

**Untersuchungen zum  
kollektiven atomaren Rückstoß-Laser**

Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors  
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Mathematik und Physik  
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von  
Christoph von Cube  
aus Berlin-Tempelhof

2006



Tag der mündlichen Prüfung: 24. Januar 2006

Dekan: Prof. Dr. Schmid

Berichterstatter: Prof. Dr. Zimmermann

Berichterstatter: Prof. Dr. Weidemüller

Berichterstatter: Prof. Dr. Weitz

**Tübingen, den 03.02.2006,  
Druckgenehmigung erteilt.**

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'P. Schmid', is positioned above the printed name of the Dean.

**Dekan Prof. Dr. Peter Schmid**



## Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Untersuchungen zum kollektiven atomaren Rückstoß-Laser (CARL) durchgeführt. Für das Experiment wurden kalte Rb-Atome in dem Lichtfeld eines einseitig gepumpten Hochfinesse Ringresonators gefangen und zusätzlich einer optischen Melasse ausgesetzt, die als Reibungskraft auf die Atome wirkt. Für bestimmte Parameterbereiche konnte Laseraktivität in der ungepumpten Mode aufgrund des CARL-Prozesses nachgewiesen werden. Es zeigte sich ein eindeutiges Schwellenverhalten wenn die Pumpleistung verändert wurde. Die Laserschwelle des CARL wurde in Abhängigkeit von der Verstimmung des Fallenlasers und der Atomzahl bestimmt. Außerdem wurden die gewonnenen Messwerte mit den theoretischen Vorhersagen eines eindimensionalen Modells verglichen, wobei eine gute Übereinstimmung festgestellt werden konnte.

Des Weiteren wurde die Bragg-Streuung am atomaren Gitter im Ringresonator untersucht. Dazu wurde ein Bragg-Interferometer aufgebaut, mit dem die Phase des Streuprozesses gemessen werden konnte. Im beidseitig gepumpten Ringresonator wurden am atomaren Gitter Messungen zur Rayleigh-Streuung durchgeführt, womit es erstmals gelang, die Phase dieses Streuprozesses direkt zu messen. Außerdem konnte so die Geschwindigkeit eines bewegten atomaren Gitters bestimmt werden. Das durch den CARL-Prozess erzeugte atomare Dichtegitter konnte nicht nachgewiesen werden, da die von den Atomen reflektierte Lichtleistung in diesem Falle sehr gering ist.

## Abstract

In this thesis the dynamics of the Collective Atomic Recoil Laser (CARL) was investigated. For the experiment cold Rb atoms were trapped in the far detuned light field of a unidirectionally pumped high-Q ring cavity. Additionally, an optical molasses was used to apply a friction force to the atoms. For certain parameter ranges, laser action in the counterpropagating mode could be observed due to the CARL process. A clear signature for a threshold was observed when varying the pump power. The dependence of the CARL laser threshold was studied as a function of two variables, atom number and detuning of the pump field. The measured data shows good agreement with a one-dimensional theoretical model.

