonkontakte verwendet, in denen aufgrund der geschlossenen Geometrie die Flussverhaltung gilt und somit auch Flusswirbel mit topologischer Ladung $\varphi > \pi$ untersucht werden können. Für gleich große Diskontinuitäten bilden sich in annularen Kontakten immer die symmetrischen Anordnungen aus, weshalb ausschließlich diese im Folgenden behandelt werden. Die Flusswirbel sind dabei gleich weit voneinander entfernt und der normierte Abstand a entspricht somit genau der Hälfte des normierten Umfangs $l = 2\pi R/\lambda_J$ des annularen Josephsonkontakts. Wie bei zwei gekoppelten Pendeln wird die Aufspaltung der Eigenfrequenz größer, je stärker die Kopplung ist. Im Bilde der beiden fraktionalen Flusswirbel hängt die Kopplung vom Abstand a ab. Je kleiner der Abstand, desto größer die Kopplung und somit die Aufspaltung der Eigenfrequenz.

Ferromagnetische Anordnung Das Magnetfeldprofil μ_x eines Moleküls aus zwei ferromagnetisch angeordneten Flusswirbeln in einem $0-(-\kappa)-(-2\kappa)$ -Kontakt der Länge $l = 6$ ist in Abb. 3.10 (a) dargestellt. Diese Konfiguration ist stabil, solange $|\kappa| < 2\pi$ gilt. Für $|\kappa| > 2\pi$ ist es, wie in Kapitel 3.3 erwähnt, energetisch günstiger, ein Fluxon und einen $\varphi = (\kappa - 2\pi)$ Flusswirbel zu bilden.

Die untersten zwei Moden eines Moleküls als Funktion von κ sind in Abb. 3.11 (a) zu sehen. Durch die gegenseitige Vortexabstoßung ist die Frequenz der gleichphasigen Mode in der FM-Konfiguration niedriger als die der gegenphasigen Schwingungsmode.

Die Abhängigkeit des Eigenfrequenzspektrums vom Abstand a der Flusswirbel ist in Abb. 3.12 (a) für zwei Semifluxonen dargestellt. Zum Ver-

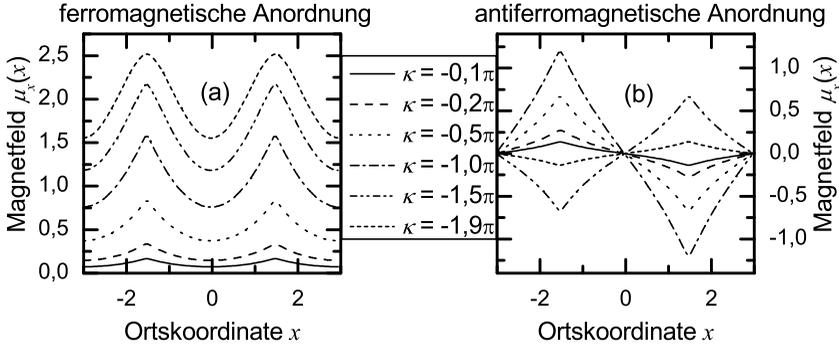


Abbildung 3.10: Magnetfeldprofile μ_x für verschiedene Diskontinuitäten κ eines annularen Kontakts der Länge $l = 6$ in den zwei fraktionalen Flusswirbel injiziert wurden.

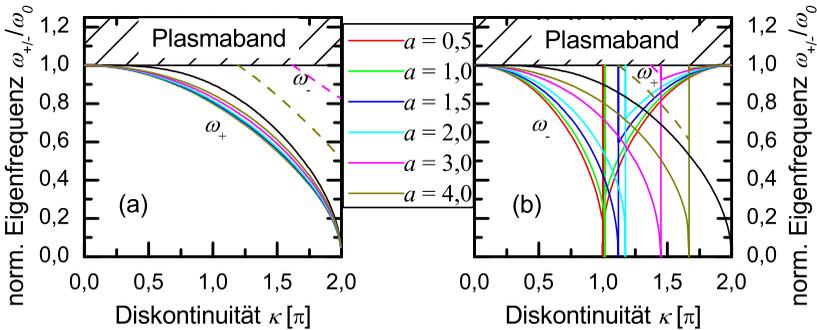


Abbildung 3.11: Eigenfrequenzen eines Moleküls in Abhängigkeit der Diskontinuität κ für (a) eine ferromagnetische Ausrichtung und (b) eine antiferromagnetische Ausrichtung. Die schwarze Kurve entspricht der Eigenfrequenz eines einzelnen fraktionalen Flusswirbels.

gleich wird auch noch die Eigenfrequenz eines einzelnen Semifluxons im annularen Kontakt gezeigt. Der Unterschied zwischen der ferromagnetischen und der antiferromagnetischen Anordnung ist für $\varphi = \pi$ maximal, da sich hier auch die kritischen depinning Ströme am stärksten unterscheiden (vgl. Kap. 6). Zum Vergleich ist in Abb. 3.12 (b) die Frequenzaufspaltung für zwei $\pi/2$ -Flusswirbel dargestellt. Für sehr kurze Kontakte ist die Aufspaltung der beiden Moden sehr groß. Die obere Mode verschiebt sich hier sehr schnell ins Plasmaband.

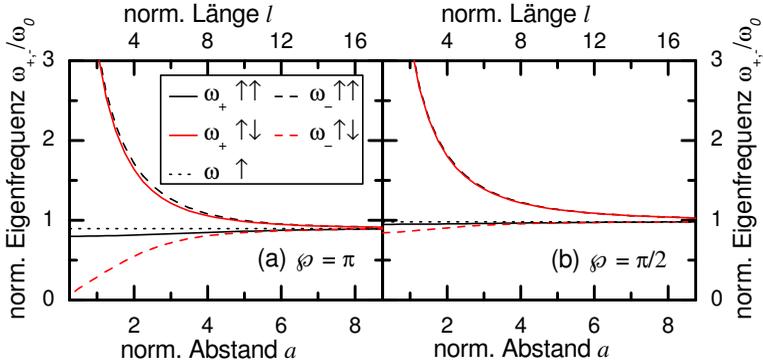


Abbildung 3.12: Längenabhängigkeit der Frequenzaufspaltung eines Flusswirbelmoleküls in einem annularen Kontakt. Zum Vergleich ist die Eigenfrequenz eines einzelnen fraktionalen Flusswirbels ebenfalls abgebildet (schwarze gepunktete Linie).

Antiferromagnetische Anordnung Für die antiferromagnetische Anordnung der Flusswirbel in einem $0(-\kappa)0$ -Kontakt der Länge $l = 6$ ist das Magnetfeldprofil μ_x in Abb. 3.10 (b) dargestellt. Im Gegensatz zur ferromagnetischen Anordnung gibt es hier eine kritische Diskontinuität κ_c mit $\pi < \kappa_c < 2\pi$, ab der die direkte Vortex-Konfiguration nicht mehr stabil ist. Wird κ über diesen Wert erhöht, wird ein Fluxon ausgetauscht und die beiden Flusswirbel gehen in ihren komplementären Zustand über. κ_c hängt dabei vom Abstand a der Flusswirbel zueinander ab. Es ist zu beachten, dass es deshalb in einem Intervall zwischen $(2\pi - \kappa_c) < |\kappa| < \kappa_c$ zwei stabile Lösungen gibt. Für $\kappa \neq \pi$ besitzen diese beiden Lösungen unterschiedliche Energie.

Im Gegensatz zur ferromagnetischen Anordnung besitzt hier die ω_+ -Mode die höhere Frequenz. Dies ist leicht einzusehen, da jetzt eine attraktive Wechselwirkung der beiden Flusswirbel existiert. Somit ist für die gleichphasige Schwingung die auf die Flusswirbel rücktreibende Kraft größer. Für die ω_+ -Mode bedeutet dies eine höhere Schwingungsfrequenz. In Abb. 3.11 (b) beschreiben die senkrechten Linien außerdem noch die kritische Diskontinuität κ_c . Die Abhängigkeit vom Abstand a ist in Abb. 3.12 wieder für zwei Semifluxonen dargestellt. Wie für die FM Anordnung ist die Aufspaltung für einen kurzen Kontakt sehr groß. Es ist zu beachten, dass für $a \rightarrow 0$ die Frequenz der ω_- -Mode ebenfalls gegen Null geht. Dies gilt jedoch nur für den Fall $\kappa = \pi$, da hier der

kritische Strom $\gamma_c(\kappa = \pi) = 0$ ist. Für $\kappa \neq \pi$ verringert sich zwar die Oszillationsfrequenz der ω_- -Mode für $a \rightarrow 0$ im Vergleich zu der Eigenfrequenz eines einzelnen Flusswirbels mit gleicher topologischer Ladung, sie bleibt jedoch immer größer Null.

Eine Erweiterung des Systems auf drei oder mehr fraktionale Flusswirbel führt zu Vortextkristallen. In Ref. [SGK⁺05] wird der Fall eines eindimensionalen Kristalls bestehend aus fraktionalen Flusswirbeln theoretisch diskutiert. Auf die experimentelle Umsetzung und Details zu den auftretenden Problemen wird in Kapitel 6 genauer eingegangen.

3.6 Thermische Aktivierung

In diesem Kapitel werden verschiedene Modelle des Aktivierungsprozesses der Phase ϕ in Josephsonkontakten vorgestellt. Es wird dabei auf die verschiedenen Dämpfungsregimes eingegangen. Weiterhin wird der Übergang vom thermischen in das quantenmechanische Regime erläutert, in dem die Aktivierung durch das makroskopische Quantentunneln dominiert wird.

3.6.1 Punktförmige Josephsonkontakte

Wie bereits in Abschnitt 2.1.2 erwähnt, kann ein kurzer Josephsonkontakt durch das Analogmodell eines Teilchens im Waschbrettpotential beschrieben werden (s. Abb. 3.13). Legt man einen Biasstrom an den Kontakt an, so verkippt sich das Potential (s. Abb. 3.13). Bei Erreichen des kritischen Stroms I_0 ist das Potential so stark verkippt, dass keine Barriere u_0 mehr vorhanden ist und das Teilchen das Potential herunter zu rollen beginnt. Aufgrund von thermischen oder quantenmechanischen Fluktuationen ist es dem Teilchen jedoch möglich, schon bei geringeren Biasströmen $I < I_0$ aus dem metastabilen Minimum zu entkommen. Im Bild der thermischen Aktivierung [Kra40, FD74, SLG88, SPC⁺88, TEU⁺89, HTB90] entspricht dieser Escape-Prozess einem Übergang vom spannungsfreien in einen Zustand mit endlicher Spannung.

Die Escape-Rate oder inverse Lebensdauer $\Gamma = \tau^{-1}$ ist dabei abhängig

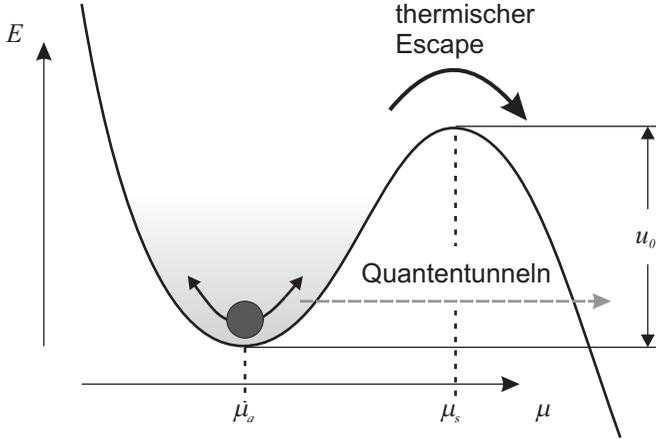


Abbildung 3.13: Teilchen im Waschbrettpotential.

von der Barrierenhöhe [CLT⁺96, WLC⁺03]

$$u_0 = U(\mu_s) - U(\mu_a) = 2E_J \left[\sqrt{1 - \gamma^2} - \gamma \arccos(\gamma) \right] \quad (3.39)$$

und der Oszillationsfrequenz für kleine Amplituden des Teilchens im Minimum, also der vom Biasstrom abhängigen Plasmafrequenz

$$\omega_{\text{pl}} = \sqrt{\frac{\partial^2 U / \partial \mu^2}{m}} = \omega_0 (1 - \gamma^2)^{1/4}. \quad (3.40)$$

$U(\mu_s)$ und $U(\mu_a)$ entsprechen dabei dem lokalen Maximum bzw. Minimum des Potentials (s. Abb. 3.13). Für $1 - \gamma \ll 1$ kann Gl. (3.39) zu

$$u_0 \approx E_J \frac{4\sqrt{2}}{3} (1 - \gamma)^{3/2} \quad (3.41)$$

angenähert werden. Es gibt nun verschiedene Modelle die Escape-Rate anzugeben [SPC⁺88].

Klassische Transition-State-Theorie Die klassische Transition-State-Theorie (TST) kann zur Beschreibung der thermisch aktivierten Escape-Rate herangezogen werden. Ihr liegen folgende Annahmen zu Grunde. Erstens, das Teilchen befindet sich immer im thermodynamischen Gleichgewicht. Zweitens, das Teilchen kann nicht mehr zurück, wenn es einmal über die Barriere gesprungen ist und drittens, das Teilchen befindet sich in einem schwachen metastabilen Zustand ($\hbar\omega_{\text{pl}}(\gamma) \ll$

$k_B T \ll u_0$). Dies führt zur inversen Lebenszeit $\Gamma = \tau^{-1}$ des Teilchens im metastabilen Minimum

$$\Gamma^{\text{TST}} = \frac{\omega_{\text{pl}}}{2\pi} \exp(-u_0/k_B T), \quad (3.42)$$

mit der Boltzmannkonstante k_B und der Temperatur T .

Berücksichtigt man zusätzlich die (Frequenz unabhängige) Dämpfung des Systems, führt dies zu einer Modifikation der entsprechenden Lebensdauer, insbesondere ist die Escape-Rate im Vergleich zur TST reduziert. Es stellt sich heraus, dass die Escape-Rate in einem System mit Dämpfung gegeben ist durch

$$\Gamma = \rho \Gamma^{\text{TST}}. \quad (3.43)$$

Der Vorfaktor ρ unterscheidet sich dabei in den unterschiedlichen Dämpfungsregimen.

Regime moderater bis starker Dämpfung Für moderate bis starke Dämpfung ist die Trajektorie des Teilchens stochastisch und es stellt sich heraus, dass es sogar einige Male das Maximum überschreiten kann bis es letztendlich aus dem metastabilen Zustand entkommt. Für moderate Dämpfung ist ρ gegeben durch

$$\rho = \rho_{MD} = \sqrt{1 + \left(\frac{\xi}{2\omega_b}\right)^2} - \frac{\xi}{2\omega_b}. \quad (3.44)$$

ω_b beschreibt dabei die Frequenz am parabolischen Maximum des Potentials oder einfach die Oszillationsfrequenz für kleine Amplituden des Teilchens im Minimum des umgedrehten Potentials $-U$. $\xi = 1/R$ gibt dabei die Dämpfung des Systems wieder. Für starke Dämpfung erhält man

$$\rho = \rho_{SD} = \frac{\omega_b}{\xi}. \quad (3.45)$$

Dies ist der Limes von Gl. (3.44) für $\alpha/\omega_b \rightarrow \infty$.

Schwache Dämpfung Auch im Regime schwacher Dämpfung ist die Escape-Rate wieder im Vergleich zur TST reduziert. Das Teilchen in der Senke befindet sich nicht im thermischen Gleichgewicht. Der thermische Escape-Prozess lässt das Teilchen, im Bereich von $k_B T$ um das Maximum

der Barriere, entkommen. Das heißt, der Vorfaktor ρ ist jetzt sowohl von der Temperatur als auch von der Barrierenhöhe u_0 abhängig. Für ein quadratisches plus ein kubisches Potential ergibt sich

$$\rho = \rho_{LD} = \frac{\xi}{k_B T} \frac{36u_0}{5\omega_{pl}}. \quad (3.46)$$

Diese Gleichung ist allerdings nur im Bereich $\rho_{LD} < 1$ gültig. Für praktische Betrachtungen sollte allerdings besser die Annahme $\rho \ll 1$ verwendet werden.

Übergangsregime Für einen Dämpfungsparameter $\xi/\omega_b \lesssim 0.2$ kann nach Ref. [BHL83] ein präziseres ρ gefunden werden

$$\rho = \rho_{ID} = \frac{4}{\left(\sqrt{1 + Qk_B T/1.8u_0} + 1\right)^2}. \quad (3.47)$$

$Q = \omega_b/\xi$ bezeichnet dabei den Gütefaktor. Abbildung 3.14 zeigt den Vorfaktor ρ für die verschiedenen Dämpfungsregimes. Dabei wurde $u_0/k_B T = 4$ angenommen.

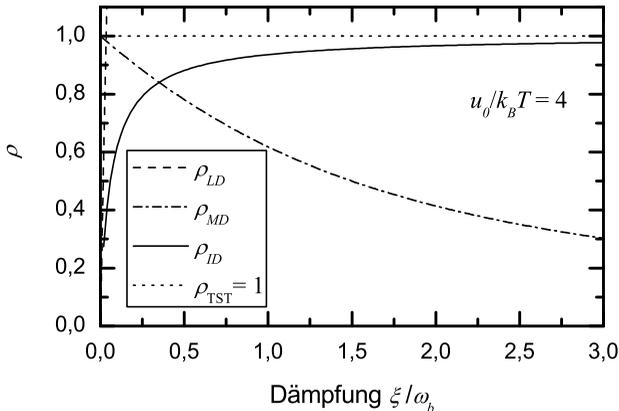


Abbildung 3.14: Vorfaktor ρ für die verschiedenen Dämpfungsregimes.

Übergang von der thermischen Aktivierung zum Quantentunneln Die crossover Temperatur T^* wird dadurch definiert, dass unterhalb dieser Temperatur das Quantentunneln durch die Barriere wahrscheinlicher als die thermische Aktivierung wird. Sie kann angegeben

werden durch [Aff81, GW84, WLC⁺03]:

$$T^* = \frac{\hbar}{2\pi k_B} \left[\left(\omega_b^2 + \frac{\xi^2}{4} \right)^{1/2} - \frac{\xi}{2} \right] \quad (3.48)$$

Es ist dabei zu beachten, dass die Dissipation im System T^* erniedrigt, so dass der Effekt des Quantentunnels durch die Dämpfung vermindert wird.

Auf die detaillierte Analyse der Escape-Raten für das Quantentunneln soll im weiteren nicht näher eingegangen werden. Diese können auch durch explizite Ausdrücke angegeben werden. Details können in den Referenzen [Aff81, GW84, SLG88, SPC⁺88, TEU⁺89, HTB90] nachgelesen werden.

3.6.2 Aktivierung der Phase in langen Josephsonkontakten

Wie bereits in Kapitel 2.3 erwähnt, muss das Analogmodell des Teilchens im Waschbrettpotential für lange Kontakte um eine weitere Dimension erweitert werden. Die dadurch entstandene Potentiallandschaft ist in Abb. 3.15 dargestellt. Zusätzlich muss eine räumliche Variation

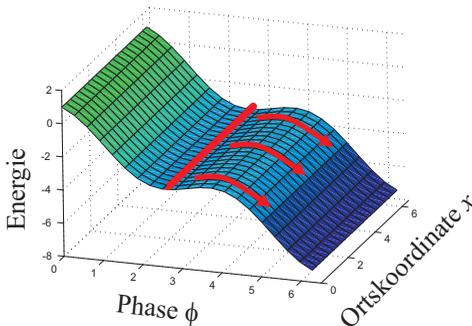


Abbildung 3.15: Analogmodell der Teilchenkette in einer Potentiallandschaft.

der Phase in Betracht gezogen werden. Für kurze Kontakte spielen diese Modifikationen eine untergeordnete Rolle, da sich die Phase eher durch eine starre Stange, als durch eine Kette, beschreiben lässt und sich als

Ganzes beim Aktivierungsprozess über die Barriere hebt. Um diesen homogenen Phasenscape-Prozess zu beschreiben, wird das zweidimensionale Potential wieder auf ein eindimensionales effektives Potential projiziert. Dabei ist die Höhe der effektiven Potentialbarriere u direkt proportional zur Josephsonkopplungsenergie $E_J \propto I_0 \propto l$. Das heißt, für längere Kontakte wird immer mehr Energie benötigt, um die Phase als Ganzes über die Barriere zu heben. So lange dieser Aktivierungsprozess der einzig mögliche ist, gilt $u = u_0$. Ab einer bestimmten Länge l_c sollte es energetisch günstiger sein, die Teilchenkette nicht mehr als ganzes über die Barriere zu heben sondern nur an einer lokalen Stelle. Dies entspricht dem Entstehungsprozess eines Fluxon-Antifluxon Paares [CTC⁺96, Kat00, Kat01, GK06]. Der Rest der Kette wird schließlich mitgerissen. Die für diesen Prozess benötigte Energie ist konstant. Das heißt, ab der Länge l_c dominiert dieser Aktivierungsprozess und die Aktivierungsenergie wird unabhängig von der Länge. Im Vergleich zu einem kurzen Kontakt sinkt also die Barrierenhöhe und es gilt $u < u_0$.

Die Aktivierungsenergie u kann numerisch bestimmt werden [KGB⁺09]. Wie in punktförmigen Kontakten ereignet sich die thermische Aktivierung der Phase über eine Barriere, deren Höhe über den Unterschied der Energie des Teilchens am niedrigsten Punkt der Senke und dem niedrigsten benachbarten Sattelpunkt der Potentiallandschaft gegeben ist. Die dazugehörigen Phasenprofile sind Lösungen der stationären Sinus-Gordon-Gleichung

$$\mu_{xx} - \sin[\mu + \kappa H(x)] + \gamma = 0. \quad (3.49)$$

Liegt kein externes Magnetfeld an, gelten wieder die Randbedingungen (3.19). Die potentielle Energie eines gegebenen Phasenverlaufs $\mu(x)$ ist durch

$$U = E_J \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \left[1 - \cos[\mu + \kappa H(x)] - \gamma\mu + \frac{1}{2}(\mu_x)^2 \right] dx \quad (3.50)$$

bestimmt. Um Lösungen $\mu_a(x)$ zu finden, die im energetischen Minimum und $\mu_s(x)$ im energetischen Maximum liegen, kann ein shooting-Algorithmus [PTVF99] verwendet werden. Die effektive Barrierenhöhe u ist jetzt gegeben durch

$$u = U(\mu_s) - U(\mu_a). \quad (3.51)$$

Für annuläre Kontakte ist es bequemer, die diskontinuierliche Phase ϕ zu nutzen. Gl. (3.49) ist für diesen Fall gegeben durch

$$\phi_{xx} - \sin \phi + \gamma + \kappa \delta_x = 0. \quad (3.52)$$

Die Diskontinuität befindet sich am Ort $x = 0$. Für die Randbedingungen bedeutet dies

$$\begin{aligned} \phi(0) &= \phi(l) + \kappa, \\ \phi_x(0) &= \phi_x(l). \end{aligned} \quad (3.53)$$

Es ist außerdem zu beachten, dass für alle Lösungen von Gl. (3.52) und Gl. (3.53)

$$\gamma = \kappa^{-1}[(1 - \cos \kappa) \cos \phi(0) - \sin \kappa \sin \phi(0)] \quad (3.54)$$

gilt [Mal04]. Mit dieser Bedingung kann das zweidimensionale Problem wieder auf ein eindimensionales reduziert werden, was für die Magnetfeldabhängigkeit nicht möglich ist.

Die Programme `ActivALJJ` und `ActivLLJJ` [Gab09] benutzen diese Methode zur numerischen Berechnung der Aktivierungsenergie.

Es muss im Folgenden noch auf die Grenzen des Simulationsprogrammes `ActivL(A)LJJv` hingewiesen werden (Grenzen im Sinne von exponentiell steigender Rechenzeit). Die Berechnung der Aktivierungsenergie stellt sich besonders für sehr kurze Kontakte (ca. $l = 1$) als schwierig heraus. Das Problem hier ist die Diskretisierung. Die Anzahl der Punkte, mit welcher die Phase diskretisiert wird, muss hier extrem fein eingestellt werden (ca. $NX = 500000$), um die Fehler in der Aktivierungsenergie auf ca. 10% zu beschränken. Die Genauigkeit wurde bei einzelnen h -Werten getestet. Um den Suchalgorithmus für den kritischen Strom zu beschleunigen, kann die Diskretisierung für diesen extra angegeben werden. Es können hier deutlich weniger Punkte gewählt werden (ca. $INTV = 400$), ohne Einschränkungen in der Genauigkeit zu erleiden. Werden die Kontakte länger, kann zumindest für die Berechnung der Aktivierungsenergie eine gröbere Diskretisierung NX gewählt werden. `ActivLLJJ` stößt jedoch wieder an seine Grenzen bei numerischen Berechnungen für große Magnetfelder h .

Auf die spezielle Problematik des Escape-Prozesses in langen Josephsonkontakten im Magnetfeld oder mit fraktionalem Flusswirbel wird im Detail in Kap. 5 eingegangen.

3.7 Resonante Aktivierung

Bei der Betrachtung der resonanten Aktivierung wird zusätzlich auf den DC-Biasstrom γ noch eine AC-Komponente, mit Frequenz ω_{ext} und auf I_0 normierter Amplitude γ_{ac} , addiert. Für punktförmige Kontakte kann dieser AC-Strom in Gl. (2.16) durch einen zusätzlichen Term berücksichtigt werden

$$\phi_{tt} + \alpha\phi_t + \sin\phi = \gamma + \gamma_{ac}\sin(\omega_{\text{ext}}). \quad (3.55)$$

Abbildung 3.16 illustriert den betrachteten Prozess schematisch. Für

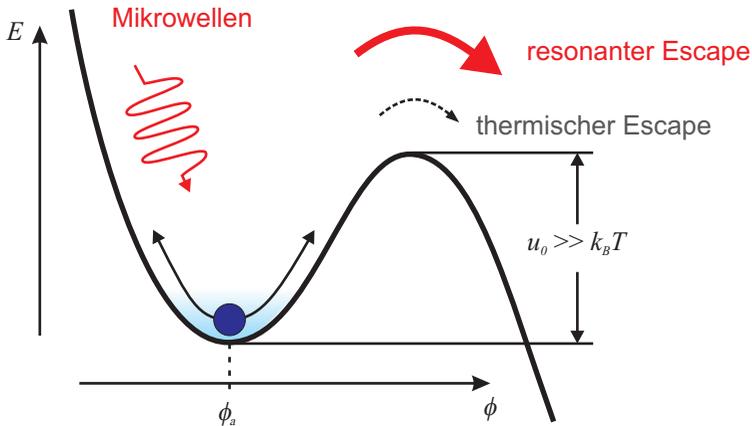


Abbildung 3.16: Schematische Darstellung eines Teilchens im Waschbrett-potential unter Mikrowelleneinstrahlung.

$\gamma_{ac} = 0$ befindet sich das Teilchen im Minimum des Potentials. Hinreichend große thermische Fluktuationen können das Teilchen dabei wie in Kap. 3.6 beschrieben thermisch aktivieren. Die resonante Aktivierung bietet für $\gamma_{ac} > 0$ einen alternativen Mechanismus für den Escape. Die anharmonische Form des Potentials bedeutet allerdings, dass man als Resonanzfrequenz nicht einfach die vom Biasstrom abhängige Plasmafrequenz Gl. (3.40) verwenden kann. Im wesentlichen gibt es bisher zwei verschiedene Modelle, auf die im Folgenden kurz eingegangen werden soll.

Beim ersten Modell liefert ein einfacher anharmonischer Ansatz des klassischen Modells explizite Ergebnisse [Lik86, GJCC⁺04, GJC04, BCGJ10]. Diese Ergebnisse erhält man durch einen monochromatischen Ansatz $\phi = \phi_0 + a\sin(\omega_{p1}t)$ (ϕ_0 beschreibt eine Konstante und a die

Oszillationsamplitude) in Gl. (3.55) für $\alpha = \gamma_{ac} = 0$. Dies führt zu einer effektiven Relation $J_0(a) \sin \phi_0 = \gamma$ und

$$\omega_{\text{pl}^*}^2 = \frac{2J_1(a)}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{\gamma}{J_0(a)} \right)^2}, \quad (3.56)$$

mit der Besselfunktion J_n n -ter Ordnung. Da die Experimente so ausgeführt werden, dass eine hohe Wahrscheinlichkeit für einen Escape des Systems in der Nähe der Resonanz und eine geringe im nicht resonanten Fall gegeben ist, sollte die Amplitude des AC-Anteils γ_{ac} so gewählt werden, dass die resultierenden Oszillationensamplitude a den Wendepunkt des effektiven Potentials erreicht; beispielsweise

$$a = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \frac{\gamma}{J_0(a)}. \quad (3.57)$$

Oszillationen dieser Amplitude führen zu einer hohen statistischen Wahrscheinlichkeit eines Escapes. Eine nützliche explizite Näherung für $\gamma \rightarrow 1$ ist gegeben durch $a^2 = \frac{4}{3}(1 - \gamma)$. Das Einsetzen dieses Ergebnisses in Gl. (3.56) liefert eine Relation zwischen der anharmonischen klassischen Resonanz und der Biasstrom abhängigen Plasmafrequenz. Für kleine Amplituden der Oszillation $a \rightarrow 0$ geht Gl. (3.56) dabei in $\omega_{\text{pl}}(\gamma)$ über.

Beim zweiten Modell wird ein nichtlinearer Oszillator (physikalisches Pendel) unter der Einwirkung von sowohl zeitunabhängiger (γ) als auch resonant oszillierender Antriebskraft ($\gamma_{ac} \sin \omega_{\text{ext}} t$) betrachtet. Durch die Verwendung der „harmonischen Balance“ Methode [BM61] kann die Lösung für Gl. (3.55) als Summe von zwei Termen geschrieben werden: ein schnell resonant oszillierender Term und ein sich mit der Zeit langsam ändernder quasistationärer Term $\phi_0(t)$. Durch Anwendung der Störungstheorie zweiter Ordnung erhält man die transzendente Gleichung für die Gleichgewichtslage von ϕ_0 :

$$\gamma(\phi_0) = \sin \phi_0 \left[1 - \frac{\gamma_{ac}^2/2}{(\omega_{\text{ext}}^2 - \cos \phi_0)^2 + \alpha^2 \omega_{\text{ext}}^2} \right]. \quad (3.58)$$

Es stellt sich nun heraus, dass ab einem bestimmten Schwellwert $\gamma_{ac,th}$ zwei stabile Librationszustände existieren. Unter der Annahme $\alpha \ll \omega_{\text{ext}} \ll 1$ lässt sich dieser Wert angeben zu [FU00]

$$\gamma_{ac} \geq \gamma_{ac,th} = \frac{4\omega_{\text{ext}}^2}{3^{3/4}} \sqrt{\alpha^3 \omega_{\text{ext}}}. \quad (3.59)$$

Wird der Schwellwert $\gamma_{ac,th}$ überschritten, kann das Pendel entweder den zweiten stabilen Librationszustand einnehmen oder direkt in den rotierenden Zustand übergehen. Eine Stabilitätsanalyse ergibt eine kritische Amplitude

$$\gamma_{ac,c} \cong \omega_{ext}^3 \alpha \quad (3.60)$$

für den direkten Übergang in den rotierenden Zustand [FU00]. Demzufolge ergeben sich je nach Librationszustand unterschiedliche kritische DC-Ströme $\gamma_c(\gamma_{ac})$ für den Übergang in den Rotationszustand. Die über diese Methode ermittelte $\gamma_c(\gamma_{ac})$ Abhängigkeit ist exemplarisch in Abb. 3.17 dargestellt. Die Sprunghöhe $\Delta\gamma$ an der Stelle $\gamma_{ac,c}$ ist nun von α

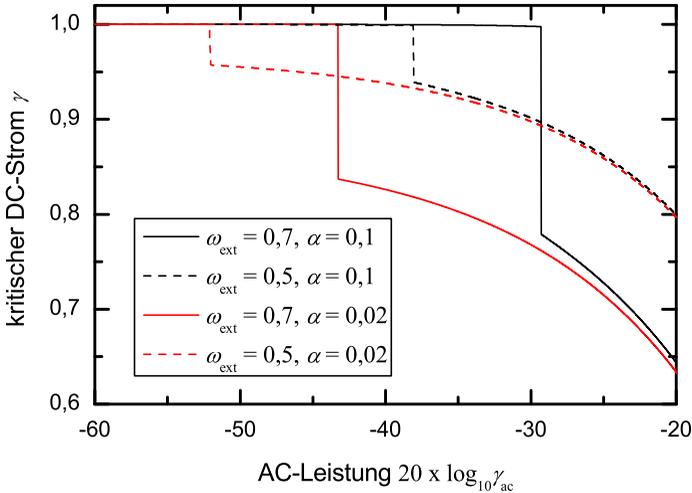


Abbildung 3.17: Kritischer DC-Strom γ_c in Abhängigkeit von der AC-Amplitude γ_{ac} für verschiedene AC-Frequenzen ω_{ext} und Dämpfungsparameter α .

und ω_{ext} abhängig. Für verschiedene Dämpfungsparameter α sind die entsprechenden $\gamma_c(\gamma_{ac,c})$ in Abb. 3.18 zu sehen. Es ist gut zu erkennen, dass für $\alpha \rightarrow 0$, die Kurven sich der biasstromabhängigen Plasmafrequenz

$$\omega_{pl}(\gamma) = \sqrt[4]{1 - \gamma^2} \quad (3.61)$$

annähern.

Beim Vergleich ist für beide Modelle der Resonanzpunkt um etwa 10% gegenüber der biasstromabhängigen Plasmafrequenz reduziert. Während

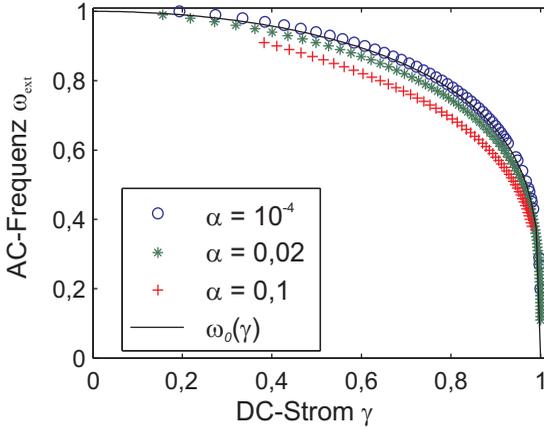


Abbildung 3.18: Kritischer DC-Strom in Abhängigkeit von der AC-Frequenz ω_{ext} für die kritische Amplitude $\gamma_{ac,c}$ (Symbole) und die Biasstrom abhängige Plasmafrequenz $\omega_{pl}(\gamma)$ (Linie)

beim zweiten Modell sich für verschwindende Dämpfung die $\gamma_c(\gamma_{ac,c})$ -Kurven an Gl. (3.61) annähern, ist das erste Modell dämpfungsunabhängig. Es stellt sich daher die Frage, für welche Dämpfungsregimes Gl. (3.57) gültig ist und in wie weit man quantitative Aussagen für die stark vereinfachten Modelle treffen kann. Eine Diskussion hierüber findet sich in Kap. 6.

Kapitel 4

Probenherstellung und experimenteller Aufbau

Die in dieser Arbeit untersuchten Proben wurden am Institut für mikro- und nanoelektronischer Systeme in Karlsruhe von der Arbeitsgruppe von Prof. Siegel angefertigt. Die Messungen bei 4,2 K an diesen Proben konnten in einem sehr einfachen Messaufbau in einer Heliumkanne durchgeführt werden. Für die Messungen bei variabler Temperatur bis zu 20 mK wurde hauptsächlich ein Mischkryostat mit geringer Kühlleistung, der uns vom Walter-Meissner-Institut in Garching zur Verfügung gestellt wurde, verwendet. Ein konventionell erworbener Mischkryostat der Firma Leiden Cryogenics B. V.¹ befand sich noch im Aufbau und wurde deshalb nur für einige wenige Vergleichsmessungen verwendet. Die Probenherstellung und eine detaillierte Beschreibung des Messaufbaus findet sich in den nächsten Abschnitten.

4.1 Probenherstellung und Design

Die Nb-AlO_x-Nb-Kontakte sind in einem Standard Trilagenprozess angefertigt worden. Details zu diesem Prozess können in Ref. [Mec09] nachgelesen werden.

Im ersten Prozessschritt wird ein 300 μm dickes Siliziumsubstrat oxi-

¹Typ MNK 126

diert. Es entsteht dabei eine 500 – 600 nm dicke isolierende Oxidschicht. Anschließend wird die erste Nb-Lage (M2a) und die Aluminiumschicht aufgesputtert. Die Aluminiumschicht wird in einer Sauerstoffatmosphäre oxidiert. Die dabei entstandene AlO_x -Schicht bildet die Tunnelbarriere des Josephsonkontakts. Als nächstes folgt wieder eine Schicht Nb (M2b). Der erste photolithographische Schritt wird mittels eines Positiv-Prozesses durchgeführt und dient zur Strukturierung der M2a-Ebene. Die Positionierungsgenauigkeit der Maske beträgt dabei ca. $1 \mu\text{m}$. Das Niob wird mittels reaktivem Ionenätzen (RIE) abgetragen. Zum Entfernen der AlO_x -Schicht wird physikalisches Ionenstrahlätzen verwendet.

Der nächste Lithographieschritt definiert die Kontaktfläche. Es handelt sich ebenfalls um einen Positiv-Prozess. Die nicht geschützten Bereiche der M2b-Ebene werden wieder mittels RIE entfernt und das Nb anschließend anodisch zu isolierendem Niobpentoxid (Nb_2O_5) oxidiert.

Die nachfolgende SiO-Schicht zur weiteren Isolation wird mit Hilfe eines Lift-Off-Prozesses strukturiert. Die Löcher in dieser Schicht definieren den Kontakt zwischen der M2b- und der M3-Ebene. Die Fenster in der SiO-Schicht sind immer etwas kleiner als die eigentliche Kontaktfläche, um sicher zu stellen, dass keine Kurzschlüsse zwischen der M3- und der M2a-Ebene entstehen. Die SiO-Ebene besteht außerdem aus vier Schichten, um das Risiko von Löchern innerhalb dieser Ebene zu minimieren. Als letzter Schritt wird noch eine Lage Niob (M3) aufgesputtert. Die Strukturierung erfolgt wieder über einen Lift-Off-Prozess. Die schematische Darstellung eines Querschnitts ist in Abb. 4.1 dargestellt.

Im Rahmen der Arbeit von Ref. [Mec09] wurde der Prozess dahingehend optimiert, dass Strukturen in der M3-Ebene realisiert werden können, deren Größenordnung im $1 \mu\text{m}$ -Bereich liegen. Es können somit Injektoren gebaut werden, deren Breite $\Delta w = 1 \mu\text{m}$ beträgt. Wie bereits in Kap. 3.3 erwähnt, soll die Ausdehnung $2\Delta x + \Delta w$, der für die Diskontinuität verantwortlichen Strukturen, wesentlich kleiner sein als die Josephsoneindringtiefe λ_J . Die Diskontinuität κ ist dabei proportional zum Injektorstrom I_{inj} und der Induktivität L_{inj} der Injektoren. Will man den Injektorstrom klein halten, um Eigenfeldeffekte durch den Injektorstrom und Heizeffekte in den Zuleitungen zu minimieren, muss L_{inj} groß sein. Hierzu sollte man den Abstand der Injektoren Δx möglichst groß wählen. Um die Ausdehnung der Strukturen kleiner λ_J zu halten, ist es jetzt sinnvoll, die Breite Δw der Injektoren zu minimieren. Bei

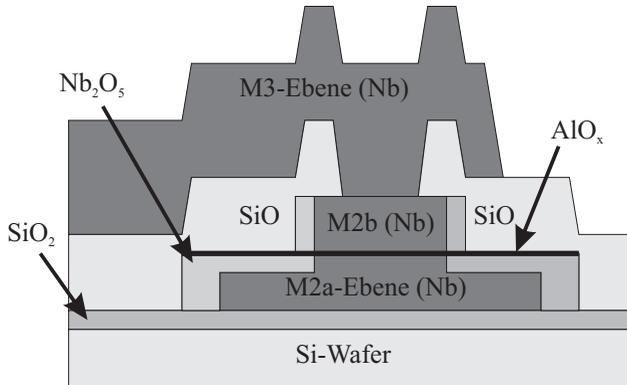


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung eines Querschnitts durch einen Josephsonkontakt.

den hier vorgestellten Kontakten ist die kritische Stromdichte relativ gering, weshalb diese kleinen Strukturen noch nicht wirklich notwendig sind. Es werden jedoch höhere kritische Stromdichten angestrebt, um höhere crossover Temperaturen $T^* \propto \sqrt{j_0}$ zu realisieren. Für höhere kritische Stromdichten erniedrigt sich $\lambda_J \propto 1/\sqrt{j_0}$ (Gl. (2.35)), weshalb die Strukturen ebenfalls kleiner werden müssen. Die Kontaktbreite w sollte ebenfalls so schmal wie möglich gehalten werden, da der kritische Strom I_0 aufgrund von Eigenfeldeffekten nicht zu groß werden sollte.

Eine weitere Möglichkeit, den für eine Diskontinuität κ verantwortlichen Strom zu minimieren, besteht darin, die M3-Ebene zwischen den Injektoren direkt über dem Kontakt auszuschneiden (Cut). Der Strom muss jetzt direkt durch die M2b-Ebene fließen (s. Abb. 4.2). Es ist allerdings nur ein Kontakt (P6 s. Tab. 4.2) der in dieser Arbeit vorgestellten Proben mit einem solchen Cut ausgestattet. Man benötigt in diesem Kontakt einen ca. 5-fach geringeren Strom I_{inj} , um eine bestimmte Diskontinuität zu erzeugen. Ein solcher Cut kann leider nicht in der M2a-Ebene realisiert werden.

Zur Ausbeute der funktionierenden Injektoren kann generell gesagt werden, dass die in der oberen Elektrode liegenden Injektorpaare meist funktionierten, wohingegen die in der unteren Elektrode liegenden eher störende Effekte zeigten. Die $I_c(\kappa)$ -Kurven besaßen oft, im Vergleich zur sinc-Funktion, um $|\kappa| < \pi$ ein Plateau und fielen für $|\kappa| > \pi$ dann steil ab. Ab und zu reduzierte sich der kritische Strom bei $\kappa = 2\pi$ nicht auf

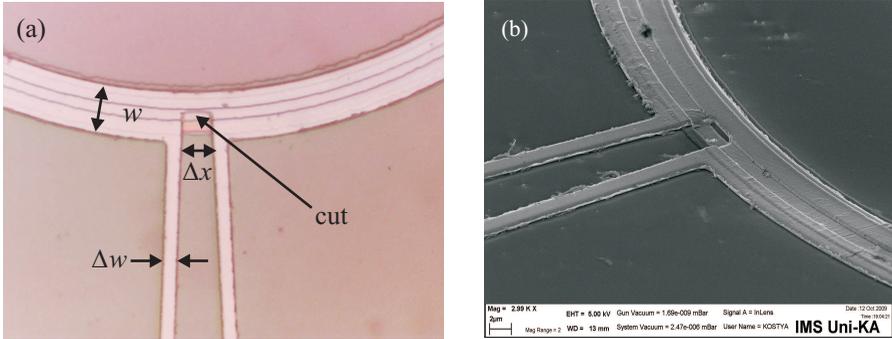


Abbildung 4.2: (a) optische und (b) rasterelektronenmikroskopische Aufnahme der Injektorstruktur eines annularen Josephsonkontakts.

Null zurück. Mögliche Ursachen könnten Eigenfeldeffekte oder Pinningzentren der Fluxonen sein. Es konnte jedoch kein systematischer Grund gefunden werden, da bis auf die Filmdicke des Niobs der unteren und oberen Lage, das Design der Kontakte symmetrisch ist. Prinzipiell war die Ausbeute bei kleineren Kontakten höher.

Die in dieser Arbeit verwendeten Proben stammen aus zwei Prozessen, die sich in den Schichtdicken der Ebenen leicht unterscheiden. Die Schichtdicken sind in Tab. 4.1 zusammengefasst. Über eine IV -Kennlinie konnten einige wichtige Parameter der in dieser Arbeit verwendeten Proben, wie der Subgap-Widerstand R_{SG} , der normal Widerstand R_N , die Gap-Spannung V_g und das $I_0 R_N$ -Produkt [AB63], ermittelt werden. Über I_0 kann außerdem noch die Plasmafrequenz (Gl. (2.11)) berechnet werden. Für die Berechnung der Kapazität wurde die von Hypres [Hyp] vorgegebene spezifische Kapazität $c^* = 4,1 \cdot 10^{-6}$ F/cm² verwendet. Einige Parameter sind in den Tabellen 4.2 und 4.3 aufgelistet. Die Länge l_{eff} ist in diesen Tabellen auf die effektive Josephsoneindringtiefe λ_{eff} normiert. Diese kann durch Berücksichtigung der sogenannten passiven Region angegeben werden durch [CFV96, Wal01]:

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_J \cdot \sqrt{1 + \frac{2w_p}{w_j} \lambda} \quad (4.1)$$

$w_{p,j}$ beschreibt dabei die Dicke der passiven bzw. aktiven Region. λ gibt das Verhältnis der Induktivitäten zwischen aktiver und passiver Region $\lambda = L_j^*/L_p^*$ wieder. Die spezifische Induktivität berechnet sich durch

Ebene	Funktion	Schichtdicke Go21-25	Schichtdicke 350x, 360x	Material
Si-Substrat	Substrat	$\sim 300 \mu\text{m}$	$\sim 300 \mu\text{m}$	Oxidierter Siliziumwafer
M2a	Untere Elektrode	$\sim 200 \text{ nm}$	$\sim 100 \text{ nm}$	Niob
J	Ausebnung von M2a	$\sim 7 \text{ nm}$	$\sim 5\text{--}7 \text{ nm}$	Aluminium
J	Tunnelbarriere	$\sim 2 \text{ nm}$	$\sim 2 \text{ nm}$	Aluminiumoxid
M2b	Obere Elektrode	$\sim 100 \text{ nm}$	$\sim 100 \text{ nm}$	Niob
I1	Isolation 1	?	$\sim 70 \text{ nm}$	Niobpentoxid
I2	Isolation 2	$\sim 300 \text{ nm}$	$\sim 300 \text{ nm}$	Siliziummonoxid
M3	Verdrahtungs-Ebene	$\sim 350 \text{ nm}$	$\sim 400\text{--}450 \text{ nm}$	Niob

Tabelle 4.1: Auflistung der Schichtdicken der beiden verschiedenen Herstellungsprozesse.

$L_{a,p}^* = \mu_0 d'_{j,p}$. Die magnetische Dicke ist durch [Wei69]

$$d'_{a,p} = \lambda_L \coth \frac{d_b}{\lambda_L} + \lambda_L \coth \frac{d_t}{\lambda_L} + t_{a,p} \quad (4.2)$$

gegeben. $d_{b,t}$ ist die Dicke der unteren bzw. oberen Elektrode, $t_{a,p}$ ist der Abstand zwischen den Elektroden in der aktiven bzw. passiven Region. Alternativ kann λ_{eff} aus einer Korrektur

$$c'_{\text{sw}} = c \left(\frac{\frac{w_j \epsilon_j}{t_j} + \frac{2w_p}{t_p}}{\frac{w_j}{d'_j} + \frac{2w_p}{d'_p}} \right)^{-1/2} \quad (4.3)$$

der Swihart-Geschwindigkeit c_{sw} bestimmt werden [Lee91, LB92]. c_{sw} kann dabei z. B. über die Messung von Fiske-Stufen [Kul65, BK04] ermittelt werden. Da die gemessenen Fiske-Stufen nicht äquidistant waren, wurde allerdings die Gl. (4.1) zur Bestimmung von λ_{eff} angewendet. Der Abstand der Fiske-Stufen verkleinerte sich für Stufen

höherer Ordnung, was auf eine nichtlineare Dispersionsrelation von elektromagnetischen Wellen hindeutet. Mögliche Ursachen hierfür sind Inhomogenitäten im Kontakt oder eine große passive Region, wie es bei den beschriebenen Kontakten der Fall ist, die eine ideale Reflexion an den Rändern modifiziert [BMU96].

4.2 Das 4,2 K Messsetup

Für die Charakterisierung der Proben wird ein Standard Aufbau verwendet. Der untere Teil des Probenstabes, welcher sich im flüssigen Helium befindet, ist in Abb. 4.3 abgebildet. Die Proben werden mit

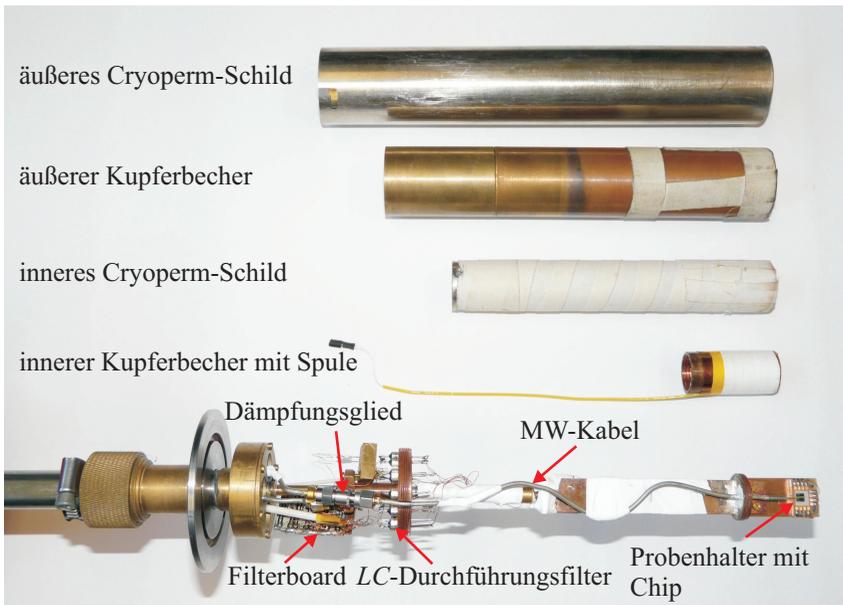


Abbildung 4.3: *Abbildung der unteren Hälfte des Probenstabes.*

doppelseitigem Klebeband auf dem Probenhalter befestigt und über $25\ \mu\text{m}$ Aluminiumbonds elektrisch kontaktiert. Über den Probenhalter wird ein innerer Kupferzylinder geschraubt, auf den eine Magnetfeldspule gewickelt ist. Das externe Magnetfeld wird danach mit Hilfe eines inneren Kryopermbechers abgeschirmt. Es zeigte sich, dass manche

Proben sehr sensitiv auf externe magnetische Felder reagierten weshalb ein zweites äußeres Kryopermschild zur weiteren magnetischen Abschirmung angebracht wurde. Für die elektromagnetische Abschirmung sorgt der äußere Kupferbecher. Die Zuleitungen werden über einen Durchführungsfilter (die Abschneidefrequenz beträgt ca. 5 MHz bei 4,2 K) nach außen geführt, direkt gefolgt von einem optimierten RC-Tiefpass-Filterboard [MC93], das im Kalten eine Abschneidefrequenz von ca. 30 kHz besitzt. Über verdrehte 140 μm dicke Kupferdrähte werden die Zuleitungen nach oben zum Kopf des Probenstabes und anschließend über ein gemeinsames geschirmtes Kabel zur Anschlussbox geführt. Als Kryostat diente eine Heliumkanne. Es wurden einige Vergleichsmessungen in einem Heliumkryostaten, welcher sich in einer elektromagnetischen Abschirmkammer (Abschneidefrequenz ~ 20 GHz) befand, durchgeführt. Es zeigten sich keine qualitativen Unterschiede im Vergleich zu den in der Kanne erfolgten Messungen.

Für die Probenströme sorgten speziell entwickelte, batteriebetriebene, rauscharme Stromquellen. Zur Spannungsmessung wurden batteriebetriebene rauscharme Vorverstärker verwendet. Das äquivalente Eingangsverstärkerrauschen des Vorverstärkers betrug ca. 2 μV . Für das Auslesen der Spannung sowie die Steuerung der Stromquellen wurden 16-Bit ADC-/DAC-Computermesskarten des Typs NI-6733 und NI-6052E verwendet. Die Steuerung und Auswertung der Messdaten erfolgte mit dem Programm GOLDEXI [Gol06].

Für die Messung der Schaltstatistik des kritischen Stroms muss der Aufbau modifiziert werden. Abbildung 4.4 zeigt den schematischen Aufbau. Den Strom für die Injektoren und die Magnetfeldspule liefern wieder die oben genannten Stromquellen. Für den Probenstrom und den Spannungsabgriff über den Kontakt sorgt jetzt ein speziell für die Messung des kritischen Stroms entwickelter Stromrampengenerator [Bre06]. Ein Trigger-Puls löst bei diesem Gerät den Start einer Stromrampe aus. Die Stromanstiegsgeschwindigkeit (Ramprate) \dot{I} und der maximale Strom kann eingestellt werden. Der Startwert ist leicht negativ. Beim Nulldurchgang wird ein Start-Trigger ausgelöst. Fällt Spannung über den Josephsonkontakt ab, wird ein Stopp-Trigger erzeugt. Die Funktionsweise ist in Abb. 4.5 skizziert. Die Zeit zwischen Start und Stopp-Puls kann nun mittels eines Zeitintervallzählers²

²SR620, Fa. Stanford Research Systems

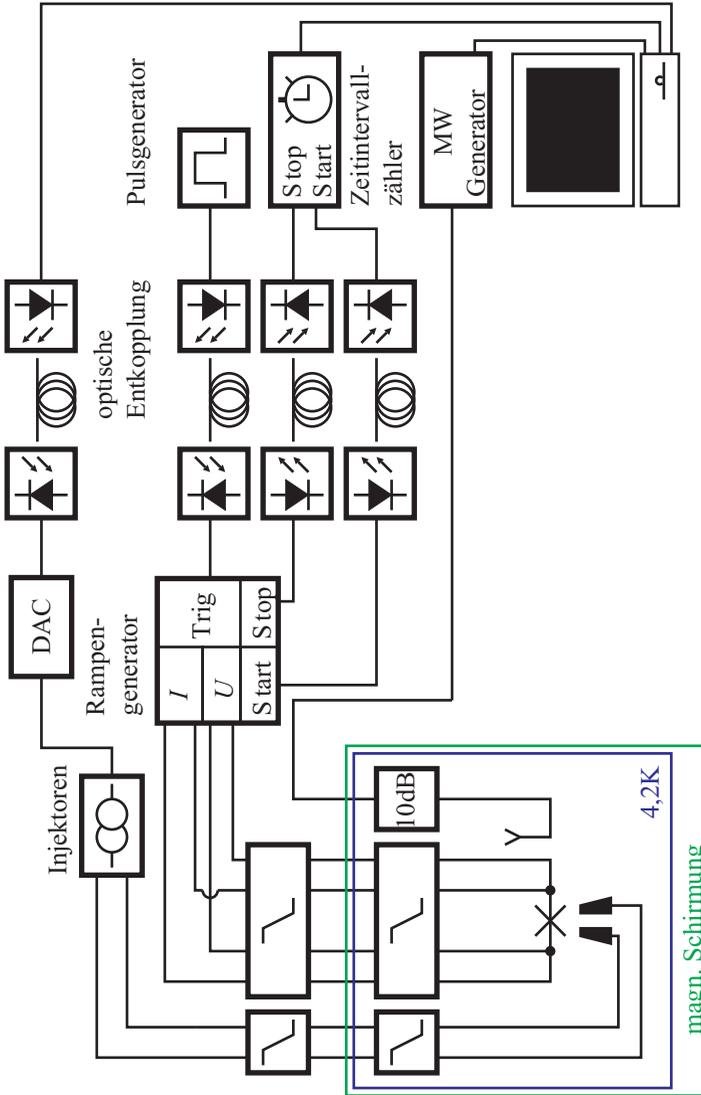


Abbildung 4.4: Schematische Darstellung des Probenaufbaus zur Messung der Schaltstatistik des kritischen Stroms.

ermittelt werden. Es wird also nicht der kritische Strom direkt gemessen sondern die Zeit Δt zwischen Start und Stopp-Puls. Der kritische Strom hat schließlich den Wert $I_c = \Delta t \cdot \dot{I}$. Durch diese Methode

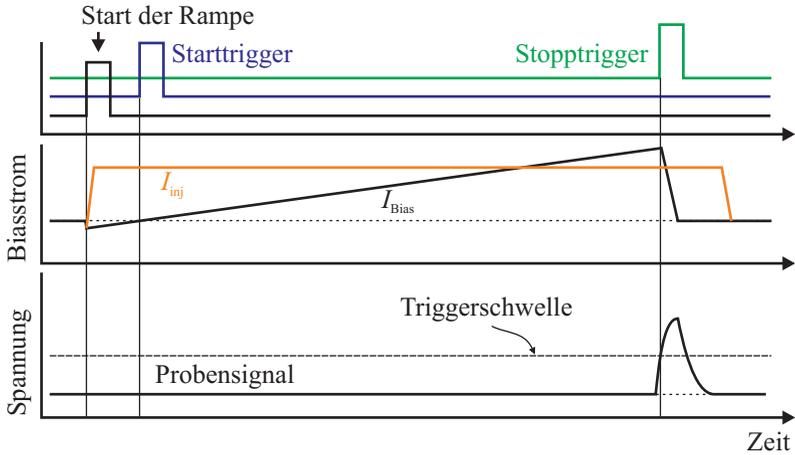


Abbildung 4.5: Darstellung des Signalverlaufs der Triggerpulse (oben) und des zeitlichen Verlaufs des Biasstrom bzw. des gepulsten Injektorstroms (mitte) und der Spannung (unten).

können wesentlich rauschärmere Messergebnisse erlangt werden, als wenn man die Messung direkt über den DAC des Rechners durchführt. Mit Hilfe eines LabViewTM-Programms werden die Daten aus dem Zeitintervallzähler ausgelesen und ausgewertet.

Die erreichbare I_c -Genauigkeit ist beschränkt durch das Stromrauschen der Stromquelle, die Nichtlinearität der Stromrampe, das zeitliche Rauschen (Jitter) des Start- und Stopp-Pulses, die Laufzeitverzögerung der Signale durch Filterung und die Unsicherheit bei der Zeitintervallmessung der Triggerpulse. Es wurde bei der Charakterisierung des Setups allerdings nur das gesamte externe Rauschen σ_I über eine Messung der Schaltwahrscheinlichkeit des kritischen Stroms an einem kurzen Josephsonkontakt bestimmt. Es hat sich gezeigt, dass eine Genauigkeit von ca. $\sigma_I = 6 \text{ nA}$ für $I_{\max} = 0,5 \text{ mA}$ und einer Ramprate $\dot{I} = 0,199 \text{ A/s}$ erreicht werden kann. Für schnellere Rampratzen oder ein höheres I_{\max} nimmt dieses Rauschen zu. Für die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen ist dies immer noch mehr als ausreichend.

Der Probenstab, die batteriebetriebenen Stromquellen sowie der Rampengenerator sind von der Auswertelektronik galvanisch entkoppelt. Hierzu werden die Steuersignale in optische Pulse³ übersetzt und über

³Agilent fiber optic components, HFBR-24xx Serie

Glasfasern mit dem Messsystem verbunden. Es wird allerdings versucht, eine definierte Erdung des Probenstabes herzustellen.

Für die Mikrowelleneinkopplung kann noch ein zusätzliches semi-rigid Kabel eingebaut werden. Die thermische Ankopplung erfolgt über ein 10 dB bzw. 20 dB Dämpfungsglied⁴, das über einen thermischen Anker mit dem Heliumbad verbunden ist. Für die Ankopplung der Mikrowellen an den Kontakt sorgt eine Antenne direkt über der Probe in der innersten Box. Die Antenne besteht aus einem ca. 1 cm langem abisolierten Stück des Innenleiters. Als Mikrowellenquelle diente der Generator SMR 40 der Firma Rhode & Schwarz.

4.3 Die ^3He - ^4He Mischkryostaten

Für Messungen bei tieferen Temperaturen wurde ein ^3He - ^4He Mischkryostat verwendet. Eine Beschreibung der grundlegenden Funktionsweise des Gerätes findet sich in Ref. [RI64]. Anfänglich stand ein kleiner Mischkryostat mit geringer Kühlleistung ($50 \mu\text{W}$ bei 100 mK) zur Verfügung, bevor der Leiden Mischer mit wesentlich größerem Probenvolumen und höherer Kühlleistung ($400 \mu\text{W}$ bei 100 mK) geliefert wurde. Der Kryostat befindet sich in einer Abschirmkammer. Er ist für die Abschirmung des Erdmagnetfeldes von einem zweifach μ -Metallschild umgeben. Eine galvanische Trennung mit der Auswertelektronik findet wie im vorherigen Kapitel beschrieben statt. Die optischen Kabel werden dabei durch die Kammerwand geschleust. Es werden die gleichen Stromquellen und der selbe Rampengenerator wie beim Messsetup für 4,2 K verwendet. Die Filterung der Zuleitungen unterscheidet sich jedoch. Insbesondere existieren für den neuen Mischer zwei unterschiedliche Anbauten an die Mischkammer. Eine Liste der Filterparameter findet sich in Tab. 4.4. Die Angaben beziehen sich auf Raumtemperatur. Eine Beschreibung der Powderfilter kann in den Referenzen [BGH⁺03, LU08] gefunden werden. Für die magnetische Abschirmung dient im großen Mischer bei beiden Anbauten noch ein zusätzlicher Kryopermbecher. Dieser konnte aufgrund des geringen Probenvolumens im kleinen Mischer nicht installiert werden.

Der Anbau A an die Mischkammer verwendet ausschließlich verdrehte Cu-Drähte zur Kontaktierung der Probe. Diese werden über einen ther-

⁴Fa. INMET Corp. via TACTRON Electronics - wird nicht supraleitend

mischen Anker am Probenhalter thermalisiert und über die Pi-Filter und Powderfilter durch zwei Kupferbecher zur Probe geschleust. Weiterhin ist der Einbau von MW-Kabeln vorgesehen. Die Installation dieser erfolgte allerdings noch nicht.

Beim Anbau B im großen Mischer wurden zur Kontaktierung der Probe ab der Mischkammer ausschließlich starre Mikrowellen (MW)-Kabel verwendet. Jedes einzelne ist über einen Anker aus Kupfer mit der Mischkammer thermisch verbunden. Der Biasstrom über einen Josephsonkontakt kann hier über den Außenleiter zur Masse abfließen. Für die Spannungsmessung wurden im Gegensatz zu den Biaslines ab der Mischkammer Mikro-Coaxialkabel verwendet.