Furthermore, Bragg-scattering at the atomic density grating inside the ring cavity was studied. A Bragg interferometer was set up to measure the phase information of the scattering process. Experiments on the symmetrical pumped cavity were performed and the first measurement of the phase shift due to Rayleigh-scattering was observed. Besides that, the velocity of a moving density grating was determined. The density grating generated by the CARL process could not be observed due to the small power in the Bragg-reflected light beam.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1	Klassisches Atom im Lichtfeld . . . . .	7
2.1.1	Rayleigh-Streuung . . . . .	8
2.1.2	Dipolkraft und Strahlungsdruck . . . . .	11
2.2	Laserschwelle des CARL . . . . .	13
2.2.1	Atome im Ringresonator . . . . .	13
2.2.2	Einfluss der optischen Melasse . . . . .	19
2.2.3	Fokker-Planck-Ansatz . . . . .	22
2.2.4	Langevin-Ansatz . . . . .	30
2.3	Bragg-Streuung am atomaren Gitter . . . . .	35
2.3.1	Berechnung der gestreuten Leistung . . . . .	36
2.3.2	Elastische Streuung . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Der Versuchsaufbau</b>	<b>43</b>
3.1	Experimente zum CARL . . . . .	44
3.1.1	Der Ringresonator . . . . .	44
3.1.2	Die Vakuumkammer . . . . .	48
3.1.3	Der Titan-Saphir-Laser . . . . .	49
3.1.4	Die magneto-optische Falle . . . . .	50
3.1.5	Die Absorptionsabbildung . . . . .	55
3.2	Experimente zur Bragg-Streuung . . . . .	57
3.2.1	Der Bragg-Laser . . . . .	57
3.2.2	Umbauten an der Vakuumkammer . . . . .	58
<b>4</b>	<b>Laserschwelle des CARL</b>	<b>61</b>
4.1	Messungen . . . . .	62
4.2	Diskussion . . . . .	69
4.3	CARL und Selbstorganisation . . . . .	72
<b>5</b>	<b>Bragg-Streuung am atomaren Gitter</b>	<b>75</b>
5.1	Nachweis der Bragg-Streuung . . . . .	75
5.2	Phasensensitive Messung der Rayleigh-Streuung . . . . .	83
5.3	Bragg-Streuung am bewegten Gitter . . . . .	89
5.4	Bragg-Streuung am CARL . . . . .	91
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>95</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>105</b>



# Kapitel 1

## Einleitung

Im 17. Jahrhundert erfand der Physiker Christiaan Huygens eine Pendeluhr mit einer bis zu diesem Zeitpunkt nicht erreichten Präzision. Als er mehrere Tage krank im Bett liegen musste, konnte er zwei seiner Uhren, die an einem Holzbalken befestigt waren, für eine lange Zeit beobachten. Dabei bemerkte er, dass sich die Schwingungen der beiden Pendel perfekt aufeinander abstimmten und zwar so, dass ihre Bewegungen einander genau entgegengerichtet waren. Auch äußere Einflüsse konnten diesen Zustand nur kurzfristig stören. Huygens notierte all diese Beobachtungen in seinem Tagebuch und stellte fest, dass die Ursache dieses Phänomens in einer kaum wahrnehmbaren Bewegung des Holzbalkens lag [1, 2].

Heutzutage bezeichnet man ein solches Phänomen als Selbstsynchronisation und würde von einer Kopplung der beiden Pendel durch den Holzbalken sprechen. Christiaan Huygens hat damit das erste dokumentierte Beispiel für Selbstsynchronisation geliefert. Inzwischen aber kennt man eine enorme Vielzahl höchst unterschiedlicher Phänomene, die alle ein ähnliches Verhalten aufweisen [3, 4]. Beispiele für solche Phänomene stammen aus den verschiedensten Disziplinen wie der Physik, Chemie, Biologie, Medizin und lassen sich sogar im menschlichen Sozialverhalten finden. Neben den Pendeluhren seien hier nur die unisono zirpenden Zikaden im Süden Frankreichs und der rhythmische Applaus des Publikums nach einem sehr guten Konzert genannt. All diesen Systemen ist gemein, dass sie durch eine meist große Anzahl von getriebenen Oszillatoren beschrieben werden können, die durch ein Netzwerk miteinander gekoppelt sind. Das Netzwerk, das die Kopplung der Oszillatoren beschreibt, ist im Allgemeinen höchst komplex und kann zudem zeitlichen Veränderungen unterworfen sein. In solchen Systemen aus gekoppelten Oszillatoren kann es dazu kommen, dass die ursprünglich statistisch verteilten Phasen der einzelnen Oszillatoren sich nach einem kurzen Einschwingvorgang synchronisieren. Ob es zu einer solchen Selbstsynchronisation kommen kann, hängt dabei von dem genauen Parameterbereich ab, in dem das System sich befindet. Typisch für solche Systeme ist ein Schwellenverhalten. Überschreitet die Kopplung der Oszillatoren einen kritischen Wert, so kommt es zur Selbstsynchronisation.