Zur Entkopplung der unterschiedlichen Temperaturstufen wurde zwischen diesen supraleitender verdrahter Draht aus NbTi eingesetzt. Innerhalb der Stufen wurden Drähte aus Kupfer oder Manganin verwendet, die über Kupferblöcke mit den jeweiligen Stufen thermisch angekoppelt sind.

Im zweiten Anbau können außerdem noch Mikrowellen in die Probe eingekoppelt werden. Zur Thermalisierung der zwei Leitungen dienen wieder thermisch angekoppelte Dämpfungsglieder. Es befindet sich jeweils ein 20 dB Dämpfungsglied am 1 K Pot und ein 30 dB Dämpfungsglied an der Mischkammer. Aus Gründen der thermischen Entkopplung der unterschiedlichen Stufen musste ein MW-Kabel aus Stahl⁵ mit sehr hoher Dämpfung verwendet werden. Die Mikrowellen werden über ein Bias Tee⁶, welches unmittelbar nach dem Powderfilter der Biasline angebracht ist, in diese eingekoppelt.

Für die Temperaturregelung und Stabilisierung wurde ein PID-Regler⁷ verwendet. Der Temperatursensor wurde dabei mit Hilfe einer Messbrücke⁸ ausgelesen. Die Schwankungen konnten auf ca. 0,5 % der Badtemperatur beschränkt werden.

⁵Fa. Elspec, UT85-SS-SS

⁶Fa. Inmet, 8810SMF2-26

⁷Fa. Picowatt: TS-530A Temperature Controller

⁸Fa. Picowatt: AVS-47 Resistance Bridge

Name:Kontakt	R [μm]	l_{eff}	λ_{eff} [μm]	Δw [μm]	Δx [μm]	V_c [mV]	V_g [mV]	R_{SG} [Ω]	R_N [Ω]	I_0 [μA]
P1:G025E3dx5dw5XXL	30,0	5,0	38,0	5	5	1,62	2,85	6,79	1,26	1283
P2:G025B3dx5dw5	50,0	6,7	46,7	5	5	1,51	2,87	29,29	1,07	1415
P3:G024C3dx5dw5XXL	70,0	8,5	51,5	5	5	1,48	2,87	23,31	0,91	1630
P4:G023E3dx5dw5	30,0	4,5	42,0	5	5	1,63	2,89	51,13	1,55	1053
P5:G025B3dx5dw5XXL	50,0	6,7	46,7	5	5	1,51	2,87	29,29	1,07	1412
P6:3601C R80ext522	80,0	11,5	43,7	2	5	1,44	2,87	8,91	0,74	1942
P17:G024E3dx5dw5XXL	30,0	4,4	43,0	5	5	1,70	2,85	40,05	1,82	934
P18:3207C R30*511	30,0	4,0	46,8	1	5	1,64	2,81	87,09	2,59	634
P19:3207C R45*511	45,0	6,2	46,0	1	5	1,59	2,84	33,32	1,63	977

Tabelle 4.2: Parameter der annularen Josephsonkontakte. Die Breite w der Kontakte betrug $5 \mu\text{m}$.

Name:Kontakt	L [μm]	l_{eff}	λ_{eff} [μm]	Δw [μm]	Δx [μm]	V_c [mV]	V_g [mV]	R_{SG} [Ω]	R_N [Ω]	I_0 [μA]
P7 :Go24H4	60	0,95	63,2	5	5	1,70	2,91	169,93	7,8	218
P8 :Go24H4	120	2,0	59,8	5	5	1,63	2,90	76,51	3,32	490
P9 :Go24H4	180	3,0	60,5	5	5	1,63	2,90	103,49	2,29	713
P10:Go24H4	240	3,9	61,6	5	5	1,66	2,90	36,21	1,81	918
P11:Go24H4	360	5,5	65,6	5	5	1,63	2,90	19,92	1,34	1214
P12:Go24H5	120	2,4	50,7	2	2	1,72	2,88	46,59	3,83	448
P13:Go24H5	180	3,6	50,4	2	2	1,69	2,90	58,25	2,49	678
P14:Go24H6	120	2,4	49,2	5	5	1,69	2,90	73,16	3,56	475
P15:Go24H6(oben)	120	2,4	49,4	5	5	1,72	2,90	64,23	3,66	471
P16:Go24H6	240	4,9	48,8	5	5	1,66	2,91	35,93	1,72	965

Tabelle 4.3: Parameter der linearen Josephsonkontakte. Die Breite w der Kontakte betrug wie bei der annularen Geometrie $5 \mu\text{m}$.

Filterstufe	kleiner Mischer	großer Mischer A	großer Mischer B
1 K-Stufe	keine Filterung	<i>RCR</i> -Tiefpass $R = 22 \Omega$ $C = 4,7 \mu\text{F}$	<i>RCR</i> -Tiefpass $R = 22 \Omega$ $C = 4,7 \mu\text{F}$
Destille	<i>RCR</i> -Tiefpass $R = 50 \Omega$ $C = 4,7 \mu\text{F}$		
Mischkammer	Pi-Filter $L = 1,8 \mu\text{H}$ $C = 1 \mu\text{F}$ Powderfilter	Pi-Filter $L = 1,8 \mu\text{H}$ $C = 1 \mu\text{F}$ Powderfilter	Durchführungs- Powderfilter $C = 50 \text{nF}$

Tabelle 4.4: Filterparameter für die verschiedenen ^3He - ^4He Mischkryostaten.

Kapitel 5

Thermische Aktivierung fraktionaler Flusswirbel

In diesem Kapitel wird der Escape-Prozess eines fraktionalen Flusswirbels untersucht. Hierzu betrachtet man einen Vortex nahe des depinning Stroms $I_c(\kappa)$. Es liegt nun wieder ein metastabiler Zustand vor. Das Umklappen des Vortex kann mit einem Escape-Prozess aus einem Potential verbunden werden. Allerdings beziehen sich die Modelle aus Kap. 3.6.1 auf punktförmige Josephsonkontakte. Jetzt muss ein ausgehntes System betrachtet werden. Die Phase ist kein „starres“ Objekt mehr und kann sich verbiegen ($\phi \rightarrow \phi(x)$). Für lange Kontakte im externen Magnetfeld ohne fraktionalen Vortex ist der Escape-Prozess für verschiedene Kontaktgeometrien schon in der Literatur diskutiert worden [CTC⁺96, FWK⁺03, GK06]. Deswegen sind zuerst Messungen der Magnetfeldabhängigkeit der Aktivierungsenergie unternommen worden. In den jeweiligen Messungen kann allerdings nur das integrale Verhalten der Phase $\phi(x)$ untersucht werden. Das zweidimensionale Potential wird wieder auf ein effektives eindimensionales zurück projiziert. Experimentell kann so die effektive Barrierenhöhe u bestimmt werden. Dieses u kann nun mit der Barrierenhöhe u_0 eines punktförmigen Kontakts mit gleichem kritischen Strom I_0 verglichen werden. Hierzu wird eine effektive Temperatur T_{esc} , unter der Annahme eines punktförmigen Kontakts mit Barrierenhöhe u_0 , aus der Messung bestimmt. Nimmt man eine ge-

gebene Badtemperatur T_{Bad} an muss das Verhältnis

$$\frac{u}{T_{\text{Bad}}} = \frac{u_0}{T_{\text{esc}}} \Rightarrow \frac{u}{u_0} = \frac{T_{\text{Bad}}}{T_{\text{esc}}} \quad (5.1)$$

konstant sein. Für punktförmige Kontakte ist das Verhältnis u/u_0 unabhängig vom Magnetfeld, da hier die Phase ϕ noch als starres Objekt angesehen werden kann. Für lange Kontakte gilt dies nicht [CTC⁺96]. Um die Abweichungen von punktförmigen Kontakten zu berechnen müssen numerische Simulationen herangezogen werden.

Insbesondere stellt sich auch die Frage, wie u/u_0 von der topologischen Ladung eines fraktionalen Flusswirbels im Kontakt abhängt [Kie08, KGB⁺09] und in wie weit sich der Einfluss einer ausgedehnten Diskontinuität auswirkt.

Bevor diese Fragen geklärt werden können, müssen die Kontakte allerdings zuerst charakterisiert werden, um die Qualität der Kontakte zu ermitteln.

5.1 Charakterisierung der Proben

Die Charakterisierung wurde bei 4,2 K mit dem im ersten Teil von Kapitel 4.2 beschriebenen Setup durchgeführt. Eine IV -Kennlinie diente dabei zur Bestimmung diverser Kontaktparameter (vgl. Kap. 4.1) und es kann sichergestellt werden, dass kein magnetischer Fluss, in Form von Josephsonflusswirbel zwischen den supraleitenden Elektroden oder Abrikosov-Vortizes in den Zuleitungen, eingefroren worden ist.

Weiterhin wurde eine $I_c(H)$ -Kurve gemessen. Da die Form der Kurve von der Länge des Kontakts abhängt konnte die normierte Länge der linearen Kontakte für spätere Simulationen aus dieser Messung bestimmt werden. Sie lag im Allgemeinen immer genau zwischen den mit λ_J und λ_{eff} (s. Tab. 5.1) ermittelten Längen. Die Simulation können mit dem Programm STKJJ [GW06] oder ActivLLJJ [Gab09] durchgeführt werden.

Mit einer $I_c(I_{\text{inj}})$ -Kurve kann schließlich die richtige Funktionsweise der Injektoren nachgewiesen werden. Es werden Eigenfeldeffekte, verursacht durch den Injektorstrom sichtbar. Diese verzerren die Kurven punktsymmetrisch zum Ursprung. Je länger die Kontakte werden, desto sensitiver reagieren sie auf Magnetfelder. Es wurden deshalb nur Kontakte bis zu einer Länge von 360 μm vermessen. Außerdem dienen die $I_c(I_{\text{inj}})$ -Kurven

Probe	L [μm]	l über λ_J	l über λ_{eff}	l über Fit
P7	60	1,4	1,0	1,2
P8	120	2,9	2,0	2,5
P9	180	4,3	3,0	3,7
P10	240	5,6	3,9	4,2
P11	360	7,8	5,5	6,8
P12	120	2,8	2,4	2,9
P13	180	4,1	3,6	3,9
P14	120	2,8	2,4	2,7
P15	120	2,8	2,4	2,7
P16	240	5,7	4,9	5,4

Tabelle 5.1: Vergleich der normierten Längen für die linearen Kontakte.

zum Kalibrieren der Diskontinuität, da $\kappa \propto I_{\text{inj}}$ gilt. Typische Messungen der $I_c(I_{\text{inj}})$ -Kurve sind in Abb. 5.1 dargestellt.

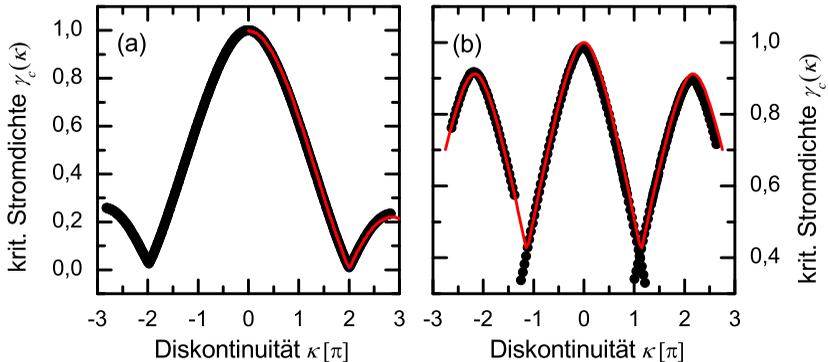


Abbildung 5.1: Messung einer $I_c(I_{\text{inj}})$ -Kurve für einen (a) annularen (P5) und einen (b) linearen Kontakt (P13) zusammen mit einer Simulation (rot). Die Simulation für den linearen Kontakt berücksichtigt die endliche Ausdehnung der Injektoren und Eigenfeldeffekte des Injektorstroms.

5.2 Messung der Aktivierungsenergie

Zur Messung der Aktivierungsenergie wurde der kritische Strom ca. 10^4 mal mit Hilfe des Stromrampengenerators gemessen. Die statistische Verteilung von I_c kann in einem Histogramm aufgetragen werden und die Schaltwahrscheinlichkeit $P(I)\Delta I$ bestimmt werden. Unter Verwendung von $P(I)$ kann die Biasstrom abhängige Escape-Rate $\Gamma(I)$ rekonstruiert werden [FD74, WLC⁺03]

$$\Gamma(I) = \frac{\dot{I}}{\Delta I} \ln \frac{\int_I^\infty P(I') dI'}{\int_{I+\Delta I}^\infty P(I') dI'}. \quad (5.2)$$

Aus dem aus Messdaten gewonnenen Histogramm $[I_i; H_i]$ (s. Abb. 5.2) mit $i = [1..M]$ und M der Anzahl an Bins erhält man

$$\Gamma_i = \frac{\dot{I}}{\Delta I} \ln \left(\frac{\sum_{n=i}^M H_n}{\sum_{n=i+1}^M H_n} \right). \quad (5.3)$$

Die so experimentell ermittelten Escape-Raten können mit theoretischen

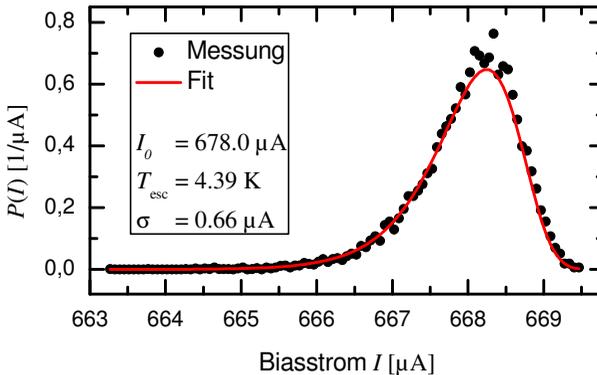


Abbildung 5.2: Gemessenes I_c -Histogramm der Probe P13. I_0 und T_{esc} wurden über die lineare Kurvenregression bestimmt.

Vorhersagen verglichen werden. Es wurde bei diesem Charakterisierungsschritt die TST-Theorie (Gl. (3.42)) verwendet.

Eine alternative Methode zur experimentellen Bestimmung der Escape-Rate besteht in der Möglichkeit, den Biasstrom von Null zu einem metastabilen Wert der Phase ϕ nahe I_0 sprunghaft ansteigen zu lassen und eine bestimmtes Zeitintervall Δt abzuwarten. Danach wird der Strom

wieder leicht reduziert, so dass sich die Phase wieder in einem stabilen Zustand befindet und gemessen, ob der Kontakt in seinen resistiven Zustand übergewechselt ist. Durch Wiederholen der Messung kann so die Halbwertszeit $\tau(I)$ bzw. die Escape-Rate $\Gamma(I)$ direkt ermittelt werden [DMEC84, HYC⁺01, YHC⁺02].

Für den Vergleich zwischen der experimentell ermittelten und der theoretischen Escape-Rate, muss Gl. (3.42) mit Hilfe der vom Biasstrom abhängigen Barrierenhöhe (Gl. (3.41)) und der Oszillationsfrequenz für kleine Auslenkungen (Gl. (3.40)) umgeformt werden zu

$$\left(\ln \frac{2\pi\Gamma(I)}{\rho\omega_{\text{pl}}(I)} \right)^{2/3} = \left(\frac{E_J}{k_B T_{\text{esc}}} \frac{4\sqrt{2}}{3} \right)^{2/3} \frac{1}{I_0} (I_0 - I). \quad (5.4)$$

Dabei wurde die effektive Escape-Temperatur T_{esc} eingeführt [DMC85]. Die linke Seite von Gl. (5.4) kann nun mit einem ersten Iterationsschritt und den experimentellen Daten ermittelt werden. Für das hierzu benötigte I_0 wird im ersten Iterationsschritt das maximal gemessene I_c verwendet. Die rechte Seite ist eine lineare Funktion des Biasstroms $-c_{\text{lin}}I + c_{\text{const}}$. Über eine lineare Kurvenregression der experimentellen Daten können der fluktuationsfreie kritische Strom I_0 und die Escape-Temperatur T_{esc} für den nächsten Iterationsschritt gewonnen werden. Die Daten werden dabei nach ihrer statistischen Signifikanz gewichtet. Man erhält entsprechend dem Fit die Parameter c_{const} und c_{lin} . I_0 und T_{esc} ergeben sich schließlich zu

$$I_0 = \frac{c_{\text{const}}}{c_{\text{lin}}}, \quad (5.5)$$

$$T_{\text{esc}} = \frac{1}{k_B} \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{4\sqrt{2}}{3} \frac{1}{c_{\text{const}}^{1/2} c_{\text{lin}}}. \quad (5.6)$$

Durch iteratives Wiederholen dieser Prozedur mit dem I_0 des jeweils letzten Iterationsschrittes [CLT⁺96] können die Parameter I_0 und T_{esc} bestimmt werden. Aufgrund der logarithmischen Abhängigkeit der linken Seite von Gl. (5.4) konvergiert die Prozedur sehr schnell auf I_0 .

Der Vorfaktor ρ wird bezüglich der TST auf eins gesetzt. Er ist aber im Allgemeinen vom Biasstrom und dem Dämpfungsregime abhängig (s. Kap. 3.6.1).

Die eben beschriebene sehr schnelle Methode hat die Nachteile, dass seltene Ereignisse, insbesondere nahe des kritischen Stroms I_0 statistisch

schwächer gewichtet werden als sie eigentlich müssten. Eine alternative Möglichkeit besteht darin, die Schaltwahrscheinlichkeit $P(I)$ direkt mit der Methode der kleinsten Quadrate zu fitten [SLG88], durch Minimieren der Funktion

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^M \left(\frac{H_i - NP_i(I_0, R, T_{\text{esc}})}{\sigma_E} \right)^2, \quad (5.7)$$

wobei N der Anzahl der Messungen entspricht. $P_i(I_0, R, T_{\text{esc}})$ kann mit Hilfe von Gl. (5.3) berechnet werden. $\sigma_E = NP_i(1 - P_i)$ entspricht dem statistischen Fehler von P_i . Der Wert von χ^2 kann als Qualitätsfaktor für die Güte der statistischen Kompatibilität zwischen Experiment und Theorie herangezogen werden. Die freien Parameter sind gegeben durch I_0 , R und T_{esc} . Entsprechend dieser Parameter muss χ^2 minimiert werden.

Mit der bestimmten Escape-Temperatur T_{esc} kann nun das Verhältnis aus Gl. (5.1) bestimmt werden. Da man aus den Simulation mit ActivL(A)LJJ nur u/E'_J erhält, kann das Verhältnis u/u_0 über folgende Beziehung berechnet werden:

$$\frac{u}{E'_J} \cdot \frac{E'_J}{u_0} = \frac{u}{IE'_J} \frac{3}{4\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_c(\kappa, h)} \right)^{-\frac{3}{2}}. \quad (5.8)$$

u/u_0 beschreibt also die Aktivierungsenergie oder Barrierenhöhe normiert auf die Aktivierungsenergie eines kurzen Kontakts, wohingegen u/E' die Aktivierungsenergie oder Barrierenhöhe am Biaspunkt $0,99I_0$ normiert auf die Josephsonenergiedichte wiedergibt.

5.3 Die Magnetfeldabhängigkeit der Barrierenhöhe

Die analytische Berechnung der Barrierenhöhe u in Abhängigkeit von einem extern angelegtem Magnetfeld ist nur für einige Spezialfälle möglich. In Ref. [GK06] wird eine Lösung für die Verteilungsbreite

$$\sigma(h, T_{\text{Bad}}) = \frac{\pi\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \left[\frac{5}{6} \log \frac{T_{\text{Bad}}}{T_0} \right]^{-1/3} \left(\frac{3k_B T_{\text{Bad}}}{4\sqrt{2}LE_J} \right)^{2/3} \left(\frac{4B_c + k^2}{B_c + k^2} \right)^{1/3} \quad (5.9)$$

für annulare Kontakte und kleinen Magnetfeldern angeben, mit

$$k_B T_0 \cong \frac{4\sqrt{2}}{3} E_J L \left(\frac{2\pi \dot{I}}{\omega_0 I_0} \right)^{6/5} \quad (5.10)$$

und $k = 2\pi/L$. Die Konstante B_c kann nur implizit angegeben werden durch die Beziehung

$$2B_c(B_c + k^2)^3 = h. \quad (5.11)$$

h ist das auf $\Phi_0/\mu_0 LA$ normierte externe Magnetfeld. Für lineare Kontakte gibt es keine solche Beziehung.

Es besteht jedoch die Möglichkeit, u numerisch zu bestimmen. Hierbei können allerdings bisher leider nur lineare Kontakte im externen Magnetfeld effektiv simuliert werden. Hierzu werden Lösungen der gSGG mit Hilfe eines shooting-Algorithmus gesucht, die die Randbedingungen erfüllen. Die $u(B)$ -Abhängigkeit in linearen Kontakten wird in Ref. [CTC⁺96] ausführlich diskutiert.

Das eindimensionale Problem, Lösungen mit Hilfe des shooting-Algorithmus in linearen Kontakten zu finden, erweitert sich in annularen Kontakten aufgrund der etwas anderen Randbedingungen zu einem zweidimensionalen Problem. Man kann zwar eine Vielzahl an Lösungen finden, die diese Randbedingungen erfüllen. Allerdings ist die Berechnung sehr zeitaufwändig und die Lösungen können nicht eindeutig zugeordnet werden. Eine Berechnung der Barrierenhöhe u wird somit sehr schwierig.

Für die experimentelle Bestimmung der Aktivierungsenergie wurde wie oben beschrieben die statistische Verteilung des kritischen Stroms gemessen und das Verhältnis aus Gl. (5.1) ermittelt. So lange im Nullfeld für die normierte Aktivierungsenergie $u/u_0 \approx 1$ gilt kann für die Fit-Routine der Schaltwahrscheinlichkeit die Dämpfung vernachlässigt werden. In Abb. 5.3 sind die Ergebnisse für lineare Kontakte dargestellt. Die Simulationsparameter sind in Tab. 5.2 aufgeführt.

Wie in Abb. 5.3 zu sehen ist, besteht eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und den Simulationen für lineare Kontakte. Ähnliche Messungen wurden bereits in Ref. [CTC⁺96] vorgestellt. Die Simulationen wurden dabei immer am Biaspunkt $0.99\gamma_c$ durchgeführt, da sich hier das Maximum der Schaltwahrscheinlichkeit befindet. In Abb. 5.3 werden nur die Kontakte P7, P10, P13 und P15 vorgestellt.

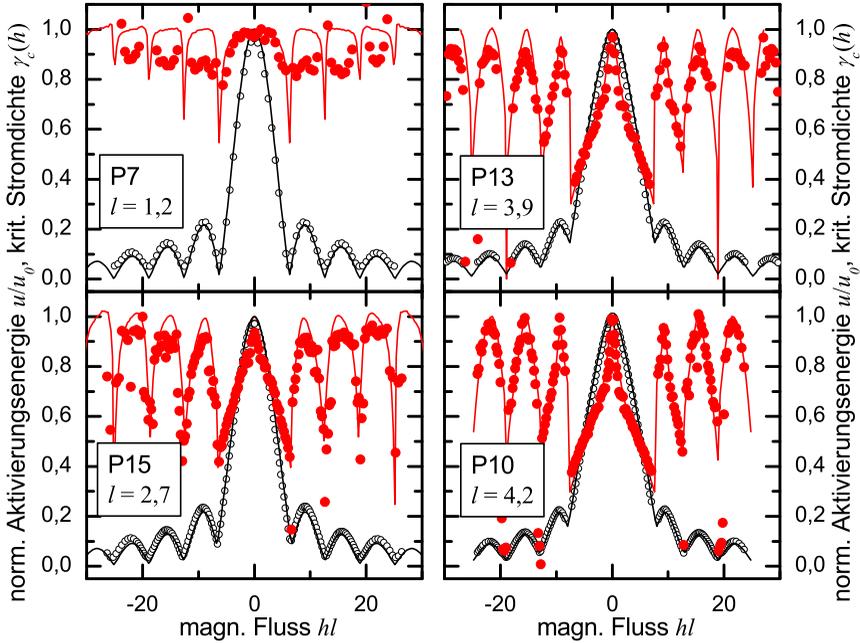


Abbildung 5.3: Experimentell und numerisch bestimmte $I_c(h)$ - und Barrierenhöhe-Abhängigkeit. Die roten Punkte zeigen die Messdaten der Barrierenhöhe u/u_0 . Die offenen schwarzen Punkte stellen den Mittelwert der $I_c(h)/I_0$ -Messungen dar. Die durchgezogenen Linien entsprechen den zugehörigen Simulationen.

Die restlichen linearen Kontakte zeigen ähnliches Verhalten. Es sei hier noch angemerkt, dass die Messungen noch weit über das erste Minimum hinaus eine hervorragende Übereinstimmung mit den Simulationen zeigen. Auch die Sprünge der Aktivierungsenergie in den Minima können aufgelöst werden. An diesen Punkten existieren vier stabile Lösungen der gSGG (zwei Lösungen im Minimum μ_s und zwei im Maximum μ_a), solange kein Biasstrom anliegt. Legt man nun einen Biasstrom an, reduzieren sich diese Lösungen auf zwei, so dass wieder die effektive Barrierenhöhe u berechnet werden kann. Je nach dem, ob man sich knapp links oder rechts neben dem Minimum befindet wird das eine oder das andere Lösungspaar bevorzugt. Es ist deshalb nicht verwunderlich, dass sich die Barrierenhöhe sprunghaft verändert. Details können in Ref. [CTC⁺96] nachgelesen werden.

Probe	L [μm]	Δx_{λ_J}	Δw_{λ_J}	SFI	κ_{\min}	u/u_0
P7	60	0,1	0,32	-0,0	1,25	0,88
P8	120	0,1	0,33	-0,0	1,125	0,95
P9	180	0,1	0,3	-0,0	1,1	0,86
P10	240	0,1	0,25	-0,1	1,1	0,95
P11	360	0,1	0,1	-0,2	1,125	1,0
P12	120	0,05	0,23	-0,0	1,15	1,0
P13	180	0,05	0,25	-0,1	1,15	1,0
P14	120	0,1	0,27	-0,0	1,1	1,0
P15	120	0,1	0,27	-0,0	1,1	1,0
P16	240	0,1	0,3	-0,1	1,15	1,0

Tabelle 5.2: Parameter für die an die Messungen angefitzten Simulationen der unterschiedlichen Proben. Der Injektorabstand Δx und die Injektorbreite Δw sind jeweils auf die Josephsoneindringtiefe λ_J normiert.

Es fällt außerdem auf, dass für kurze Kontakte die Aktivierungsenergie sehr lange konstant bleibt und nur an den Minima abfällt. In langen Kontakten fällt sie jedoch schon bei kleinen Magnetfeldern steil ab. Dies ist auf die unterschiedlichen Aktivierungsprozesse zurückzuführen. In kurzen Kontakten kann die Phase noch als ein „starres“ Objekt angesehen werden und der homogene Phasenscape dominiert. In den langen Kontakten hingegen kann sich die Phase verbiegen und der Escape-Prozess findet schon für kleine Magnetfelder lokal an den Kontaktträgern durch das Eindringen von Josephsonvortizes statt. Hierfür wird weniger Energie benötigt. Lediglich im Nullfeld ist der homogene Phasenscape energetisch günstiger bis zu der kritischen Länge l_c . l_c ist dabei abhängig vom Biasstrom. Liegt kein Biasstrom an, beträgt $l_c = \pi$. Nahe dem kritischen Strom wächst die Josephsoneindringtiefe jedoch stark an, weshalb sich l_c zu höheren Werten hin verschiebt. Numerische Berechnungen zeigen, dass der homogene Phasenscape-Prozess für annulare Kontakte mit $l < 12$ und lineare Kontakte mit $l < 9$ bei einem Biasstrom $\gamma \approx 0.99\gamma_c$ immer noch dominiert [KGB⁺09] (vergleiche hierzu die mit der Länge l linear ansteigende Barrierenhöhe u in Abb. 5.6 bei $\varphi = 0$).

Es sei hier noch angemerkt, dass die gemessene normierte Aktivierungsenergie teilweise im Nullfeld nicht auf eins angestiegen ist, weshalb sie auf eins skaliert wurde. Die reduzierte Aktivierungsenergie kann auf

Inhomogenitäten im Kontakt, beispielsweise in der kritischen Stromdichte oder der Breite der Kontakte, hinweisen. Diese Inhomogenitäten können einen Escape der Phase begünstigen und somit die effektive Barrierenhöhe reduzieren. Liegt ein Magnetfeld an, lokalisiert sich der Phasenscape auf die Ränder und solche Inhomogenitäten spielen keine so große Rolle mehr.

Für annulare Kontakte kann die Barrierenhöhe experimentell analog bestimmt werden. Leider gibt es hier keinen effizienten Algorithmus die Barrierenhöhe numerisch zu berechnen (s. Kap. 5.2). Die Ergebnisse können deshalb nicht mit Simulationen verglichen werden. Es besteht nur die Möglichkeit, für kleine externe Magnetfelder Gl. (5.9) zur näherungsweisen Berechnung der Verteilungsbreite $\sigma(h)$ heranzuziehen (s. Abb. 5.4 (b) blaue Kurve). Dabei wurde der Vorfaktor so angefitet,

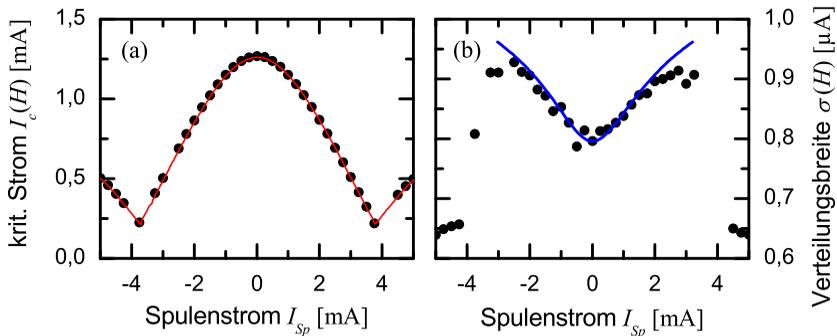


Abbildung 5.4: (a) Messung des mittleren kritischen Stroms $I_c(I_{sp})$ an Kontakt P1 in Abhängigkeit des Spulenstroms $I_{sp} \propto H$ (Symbole) mit Simulation (rote Kurve). (b) Messung der Verteilungsbreite σ (Symbole). Zum Vergleich ist eine Formel für σ angefitet [GK06] (blaue Kurve).

dass die berechnete Verteilungsbreite mit der im Nullfeld gemessenen übereinstimmt. Zur Orientierung ist in Abb. 5.4 (a) noch die simulierte und gemessene $I_c(H)$ -Abhängigkeit aufgetragen. Hierbei zeigte der Vergleich zwischen Messung und Theorie eine gute qualitative Übereinstimmung. Vergleichbare Messungen sowie eine Analyse des Escape-Prozesses, via der Bildung eines Vortex Antivortex Paares kann in den Ref. [FWK⁺03, GK06] gefunden werden.

Nachdem das Verhalten von Kontakten im Magnetfeld sowohl theo-

retisch als auch experimentell größtenteils verstanden ist, kann die κ -Abhängigkeit der Aktivierungsenergie diskutiert werden.

5.4 Die κ -Abhängigkeit der Barrierenhöhe

Das Analogmodell der Teilchenkette in der Potentiallandschaft muss für diesen Fall wieder modifiziert werden. Die Diskontinuität entspricht einer Phasenverschiebung um κ der κ -Facette gegenüber der 0-Facette entlang der ϕ -Achse (s. Abb. 5.5). Für weitere Analysen wird diese Po-

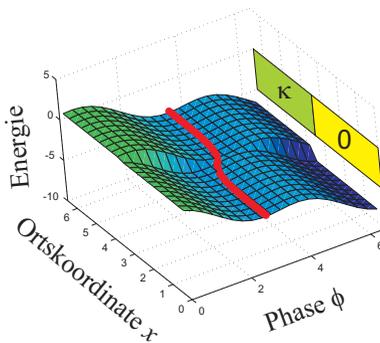


Abbildung 5.5: Analogmodell der Teilchenkette in einer Potentiallandschaft mit Diskontinuität.

tentiallandschaft wieder auf ein eindimensionales Potential mit effektiver Barrierenhöhe u projiziert. Auch im Fall eines langen Josephsonkontakts mit fraktionalem Flusswirbel gibt es nur wenige Ausnahmen, in denen eine analytische Lösung für u gefunden werden kann. Wie Ref. [VSK⁺09] zeigt, kann ein geschlossener Ausdruck für $u(\kappa, \gamma)$ in einem unendlich langen Josephsonkontakt angegeben werden. Es ergibt sich daraus die normierte effektive Barrierenhöhe für den $-\kappa$ -Vortex

$$\frac{u}{E'_J} = \frac{2}{3} |G| \left[-\frac{\kappa}{G} (\gamma - \gamma_c) \right]^{3/2}, \quad (5.12)$$

mit

$$G = 4 \sin \frac{\kappa}{2} [\cos \varphi_c + \gamma_c (\varphi_c - \pi/2)], \quad (5.13)$$

$$\varphi_c = \arcsin \gamma_c. \quad (5.14)$$

$E'_J = E_J \lambda_J / L$ beschreibt die normierte Josephsonenergiedichte. Die kritische Stromdichte wurde dabei im 0- und im κ -Kontakt als identisch angenommen.

Ansonsten kann die Aktivierungsenergie wieder mit dem Programm ActivL(A)LJJ numerisch berechnet werden. Abbildung 5.6 zeigt die numerisch bestimmte normierte Barrierenhöhe u/E'_J in Abhängigkeit von φ für (a) annulare und (b) lineare Kontakte unterschiedlicher Länge. Als Biaspunkt wurde wieder $0,99\gamma_0$ gewählt. Zum Vergleich ist

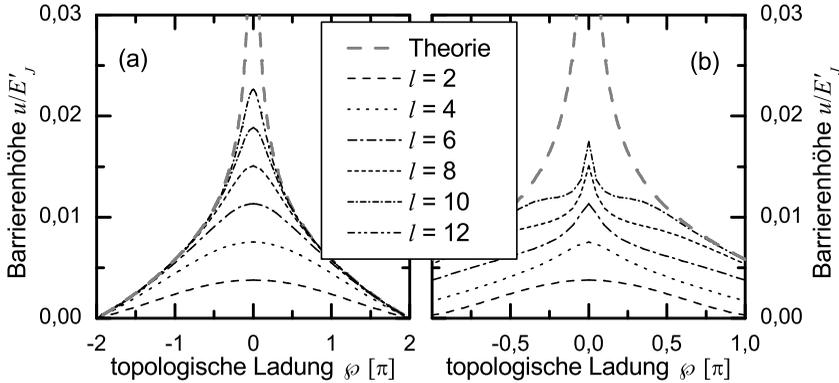


Abbildung 5.6: Barrierenhöhe u/E'_J am Biaspunkt $\gamma = 0,99\gamma_0$ als Funktion von φ für einen (a) annularen und (b) einen linearen Kontakt unterschiedlicher Länge l . Zum Vergleich ist auch noch die analytisch ausgerechnete Barrierenhöhe für einen unendlich langen Kontakt (grau gestrichelte Linie) abgebildet.

in den Diagrammen jeweils die analytisch berechnete Barrierenhöhe (Gl. (5.12)) für den Vortexescape-Prozess in einem unendlich langen Josephsonkontakt aufgetragen.

Für den annularen Fall spielen Randeﬀekte aufgrund der geschlossenen Geometrie keine Rolle. Die Präsenz des fraktionierten Flusswirbels beeinflusst die Barrierenhöhe u/E'_J jedoch massiv. Mit steigender Länge l des Kontakts nähert sich die numerisch berechnete Barrierenhöhe u/E'_J asymptotisch dem durch Gl. (5.12) analytisch berechneten Wert an. Das bedeutet, für sehr kurze Kontakte dominiert der homogene Phasenscape-Prozess. Erst für große Werte von φ kommt schließlich der Vortexescape-Prozess zum Tragen. Je länger die Kontakte werden, desto kleiner wird die topologische Ladung φ ab dem dieser Prozess do-

miniert. Es muss allerdings noch erwähnt werden, dass u vom Biaspunkt abhängig ist. Numerische Berechnungen haben dabei gezeigt, dass die Abhängigkeit nahe des kritischen Stroms durch $u \propto (1 - \gamma/\gamma_c(\varphi))^{3/2}$ beschrieben werden kann. Für u_0 gilt allerdings geschickterweise dieselbe Abhängigkeit (vergleiche hierzu Gl. (3.39)). Für das Verhältnis u/u_0 bedeutet dies, dass es vom Biasstrom γ unabhängig ist und deshalb sehr leicht mit experimentellen Daten verglichen werden kann.

Aus Abb. 5.6 (b) wird ersichtlich, dass in linearen Kontakten die Randeffekte eine besondere Rolle spielen. Die numerisch berechnete Barrierenhöhe u/E'_J ist für Kontakte bis zu der Länge $l \approx 8$ deutlich reduziert im Vergleich zu der analytisch berechneten. Dies ist dadurch zu erklären, dass der Escape-Prozess in linearen Kontakten durch die Bildung eines Fluxons an den Rändern dominiert wird und nur für sehr lange Kontakte durch den Vortexescape-Prozess. Die Präsenz des fraktionalen Flusswirbels beeinflusst diesen Prozess jedoch massiv. Dies wird beim Vergleich der Barrierenhöhen u/E'_J eines linearen mit einem annularen Kontakt gleicher Länge ersichtlich (s. Abb. 5.7). Die Kurve

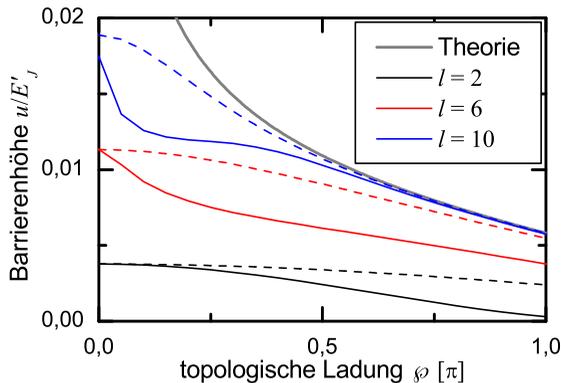


Abbildung 5.7: Barrierenhöhe u/E'_J am Biaspunkt $\gamma = 0.99\gamma_c(\varphi)$ als Funktion von φ für unterschiedliche Längen l . Die durchgezogenen Linien entsprechen der linearen Geometrie, die gestrichelten der annularen. Zum Vergleich ist auch noch die analytisch berechnete Barrierenhöhe für einen unendlich langen Kontakt (graue Linie) abgebildet.

für den linearen Fall reduziert sich schon für kleine Werte von φ , im Gegensatz zum annularen Fall. Für kleine Werte von φ wird dieser Effekt mit steigender Länge der Kontakte sogar noch verstärkt. Nur

für sehr lange lineare Kontakte und großen topologischen Ladungen nahe $\varphi = \pi$ nähert sich die numerisch berechnete Barrierenhöhe wieder der analytisch berechneten an und der Vortexescape-Prozess dominiert. Außerdem dominiert der homogene Phasenscape-Prozess im Vergleich zu annularen Kontakten nur für sehr kurze Kontakte und kleine Werte von φ . u/E'_J ist in diesem Bereich nahezu konstant.

Der Escape-Prozess wird außerdem noch von Störungen, wie Eigenfeldeffekte, verursacht durch den Bias- oder Injektorstrom, beeinflusst. Diese können allerdings in 0. Ordnung in den Simulationen mit ActivLLJJ für lineare Kontakte berücksichtigt werden. Es wird hierbei ein zur Diskontinuität (Injektorstrom) proportionaler Anteil zum Magnetfeld addiert. Die Nebenmaxima des kritischen Stroms der $I_c(H)$ -Abhängigkeit werden dadurch etwas nach außen verschoben, reduziert und etwas verzerrt (vgl. Abb. 5.8). Genauso verschieben sich die Minima. Auch

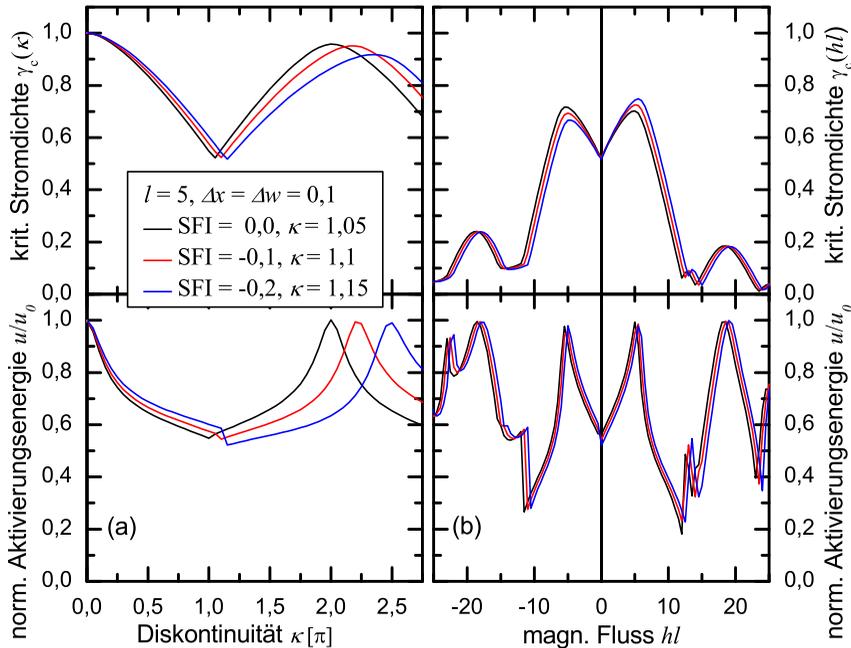


Abbildung 5.8: Auswirkung von Eigenfeldeffekten 0. Ordnung sowohl für die $I_c(\kappa)$ -Kurve und die dazugehörige Aktivierungsenergie (a) als auch für die $I_c(H)$ -Kurve am Minimum und die Aktivierungsenergie (b) für lineare Kontakte.

die Nebenmaxima der Aktivierungsenergie verschieben sich zu höheren Werten von κ .

Die endliche Ausdehnung der Diskontinuität muss zumindest in linearen Kontakten berücksichtigt werden. Bei linearen Kontakten mit einer idealen Diskontinuität korrespondiert das erste Minimum mit $\kappa = \pi$ und das erste Nebenmaximum mit $\kappa = 2\pi$. Bei einer ausgedehnten Diskontinuität ist dies allerdings nicht mehr der Fall. Das Minimum verschiebt sich zu einem leicht höheren κ . I_c im Maximum ist kleiner eins und die Position verschiebt sich ebenfalls zu einem leicht höheren κ (s. Abb. 5.9). Dabei ist die Gesamtausdehnung der Diskontinuität $\Delta x + 2\Delta w$ wichtig und weniger das Verhältnis zwischen Δx und Δw . Es fällt auf, dass die Aktivierungsenergie unverändert bleibt, trotz der Reduktion und der Verschiebung zu leicht höheren κ 's des ersten Nebenmaximums des kritischen Stroms. Es entstehen lediglich kleine Sprünge an den Stellen, an welchen sich zwei Lösungen der gSGG kreuzen. Die potenzielle und magnetische Energie der beiden Äste scheint im Minimum nicht mehr identisch zu sein. Dies kann dadurch verstanden werden, dass die Symmetrie des Systems durch die ausgedehnte Diskontinuität gebrochen ist.

Aufgrund der Verzerrungen der $I_c(\kappa)$ -Kurve werden zum Kalibrieren der Injektoren die Messungen an eine mit ActivLLJJ simulierte Kurve angefügt. Vermutliche Eigenfeldeffekte durch den Injektor- oder Biasstrom können so mitberücksichtigt werden. In Abb. 5.1 sind zwei typische Messungen der $I_c(I_{inj})$ -Kurven für einen annularen und einen linearen Kontakt zusammen mit einer Sinc-Funktion für den annularen Kontakt und einer Simulation für den linearen Kontakt abgebildet.

Bei annularen Kontakten entspricht der Injektorstrom am ersten Minimum des Fraunhofer-Musters [Ust02, NLC02] einer topologischen Ladung von $\varphi = 2\pi$. An diesem Punkt wird ein komplettes Fluxon injiziert, welches sich frei im Kontakt bewegen kann. Dementsprechend ergibt sich $I_c(2\pi) = 0$. Es zeigt sich, dass die endliche Ausdehnung der Injektoren in annularen Kontakten, zumindest im Experiment, keine Auswirkung auf den kritischen Strom hat [Mal04], lediglich die Dipolstärke ist wichtig. Effiziente numerische Simulationen können für diesen Fall mit ActivALJJ nicht durchgeführt werden, da Gl. (3.54) nicht mehr gültig ist. Aus dem selben Grund kann auch kein zu κ proportionales Magnetfeld angenommen werden.

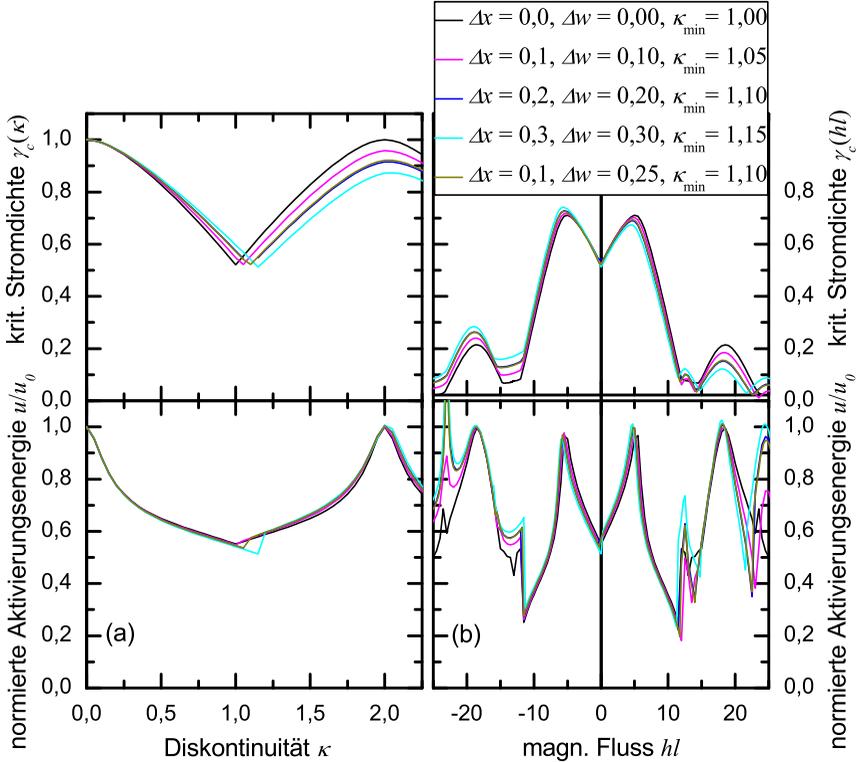


Abbildung 5.9: Auswirkung endlicher Injektorgrößen sowohl auf die $I_c(\kappa)$ -Kurve und die dazugehörige Aktivierungsenergie (a) als auch für die $I_c(h)$ -Kurve und die Aktivierungsenergie (b) in linearen Kontakten.

5.4.1 Messung der κ -Abhängigkeit der Aktivierungsenergie in annularen Kontakten

Die Messungen der Aktivierungsenergie von fraktionalen Flusswirbeln unterschiedlicher topologischer Ladung \wp wurde zunächst bei 4,2K durchgeführt. Messungen der Temperaturabhängigkeit wurden ebenfalls unternommen und werden in Kap. 5.6 diskutiert. Das Messprinzip ist dasselbe wie bei den Messungen der Magnetfeldabhängigkeit. Statt des Spulenstroms wurde jetzt allerdings der Strom durch die Injektoren und somit κ variiert. Die annulare Geometrie bietet den Vorteil, dass frak-

tionale Flusswirbel mit topologischer Ladung $\varphi > \pi$ in einem definierten Anfangszustand erzeugt werden können und der kritische Strom eindeutig bestimmt werden kann (vgl. Kap. 3.3).

Abbildung 5.10 zeigt die Messung der Aktivierungsenergie (rote Symbole) in Abhängigkeit der Diskontinuität κ zusammen mit numerischen Simulationen (rote Linien). Die Aktivierungsenergie wurde dabei in (a) auf u_0 normiert und in (b) auf E'_J . Zur Orientierung ist in (a) noch der Mittelwert des kritischen Stroms der Messung (schwarze offene Symbole) mit zugehöriger Simulation (schwarze Linie) dargestellt. Die numerisch bestimmte Barrierenhöhe basiert auf der Annahme punktförmiger Diskontinuitäten. Es besteht eine qualitativ gute Übereinstimmung der Messdaten mit den Simulationen. Es fällt auf, dass für $\kappa = 0$ die Aktivierungsenergie deutlich reduziert ist. Dies lässt die Vermutung aufkommen, dass die Dämpfung nicht mehr vernachlässigt werden kann. Benutzt man allerdings die dämpfungsabhängigen Modelle zur Bestimmung der Aktivierungsenergie und skaliert das Verhältnis u/u_0 auf eins, liegen die Messdaten deutlich über der Simulation. Deshalb sind Inhomogenitäten im Kontakt wahrscheinlicher für die reduzierte Aktivierungsenergie für kleine Diskontinuitäten, da diese als Nukleationskeime für den Escape-Prozess dienen können. Ähnlich wie bei der Magnetfeldabhängigkeit lokalisiert sich der Escape-Prozess für große κ 's auf die Diskontinuität und Inhomogenitäten spielen nur noch eine untergeordnete Rolle. Je länger der Kontakt, desto wahrscheinlicher werden diese Inhomogenitäten und desto mehr weicht die Aktivierungsenergie von den Simulationen ab. Der längste Kontakt P6 bildet hier eine Ausnahme, da dieser im Gegensatz zu den anderen in Abb. 5.10 durch einen leicht anderen Herstellungsprozess fabriziert wurde. Auch bei anderen Kontakten, die durch diesen Herstellungsprozess fabriziert wurden, scheint die Aktivierungsenergie u/u_0 systematisch näher an eins zu liegen.

In Ref. [KGB⁺09] wird eine alternative Erklärung für die Unterdrückung der Barrierenhöhe gegeben. Die sogenannte single-mode Approximation berücksichtigt beim Escape-Prozess nur die unterste Mode. In langen Kontakten rückt das Modenspektrum immer näher zusammen, weshalb laut Ref. [KGB⁺09] diese Annahme nicht mehr gemacht werden kann. Die Tatsache, dass am sehr langen Kontakt P6 eine kaum reduzierte Aktivierungsenergie gemessen wurde zeigt, dass diese Theorie höchstens einen Teil der Reduktion erklären kann.

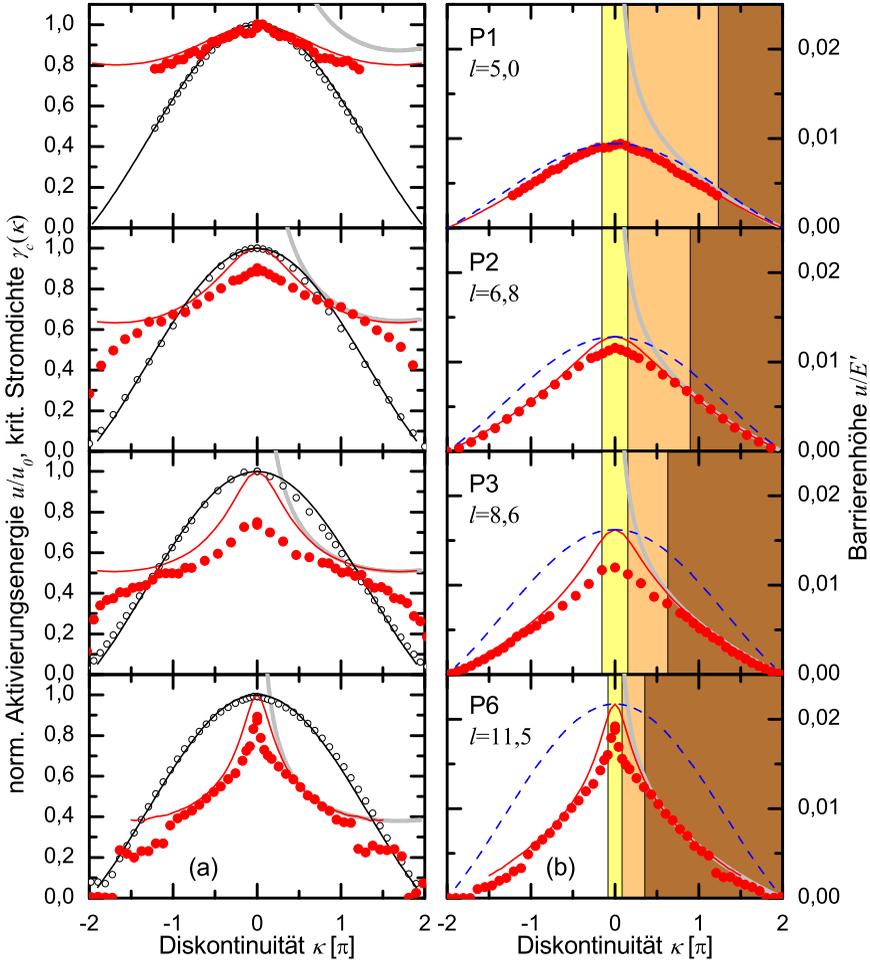


Abbildung 5.10: Experimentell und numerisch bestimmte $I_c(\kappa)$ - und Barrierenhöhenabhängigkeit in annularen Kontakten. Die roten Punkte zeigen die Messdaten der Barrierenhöhe u/u_0 (a) bzw. u/E_J' (b). Die offenen schwarzen Punkte stellen den Mittelwert der $I_c(\kappa)/I_0$ -Messungen dar. Die durchgezogenen Linien entsprechen den zugehörigen Simulationen. Die dicke graue Linie entspricht der Formel aus [VSK⁺09]. Die blaue gestrichelte Linie zeigt die Aktivierungsenergie eines punktförmigen Kontakts mit gleichem kritischem Strom. Die farblich gekennzeichneten Bereiche symbolisieren die Regimes unterschiedlicher Escape-Prozesse.

Wird $\kappa > \pi$ ist es außerdem noch möglich, dass der Kontakt nur auf eine ZFS schaltet. Die Genauigkeit einer I_c -Messung durch den Stromrampengenerators wird durch den wesentlich kleineren Spannungssprung verschlechtert, was zu einer künstlichen Verbreiterung der I_c -Histogramme führt und dadurch zu einem reduzierten u/u_0 , da $\sigma \propto T_{\text{esc}}^{1/3}$ [WLC⁺03]. Besonders deutlich ist dieser Effekt in Abb. 5.10 (a) für Kontakt P6 zu beobachten. Der Sprung in der Nähe von $|\kappa| = \pi$ wird genau von diesem Effekt verursacht. Für die Tatsache, dass bei den Kontakten P2 und P3 u/u_0 für $\kappa \rightarrow 2\pi$ nicht sättigt sondern gegen Null läuft, ist gleichfalls dieser Effekt verantwortlich, ein Sprung ist bei diesen Kontakten nur zu erahnen. Für Kontakt P1 wurden die Messungen nur bis zum Auftauchen der ZFS in das Diagramm integriert. In Abb. 5.10 (b) ist u/E'_J zum direkten Vergleich mit der Theorie (Abb. 5.6 (a)) abgebildet. Die Aktivierungsenergie u/E'_J ist proportional zum normierten kritischen Strom $\gamma_c(\kappa)$. Die oben beschriebenen Effekte können deshalb nicht mehr beobachtet werden, da sich der Unterschied zwischen Messung und Simulation im gleichen Maße reduziert, wie $\gamma_c(\kappa)$ für $\kappa \rightarrow 2\pi$ sich gegen Null bewegt.

5.4.2 Messung der κ -Abhängigkeit der Aktivierungsenergie in linearen Kontakten

Für die linearen Kontakte wird wieder exemplarisch die Messung und die numerisch bestimmte Aktivierungsenergie für die Kontakte P7, P10, P13 und P15 in Abb. 5.11 vorgestellt. Wie schon bei der Magnetfeldabhängigkeit der Aktivierungsenergie, liegt eine hervorragende Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation vor.

Der Injektorstrom wurde bei den Messungen gepulst. Das bedeutet, den Injektorstrom lieferte ein Rechteckpulsgenerator. Der Trigger-Puls für den Stromrampengenerator wurde durch den Rechteckpulsgenerator geschleust und diente als Trigger für diesen. Der Signalverlauf ist in Abb. 4.5 dargestellt. So konnte auch noch für einen kleinen Bereich $\kappa > \pi$ ein definierter Anfangszustand mit direktem fraktionalem Flusswirbel erzeugt werden. Setzt man den Reset-Strom des Rechteckpulsgenerators nicht auf Null sondern auf ca. 2π kann der komplementäre Ast ein Stück weit verfolgt werden. Abbildung 5.11 zeigt für Kontakt P13 die sich kreuzenden Äste des kritischen Stroms für die direkte und komplementäre Vortex-Konfiguration.

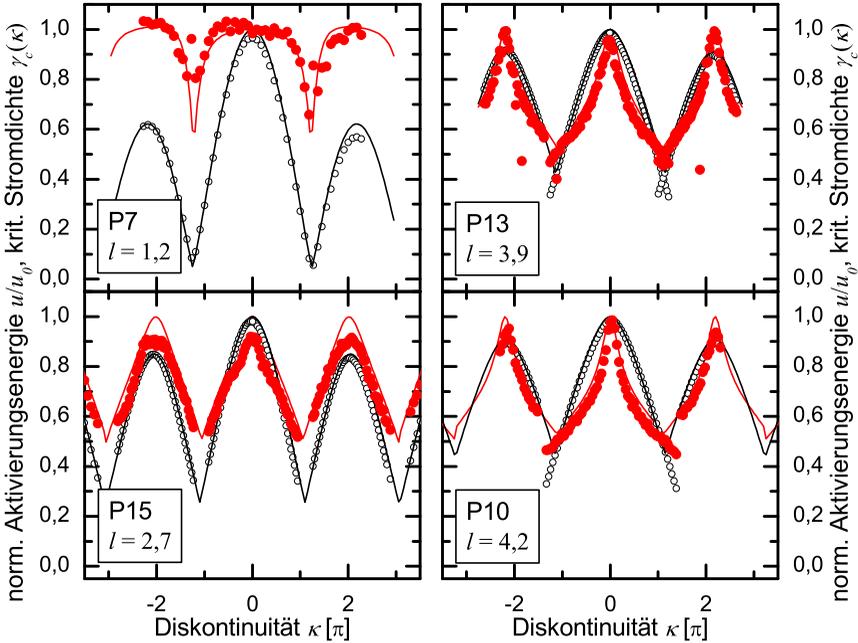


Abbildung 5.11: Experimentell und numerisch bestimmte $I_c(\kappa)$ - und Barrirenhöhe-Abhängigkeit in linearen Kontakten. Die roten Punkte zeigen die experimentell bestimmte Aktivierungsenergie u/u_0 . Die offenen schwarzen Punkte stellen den Mittelwert der $\gamma_c(\kappa)$ -Messungen dar. Die durchgezogenen Linien entsprechen den zugehörigen Simulationen.

Die Simulationen wurden wieder am Biaspunkt $\gamma = 0.99$ durchgeführt und es wurden sowohl Eigenfeldeffekte nullter Ordnung als auch die endliche Größe der Injektoren in die Simulationen miteinbezogen. Die Simulationen passen unter Berücksichtigung dieser Effekte wesentlich besser zu den Messwerten. Dies gilt vor allem für längere Kontakte, da diese empfindlicher auf Magnetfelder und dadurch auf Eigenfeldeffekte reagieren. Die Simulationsparameter sind in Tab. 5.2 aufgeführt.

Die normierte geometrische Breite $\Delta w [\lambda_J]$ der 5 bzw. $2 \mu\text{m}$ breiten Injektoren müsste ca. $0.1\lambda_J$ bzw. $0.05\lambda_J$ betragen. In den Simulationen wird die endliche Injektorausdehnung durch ein trapezförmiges Magnetfeldprofil realisiert. Bei genauer Betrachtung der Simulationsparameter fällt allerdings auf, dass die Breite der Injektoren bedeutend größer angenommen wurde als die geometrische Ausdehnung. Dies war notwendig,

um eine möglichst gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment zu erlangen. Eine mögliche Ursache hierfür könnte der Stromverlauf vom einen zum anderen Injektor darstellen. Fließt der Strom nicht direkt, so dass ein kleiner Teil des Stroms in einem größeren Bogen vom einen zum anderen Injektor fließt, wäre die effektive Breite der Injektoren wesentlich größer als die geometrische Breite. Zwischen den Injektoren muss der Strom homogen fließen, weshalb hier der geometrische Abstand als Simulationsparameter angenommen wurde. Zur Bestätigung dieser Theorie wurden Simulationen der Stromdichte mit dem Programm 3D-MLSI [KKSMK01, KKGS03] durchgeführt. Dieses Programm kann den Stromverlauf in supraleitenden Schichtstrukturen simulieren. Diese Simulationen zeigen zwar qualitativ einen bogenförmigen Verlauf eines Teils des Stroms vom einen zum anderen Injektor (s. Abb. 5.12), eine quantitative Interpretation der effektiven Injektorbreite konnte allerdings mit diesem Programm nicht durchgeführt werden, da eine zweidimensionale Stromverteilung vorliegt und nicht klar ist, nach welchen Kriterien Δw festgelegt werden soll. Auch scheint der Effekt die Injektoren nur um einen Faktor zwei zu vergrößern. Für die Simulationen musste die Injektorgröße allerdings eher dreimal so groß gewählt werden.

Es sei an dieser Stelle noch angemerkt, dass zwischen der Zuleitung für den Biasstrom und dem Kontakt selbst noch eine resistive Schicht eingefügt ist. Der Injektorstrom muss sich deshalb auf die aktive und passive Region des Kontakts beschränken.