Eine wichtige Klasse von Systemen, die Selbstsynchronisation zeigen, werden durch das so genannte Kuramoto-Modell beschrieben [5, 6]. In diesem Modell wird angenommen, dass jeder Oszillator mit jedem anderen in der gleichen Weise gekoppelt ist. Stellt man sich die Oszillatoren als Knoten in einem Netzwerk vor, so muss dementsprechend jeder Knoten mit jedem anderen Knoten verbunden sein. Für den Fall der Zikaden bedeutet dies, dass jede Zikade das Zirpen aller anderen hört und davon beeinflusst wird. Der Einfluss aller Zikaden auf das einzelne Individuum kann als eine mittlere Wirkung des gesamten

Zikaden-Ensembles ausgedrückt werden. In solch einem Fall spricht man auch vom „mean field“ oder „global coupling“. Im Bild des Netzwerks entspricht dies der Situation, dass jeder Knoten nur noch exakt eine Verbindung zu einem „Superknoten“ besitzt, mit dem folglich alle anderen verbunden sind. Wie groß die Wirkung des Ensembles auf das einzelne Individuum ist, hängt nun von dem kollektiven Verhalten des Ensembles ab. Je mehr Oszillatoren synchronisiert sind, desto größer ist der Einfluss auf die übrigen Oszillatoren. Das kollektive Verhalten der Oszillatoren wird dabei mit Hilfe eines so genannten Ordnungsparameters beschrieben, der angibt, welcher Anteil der Oszillatoren sich synchronisiert hat. Mit dem Kuramoto-Modell kann auch das Schwellenverhalten für den Prozess der Selbstsynchronisation erklärt werden: Erst wenn die Kopplung der Oszillatoren ein gewisses Maß überschreitet, beginnt sich ein kollektives Verhalten des Ensembles zu zeigen. Es beginnt ein Übergang aus einem ungeordneten in einen geordneten Zustand.

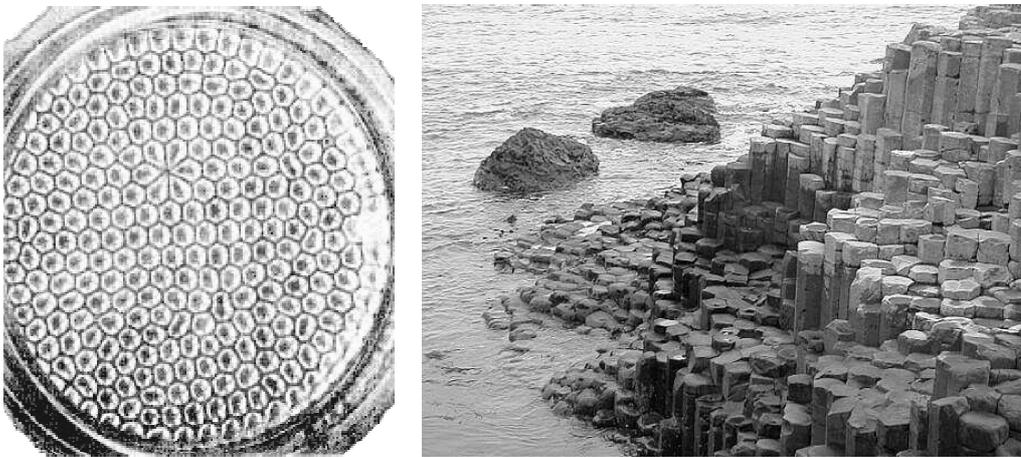


Abbildung 1.1: Die Abbildung zeigt zwei Beispiele für selbstorganisierte Prozesse. Links sieht man die Bénéardsche Konvektion, rechts eine geologische Struktur aus hexagonalen Basaltsäulen. Die Entstehung der geologischen Struktur geschah zu einer Zeit, als das Gestein noch sehr heiß und somit flüssig war. Der Entstehungsprozess ist dabei analog zu der Bénéardschen Konvektion.