5.4.3 Vergleich zwischen annularer und linearer Geometrie

Die Messungen spiegeln sehr schön die Regimes unterschiedlicher Escape-Prozesse wider. Bei den annularen Kontakten kann man dabei das Regime des homogenen Phasenescares (Abb. 5.10 (b) hellgelber Bereich), das Übergangs-Regime (Abb. 5.10 (b) orangener Bereich) und das Vortexescape-Regime (Abb. 5.10 (b) brauner Bereich) unterscheiden. Der Einfluss der Länge hebt sich gleichfalls sehr deutlich hervor. Je länger der Kontakt ist, desto kleiner kann κ gewählt werden, um den Vortexescape-Prozess zu untersuchen. Zum Vergleich ist in Abb. 5.10 (b) (blaue gestrichelte Kurve) auch noch die Barrierenhöhe für einen punktförmigen Josephsonkontakt, der denselben kritischen Strom

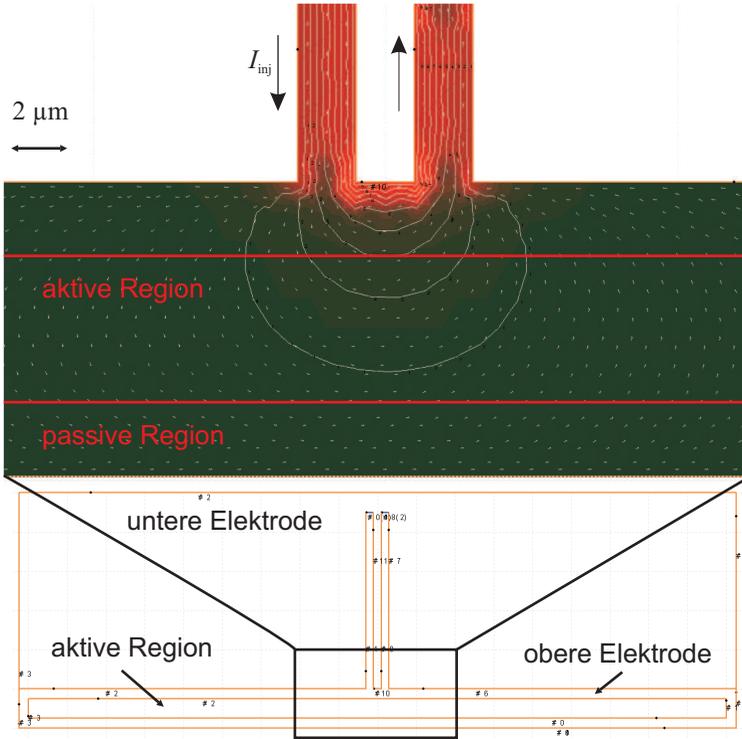


Abbildung 5.12: Numerisch bestimmte Suprastromverteilung einer Injektorgeometrie mit dem Programm 3D-MLSI. [KKSMK01, KKGS03]. Rote Bereiche zeigen eine hohe Stromdichte an, graue Bereiche eine niedrige.

besitzt, dargestellt. Der Unterschied wird für längere Kontakte immer größer und verdeutlicht, dass es sich hier um einen anderen als den homogenen Phasenscape-Prozess handelt.

Bei den linearen Kontakten kann man gleichfalls unterschiedliche Regimes beobachten, das Regime des homogenen Phasenscapes, ein Übergangsregime und das Regime, in dem der Escape-Prozess durch das Eindringen von Fluxonen an den Rändern dominiert wird. Die verwendeten Kontakte waren leider zu kurz, um in das Vortexescape-Regime zu gelangen. Auch hier kann man den Einfluss der Länge l der Kontakte sehr deutlich sehen. Je länger der Kontakt, desto massiver beeinflusst der Flusswirbel den Escape-Prozess. Vergleicht man die Aktivierungsenergie eines linearen Kontakts mit einem annularen (Abb.

5.7) wird deutlich, dass der Wert von u/E'_J — zumindest im Bereich $|\kappa| < \pi$ — für lineare Kontakte unterhalb dem Wert von annularen Kontakten liegt. Auch hier handelt es sich also höchstens für sehr kleine Diskontinuitäten um den homogenen Phasenscape-Prozess. Im Prinzip zeigen lineare Kontakte ein recht ähnliches Verhalten wie die annularen. Nur ist der Unterschied zwischen der analytisch berechneten Barrierenhöhe und den Mess- bzw. Simulationsdaten so groß, dass es sich hier nicht um den Vortexescape-Prozess handeln kann. Um diesen in einem linearen Josephsonkontakt beobachten zu können, sind Längen von mindestens $l = 9$ nötig (vgl. Abb. 5.6). Im Experiment hat sich gezeigt, dass mit zunehmender Länge immer mehr Schwierigkeiten auftreten. Die Kontakte werden mit steigender Länge immer anfälliger auf Eigenfeldeffekte. Genauso werden Inhomogenitäten in der kritischen Stromdichte oder Variationen in der Breite w der Kontakte immer wahrscheinlicher. Weiterhin wird es immer schwieriger, die Kontakte flussfrei abzukühlen. Der längste erfolgreich vermessene lineare Kontakt stellt deshalb P11 mit $360 \mu\text{m}$ dar.

5.5 0- π -Kontakte im Magnetfeld

Offensichtlich kann die Physik an fraktionalen Flusswirbeln nur in künstlich erzeugten 0- κ -Kontakten untersucht werden. Diverse Effekte, die in diesen künstlich erzeugten Systemen auftreten, können dabei durch die endliche Ausdehnung der Injektoren beschrieben werden, wobei noch die eine oder andere Frage offen steht. Man ist deshalb interessiert, zu untersuchen, wie sich die Aktivierungsenergie in Kontakten mit punktförmiger Diskontinuität verhält. Dabei können allerdings nur 0- π -Kontakte erzeugt werden. Als freier Parameter kann nur noch das Magnetfeld moduliert werden. Aus augenscheinlichen, geometrischen Gründen können dabei nur lineare 0- π -Kontakte verwendet werden.

In diesem Kapitel werden Messungen der Aktivierungsenergie in Abhängigkeit vom externen Magnetfeld von linearen, künstlich erzeugten 0- π -Kontakten präsentiert. Die Diskontinuität wurde allerdings auf das Minimum $\kappa = \kappa_{\min}$ der $I_c(\kappa)$ -Kurve im Nullfeld eingestellt, d. h. auf den Punkt, an dem sich zum ersten mal zwei Äste der $I_c(\kappa)$ -Kurve schneiden. Dies entspricht nur für ideale Diskontinuitäten dem Wert

$\kappa = \pi$ (vgl. hierzu Abb. 5.9). Dieser Wert ist relativ einfach zu finden, da in der Nähe von $|\kappa| = \pi$, durch die sich kreuzenden Äste, in den I_c -Histogrammen eine Doppelpeakstruktur zu erkennen ist. Am Minimum der $I_c(\kappa)$ -Kurve liegen diese beiden Escape-Peaks exakt aufeinander. Für die Messung der Magnetfeld abhängigen Aktivierungsenergie wurde der Injektorstrom allerdings, wie in Kap. 5.4.2 beschrieben ist, gepulst. Es konnten so, zumindest für längere Kontakte, beide Äste in einem kleinen Bereich um $B = 0$ verfolgt werden. Der Reset-Strom wurde dabei so gewählt, dass die beiden Werte $\kappa = 0$ und $\kappa = 2\pi$ eingestellt wurden und somit immer eine eindeutige Vortex-Konfiguration am Anfang jeder I_c -Messung vorlag. Wie in den vorherigen Kapiteln zeigt Abb. 5.13 die Messungen exemplarisch für die Kontakte P7, P10, P13 und P15. Die restlichen Messungen an den anderen linearen Kontakten

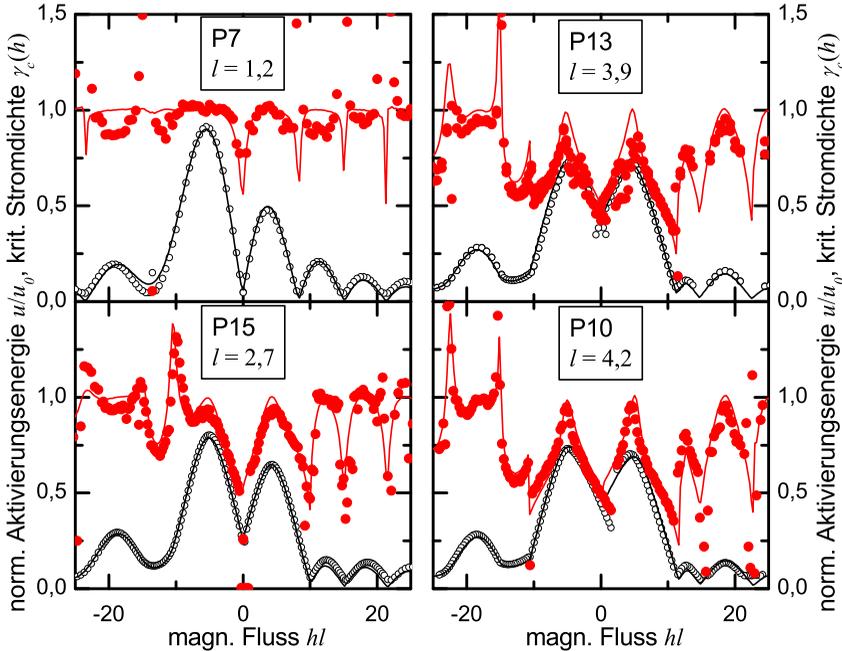


Abbildung 5.13: Experimentell und numerisch bestimmte $I_c(h)$ - und Barrierenhöhe-Abhängigkeit in linearen $0-\pi$ -Kontakten. Die roten Punkte zeigen die Messdaten der Barrierenhöhe u/u_0 . Die offenen schwarzen Punkte stellen den Mittelwert der $I_c(\kappa)/I_0$ -Messungen dar. Die durchgezogenen Linien entsprechen den zugehörigen Simulationen.

zeigen ähnliches Verhalten. Die Simulationen wurden wieder unter Berücksichtigung endlicher Injektorstrukturen und Eigenfeldeffekten mit den Parametern aus dem letzten Abschnitt durchgeführt. Die überaus schöne Übereinstimmung der Messdaten mit den Simulationen zeigt, wie gut sich Messungen an künstlich erzeugten 0- π -Kontakten, trotz der nicht idealen Diskontinuität oder eventuellen Eigenfeldefekten, reproduzieren lässt. Die Simulationsparameter sind in Tab. 5.2 aufgelistet. Die Diskontinuität wurde wieder wesentlich breiter angenommen als die geometrische Breite der Injektoren erwarten lies. Die Auswirkung einer endlichen Diskontinuität auf die $\gamma_c(h)$ -Kurve und die Aktivierungsenergie ist in Abb. 5.14 für verschieden lange Kontakte für $\kappa = \kappa_{\min}$ abgebildet (rote Kurven). Zum Vergleich ist jeweils noch die Aktivierungsenergie einer idealen Diskontinuität in die Diagramme integriert (schwarze Kurven). Für die Breite der Diskontinuität wurde $\Delta x = \Delta w = 0,1$ angenommen.

Es ist zu erkennen, dass je länger der Kontakt wird, desto weniger Einfluss die Breite der Diskontinuität auf die $\gamma_c(h)$ -Kurve hat. Die Diskrepanz in der Aktivierungsenergie verringert sich gleichfalls. Dort wo der Unterschied zwischen den $\gamma_c(h)$ -Kurven am größten ist und sich noch sub-Strukturen, wie weitere Nebenmaxima bilden, ist auch der Unterschied in der Aktivierungsenergie maximal.

Die Auswirkung der Breite der Diskontinuität ist in Abb. 5.9 (b) für einen Kontakt der Länge $l = 5$ zu sehen. Um den Einfluss des Verhältnisses zwischen Δx und Δw zu testen, wurde außer den numerischen Berechnungen mit $\Delta x = \Delta w$ noch eine Simulation mit den Parametern $\Delta x = 0,1$ und $\Delta w = 0,25$ integriert. Es stellt sich heraus, dass der Effekt $\Delta x \neq \Delta w$ nur eine untergeordnete Rolle spielt. Der Einfluss der Gesamtlänge der Diskontinuität hingegen beeinflusst sowohl die Abhängigkeit des kritischen Stroms $\gamma_c(\kappa, h)$ als auch die Aktivierungsenergie maßgeblich [GGs⁺05]. Der Vergleich der Simulationen mit den Messungen zeigt allerdings auch, dass die Unterschiede einer ausgedehnten und einer idealen Diskontinuität sehr gut verstanden sind. Für die experimentelle Realisierung einer punktförmigen Diskontinuität können zur Zeit experimentell verfügbare SIFS 0- π -Kontakte herangezogen werden. Messungen der Aktivierungsenergie an diesen Kontakten sind jedoch alles andere als trivial. Erste Messungen in [Pfe10] an kurzen SIFS 0- π -Kontakten mit kleinem R_{sg} zeigen, dass es schwierig

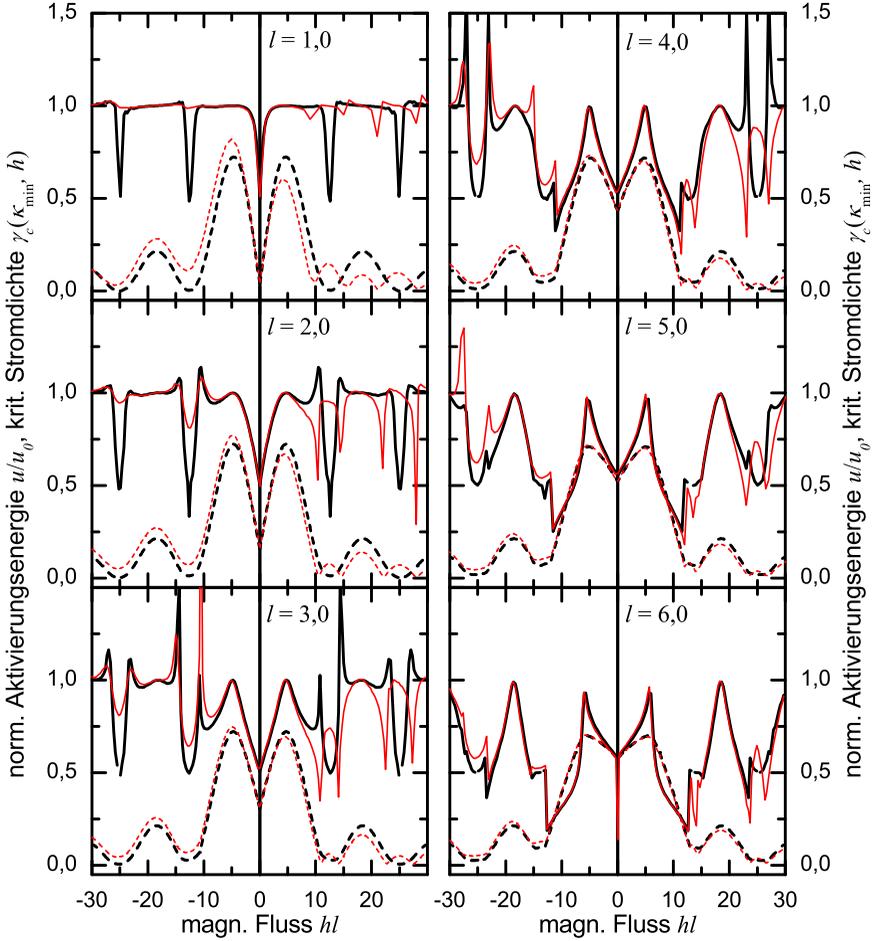


Abbildung 5.14: Numerisch bestimmte normierte Aktivierungsenergie in Abhängigkeit vom magnetischen Fluss am ersten Minimum der $\gamma_c(\kappa)$ -Kurve (ca. $\kappa = \pi$) für verschiedene Längen (durchgezogene Linien). Schwarz entspricht einer idealen Diskontinuität, rot einer ausgedehnten Diskontinuität mit $\Delta x = \Delta w = 0.1$. Zum Vergleich sind noch die zugehörigen $\gamma_c(h)$ -Kurven abgebildet.

ist, einen Kontakt mit symmetrischem j_c in der 0- und der π -Facette zu fabrizieren. Numerische Simulationen, in denen die Asymmetrie berücksichtigt wird, zeigen, dass der Effekt sehr groß ist und sehr schnell dominiert, so dass die Diskontinuität nur noch eine untergeordnete

Rolle spielt. Weiterhin ist die kritische Stromdichte sehr gering und λ_J deshalb sehr groß. Die längsten in Ref. [Pfe10] verwendeten Kontakte zur Messung der Aktivierungsenergie besitzen daher eine normierte Länge von $l < 0,7$.

5.6 Die Temperaturabhängigkeit der Barrierenhöhe

Außer den Messungen der Aktivierungsenergie bei 4,2K wurden noch zusätzliche Messungen der Temperaturabhängigkeit bei $T < 4,2\text{ K}$ in den beiden Mischkryostaten durchgeführt. Es wurden dabei nur annuläre Kontakte vermessen. Die Aktivierungsenergie an sich ist eigentlich temperaturunabhängig. Die Position und Breite der I_c -Histogramme hingegen ändert sich [Gar95]. Genauso ist die Dämpfung von der Temperatur abhängig [HTB90]. Je geringer die Temperatur, desto kleiner wird die Verteilungsbreite σ und die Histogramme nähern sich immer mehr dem fluktuationsfreien kritischen Strom I_0 an (s. Abb. 5.15). Unterhalb

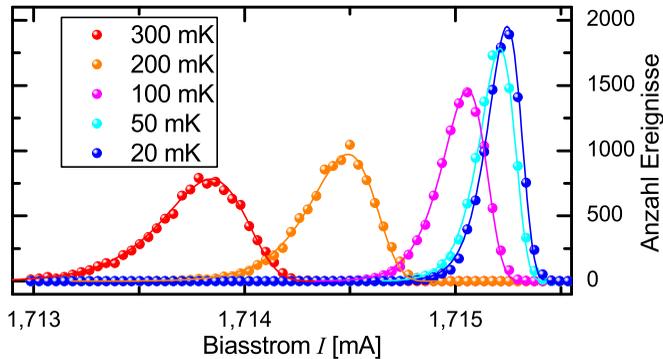


Abbildung 5.15: Serie von I_c -Histogrammen bei verschiedenen Temperaturen.

der Übergangstemperatur T^* sättigt σ und der mittlere kritische Strom I_c nähert sich nicht mehr I_0 an. Der Aktivierungsprozess ist durch das makroskopische Quantentunneln bestimmt. Für typische Josephsonkontakte mit einer kritischen Stromdichte von ca. 100 A/cm^2 liegt im idea-

len Fall T^* zwischen 80 – 100 mK. Durch die unbekannte Dissipation kann T^* jedoch auch deutlich tiefer liegen. Die Präsenz eines fraktionalen Flusswirbels im Kontakt ändert an dieser Übergangstemperatur nicht viel [VSK⁺09]. Diese Temperaturen können mit einem Mischkryostaten ohne Probleme erreicht werden. Wird der Escape-Prozess durch das makroskopische Quantentunneln bestimmt, bleibt die gemessene Escape-Temperatur wiederum konstant.

Messungen der Barrierenhöhe u in Abhängigkeit von κ bei verschiedenen Temperaturen wurden zunächst im thermischen Bereich ($T_{\text{Bad}} \gg T^*$) durchgeführt. Für die Proben P2 und P3 ist die normierte Aktivierungsenergie u/u_0 und u/E'_J in Abb. 5.16 für die Temperaturen $T_{\text{Bad}} = 0,5$ K (rote offene Symbole) und $T_{\text{Bad}} = 4,2$ K (rote volle Symbole) dargestellt. Die roten Linien entsprechen den zugehörigen Simulationen. Zur Orientierung

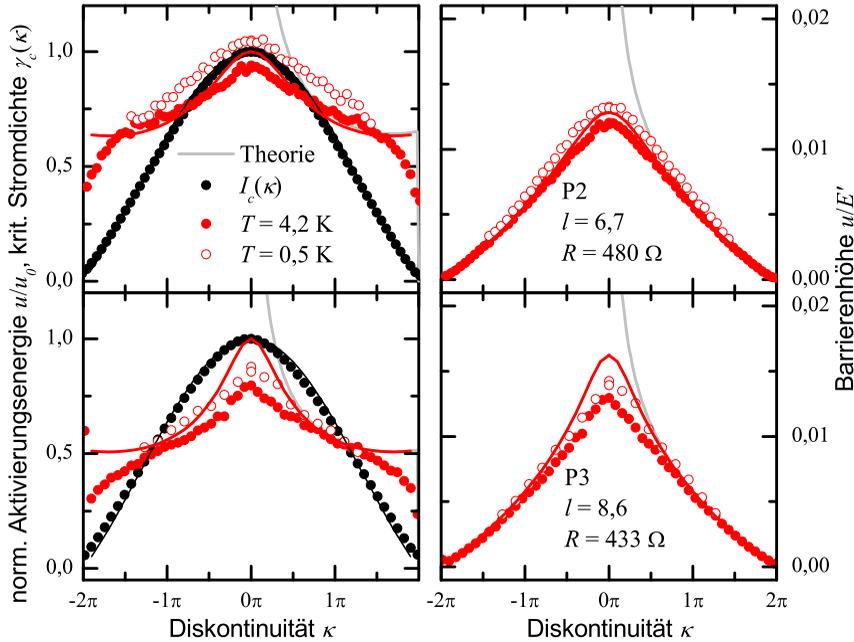


Abbildung 5.16: Messung der normierten Aktivierungsenergie u/u_0 und u/E'_J (rote Symbole) für die Proben P2 und P3. Die roten Linien entsprechen den zugehörigen Simulationen. Zur Orientierung ist noch die $I_c(\kappa)$ -Abhängigkeit (schwarze Symbole) abgebildet. Die graue Linie entspricht der analytisch berechneten Aktivierungsenergie.

tierung ist außerdem noch die gemessene $I_c(\kappa)$ -Abhängigkeit (schwarze Symbole) und die zugehörige sinc-Funktion (schwarze Linie) aufgetragen. Die graue fette Linie stellt wieder die mit Hilfe von Gl. (5.12) analytisch berechnete Aktivierungsenergie dar. Die Escape-Temperatur bei 4,2 K ist ebenfalls über die TST ermittelt worden. Für den Fit bei den Messungen bei 0,5 K ist jetzt allerdings das Modell mit mittlerer bis geringer Dämpfung (Übergangs-Regime) verwendet worden, da hier der Vorfaktor ρ nicht mehr vernachlässigt werden kann [SLG88] und deshalb bei den Fits mit der TST der Unterschied zwischen T_{Bad} und T_{esc} sehr groß wird (vgl. hierzu Abb. 5.18). Analoge Messungen wurden außerdem noch für die Kontakte P18 und P19 unternommen (s. Abb. 5.17). Der

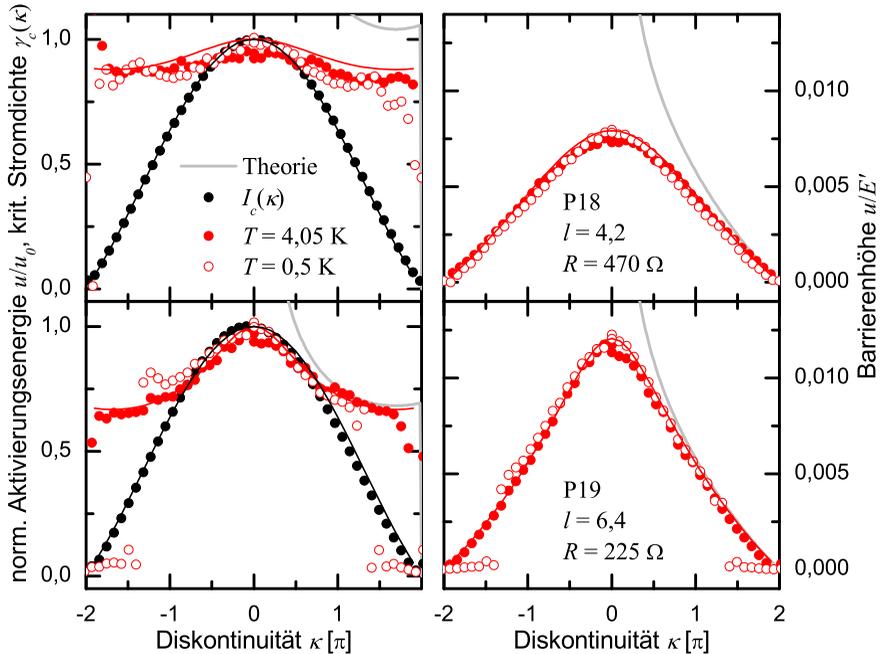


Abbildung 5.17: Messung der normierten Aktivierungsenergie u/u_0 und u/E' (rote Symbole) für die Proben P18 und P19. Die roten Linien entsprechen den zugehörigen Simulationen. Zur Orientierung ist noch die $I_c(\kappa)$ -Abhängigkeit (schwarze Symbole) abgebildet. Die graue Linie entspricht der analytisch berechneten Aktivierungsenergie.

Herstellungsprozess dieser Proben unterschied sich geringfügig von dem

der Proben P2 und P3 [Mec09]. Auch hier wurde für die Fits bei 4,05 K die TST verwendet. Die Messungen bei 4,2 K wurden schon ausführlich in Kap. 5.4 diskutiert. Für die Fits bei 0,5 K muss das dämpfungsabhängige Modell mittlerer bis geringer Dämpfung verwendet werden. Um die Werte für den passenden Widerstand R zu erlangen, wurden die I_c -Histogramme bei $\kappa = 0$ mit einer Methode der kleinsten Quadrate gefittet, in denen die Parameter I_0 , T_{esc} und R variiert werden können (vgl. hierzu Kap. 5.2). Das heißt, dass χ^2 unter den freien Parametern I_0 , T_{esc} und R minimiert wird. Der so erlangte Wert für R wurde anschließend für die Fits an die I_c -Histogramme mit fraktionalem Flusswirbel im Josephsonkontakt verwendet. Die ermittelten Werte für R zwischen 225Ω und 480Ω entsprechen Q -Faktoren von ca. 400 – 3000. Es ist dabei zu beachten, dass die Escape-Rate Γ nur sehr schwach von R abhängt. Dies führt zu einer relativ großen Unsicherheit bei der Bestimmung von R (ca. 50 %). Trotz dieser wenig genauen Methode zeigen die Messungen der Aktivierungsenergie in Abhängigkeit von κ eine hervorragende Übereinstimmung mit den numerischen Berechnungen (s. Abb. 5.16 und Abb. 5.17).

In Abb. 5.18 wird die Escape-Temperatur T_{esc} als Funktion der Badtemperatur T_{Bad} für vier verschiedene Proben und verschiedene Werte von κ aufgetragen. Es wurden dabei für jede Temperatur jeweils ein I_c -Histogramm, für den positiven (volle Symbole) und den negativen Wert (offene Symbole) von κ aufgenommen. Zum Vergleich ist noch eine Gerade mit $T_{\text{esc}} = T_{\text{Bad}}$ aufgetragen (gestrichelte Linie). Die Histogramme wurden dabei mit der TST gefittet. Dies ist auch der Grund, warum im thermischen Bereich für die Messungen bei $\kappa = 0$ die Escape-Temperatur T_{esc} deutlich höher als T_{Bad} ist. Die stark erhöhten und schwankenden Werte der Probe P19 im Bereich zwischen 100 mK und 300 mK können auf Schwankungen der Badtemperatur zurückgeführt werden. Aus unerklärlichen Gründen konnte in diesem Bereich die Temperatur nicht stabilisiert werden, was zu einer künstlichen Erhöhung von T_{esc} führte. In Abb. 5.18 ist bei den verschiedenen Proben eine Sättigung der Escape-Temperatur für $T_{\text{Bad}} \lesssim 100 \text{ mK}$ zu beobachten. Leider konnte bisher nicht bestätigt werden, dass es sich bei dieser Sättigung auch tatsächlich um den Übergang vom thermischen in das quantenmechanische Regime handelt. Die Vermutung, dass Heizeffekte, verursacht durch den Biasstrom oder den Injektorstrom, für diese Sättigung verantwortlich sind

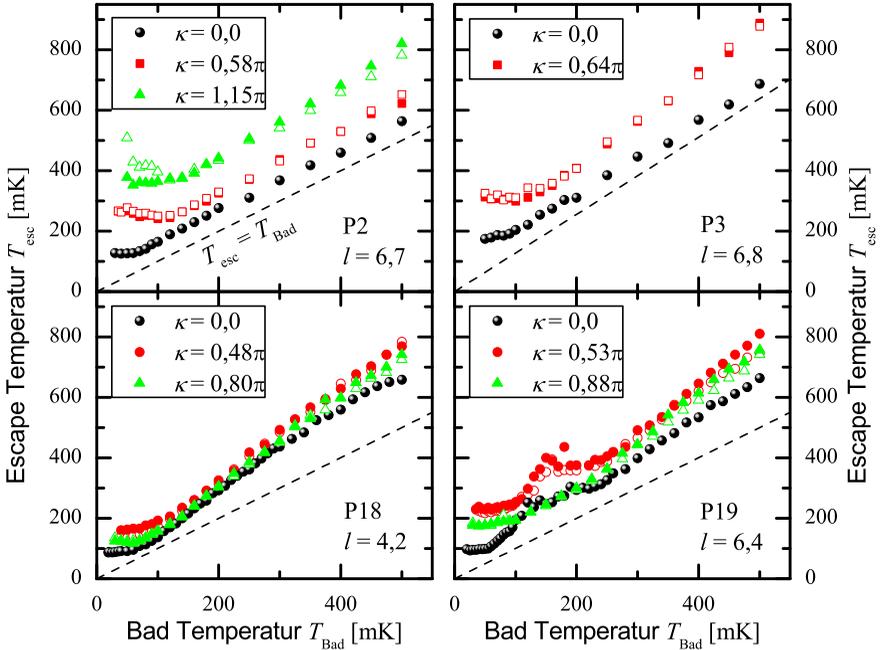


Abbildung 5.18: Messung der Escape-Temperatur T_{esc} in Abhängigkeit der Badtemperatur T_{Bad} für verschiedene Werte von κ . Die vollen Symbole entsprechen dem positiven Wert von κ , die offenen Symbole dem dazugehörigen negativen Wert.

verstärkte sich durch die Tatsache, dass die Sättigungstemperatur bei Messungen in den unterschiedlichen Messsystemen variierte. Sie hing außerdem noch maßgeblich von der thermischen Ankopplung der Biaslines an den Kaltfinger des Mischkryostaten ab. Nach Anbringen zusätzlicher thermischer Anker an die Zuleitungen konnte die Sättigungstemperatur erheblich gesenkt werden. Diese Tests wurden ohne Injektorstrom durchgeführt. Die erheblichen Auswirkungen dieser Messungen lassen deshalb nur erahnen, welche Effekte der Injektorstrom verursacht. Fließt der Injektorstrom in einer supraleitenden, Schleife könnte dieses Problem gelöst werden. Durch Unterbrechung der Supraleitung an einer Stelle (beispielsweise durch lokales aufheizen) der Schleife kann der Injektorstrom dann moduliert werden. Erste Designs mit solchen Strukturen werden momentan getestet.

Die besagten Heizeffekte sind vermutlich auch die Ursache dafür, dass

kein passendes Modell für die Fits für Temperaturen nahe und unterhalb der Sättigungstemperatur T^* gefunden werden konnte. Aus diesem Grund wurden die Messdaten mit der TST gefittet. Somit kann auch keine eindeutige Aussage über den Unterschied des Kontakts mit oder ohne fraktionalem Flusswirbel gemacht werden. Selbst über die Längenabhängigkeit der Aktivierungsenergie kann anhand dieser Messungen keine Erkenntnis gewonnen werden. Letztendlich wäre eine eindeutige Sättigung der Escape-Temperatur nur ein Hinweis auf das makroskopische Quantentunneln. Ein weiterer experimenteller Indikator auf das makroskopische Quantentunneln könnten Level-Spektroskopie-Messungen im Quantenregime darstellen. Hierbei geht man davon aus, dass die Phase im niedrigsten Niveau des Waschbrettpotentials ausgefroren ist. Über Mehrphotonenanregungen versucht man nun, den Übergang zwischen verschiedenen Niveaus des Waschbrettpotentials nachzuweisen. Experimente dieser Art sind schon in verschiedensten Systemen mit Josephsonkontakten realisiert worden [MDC85]. Allerdings ist auch dies, wie gesagt, nur ein Indikator für das Quantentunneln, da es sich hier auch um parametrische subharmonische Anregungen der Eigenfrequenz handeln kann [BKPS75, GJCC⁺04, GJC04]. Um einen Nachweis für das makroskopische Quantentunneln der Phase zu realisieren, müssen zeitabhängige Messungen durchgeführt werden. Dabei ist es „am einfachsten“, kohärente Oszillationen — beispielsweise Rabi-Oszillationen — nachzuweisen, wie es schon in diversen ähnlichen Josephsonsystemen gelungen ist [MNA02, VAC⁺02, CNHM03, CBS⁺04, CIA⁺04, IOI⁺03]. Aktuelle Theorien und Messungen belegen jedoch die Existenz von Rabi-ähnlichen Oszillationen im thermischen Bereich [GJC05, OSZ⁺08].

Kapitel 6

Spektroskopie von Molekülen

In diesem Kapitel werden Spektroskopiemessungen an Molekülen aus zwei fraktionalen Flusswirbeln vorgestellt [Kie08, Sic09]. Es wurden dabei nur annulare Kontakte verwendet, da es in diesen einfacher ist, Flusswirbel mit topologischer Ladung $\varphi > |\pi|$ zu realisieren und durch die Flussverteilung immer eine eindeutige Vortexkonfiguration, zumindest für die symmetrisch ferromagnetische (FM)-Anordnung, vorliegt. Es ist dabei sehr einfach die topologische Ladung über den Injektorstrom zu variieren. Der Abstand a der beiden Flusswirbel kann hingegen nur designtechnisch über die Länge des Kontakts variiert werden, da die Injektorpaare in der annularen Geometrie gegenüber liegen. Bevor die eigentlichen Messungen durchgeführt werden konnten, mussten vorher noch einige Parameter, wie die Plasmafrequenz ω_0 und der kritische Strom I_0 ermittelt werden. Diese Parameter können über verschiedene Messungen erlangt werden, was einigen Raum für Diskussionen bietet. Besitzt man nun Kenntnis über die Eigenfrequenz des Systems ohne Flusswirbel wird ein fraktionaler Vortex im Josephsonkontakt erzeugt und die Eigenfrequenz wiederum gemessen und mit der Theorie aus Kap. 3.4 verglichen. Erst jetzt werden schließlich die Eigenfrequenzen der künstlichen Moleküle in den Josephsonkontakten untersucht.

6.1 Die experimentelle Bestimmung der Plasmafrequenz

Für die Messung der Biasstrom abhängigen Eigen- oder Plasmafrequenz wird, wie für die Aufnahme des I_c -Histogramms, der in Kap. 4.2 beschriebene Aufbau verwendet. Zusätzlich werden jetzt noch Mikrowellen (MW) in den Kontakt eingekoppelt. Dadurch addiert sich ein AC-Anteil auf den DC-Biasstrom. Die Änderung des Gesamtstroms durch die AC-Komponente erfolgt durch die hohe Frequenz wesentlich schneller als durch den Anstieg des DC-Biasstroms durch den Stromrampengenerators, weshalb sich I_c zu niedrigeren Werten hin verschiebt. Will man nun mit Hilfe des AC-Stroms die Phase des Josephsonkontakts resonant aktivieren, so muss die Biasstrom abhängige Plasmafrequenz $\omega_{\text{pl}}(I)$ mit der extern eingestrahlten Mikrowellenfrequenz ω_{ext} übereinstimmen (s. Abb. 6.1 (c)). Der Kontakt würde unter bestimmten Bedingungen an diesem Punkt in seinen resistiven Zustand schalten. Im Bild des gekippten Waschbrettpotentials entspricht diese Situation einer resonanten Anregung des Teilchens in der Mulde (s. Abb. 3.16). Das Teilchen führt dabei immer heftiger werdende Oszillationen durch und kann eventuell den Potentialwall überwinden. Dies ist vor allem auch dann möglich, wenn der Potentialwall so hoch ist, dass der Escape-Prozess durch thermische Fluktuationen noch keine Rolle spielt.

Im Experiment lässt sich dies folgendermaßen umsetzen. Man strahlt Mikrowellen konstanter Frequenz ($< \omega_0$) auf den Kontakt und erhöht den Biasstrom. Bei richtiger Wahl der Leistung der Mikrowellen besteht am Resonanz-Punkt ($\omega_{\text{pl}}(I) = \omega_{\text{ext}}$) die Wahrscheinlichkeit, dass der Kontakt in seinen resistiven Zustand schaltet (vgl. Abb. 6.1 (a) und (c)). Wiederholt man diese Messung des kritischen Stroms und erstellt ein I_c -Histogramm, so ist in diesem außer dem thermischen Peak noch ein zusätzlicher Resonanz-Peak zu erkennen (s. Abb. 6.2). Diese Doppelpeakstruktur ist jedoch nur in einem sehr kleinen Intervall der Mikrowellenleistung zu beobachten. Ist die Leistung zu groß, kann man nur den Resonanz-Peak sehen, ist sie zu klein, kann nur der thermische Escape-Peak beobachtet werden. In Abb. 6.3 sind die Peaks von zwei Serien für verschiedene MW-Frequenzen von Histogrammen gezeigt (rote und schwarze Symbole), in denen die Ausgangsleistung des Mikrowellengenerators schrittweise erhöht wird. Es ist zu erkennen,

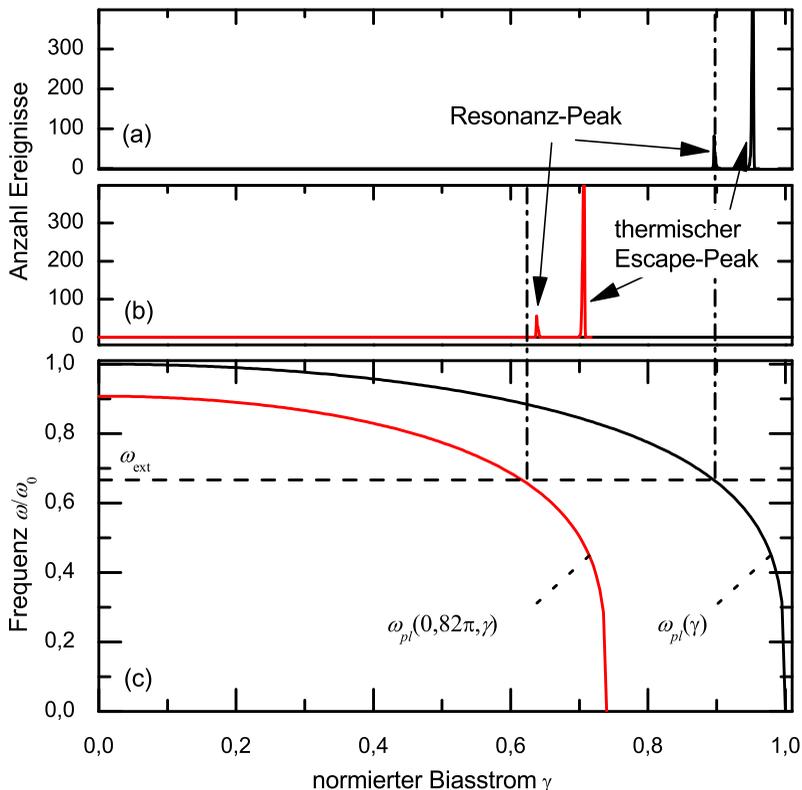


Abbildung 6.1: Vergleich der numerisch berechneten Plasmafrequenz (schwarz) bzw. Eigenfrequenz eines κ -Flusswirbels (rot) mit Schaltstatistikmessungen für $\kappa = 0$ (a) und $\kappa = 0,82\pi$ (b) unter Mikrowelleneinstrahlung. Die gestrichelte Linie entspricht der Mikrowellenfrequenz ω_{ext} .

dass die Doppelppeakstrukturen nur in einem kleinen Leistungsbereich auftreten. Zum Vergleich sind noch Kurven des dämpfungsabhängigen Modells aus Kap. 3.7 abgebildet. Theoretisch könnte man mit Hilfe eines Fits der Kurven an die Messdaten die frequenzabhängige Dämpfung im System bestimmen. Man benötigt zum Normieren der Messdaten die Plasmafrequenz ω_0 und den kritischen Strom I_0 . Der obere Ast des Escape-Peaks liegt aufgrund thermischer Fluktuationen unterhalb der theoretisch berechneten Kurve. Es ist nun zwar möglich, passende Parameter für den Fit an eine Messung bei gegebener MW-Frequenz zu finden. Diese weichen jedoch in großem Maße von den Parametern

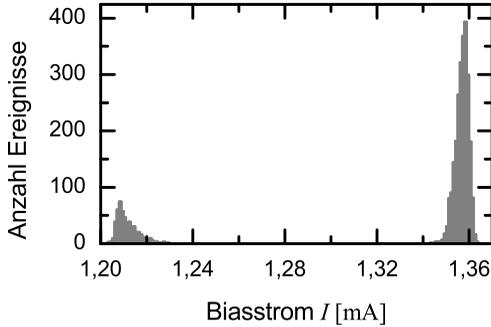


Abbildung 6.2: Schaltstatistikmessung unter Mikrowelleneinstrahlung. Die Frequenz und Leistung wurde so gewählt, dass eine Doppelppeak Struktur zu erkennen ist.

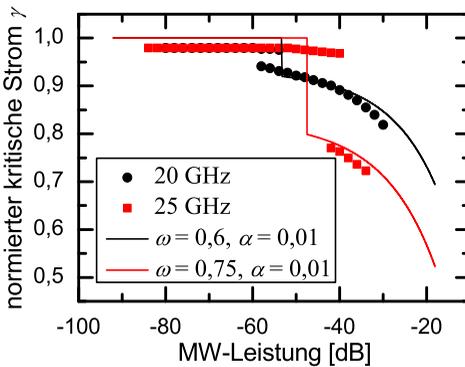


Abbildung 6.3: Peaks von Schaltwahrscheinlichkeitsmessungen zweier Serien unterschiedlicher Frequenz, in denen die Leistung variiert wurde (volle Symbole). Zum Vergleich sind mit Hilfe des dämpfungsabhängigen Modells aus Kap. 3.7 berechnete Kurven dargestellt (durchgezogene Linie). Die Messungen wurden mit $\omega_0 = 33$ GHz normiert.

des Fits bei der anderen Frequenz ab. Für α und ω_0 in den Kurven in Abb. 6.3 wurde ein Wert gewählt, so dass beide Kurven näherungsweise mit der Theorie übereinstimmen. Generell kann allerdings nur gesagt werden, dass die Leistungsabhängigkeit des kritischen Stroms I_c qualitativ mit der Theorie übereinstimmt, eine quantitative Analyse jedoch nicht durchgeführt werden konnte, da es zu viele unbekannte Größen gibt. Es ist dabei auch nicht klar, in wie weit die Dämpfung in einem

Josephsonkontakt frequenzabhängig ist.

Außer den geraden genannten traten auch noch messtechnische Probleme auf. Des öfteren treten Sprünge in der in den Kontakt eingekoppelten Leistung auf, die durch das Umschalten interner Dämpfungsglieder des Mikrowellengenerators zurückzuführen sind (s. Abb. 6.4). Sie treten aufgrund von Reflexionen an der Mikrowellenantenne auf, die keinen definierten $50\ \Omega$ -Abschlusswiderstand bildet. Dadurch ändert sich beim Umschalten der internen Dämpfungsglieder die Impedanz des Systems sprunghaft. Die Suche der Doppelppeakstrukturen wurde durch diese Sprünge in manchen Frequenzbereichen erheblich erschwert. Auch ist

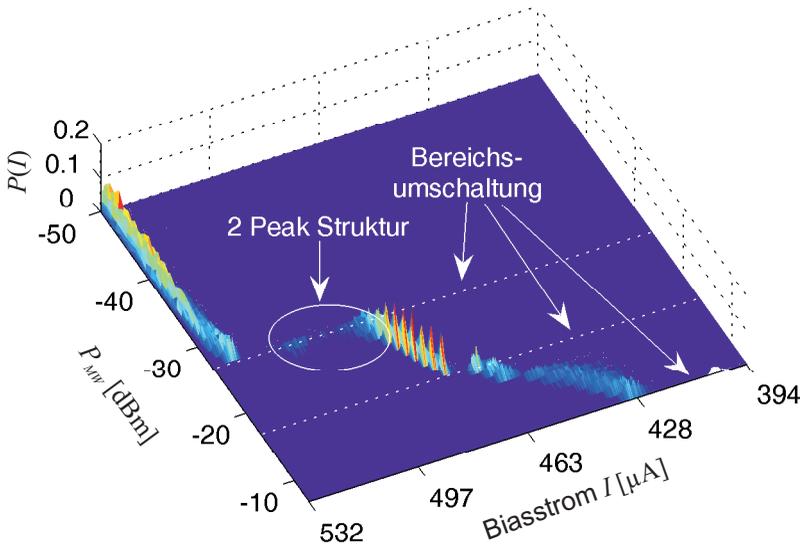


Abbildung 6.4: Messung von I_c -Histogrammen in Abhängigkeit der MW-Leistung von Kontakt P17. $f_{MW} = 32,5\ \text{GHz}$, $\dot{I} = 0,5\ \text{A/s}$, Anzahl der Messungen pro Histogramm $N = 500$.

unklar wie viel Leistung tatsächlich in das System einkoppelt. Um eine Verbesserung der Ankopplung zu erreichen, wurden diverse Versuche unternommen. So wurde der Josephsonkontakt in einen $50\ \Omega$ koplanaren Wellenleiter integriert, über Bonds direkt mit einem auf einer Cu-Platine strukturierten koplanaren Wellenleiter kontaktiert, der direkt an ein

MW-Kabel angelötet ist. Alternativ wurde das kurzgeschlossene Ende einer koplanaren Wellenleitung direkt neben einen Kontakt gelegt. Sie wurde so positioniert, dass der Kontakt genau zwischen dem Innenleiter und einem Außenleiter liegt, um eine maximale induktive Ankopplung zu erreichen. Bei den Vergleichsmessungen traten keine wesentlichen Unterschiede der frequenzabhängigen Mikrowelleneinkopplung auf. Es waren jedoch tendenziell mehr nicht zuzuordnende Resonanzen bei Messungen an Kontakten, die einen Wellenleiter auf dem Chip integriert hatten, zu beobachten.

Ein lösbares Problem hingegen stellte das Einkoppeln von thermischem Rauschen durch die Mikrowellenantenne dar. Um den Rauschbeitrag bei Raumtemperatur abzufangen wurde ein Dämpfungsglied im Kalten eingebaut. Theoretisch benötigt man hierzu die Dämpfung $D = 10 \log_{10}(T_1/T_2)$ dB. Mit $T_1 = 300$ K und $T_2 = 4,2$ K ergibt sich hieraus eine Dämpfung von mindestens 18,5 dB. Tests mit einem 3 dB, 10 dB, 20 dB und 30 dB Dämpfungsglied zeigten allerdings, dass schon ein 10 dB Dämpfungsglied ausreicht, damit kein merkbarer Rauschbeitrag im Kontakt zu erkennen ist. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass nicht die volle MW-Leistung in den Kontakt einkoppelt. Für die Tests wurde ein Josephsonkontakt als Rauschsensor verwendet und die Verbreiterung der Verteilungsbreite durch den Einbau einer Mikrowellenantenne in einem I_c -Histogramm vermessen. Als Vergleich diente eine Messung ohne eingebaute MW-Antenne. Ein weiterer DC-Break (Innen- und Außenleiter) bei Raumtemperatur entkoppelte den Mikrowellengenerator galvanisch vom Experiment.

Die Messung von Doppelpeakstrukturen wurde nun für verschiedene Frequenzen der Mikrowellen wiederholt und die Positionen der Resonanz-Peaks jeweils in einem Diagramm aufgetragen. An diese Messwerte kann jetzt Gl. (3.40) angefitet werden und man erhält einen Wert für I_0 und ω_0 (s. Abb. 6.5).

Es ist dabei zu beachten, dass die Position der Resonanz-Peaks, da es sich hier um einen nichtlinearen Oszillator handelt, verschoben sein kann, wie in Kap. 3.7 gezeigt wurde. Die beiden Modelle, die die Abhängigkeit des kritischen Stroms I_c von der eingestrahlten Mikrowellenleistung auf unterschiedliche Weise berechnen [FU00, Lik86, GJCC⁺04, GJC04], sind sehr widersprüchlich. So ist das eine dämpfungsabhängig, wohinge-

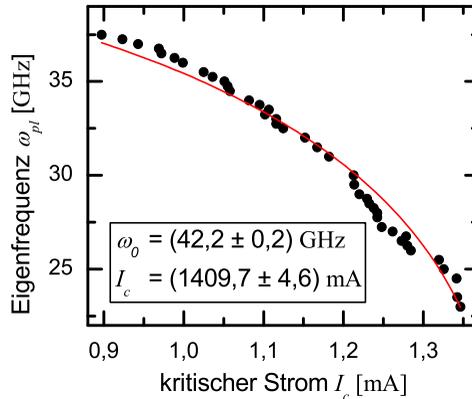


Abbildung 6.5: Fit von Gl. (3.40) an Messungen der Biasstromabhängigen Eigenfrequenz von Kontakt P5.

gen das andere dämpfungsunabhängig ist. Diese Probleme lassen sich jedoch nicht in zufriedenstellender Weise lösen. Auch der Versuch, die Dämpfung des Systems über eine Schaltwahrscheinlichkeitsmessung des kritischen Stroms in Abhängigkeit der eingestrahnten MW-Leistung zu ermitteln lieferte keine quantitativen Ergebnisse, weshalb im Folgenden die Position der Mitte des Resonanz-Peaks direkt mit der Biasstrom abhängigen Eigenfrequenz (Gl. (3.40)) verglichen wird. Aus den beiden Modellen folgt jedoch, dass die Resonanz-Peaks bis ca. 10% unterhalb der eigentlichen Resonanz-Position liegen können. Die Form des Resonanz-Peaks spielt in dieser qualitativen Betrachtung deshalb keine Rolle. Es wurde darauf geachtet, die Resonanz-Peaks im Vergleich zu den thermischen Escape-Peaks relativ klein zu halten (ca. 10% bis 50% der Schaltereignisse), da die Position des Resonanz-Peaks sich zu kleineren Werten hin verschiebt, je mehr Leistung man einstrahlt (vgl. Kap. 3.7).

Die gerade beschriebene Methode ist natürlich nur eine Möglichkeit, die Plasmafrequenz zu bestimmen. Es gibt eine große Anzahl an Spektroskopie-Experimenten, in denen Mikrowellen in einen Josephsonkontakt eingestrahlt werden, sowohl im thermischen [DDF⁺68, BKPS75, DMEC84, Lik86] als auch im quantenmechanischen Regime, wo die Aktivierung der Phase durch Tunnelprozesse dominiert wird [CL81, JGH⁺81, DMC85, EDM86, DEM⁺87, TEU⁺89, BCGJ10]. Weiterhin können auch diverse Probenparameter mittels

		P17	P4	P5	P6
Länge	l	4,4	4,5	6,7	11,5
Spektroskopie	$f_{0,1}$ [GHz]	42,4	44,9	44,0	35,5
ZFS	$f_{0,2}$ [GHz]	42,8	46,0	X	38,1
Hersteller	$f_{0,3}$ [GHz]	43,1	45,8	41,1	37,8
Spektroskopie	$I_{0,1}$ [μ A]	961,4	1073,7	1412,1	1921,6
I_c -Statistik	$I_{0,2}$ [μ A]	934,3	1052,9	1411,8	1915,7

Tabelle 6.1: Vergleich der aus verschiedenen Methoden erlangten Plasmafrequenz $f_0 = \omega_0/2\pi$ in GHz und dem kritischen Strom I_0 in μ A. Zusätzlich ist noch die normierte Länge l angegeben.

der Spektroskopie an Josephsonkontakten gewonnen werden [DMEC84, BLT⁺06, SCJ⁺06].

Generell würde man erwarten, dass der über den Vergleich der Eigenfrequenzmessung mit Gl. (3.40) ermittelte Wert für I_0 mit dem über die Schaltwahrscheinlichkeitsmessung ermittelten übereinstimmt. Der Vergleich zeigt jedoch, dass die I_0 -Werte aus den Spektroskopiemessungen höher sind. Dieser Effekt ist für alle Kontakte zu beobachten, die spektroskopiert worden sind (s. Tab. 6.1). Eine mögliche Erklärung stellen Inhomogenitäten der kritischen Stromdichte im Kontakt dar. Während bei der Bestimmung von ω_0 über die Spektroskopie nur der Mittelwert $\langle j_0 \rangle$ eine Rolle spielt, ist bei der Schaltwahrscheinlichkeitsmessung eher die minimale kritische Stromdichte relevant.

Weiterhin können noch zwei alternative Methoden gewählt werden, die Plasmafrequenz der Kontakte zu bestimmen. So wurde zum einen ω_0 mit Hilfe der Herstellerparameter bestimmt (Gl. (2.11)). Für I_0 kann der aus dem I_c -Histogramm ermittelte Wert verwendet werden. Für die Berechnung der Kapazität wurde die von Hypres [Hyp] vorgegebene spezifische Kapazität $c^* = 4,1 \cdot 10^{-6}$ F/cm², aufgrund eines ähnlichen Herstellungsprozesses und einer ähnlichen kritischen Stromdichte, verwendet. Zum anderen konnte ω_0 noch über die Messung von ZFS in IV -Kennlinien mit einem Fluxon im Kontakt ermittelt werden. Die passive Region wurde über Gl. (4.1) bei der Berechnung miteinbezogen. Alternativ kann auch der Korrekturfaktor für die Swihart-Geschwindigkeit (Gl. (4.3)) verwendet werden. Es ergibt sich

allerdings nur ein marginaler Unterschied von ca. 0,02 GHz je nach dem, mit welcher Methode man die passive Region berücksichtigt, weshalb nur die Korrektur mit Gl. (4.1) in Tab. 6.1 aufgelistet ist. Eine Gegenüberstellung der erlangten Parameter aus den verschiedenen Methoden ist in Tab. 6.1 dargestellt. Nimmt man einen Fehler von 10 % an, stehen die Ergebnisse in guter Übereinstimmung zueinander.

6.2 Eigenfrequenzspektren von Josephsonkontakten mit fraktionalem Flusswirbel

Als weiterer Charakterisierungsschritt wurde ein Josephsonkontakt mit einem fraktionalem Flusswirbels spektroskopiert [Buc06, BGS⁺07, GBK⁺07]. Diese Spektroskopie wurde jeweils für beide Injektorpaare separat und für verschiedene Werte von κ durchgeführt. Vorab wurden allerdings noch die $I_c(\kappa)$ -Kurven mit dem Programm GOLDEXI vermessen, wie in Kap. 5.1 beschrieben ist. Diese beiden Kurven mussten mit der theoretischen sinc-Funktion näherungsweise übereinstimmen, damit die entsprechenden Kontakte weiterverwendet werden konnten.

Die Messung der Eigenfrequenz erfolgt nach dem gleichen Messprinzip wie für $\kappa = 0$. Als zusätzlichen Parameter kann jetzt allerdings noch κ variiert werden. Aufgrund der annularen Geometrie liegt für $|\kappa| < 2\pi$ immer der direkte Vortex mit der topologischen Ladung $\wp = -\kappa$ vor. Der resonante Aktivierungsprozess der Phase unterscheidet sich dadurch. Wie bereits erwähnt, sind die fraktionalem Flusswirbel an ihren Entstehungsort gepinnt. In einem vereinfachten Gedankenexperiment kann man sich jetzt vorstellen, dass ein Biasstrom über den Kontakt den Flusswirbel aufgrund der Lorentzkraft deformiert (s. Abb. 6.6 (a)). Bei Ausschalten des Biasstroms oszilliert dann der Flusswirbel um seine Ruhelage. Diese Oszillation kann jetzt allerdings auch mit einem zusätzlich zum DC-Biasstrom eingekoppelten AC-Strom über den Kontakt erzwungen werden. Die Amplitude der Oszillation des Flusswirbels schaukelt sich dann immer weiter auf, vorausgesetzt die Eigenfrequenz stimmt mit der Frequenz des AC-Stroms überein (s. Abb. 6.6 (b)). Schließlich löst sich ein Fluxon und ein komplementärer Flusswirbel bleibt zurück. Der Kontakt schaltet in den resistiven Zustand. Dies ist natürlich nur eine vereinfachte Darstellung. Ultimativ muss immer der gesamte Kontakt betrachtet werden, was durch die Tatsache deutlich wird, dass $\omega_{\text{pl}}(\wp)$ fließend für $\wp \rightarrow 0$

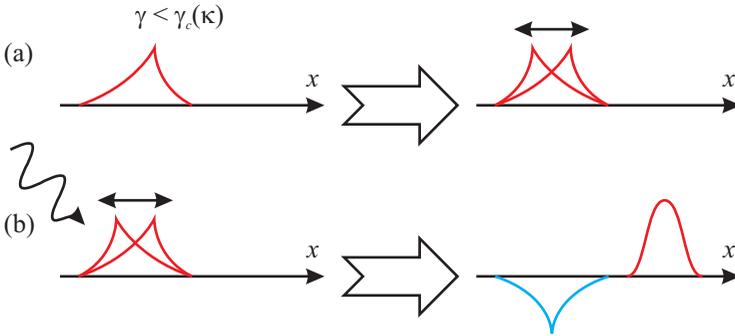


Abbildung 6.6: Illustration der resonanten Aktivierung eines fraktionalen Flusswirbels.

in die Eigenfrequenz des Kontakts ohne Flusswirbel übergeht. Man muss vielmehr die resonante Anregung eines Teilchens aus einem effektiven Potential betrachten. Dabei wird wie bei der thermischen Aktivierung die Potentiallandschaft (s. Abb. 5.5) auf ein eindimensionales Potential reduziert. Für eine quantitative Bestimmung des Eigenfrequenzspektrums werden numerische Simulationen herangezogen. Diese werden mit STKJJ durchgeführt.

Die Schaltwahrscheinlichkeit wurde, analog zu den Messungen ohne Flusswirbel, für verschiedene Werte der Mikrowellenfrequenz und verschiedene Werte von κ bestimmt. In Abb. 6.7 sind die Positionen der gemessenen Resonanz-Peaks zusammen mit den zugehörigen numerischen Simulationen aufgetragen. Normiert wurden die Messungen auf den durch den aus den Messungen ohne Flusswirbel erhaltenen Wert für ω_0 und I_0 . Zur Bestimmung der topologischen Ladung \wp wurde der Mittelwert des thermischen Escape-Peaks ohne Mikrowelleneinstrahlung $I_{\text{mean}}(\kappa)$ mit dem Mittelwert $I_{\text{mean}}(0)$ verglichen. Das erhaltene Verhältnis wird dann mit einer $I_c(\kappa)$ -Simulation verglichen. Der so erlangte Wert für κ unterschied sich nur leicht vom Wert den man aus der Kalibrierung des Injektorstroms durch die $I_c(I_{\text{inj}})$ und der Proportionalität von $\kappa \propto I_{\text{inj}}$ erhält. Dies ist auf die gute Übereinstimmung der $I_c(\kappa)$ -Messung mit der Simulation zurückzuführen. Die Messungen zeigen durch dieses Verfahren eine wesentlich bessere Übereinstimmung mit den Simulationen, da der kritische Strom von κ abhängig ist. Nur wenn die Eigenfrequenz für beide Injektorpaare gut bestimmt werden konnte und eine ähnlich gute Übereinstimmung, wie für den in Abb. 6.7 exemplarisch

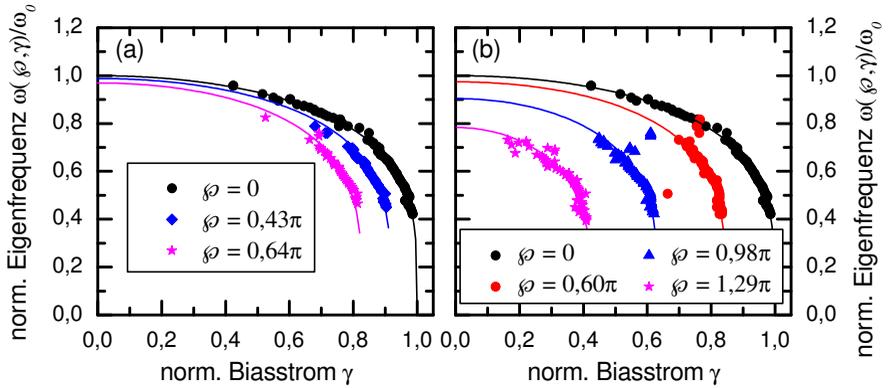


Abbildung 6.7: Position des Resonanz-Peaks bei Spektroskopiemessungen der Eigenfrequenz für das Injektorpaar der (a) unteren und der (b) oberen Elektrode des Kontakts P6.

gezeigten Kontakt P6 bestand, wurde der Kontakt weiterverwendet zur Spektroskopie von Molekülen.

6.3 Spektroskopie von Kontakten mit künstlichen Molekülen aus fraktionalen Flusswirbeln

In diesem Kapitel wird die Spektroskopie an einem Josephsonkontakt mit künstlich erzeugtem Molekül aus zwei fraktionalen Flusswirbeln präsentiert. Aufgrund der Flusserverhaltung durch die geschlossene Geometrie im annularen Kontakt können Vortexkonfigurationen durch den frei einstellbaren Injektorstrom eindeutig und direkt erzeugt werden. Die sehr zeitaufwändigen, systematischen Messungen wurden allerdings auf den symmetrisch FM und den symmetrisch antiferromagnetischen (AFM) Fall beschränkt. Mit STKJJ können jedoch die Eigenmoden beliebiger Konfigurationen sehr schnell simuliert werden.

6.3.1 Die symmetrisch ferromagnetische Konfiguration

Vor den spektroskopischen Messungen wurde zuerst eine $I_c(I_{\text{inj},1}, I_{\text{inj},2})$ Messung mit dem Programm GOLDEXI durchgeführt. Eine entsprechende Messung ist in Abb. 6.8 (a) für Kontakt P6 dargestellt. Um die topolo-

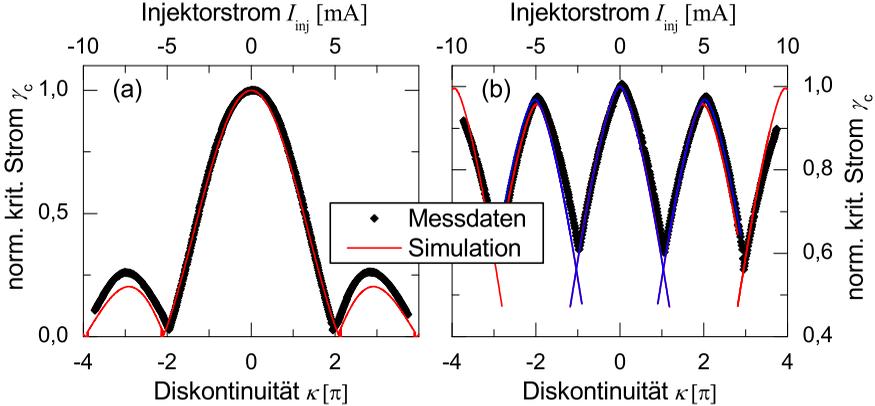


Abbildung 6.8: Vergleich der Messung des kritischen Stroms I_c des Kontakts P6 mit Simulationen für (a) die symmetrisch FM- und (b) die symmetrisch AFM-Konfiguration. Die blaue Kurve in (b) entspricht der numerischen Berechnung der $I_c(\kappa)$ -Kurve eines linearen Kontakts der Länge $l = 5,7$ mit einer Diskontinuität in der Mitte.

gischen Ladungen der Flusswirbel nahezu identisch zu halten, wurde die Proportionalität $\kappa \propto I_{\text{inj}}$ ausgenutzt und die beiden Injektorströme $I_{\text{inj},1}$ und $I_{\text{inj},2}$ im gleichen Verhältnis zueinander verändert, so dass die beiden Diskontinuitäten gleich groß sind ($\kappa_1 = \kappa_2$). Es konnte so zwar nicht sicher gestellt werden, dass beide Flusswirbel exakt die gleiche topologische Ladung tragen, die Abweichungen waren allerdings so gering, dass man sie in diesem Charakterisierungsschritt ohne Probleme vernachlässigen konnte. Die $I_c(\kappa_1, \kappa_2)$ -Kurve entspricht, aufgrund der Tatsache, dass für eine Hälfte des Kontakts das selbe Phasenprofil wie für einen Kontakt der Länge $L/2$ mit einer Diskontinuität vorliegt einer sinc-Funktion. Vor allem im Bereich von $|\kappa| < 2\pi$ konnte eine sehr gute Übereinstimmung mit der sinc-Funktion gefunden werden. Dieser Bereich ist später auch für die Spektroskopie relevant, da sich für größere topologische Ladungen der Flusswirbel in ein Fluxon und einen kleineren Flusswirbel aufspal-

tet. Außerdem traten trotz der enormen Größe von Kontakt P6 kaum Eigenfeldeffekte, verursacht durch den Injektorstrom oder Biasstrom, auf (leichte Verschiebung der Messdaten auf der κ -Achse). Warum manche Kontakte anfälliger auf solche Effekte sind und andere wiederum weniger, trotz identischem Design, blieb bisher ungeklärt.

Um die symmetrisch FM-Konfiguration $(-\kappa, -\kappa)$ während der Spektroskopie umzusetzen, wurde zuerst der Injektorstrom für ein Injektorpaar $I_{\text{inj},1}$ auf einen ausgesuchten Wert gesetzt und ein Schaltwahrscheinlichkeitshistogramm gemessen. Danach wurde der Injektorstrom kurzgeschlossen und der Strom $I_{\text{inj},2}$ des anderen Paares so eingestellt, dass sich der selbe Mittelwert des kritischen Stroms ergab. Als nächstes schloss man das erste Injektorpaar wieder an. So konnte sichergestellt werden, dass die topologischen Ladungen der beiden einzelnen Flusswirbel identisch waren. Es wurde dabei natürlich auch auf das gleiche Vorzeichen der Diskontinuitäten geachtet. Beim Zusammenschalten beider Injektorpaare verschob sich der kritische Strom leicht. Deshalb ergeben sich kleine Abweichungen in den Diskontinuitäten der folgenden Vergleiche, obwohl versucht wurde die gleiche Diskontinuität einzustellen.

Die spektroskopischen Messungen der Eigenfrequenz wurden nach dem analogen Prinzip wie die Eigenfrequenzmessungen an einzelnen Flusswirbeln durchgeführt.

Das zuvor frequenzentartete Modenspektrum spaltet sich jetzt auf, da die Flusswirbel gekoppelt sind und in Phase oder außer Phase zueinander schwingen können. In Abb. 6.9 werden die Messungen der Resonanzstrom-Position in Abhängigkeit der externen Frequenz für verschiedene Werte von $\varphi = -\kappa$ mit numerischen Berechnungen verglichen. Normiert wurde hier wie bei den Eigenfrequenzspektren eines einzelnen Flusswirbels auf die aus den Messungen für $\varphi = 0$ erlangte Plasmafrequenz und den kritischen Strom I_0 . In den Diagrammen sind alle gefundenen Resonanz-Peaks aufgetragen. Es zeigt sich, dass relativ viele nicht zuzuordnende Resonanzen vorhanden sind. Mögliche Ursachen für diese können z. B. stehende Wellen in der Resonatorbox sein. Die Länge und Breite des innersten Kupferbechers besitzt die selbe Größenordnung wie die Wellenlänge der Mikrowellen. Die nullte und die erste Eigenmode kristallisieren sich jedoch vor allem für große Flusswirbel deutlich sichtbar heraus (s. Abb. 6.9 (b), (c), (d)). Wie schon in Kap. 3.5 erwähnt entspricht die niedrigste Mode einer Schwingung in Phase, die nächst

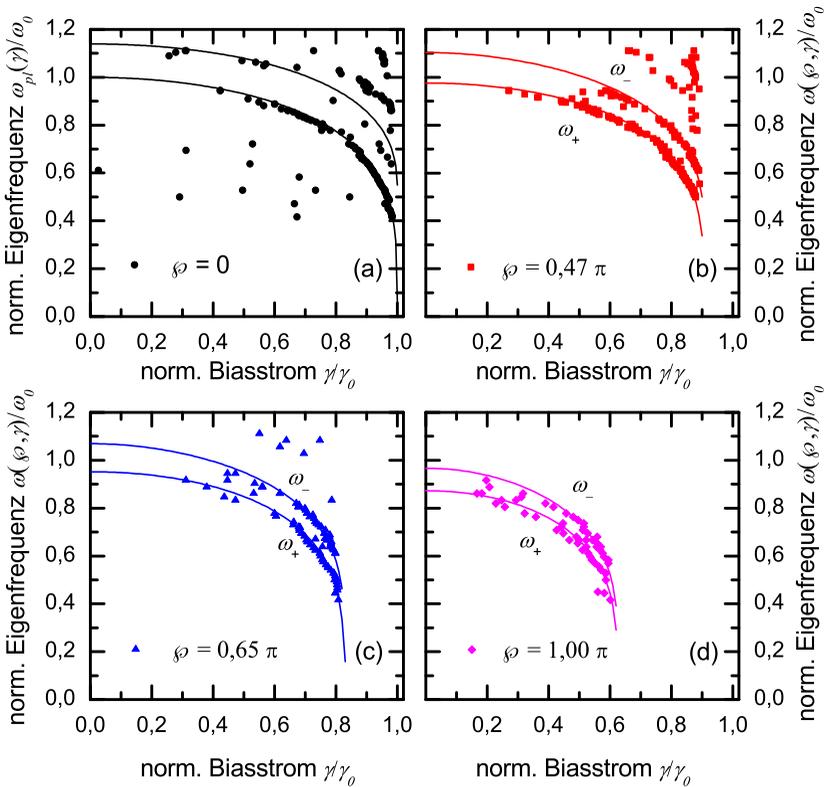


Abbildung 6.9: Vergleich der Resonanz-Peak Positionen der Eigenfrequenzmessungen (volle Symbole) von Kontakt P6 des Moleküls mit paralleler Anordnung der Flusswirbel mit numerisch bestimmten (Linien) für verschiedene Werte von φ . Zum Vergleich ist noch eine Messung für $\varphi = 0$ abgebildet (a). Es sind jeweils die numerischen Berechnungen der nullten und der ersten Mode abgebildet.

höhere Mode der Schwingung außer Phase. Wie in den Diagrammen zu sehen ist, rücken diese beiden Moden für größer werdende topologische Ladungen φ zu niedrigeren Frequenzen hin. Es gibt natürlich noch viele weitere Moden, die allerdings nicht mehr aufgelöst werden konnten. So zeigte sich im Experiment, dass für hohe Frequenzen (größer ca. 35 GHz) es immer schwieriger wird, die Moden anzuregen. Für Frequenzen oberhalb 40 GHz stand kein Mikrowellengenerator zur Verfügung. Messungen in diesem Bereich sind mit dem bisherigen Setup allerdings auch

nur bedingt möglich, da die Dämpfung der Kabel für steigende Frequenzen immer höher wird, so dass nur noch wenig Leistung in die Proben einkoppelt. Eine Möglichkeit, das Problem zu umgehen, stellen Kontakte mit kleinerer kritischer Stromdichte dar, da die Plasmafrequenz von j_0 abhängig ist. Allerdings vergrößert sich $\lambda_J \propto 1/\sqrt{j_0}$. Das heißt, man müsste physikalisch längere Kontakte herstellen, um die gleichen normierten Längen zu erhalten. Diese Kontakte können dann eventuell nicht mehr flussfrei eingekühlt werden. Es stellte sich heraus, dass eine kritische Stromdichte von ca. $(30 - 100) \text{ A/cm}^2$ einen sehr geschickten Mittelweg darstellt.

6.3.2 Die symmetrisch antiferromagnetische Konfiguration

Die spektroskopischen Messungen zur symmetrisch AFM-Anordnung der Flusswirbel verlief größtenteils analog zur symmetrisch FM-Konfiguration. Es wurde anfangs zur Charakterisierung eine $I_c(I_{\text{inj}1}, -I_{\text{inj}2})$ -Kurve aufgenommen (s. Abb. 6.8 (b)). Wie in Kap. 3.5 beschrieben entspricht diese Messung der $I_c(I_{\text{inj}})$ -Kurve eines linearen Kontakts der Länge $L/2$ mit einer mittig positionierten Diskontinuität (blaue Kurve in Abb. 6.8). Bestand eine gute Übereinstimmung mit der Theorie (rote Kurve Abb. 6.8 (b)) wurde der Kontakt für spektroskopische Messungen weiterverwendet. Nichtsdestotrotz sind auch hier geringe Eigenfeldeffekte durch den Injektorstrom zu beobachten. So sind die Maxima im Vergleich zu den numerischen Berechnungen leicht spitz zulaufend. Ebenfalls, wie bei der symmetrisch FM-Anordnung, ist die Kurve nur leicht auf der κ -Achse verschoben, was auf vernachlässigbare Eigenfeldeffekte des Biasstroms schließen lässt.

Nach der Charakterisierung wurde schließlich die Spektroskopie durchgeführt. In Abb. 6.10 sind die Biasstrom abhängigen Positionen der Resonanz-Peaks für verschiedene Werte von φ abgebildet. Zum Vergleich zeigt Abb. 6.10 (a) wieder die Messungen der Resonanz-Peak Positionen bei $\varphi = 0$, mit dem die Plasmafrequenz ω_0 und der kritische Strom I_0 ermittelt wurden. Die folgende Messungen wurden alle auf diese Werte normiert.

Im Gegensatz zu der symmetrisch FM-Anordnung existieren hier um $\kappa = \pi$ zwei stabile Zustände (vgl. Kap. 3.5), $(-\kappa, +\kappa)$ - und $(-\kappa + 2\pi, +\kappa - 2\pi)$ -Moleküle. Die beiden direkten fraktionalen Flusswirbel-

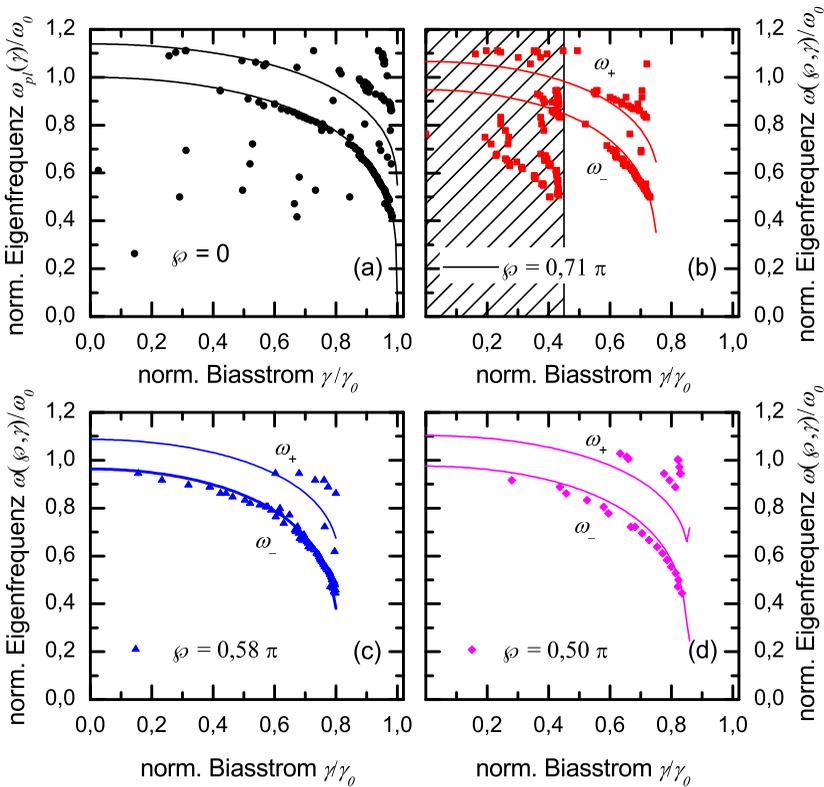


Abbildung 6.10: Vergleich der Resonanz-Peak Positionen der Eigenfrequenzmessungen von Kontakt P6 des Moleküls mit antiparalleler Anordnung der Flusswirbel (volle Symbole) mit numerisch bestimmten (Linien) für verschiedene Werte von φ . Zum Vergleich ist noch eine Messung für $\varphi = 0$ abgebildet (a). Es sind jeweils die numerischen Berechnungen der nullten und der ersten Mode abgebildet.

zustände können durch Austausch eines virtuellen Fluxons in ihre komplementären Partner überwechseln. Für konstanten Injektorstrom kann es vorkommen, dass der ebenfalls stabile komplementäre Zustand vorliegt. Bei der I_c -Schaltwahrscheinlichkeitsmessung sind dann zwei Peaks für den direkten und den komplementären Zustand zu erkennen. Abbildung 6.10 (b) zeigt eine solche Messung. Die Peaks im schraffierten Bereich liegen unterhalb des kritischen Stroms des komplementären Zustandes, der für $|\kappa| < \pi$ geringer ist als der kritische Strom des

direkten Zustandes. Diese Peaks sind also nicht eindeutig zuzuordnen und werden deshalb nicht weiter berücksichtigt. Bei den Messungen in Abb. 6.10 (c) und (d) wurde der Injektorstrom wie bei den Messungen der Aktivierungsenergie gepulst (vgl. Kap. 5.4.2), d. h. vor jeder I_c -Messung wird der Injektorstrom auf Null zurückgesetzt und anschließend erneut auf einen bestimmten Wert eingestellt. Dadurch wurde vor jeder I_c -Messung der direkte Vortex-Zustand ($-\kappa$, $+\kappa$) präpariert und es konnten deshalb Resonanz-Peaks bei deutlich kleineren Biasströmen detektiert und zugeordnet werden.

Leider stellte sich heraus, dass nur die nullte Mode (d. h. ω_-) zufriedenstellend aufgelöst werden konnte. Es traten zwar noch Resonanz-Peaks oberhalb der nullten Mode auf, diese ließen allerdings höchstens eine Mode erahnen, die nicht an ihrem zugehörigen Platz liegt. Viel eher entsprechen diese Peaks nicht zuzuordnenden Resonanzen, wie sie leider sehr häufig beobachtet werden können.

6.3.3 Variation des Abstands der Flusswirbel

Wie bereits in Kap. 3.5 beschrieben, spielt der Abstand a der beiden Flusswirbel für die Frequenzaufspaltung eine entscheidende Rolle. Je kleiner der Abstand a ist desto größer ist die Frequenzaufspaltung (s. Abb 3.12). Für kurze Kontakte mit hoher kritischer Stromdichte ($> 100 \text{ A/cm}^2$) bedeutet dies, dass die Frequenz der ersten Mode sehr schnell die 40 GHz überschreitet und nicht mehr aufgelöst werden kann. Die erste Mode konnte deshalb nur für den Kontakt P6, dessen spektroskopische Messungen im vorherigen Abschnitt präsentiert wurden, vermessen werden. Die nullte Mode hingegen konnte auch bei kürzeren Kontakten sehr gut spektroskopiert werden. In Abb. 6.11 sind die Messungen für die Kontakte P4, P5 und P6 für die symmetrisch FM- und die symmetrisch AFM-Konfiguration dargestellt. Die topologische Ladung der einzelnen Flusswirbel wurde für die verschiedenen Kontakte genau auf $\varphi = \pi/2$ gesetzt. Beim Zusammenschalten der Flusswirbel entsprach I_c nicht exakt dem kritischen Strom des Kontakts bei $\varphi = \pi/2$, weshalb die im Diagramm angegebenen Werte nicht $\pi/2$ ergeben. Für größere Werte von φ wäre zwar der Unterschied zwischen der symmetrisch FM und symmetrisch AFM Anordnung besser sichtbar gewesen (vergleiche hierzu Abb. 3.12 (a) und (b)), die spektroskopische Messung zeigte jedoch deutlich mehr nicht zuzuordnende Resonanzen je größer φ wurde.

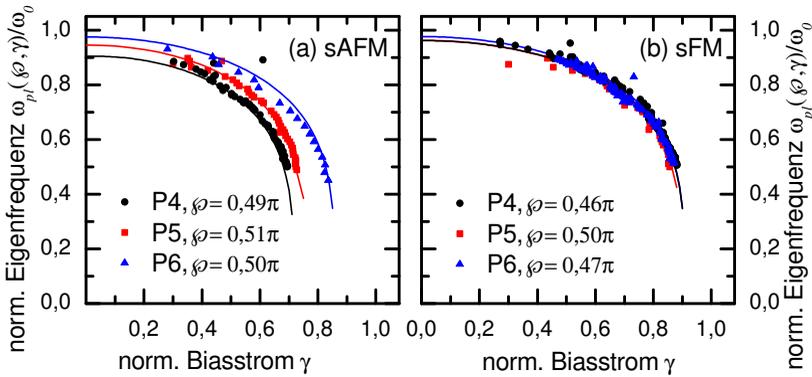


Abbildung 6.11: Vergleich der Resonanz-Peak Positionen der nullten Mode von Molekülen aus zwei fraktionalen Flusswirbeln in verschiedenen Kontakten für (a) die symmetrisch AFM und (b) die symmetrisch FM Anordnung.

Wie bereits erwähnt, stimmen die spektroskopischen Messungen der Resonanz-Peaks der nullten Mode sehr gut mit den numerischen Berechnungen überein. Abbildung 6.11 zeigt deutlich, dass sich für kurze Kontakte und kleine Abstände a die nullte Mode $\omega(0, \varphi)$ für die symmetrisch AFM-Konfiguration absenkt, während sie für die symmetrisch FM-Anordnung nahezu konstant bleibt. Das heißt, man kann durch die Bestimmung des Resonanz-Peaks darauf schließen, welche Anordnung vorliegt. Korrekter Weise muss allerdings gesagt werden, dass dies hauptsächlich auf den Unterschied im kritischen Strom zurückzuführen ist. Für $|\kappa| < \pi$ und längere Kontakte $a \rightarrow \infty$ nähert sich der kritische Strom der beiden Konfigurationen immer mehr aneinander an (vgl. Kap. 3.5) und somit wird auch der Unterschied in der nullten Mode immer kleiner.

Der direkte Vergleich der nullten Mode zwischen der symmetrisch FM- und der symmetrisch AFM-Konfiguration ist für den kurzen Kontakt P4 exemplarisch in Abb. 6.12 dargestellt. Für diesen Vergleich wurde ein relativ kurzer Kontakt gewählt, da hier der Unterschied der beiden Konfigurationen sehr groß ist und am deutlichsten sichtbar wird. Prinzipiell kann auch noch ein Unterschied für den längsten Kontakt P6 gemessen werden. Für $\gamma = 0$ betrug die Eigenfrequenz der ersten Mode für den in Abb. 6.12 vorgestellten Kontakt P4 ca. 65 GHz und konnte deshalb mit dem verwendeten Messsetup nicht aufgelöst werden.

Der Unterschied zwischen den beiden Konfigurationen wird mit steigen-

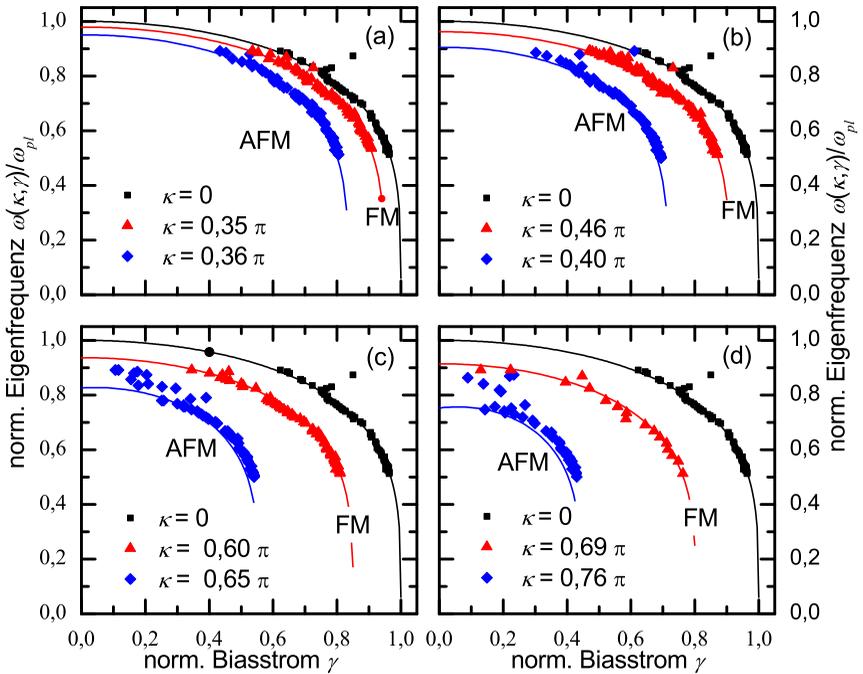


Abbildung 6.12: Vergleich der Resonanz-Peak-Positionen der nullten Mode der symmetrisch FM- und symmetrisch AFM-Anordnung von Molekülen aus zwei fraktionalen Flusswirbeln für verschiedene topologische Ladungen an Kontakt P_4 .

der topologischer Ladung φ der einzelnen Flusswirbel immer deutlicher, wie es die Theorie erwarten lässt (vgl. Kap. 3.5 Abb. 3.12). Es sei hier noch angemerkt, dass dieser Unterschied nicht auf die geringfügige Differenz von maximal 5 % der topologischen Ladung zwischen der symmetrisch FM- und der symmetrisch AFM-Mode zurückzuführen ist, wie in Abb. 6.12 (b) deutlich wird. Hier ist die topologische Ladung der AFM- größer als die der FM-Anordnung, die nullte FM-Mode liegt allerdings deutlich über der nullten AFM-Mode.

Bei einem Molekül aus zwei Flusswirbeln kann die Anordnung der Flusswirbel auch über eine I_c -Messung bestimmt werden. Geht man allerdings zu Molekülen mit mehreren Flusswirbeln über, ist dies nicht mehr so einfach. Informationen über das Modenspektrum werden mit steigender Anzahl der Flusswirbel immer wichtiger, um Aussagen über die vorlie-

gende Konfiguration treffen zu können.

Es ist zu beachten, dass die Messungen an annularen Kontakten durchgeführt wurden. Im Gegensatz zu linearen Kontakten gibt es hier keinen kritischen Abstand a_c der beiden Flusswirbel, unterhalb dem sich die symmetrisch AFM-Konfiguration nicht ausbildet [GKK04]. Aufgrund der Flussverhaltung in der geschlossenen Geometrie des Kontakts bilden sich außerdem für die symmetrisch FM-Anordnung und $|\kappa| < 2\pi$ immer die direkten Flusswirbel.

6.4 Diskussion

Die spektroskopischen Untersuchungen der nullten Mode zeigten eine sehr gute Übereinstimmung mit den numerischen Berechnungen. Generell stellte sich jedoch heraus, dass sich Flusswirbel mit der topologischen Ladung $\varphi > 3/2\pi$ nicht mehr spektroskopieren ließen. Es zeigen sich immer mehr nicht zuzuordnende Resonanzen. Außerdem gibt es in annularen Kontakten die Möglichkeit, dass für $\varphi > \pi$ die Spannung nur auf eine Nullfeldstufe schaltet. Diese Spannung ist wesentlich geringer als V_g . Für das verwendete Messsetup ist diese Spannung nicht mehr auflösbar. Es detektiert in diesem Fall nur den maximalen Strom der Nullfeldstufe. Anhand der Probe P6 konnte sehr schön die Frequenzaufspaltung für den symmetrisch FM-Fall gezeigt werden. Der Unterschied zwischen der symmetrisch FM- und der symmetrisch AFM-Anordnung konnte mit Hilfe der Proben P4 und P5 gezeigt werden. In diesen Proben war die erste Mode allerdings nicht mehr durch die Spektroskopie aufzulösen. Will man nun die Frequenzaufspaltung und den Unterschied der symmetrisch FM- und der symmetrisch AFM-Anordnung in einem Kontakt demonstrieren, so muss die Länge des Kontakts und damit der Abstand der beiden Flusswirbel sehr geschickt gewählt werden. Die bisherigen Versuche, dies zu demonstrieren, scheiterten leider. Es muss allerdings noch gesagt werden, dass sich die erste Mode nur für die symmetrisch FM-Konfiguration von Kontakt P6 messen lässt. Warum bei anderen Kontakten keine Resonanzen gemessen werden konnten war nicht immer nur ein Problem der maximalen MW-Frequenz des MW-Generators. Insbesondere konnte auch für die symmetrisch AFM-Konfiguration die erste Mode nicht aufgelöst werden. Warum sich nur die nullte Mode gut auflösen lässt, kann an dieser Stelle nicht geklärt werden. Vielleicht benötigt man eine

inhomogene Stromverteilung des AC-Stroms, um höhere Moden anzuregen, was mit Hilfe einer Antenne nicht in die Praxis umgesetzt werden kann.

Die Frage nach den vielen nicht zuzuordnenden Resonanzen kann an dieser Stelle auch nicht geklärt werden. Zwar besitzen die Ausdehnungen der innersten Kupferbox eine ähnliche Größenordnung wie die Wellenlänge der MW-Wellen, viele Resonanzen traten allerdings in Form von Biasstrom abhängigen Bändern auf (vgl. beispielsweise Abb. 6.9 (b) obere Resonanz-Peaks). Insbesondere Kontakte die mit einer koplanaren Streifenleitung gekoppelt waren zeigten tendenziell mehr Resonanzen.

Als nächstes sollen Moleküle mit drei oder mehreren Flusswirbeln spektroskopiert werden. Dabei muss man allerdings den annularen Kontakten, trotz ihrer vielen Vorteile den linearen gegenüber, den Rücken kehren. Versuche, in denen die Injektoren von verschiedenen Richtungen an den annularen Kontakt herangeführt wurden, zeigte, dass nur wenn die Injektoren parallel zur Biasstrom Zuführung liegen, der kritische Strom $I_c(\kappa)$ ein Fraunhofer-Muster ergibt. Somit können in annularen Kontakten maximal zwei Injektorpaare angebracht werden. Will man also die Zahl der Flusswirbel in den Molekülen erhöhen muss man zu linearen Kontakten übergehen. Dies würde die maximale Größe der einzelnen Flusswirbel allerdings auf ca. $\varphi = \pi$ beschränken.

Auf der theoretischen Seite hingegen ist man schon wesentlich weiter. Hier sind bereits die Bandstrukturen ganzer Kristalle, bestehend aus fraktionalem Flusswirbeln simuliert worden [SGK⁺05]. Der Vorteil solcher Kristalle wäre eine über den Biasstrom oder κ kontrollierbare Bandstruktur.

Weiterhin ist in Ref. [GVC⁺05] ein Quantenbit bestehend aus zwei anti-ferromagnetisch angeordneten Semifluxonen präsentiert worden. Dieses Modell ist leicht auf fraktionale Flusswirbel mit beliebigem φ erweiterbar. Die experimentelle Umsetzung ist mit Hilfe dieses modifizierten Modells wesentlich geschickter, da man φ als weiteren Freiheitsgrad erhält mit dem man die Potentialbarriere steuern kann. Insbesondere ist es erforderlich, den Abstand a der Flusswirbel so zu wählen, dass sich diese einerseits nicht gegenseitig annihilieren. Andererseits darf der Abstand auch nicht zu groß sein, so dass die Flusswirbel zwischen den Zuständen $\uparrow\downarrow$ und $\downarrow\uparrow$ noch tunneln können.

Kapitel 7

Ausblick

Eines der Fernziele der Forschung an fraktionalen Flusswirbeln ist die Realisierung hochgradig kontrollierbarer Quantenbits. Als Grundidee dient das in Ref. [GVC⁺05] vorgestellte Molekül. Statt eines $0-\pi-0$ -Kontakts ist allerdings geplant, einen $0-\kappa-2\kappa$ -Kontakt zu verwenden. Der Vorteil besteht hierin, dass man einen weiteren frei einstellbaren Parameter bekommt, so dass der kritische Abstand $a_c(\kappa)$ der beiden Flusswirbel, unterhalb dem sich die antiferromagnetischen Flusswirbel nicht ausbilden sondern annihilieren, noch leicht variiert werden kann. Das makroskopische Quantentunneln reagiert sehr empfindlich auf diesen Parameter. Ist dieser zu groß, ist die Barriere der beiden Flusswirbel zu hoch, als dass sie über makroskopisches Quantentunneln ein virtuelles Fluxon austauschen können und so zwischen den Zuständen $\uparrow\downarrow$ und $\downarrow\uparrow$ wechseln können.

Eine weitere technologische Baustelle stellen die SQUIDs¹ zum Auslesen des Zustands des Quantenbits dar. Erste erfolgreiche Messungen wurden bereits mit nicht hysteretischen SQUIDs durchgeführt [DGK⁺08] und können als Grundlage für genaue Berechnungen oder Tests, wie stark die Kopplung zwischen den Quantenbits und den SQUIDs ist, für die benötigten hysteretischen SQUIDs verwendet werden. Erste Designs und Testkontakte wurden bereits angefertigt und können jetzt ausprobiert werden.

Der Nachweis des makroskopischen Quantentunnelns von fraktiona-

¹Superconducting Quantum Interference Device [CB04]

len Flusswirbeln steht noch immer aus. Hierfür sollen zusätzlich zu den Messungen der Escape-Temperatur bei tiefen Temperaturen auch noch Levelspektroskopie-Messungen unternommen werden. Einen weiteren Beweis stellt die Messung von Rabi-Oszillationen am Quantenbit dar. Der Aufbau des hierfür benötigten Messsystems, ein $^3\text{He}^4\text{He}$ -Mischkryostat, war mit Teil dieser Arbeit.

Der klassische Bereich der fraktionalen Flusswirbel ist, wie in dieser Arbeit gezeigt wurde, mittlerweile sehr gut erforscht. Weitere Messungen mit komplexeren Systemen, mit drei oder vier fraktionalen Flusswirbeln, sind jedoch vorstellbar. Die technischen Herausforderungen, die hierbei allerdings auftreten, sind in Kap. 6.4 diskutiert worden.

Die Entwicklung von Systemen mit fraktionalen Flusswirbeln bleibt also weiterhin spannend. Das volle Potential dieser interessanten Objekte ist noch lange nicht ausgeschöpft und es gibt hoffentlich noch viele interessante Ideen für mögliche Anwendungen.

Literaturverzeichnis

- [AB63] V. Ambegaokar and A. Baratoff. Tunneling between superconductors. *Phys. Rev. Lett.*, 10:486, 1963.
- [Aff81] I. Affleck. Quantum-statistical metastability. *Phys. Rev. Lett.*, 46:388, 1981.
- [BBP82] A. I. Buzdin, L. N. Bulaevskii, and S. V. Panyukov. Critical-current oscillations as a function of the exchange field and thickness of the ferromagnetic metal (F) in an S-F-S Josephson junction. *JETP Lett.*, 35:178, 1982.
- [BC95] M. Büttiker and T. Christen. Nucleation of weakly driven kinks. *Phys. Rev. Lett.*, 75:1895, 1995.
- [BCGJ10] J. A. Blackburn, M. Cirillo, and N. Grønbech-Jensen. On the Classical Model for Microwave Induced Escape from a Josephson Washboard Potential. *arXiv*, 1001:4284, 2010.
- [BCS57] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer. Theory of superconductivity. *Phys. Rev.*, 108:1175, 1957.
- [BGH⁺03] K. Bladh, D. Gunnarsson, E. Hurfeld, S. Devi, C. Kristoffersson, B. Smalander, S. Pehrson, T. Claeson, P. Delsing, and M. Taslakov. Comparison of cryogenic filters for use in single electronics experiments. *Rev. Sci. Instr.*, 74:1323, 2003.
- [BGS⁺07] K. Buckenmaier, T. Gaber, M. Siegel, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin. Spectroscopy of the Fractional Vortex Eigenfrequency in a Long Josephson 0- κ Junction. *Phys. Rev. Lett.*, 98:117006, 2007.

- [BHL83] M. Büttiker, E. P. Harris, and R. Landauer. Thermal activation in extremely underdamped Josephson-junction circuits. *Phys. Rev. B*, 28:1268, 1983.
- [BK04] W. Buckel and R. Kleiner. *Supraleitung*. WILEY-VCH, 6 edition, 2004.
- [BKPS75] C. K. Bak, B. Kofoed, N. F. Pedersen, and K. Saermark. Parametric excitation of plasma oscillations in a Josephson tunnel junction. *J. Appl. Phys.*, 46:886, 1975.
- [BKS77] L. N. Bulaevskii, V. V. Kuzii, and A. A. Sobyenin. Superconducting system with weak coupling to the current in the ground state. *JETP Lett.*, 25:290, 1977.
- [BKS78] L. N. Bulaevskii, V. V. Kuzii, and A. A. Sobyenin. On possibility of the spontaneous magnetic flux in a Josephson junction containing magnetic impurities. *Solid Stat. Comm.*, 25:1053, 1978.
- [BL79] M. Büttiker and R. Landauer. Nucleation theory of overdamped soliton motion. *Phys. Rev. Lett*, 43:1453, 1979.
- [BL81] M. Büttiker and R. Landauer. Nucleation theory of overdamped soliton motion. *Phys. Rev. A*, 23:1397, 1981.
- [BLT⁺06] T. Bauch, T. Lindström, F. Tafuri, G. Rotoli, P. Delsing, T. Claeson, and F. Lombardi. Quantum dynamics of a *d*-wave Josephson junction. *Science*, 311:57, 2006.
- [BM61] N. N. Bogolubov and Y. A. Mitropolskii. *Asymptotic Methods in the theory of Nonlinear Oscillations*. Gordon and Breach, New York, 1961.
- [BMU96] P. Barbara, R. Monaco, and A. V. Ustinov. Model for the fine structure of zero field steps in long Josephson tunnel junctions and its comparison with experiment. *J. Appl. Phys.*, 79:327, 1996.
- [Bre06] M. Brendle. *Strom-Rampen-Generator RampGen*. Physikalisches Institut, Universität Tübingen, 2006.

- [Büt89] M. Büttiker. *Transport and fluctuations in the driven and damped sine-Gordon chain*. Manchester University Press, 1989.
- [Buc06] K. Buckenmaier. Eigenfrequenzen von fraktionalen Flusswirbeln in langen Josephson Kontakten. Master's thesis, Universität Tübingen, 2006.
- [CB98] T. Christen and M. Büttiger. Diffusion controlled initial recombination. *Phys. Rev. B*, 58:1533, 1998.
- [CB04] J. Clarke and A. I. Braginski. *The SQUID Handbook*. WILEY-VCH, 2004.
- [CBS+04] I. Chiorescu, P. Bertet, K. Semba, Y. Nakamura, C. J. P. M. Harmans, and J. E. Mooij. Coherent dynamics of a flux qubit coupled to a harmonic. *Nature*, 431:159, 2004.
- [CFV96] J. G. Caputo, N. Flytzanis, and E. Vavalis. Effect of geometry on fluxon width in a Josephson junction. *Int. J. Mod. Phys. C*, 7:191, 1996.
- [CIA+04] E. Collin, G. Ithier, A. Aassime, P. Joyez, D. Vion, and D. Esteve. NMR-like control of a quantum bit superconducting circuit. *Phys. Rev. Lett.*, 93:157005, 2004.
- [CL81] A. O. Caldeira and A. J. Leggett. Influence of dissipation on quantum tunneling in macroscopic systems. *Phys. Rev. Lett.*, 46:211, 1981.
- [CLT+96] M. G. Castellano, R. Leoni, G. Torrioli, F. Chiarello, C. Cosmelli, A. Costantini, G. Diambri-Palazzi, P. Carelli, R. Cristiano, and L. Frunzio. Switching dynamics of Nb/AlO_x/Nb Josephson junctions: Measurements for an experiment of macroscopic quantum coherence. *J. Appl. Phys.*, 80:2922, 1996.
- [CNHM03] I. Chiorescu, Y. Nakamura, C. J. P. M. Harmans, and J. E. Mooij. Coherent quantum dynamics of a superconducting flux qubit. *Science*, 299:1869, 2003.

- [CTC⁺96] M. G. Castellano, G. Torrioli, C. Cosmelli, A. Costantini, F. Chiarello, P. Carelli, G. Rotoli, M. Cirillo, and R. L. Kautz. Thermally activated escape from the zero-voltage state in long Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 54:15417, 1996.
- [CW08] J. Clarke and F. K. Wilhelm. Superconducting quantum bits. *Nature*, 453:1031, 2008.
- [DDF⁺68] A. J. Dahm, A. Denenstien, T. F. Finnegan, D. N. Langenberg, and D. J. Scalapino. Study of the Josephson plasma resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 20:859, 1968.
- [DDKP85] A. Davidson, B. Dueholm, B. Kryger, and N. F. Pedersen. Experimental investigation of trapped sine-Gordon solitons. *Phys. Rev. Lett.*, 55:2059, 1985.
- [DEM⁺87] M. H. Devoret, D. Esteve, J. M. Martinis, A. Cleland, and J. Clarke. Resonant activation of a brownian particle out of a potential well: Microwave-enhanced escape from the zero-voltage state of a Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 36:58, 1987.
- [DGK⁺08] A. Dewes, T. Gaber, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin. Semifluxon molecule under control. *Phys. Rev. Lett.*, 101:247001, 2008.
- [DMC85] M. H. Devoret, J. M. Martinis, and J. Clarke. Measurements of macroscopic quantum tunneling out of the zero-voltage state of a current-biased Josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 55:1908, 1985.
- [DMEC84] M. H. Devoret, J. M. Martinis, D. Esteve, and J. Clarke. Resonant activation from the zero-voltage state of a current-biased Josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 53:1260, 1984.
- [EDM86] D. Esteve, M. H. Devoret, and J. M. Martinis. Effect of an arbitrary dissipative circuit on the quantum energy levels and tunneling of a Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 30:6419, 1986.

- [FD73] T. A. Fulton and R. C. Dynes. Single vortex propagation in Josephson tunnel junctions. *Solid State Commun.*, 12:57, 1973.
- [FD74] T. A. Fulton and L. N. Dunkleberger. Lifetime of the zero-voltage state in Josephson tunnel junctions. *Phys. Rev. B*, 9:4760, 1974.
- [Fer65] R. A. Ferrell. Josephson tunneling and quantum mechanical phase. *Phys. Rev. Lett.*, 15:527, 1965.
- [FU00] M. V. Fistul and A. V. Ustinov. Libration states of a nonlinear oscillator: Resonant escape of a pinned magnetic fluxon. *Phys. Rev. B*, 63:024508, 2000.
- [FWK⁺03] M. V. Fistul, A. Wallraff, Y. Koval, A. Lukashenko, B. A. Malomed, and A. V. Ustinov. Quantum dissociation of a vortex-antivortex pair in a long Josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 91:257004, 2003.
- [Gab07] T. Gaber. *Dynamik fraktionaler Flußwirbel in langen Josephsonkontakten*. PhD thesis, Universität Tübingen, 2007.
- [Gab09] T. Gaber. *ActivLLJJ*. Universität Tübingen, 2009.
- [Gar95] A. Garg. Escape-field distribution for escape from a metastable potential well subject to a steadily increasing bias field. *Phys. Rev. B*, 51:15592, 1995.
- [GBK⁺07] T. Gaber, K. Buckenmaier, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin. Fractional Josephson vortices: oscillating macroscopic spins. *Appl. Phys. A*, 89:587, 2007.
- [GGS⁺05] T. Gaber, E. Goldobin, A. Sterck, R. Kleiner, and D. Koelle. Nonideal artificial phase discontinuity in long Josephson $0 - \pi$ junctions. *Phys. Rev. B*, 72:054522, 2005.
- [GJC04] N. Grønbech-Jensen and M. Cirillo. ac-induced thermal vortex escape in magnetic-field-embedded long annular Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 70:214507, 2004.

- [GJC05] N. Grønbech-Jensen and M. Cirillo. Rabi-type oscillations in a classical Josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 95:067001, 2005.
- [GJCC⁺04] N. Grønbech-Jensen, M. G. Castellano, F. Chiarello, M. Cirillo, C. Cosmelli, L. V. Filippenko, R. Russo, and G. Torrioli. Microwave-induced thermal escape in Josephson junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 93:107002, 2004.
- [GK06] D. Gulevich and F. Kusmartsev. Switching phenomena in an annular Josephson junction. *Physica C*, 435:87, 2006.
- [GKI04] A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov, and E. Ilichev. The current-phase relation in Josephson junctions. *Rev. Mod. Phys.*, 76:411, 2004.
- [GKK02] E. Goldobin, D. Koelle, and R. Kleiner. Semifluxons in long Josephson $0-\pi$ -junctions. *Phys. Rev. B*, 66:100508, 2002.
- [GKK03] E. Goldobin, D. Koelle, and R. Kleiner. Ground states and bias current induced rearrangement of semifluxons in $0-\pi$ -Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 67:224515, 2003.
- [GKK04] E. Goldobin, D. Koelle, and R. Kleiner. Ground states of one and two fractional vortices in long Josephson $0-\pi$ junctions. *Phys. Rev. B*, 70:174519, 2004.
- [Gol06] E. Goldobin. GOLDEXI, 2006. www.geocities.com/goldexi.
- [GS09] A. Gumann and N. Schopohl. Phase diagram of geometric d -wave superconductor Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 79:144505, 2009.
- [GSG⁺03] E. Goldobin, A. Sterck, T. Gaber, D. Koelle, and R. Kleiner. Dynamics of semifluxons in nb long josephson $0-\pi$ junctions. *cond-mat/0311610*, 2003.
- [GSK⁺05] E. Goldobin, H. Susanto, D. Koelle, R. Kleiner, and S. A. van Gils. Oscillatory eigenmodes and stability of one and two arbitrary fractional vortices in long Josephson $0-\pi$ junctions. *Phys. Rev. B*, 71:104518, 2005.

- [GSKK04] E. Goldobin, N. Stefanakis, D. Koelle, and R. Kleiner. Fluxon-semifluxon interaction in an annular long Josephson $0-\pi$ junction. *Phys. Rev. B*, 70:094520, 2004.
- [GVC⁺05] E. Goldobin, K. Vogel, O. Crasser, R. Walser, W. P. Schleich, D. Koelle, and R. Kleiner. Quantum tunneling of semifluxons in a $0-\pi-0$ long Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 72:054527, 2005.
- [GW84] H. Grabert and U. Weiss. Crossover from thermal hopping to quantum tunneling. *Phys. Rev. Lett.*, 53:1787, 1984.
- [GW06] E. Goldobin and A. Wallraff. *StkJJ — User's Reference*. <http://www.geocities.com/SiliconValley/Heights/7318/StkJJ.htm>, 2006.
- [HAS⁺03] H. Hilgenkamp, Ariando, H.-J. H. Smilde, D. H. A. Blank, G. Rijnders, H. Rogalla, J. R. Kirtley, and C. C. Tsuei. Ordering and manipulation of the magnetic moments in large-scale superconducting π -loop arrays. *Nature*, 422:50, 2003.
- [HHR⁺05] H. Häffner, W. Hänsel, C. F. Roos, J. Benhelm, D. Chek al kar, M. Chwalla, T. Körber, U. D. Rapol, M. Riebe, P. O. Schmidt, C. Becher, O. Gühne, W. Dür, and R. Blatt. Scalable multiparticle entanglement of trapped ions. *Nature*, 438:643, 2005.
- [Hil08] H. Hilgenkamp. Pi-phase shift Josephson structures. *Supercond. Sci. Technol.*, 21:034011, 2008.
- [HMS88] P. Hänggi, F. Marchesoni, and P. Sodano. Nucleation of thermal sine-Gordon solitons: Effect of many-body interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 60:2563, 1988.
- [HTB90] P. Hänggi, P. Talkner, and M. Borkovec. Reaction-rate theory: fifty years after Kramers. *Rev. Mod. Phys.*, 62:251, 1990.
- [HYC⁺01] S. Han, Y. Yu, X. Chu, S. Chu, and Z. Wang. Time-resolved measurement of dissipation-induced decoherence in a Josephson junction. *Science*, 293:1457, 2001.

- [Hyp] Hypres. <http://www.hypres.com>.
- [IOI⁺03] E. Il'ichev, N. Oukhanski, A. Izmailkov, T. Wagner, M. Grajcar, H. G. Meyer, A. Y. Smirnov, A. M. van den Brink, M. H. S. Amin, and A. M. Zagoskin. Continuous monitoring of Rabi oscillations in a Josephson flux qubit. *Phys. Rev. Lett.*, 91:097906, 2003.
- [JGH⁺81] L. D. Jackel, J. P. Gordon, E. L. Hu, R. E. Howard, L. A. Fetter, D. M. Tennant, R. W. Epworth, and J. Kurkijärvi. Decay of the zero-voltage state in small-area, high-current-density Josephson junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 47:697, 1981.
- [Jos62] B. D. Josephson. Possible new effects in superconductive tunneling. *Phys. Lett.*, 1:251, 1962.
- [KAL⁺02] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genet, B. Stephanidis, and R. Boursier. Josephson junction through a thin ferromagnetic layer: Negative coupling. *Phys. Rev. Lett.*, 89:137007, 2002.
- [Kat00] T. Kato. Dimensional crossover by local inhomogeneity in soliton-pair nucleation. *J. Phys. Soc.*, 69:2735, 2000.
- [Kat01] T. Kato. Local inhomogeneity effects on a nucleation process in a high external bias. *Phys. Rev. B*, 64:134106, 2001.
- [KGB⁺09] U. Kienzle, T. Gaber, K. Buckenmaier, K. Ilin, M. Siegel, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin. Thermal escape of fractional vortices in long Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 80:014504, 2009.
- [Kie08] U. Kienzle. Thermische und resonante Aktivierung in langen Josephson-Kontakten. Master's thesis, Universität Tübingen, 2008.
- [KKG03] M. M. Khapayev, M. Y. Kupriyanov, E. Goldobin, and M. Siegel. Current distribution simulation for superconducting multi-layered structures. *Supercond. Sci. Technol.*, 16:24, 2003.

- [KKSMK01] M. M. Khapaev, A. Yu. Kidiyarova-Shevchenko, P. Magne-
lind, and M. Yu. Kupriyanov. 3D-MLSI: Software packa-
ge for inductance calculation in multilayer superconducting
integrated circuits. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 11:1090,
2001.
- [KMS97] J. R. Kirtley, K. A. Moler, and D. J. Scalapino. Spon-
taneous flux and magnetic-interference patterns in $0 - \pi$
Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 56:886, 1997.
- [Kra40] H. A. Kramers. Brownian motion in a field of force and the
diffusion model of chemical reactions. *Physika (Utrecht)*,
7:284, 1940.
- [KTM99] J. R. Kirtley, C. C. Tsuei, and K. A. Moler. Tempera-
ture dependence of the half-integer magnetic flux quantum.
Science, 285:1373, 1999.
- [KTR⁺96] J. R. Kirtley, C. C. Tsuei, M. Rupp, J. Z. Sun, L. S.
Yu-Jahnes, A. Gupta, M. B. Ketchen, K. A. Moler, and
M. Bhushan. Direct imaging of integer and half-integer Jo-
sephson vortices in high- T_c grain boundaries. *Phys. Rev.*
Lett., 76:1336, 1996.
- [Kul65] I. O. Kulik. *Pis'ma Zh. Teor. Eksp. Fiz.*, 2:134, 1965.
- [LB92] G. S. Lee and A. T. Barfknecht. Geometric and material
dispersion in Josephson transmission lines. *IEEE Trans.*
Appl. Supercond., 2:67, 1992.
- [LDL⁺95] A. Laub, T. Doderer, S. G. Lachenmann, R. P. Huebener,
and V. A. Oboznov. Lorentz contraction of flux quanta ob-
served in experiments with annular Josephson tunnel junc-
tions. *Phys. Rev Lett.*, 75:1372, 1995.
- [Lee91] G. S. Lee. Analysis of linear resonances in modern Jose-
phson geometries. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 1:121,
1991.
- [Lik86] K. K. Likharev. *Dynamics of Josephson Junctions and*
Circuits. Gordon and Breach Publishers, 1986.

- [LU08] A. Lukashenko and A. V. Ustinov. Improved powder filters for qubit measurements. *Rev. Sci. Instr.*, 79:014701, 2008.
- [Mal04] B. A. Malomed. Creation of classical and quantum fluxons by a current dipole in a long Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 69:064502, 2004.
- [MB58] D. C. Mattis and J. Bardeen. Theory of the anomalous skin effect in normal and superconducting metals. *Phys. Rev.*, 111:412, 1958.
- [MC93] C. D. Motchenbacher and J. A. Connely. *Low-Noise Electronic System Design*. John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- [McC68] D.E. McCumber. Effect of ac impedance of dc voltage-current characteristics of Josephson junctions. *J. Appl. Phys.*, 39:3113, 1968.
- [MDC85] J. M. Martinis, M. H. Devoret, and J. Clarke. Energy-level quantization in zero-voltage state of a current-biased Josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 55:1543, 1985.
- [Mec09] M. Meckbach. Entwicklung langer Josephson-Kontakte mit sub μm Strominjektoren. Master's thesis, Universität Karlsruhe, 2009.
- [MNA02] J. M. Martinis, S. Nam, and J. Aumentado. Rabi oscillations in a large Josephson-junction qubit. *Phys. Rev. Lett.*, 89:117901, 2002.
- [MOL+99] J. E. Mooij, T. P. Orlando, L. Levitov, Lin Tian, Caspar H. Van der Wal, and Seth Lloyd. Josephson persistent-current qubit. *Science*, 285:1036, 1999.
- [MS78] D. W. McLaughlin and A. C. Scott. Perturbation analysis of fluxon dynamics. *Phys. Rev. A*, 18:1652, 1978.
- [NLC02] C. Nappi, M. P. Lissitski, and R. Cristiano. Fraunhofer critical-current diffraction pattern in annular Josephson junctions with injected current. *Phys. Rev. B*, 65:132516, 2002.

- [OSZ⁺08] A. N. Omelyanchouk, S. N. Shevchenko, A. M. Zagoskin, E. Ilichev, and F. Nori. Pseudo-Rabi oscillations in superconducting flux qubits in the classical regime. *Phys. Rev. B*, 78:054512, 2008.
- [Pfe10] J. Pfeiffer. *Fractional vortices in Josephson tunnel junctions with a ferromagnetic interlayer*. PhD thesis, Universität Tübingen, 2010.
- [PTVF99] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, second edition edition, 1999.
- [RI64] A. C. Rose-Innes. *Low Temperature Laboratory Techniques*. Elliott Bros. & Yeoman Ltd., 1964.
- [ROR⁺01] V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts. Coupling of two superconductors through a ferromagnet: Evidence for a π junction. *Phys. Rev. Lett.*, 86:2427, 2001.
- [SCJ⁺06] G. Sun, J. Chen, Z. Ji, W. Xu, L. Kang, P. Wu, N. Dong, G. Mao, Y. Yu, and D. Xing. Time-resolved measurement of capacitance in a Josephson tunnel junction. *Appl. Phys. Lett.*, 89:082516, 2006.
- [Sco64] A. C. Scott. Distributed device applications of the superconducting tunnel junction. *Solid-State Electronics*, 7:137, 1964.
- [Sco70] W. C. Scott. Hysteresis in the dc switching characteristics of Josephson junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 17:166, 1970.
- [SGK⁺05] H. Susanto, E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, and S. A. van Gils. Controllable plasma energy bands in a one-dimensional crystal of fractional Josephson vortices. *Phys. Rev. B*, 71:174510, 2005.
- [Sic09] H. Sickinger. Messung der Eigenfrequenzen fraktionaler Vortex-Moleküle in annularen langen Josephson-Kontakten. Master's thesis, Universität Tübingen, 2009.

- [SLG88] P. Silvestrini, O. Liengme, and K. E. Gray. Current distributions of thermal switching in extremely underdamped Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 37:001525, February 1988.
- [SPC⁺88] P. Silvestrini, S. Pagano, R. Cristiano, O. Liengme, and K. E. Gray. Effect of dissipation on thermal activation in an underdamped Josephson junction: First evidence of a transition between different damping regimes. *Phys. Rev. Lett.*, 60:844, 1988.
- [Ste68] W. C. Stewart. Current-voltage characteristics of Josephson junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 12:277, 1968.
- [Swi61] J. C. Swihart. Field solution for a thin-film superconducting strip transmission line. *J. Appl. Phys.*, 32:461, 1961.
- [SYI02] A. Sugimoto, T. Yamaguchi, and I. Iguchi. Temperature dependence of half flux quantum in YBa₂Cu₃O_{7-y} tricrystal thin film observed by scanning SQUID microscopy. *Physica C*, 367:28, 2002.
- [TEU⁺89] E. Turlot, D. Esteve, C. Urbina, J. M. Martinis, M. H. Devoret, S. Linkwitz, and H. Grabert. Escape oscillations of a Josephson junction switching out of the zero-voltage state. *Phys. Rev. Lett.*, 62:1788, 1989.
- [TK00] C. C. Tsuei and J. R. Kirtley. Pairing symmetry in cuprate superconductors. *Rev. Mod. Phys.*, 72:969, 2000.
- [TKC⁺94] C. C. Tsuei, J. R. Kirtley, C. C. Chi, L. S. Yu-Jahnes, A. Gupta, T. Shaw, J. Z. Sun, and M. B. Ketchen. Pairing symmetry and flux quantization in a tricrystal superconducting ring of YBa₂Cu₃O_{7-δ}. *Phys. Rev. Lett.*, 73:593, 1994.
- [Ust02] A. V. Ustinov. Fluxon insertion into annular Josephson junctions. *App. Phys. Lett.*, 80:3153, 2002.
- [VAC⁺02] D. Vion, A. Aassime, A. Cottet, P. Joyez, H. Pothier, C. Urbina, D. Esteve, and M. H. Devoret. Manipulating the

- quantum state of an electrical circuit. *Science*, 296:886, 2002.
- [VSK⁺09] K. Vogel, W. P. Schleich, T. Kato, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin. Theory of fractional vortex escape in a long Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 80:134515, 2009.
- [Wal01] A. Wallraff. *Fluxon Dynamics in Annular Josephson Junctions: From Relativistic Strings to Quantum Particles*. Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2001.
- [Wei69] M. Weihnacht. Influence of film thickness on D.C. Josephson current. *Phys. Stat. Sol.*, 32:K169–K172, 1969.
- [WHL⁺93] D. A. Wollman, D. J. Van Harlingen, W. C. Lee, D. M. Ginsberg, and A. J. Leggett. Experimental determination of the superconducting pairing state in YBCO from the phase coherence of YBCO-Pb dc SQUIDS. *Phys. Rev. Lett.*, 71:2134, 1993.
- [WKG⁺06] M. Weides, M. Kemmler, E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, H. Kohlstedt, and A. Buzdin. High quality ferromagnetic 0 and π Josephson tunnel junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 89:122511, 2006.
- [WKK⁺06] M. Weides, M. Kemmler, H. Kohlstedt, R. Waser, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin. 0– π Josephson tunnel junctions with ferromagnetic barrier. *Phys. Rev. Lett.*, 97:247001, 2006.
- [WKL⁺00] A. Wallraff, Yu. Koval, M. Levitchev, M. V. Fistul, and A. V. Ustinov. Annular long Josephson junctions in a magnetic field: engineering and probing the fluxon interaction potential. *J. Low Temp. Phys.*, 118:543, 2000.
- [WLC⁺03] A. Wallraff, A. Lukashenko, C. Coqui, A. Kemp, T. Duty, and A. V. Ustinov. Switching current measurements of large area Josephson tunnel junctions. *Rev. Sci. Instr.*, 74:3740, 2003.

- [WLL⁺03] A. Wallraff, A. Lukashenko, J. Lisenfeld, A. Kemp, M. V. Fistul, Y. Koval, and A. V. Ustinov. Quantum dynamics of a single vortex. *Nature*, 425:155, 2003.
- [WS07] G. Wendin and V. S. Shumeiko. Quantum bits with Josephson junctions. *Low Temp. Phys.*, 33:724, 2007.
- [WTK06] M. Weides, K. Tillmann, and H. Kohlstedt. Fabrication of high quality ferromagnetic Josephson junctions. *Physica C*, 437:349, 2006.
- [WUK⁺00] A. Wallraff, A. V. Ustinov, V. V. Kurin, I. A. Shereshevsky, and N. K. Vdovicheva. Whispering vortices. *Phys. Rev. Lett.*, 84:151–154, 2000.
- [XMT95] J. H. Xu, J. H. Miller, and C. S. Ting. π – vortex state in a long $0 - \pi -$ Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 51:11958, 1995.
- [YHC⁺02] Y. Yu, S. Han, X. Chu, S., and Z. Wang. Coherent temporal oscillations of macroscopic quantum states in a Josephson junction. *Science*, 296:889, 2002.
- [ZG04] A. Zenchuk and E. Goldobin. Analysis of ground states of $0 - \pi$ long Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 69(2):024515, 2004.

Danksagung

Das Mitwirken zahlreicher Personen hat dazu beigetragen, dass ich diese Arbeit in dieser Form zustande brachte. Daher möchte ich mich an dieser Stelle bei folgenden Personen für ihre Unterstützung bedanken.

Zuallererst bedanke ich mich bei **Prof. Dr. Reinhold Kleiner** und **Prof. Dr. Dieter Kölle**, dass sie mir sowohl diese Arbeit, als auch die Teilnahme an zahlreichen Konferenzen, auf denen ich meine Arbeit präsentieren konnte, ermöglicht haben.

Dr. Edward Goldobin möchte ich für seine Ideen und seine Unterstützung, vor allem auf der theoretischen Seite, danken. Die Bereitstellung seiner Mess- und Simulationsprogramme haben die Arbeit deutlich bereichert.

Mein Dank gilt auch dem treibenden Motor unserer kleinen Subgruppe **Dr. Tobias Gaber**. Er stand stets mit seinem fachlichen Rat und seiner großen Expertise zur Seite, wenn der Messaufbau versagte oder sonstige unvorhersehbaren Sachen meine Frustrationstoleranzgrenze nach oben trieben. Auch möchte ich ihm für das zur Verfügung stellen seiner Simulationsprogramme danken. Sogar Sonderwünsche wurden von ihm offen entgegengenommen und innerhalb kürzester Zeit erfolgreich programmiert.

Meinen ehemaligen Diplomandinnen **Uta Kienzle** und **Hanna Sickinger** möchte ich für die Hilfe bei meinen Messungen, die den einen oder anderen Wochenendplan durchkreuzten, danken. Ohne diese Hilfe wäre diese Arbeit nicht so weit vorangekommen.

Der Arbeitsgruppe von **Prof. Dr. Michael Siegel**, speziell Herrn **Max Meckbach** möchte ich für die Fabrikation und das Bereitstellen der besten langen Josephsonkontakte danken.

Meinen Zimmerkollegen **Tobias Gaber**, **Daniel Bothner** und **Jochim Nagel** danke ich für das überaus gute und witzige Arbeitsklima in unserem Räumle. Allgemein möchte ich mich auch bei der ganzen Arbeitsgruppe für die angenehme Atmosphäre bedanken.

Dem Sekretariat (**Marie-Luise Fenske** und **Marie-Annick Pacquier**) danke ich für die stetige Unterstützung in allen verwaltungstechnischen Angelegenheiten.

Bei **Christian Gürlich** und **Martin Knufinke** bedanke ich mich für die Bearbeitung meiner IT-Probleme. Für das Instand halten der hiesigen Infrastruktur möchte ich **Dr. Christoph Back** und **Hans Wener**

danken. Auch Herrn **Karl Heinz Freudemann** und **Manfred Kleinmann** aus der Feinmechanikwerkstatt danke ich für die zuverlässige Bearbeitung meiner Aufträge. **Herrn Schreyer** aus der E-Werkstatt danke ich für die freundliche Beratung und Versorgung mit Elektronik.

Dem **evangelischen Studienwerk** danke ich für die finanzielle Unterstützung.

Zuallerletzt möchte ich meiner Familie (**Rita** und **Helmut**, **Uwe** und **Sandra**, **Steffie** und **Holly**) danken, die mich stets zu allen Tages- und Nachtzeiten in allen Lebenslagen unterstützt haben.

Lebenslauf

Persönliches:

Kai Buckenmaier
geboren am 11. Mai 1980 in Tübingen
Eltern: Helmut und Rita Buckenmaier, geb. Erb
ledig; deutsche Staatsangehörigkeit

Ausbildung:

1991 – 2000	Quenstedt-Gymnasium, Mössingen, Zeugnis der Allg. Hochschulreife im Juni 2000
SS 00 – WS 06/07	Physikstudium, Eberhard-Karls-Universität, Tübingen (Vordiplom Physik am 18. September 2003) Diplomarbeit bei Prof. Dr. D. Kölle mit dem Thema: „Eigenfrequenzen von fraktionalen Flusswirbeln in langen Josephson-Kontakten“ (Diplom im November 2006)
Dez. 06 – Mai. 10	Anfertigung der Dissertation am Physikalischen Institut der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen unter der Anleitung von Prof. Dr. D. Kölle und Prof. Dr. R. Kleiner mit dem Thema: „Untersuchung fraktionaler Flusswirbel“

Beschäftigungen:

seit Dezember 06	Wissenschaftlicher Angestellter am Physikalischen Institut der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen
------------------	--

Sonstiges:

Juni 2006 - Mai 2010	Promotionsstipendiat des Evangelischen Studienwerks e.V. Villigst
----------------------	--

Akademische Lehrer:

R. Alkofer, H. Clement, O. Eibl, H. Fischer, T. Gaber, E. Goldobin, P. Grabmayer, H. Kaul, D. Kern, R. Kleiner, W. Kley, D. Kölle, M. Liu, E. Plies, H. Reinhardt, U. Schlotterbeck, N. Schopohl, F. Schreiber, G. J. Wagner, D. Wharam, K. Werner, C. Zimmermann