Der durch das Kuramoto-Modell beschriebene Selbstsynchronisationsprozess wird auch als Beispiel für einen selbstorganisierten Prozess angeführt [4]. Die beiden Begriffe der Selbstsynchronisation und der Selbstorganisation sind im Allgemeinen eng miteinander verknüpft. Die Selbstorganisation schließt dabei auch solche Prozesse ein, bei denen es zur Ausbildung einer periodischen Struktur im Ortsraum kommt. Die genaue Periode ist dabei nicht nur durch die Kontrollparameter des Systems gegeben, sondern auch durch die äußeren Randbedingungen. Die Abbildung 1.1 zeigt zwei Beispiele für selbstorganisierte Prozesse: Links ist die Bénéardsche Konvektion und rechts eine geologische Formation zu sehen. Weitere Beispiele zeigen sich in periodischen Wolkenformationen oder den durch den Wind erzeugten Wellen auf dem Meer. Nach I. Prigogine werden solche Strukturen auch als *dissipative Strukturen* bezeichnet [7]. Für das Entstehen einer solchen Struktur muss dem System von außen Energie zugeführt werden, z.B. durch Wind, Sonne oder Erdwärme. Damit aber eine solche Struktur entstehen kann, ist auch ein dissipativer Mechanismus notwendig, wodurch dem System Entropie entzogen wird. Die Stabilität solcher

Strukturen beruht auf der Balance zwischen dem Antrieb durch die Energiezufuhr und einer irgendwie gearteten „Reibung“ durch die Dissipation. Das System befindet sich dann in einem stationären Zustand fernab vom thermodynamischen Gleichgewicht.

Die Untersuchungen zum kollektiven atomaren Rückstoß-Laser, die in dieser Arbeit präsentiert werden, stehen in einem engen Zusammenhang mit den Prozessen der Selbstorganisation. Wenn man nämlich eine zusätzliche Reibung für die atomare Bewegung einführt, zeigt der ursprünglich von R. Bonifacio und L. De Salvo theoretisch entwickelte Laser in seinem Verhalten weitreichende Analogien mit dem Kuramoto-Modell, insbesondere im Bezug auf das Phänomen der Selbstsynchronisation und das Schwellenverhalten.

Der theoretische Vorschlag von R. Bonifacio und L. De Salvo für den so genannten „Collective Atomic Recoil Laser“ (CARL) stammt bereits aus dem Jahr 1994 [8, 9]. Die beiden Theoretiker sagten voraus, dass es mit Hilfe eines Atomstrahls und eines roten Lasers gelingen kann, einen blauen Laser zu verstärken, d.h. die Leistung des blauen Laserlichts stark zu erhöhen. Als CARL bezeichnet man somit das dabei entstehende Lichtfeld hoher Frequenz. Interessant ist bei diesem Phänomen, dass gleichzeitig ein Selbstorganisationsprozess in der Dichteverteilung des Atomstrahls („self-bunching“) stattfindet. Die Idee des CARL wurde von R. Bonifacio et al. in den folgenden Jahren weiterentwickelt [10, 11, 12] und stieß auch bei anderen theoretischen Gruppen auf Interesse [13, 14, 15]. In dieser Zeit wurden auch von experimenteller Seite verschiedene Versuche unternommen, um einen Nachweis für das Funktionsprinzip des CARL zu erbringen [16, 17, 18]. Bei diesen Experimenten gab es jedoch Zweifel, ob die beobachteten Effekte tatsächlich auf den Mechanismus, der dem CARL zugrunde liegt, zurückzuführen sind [19, 20, 21, 14].

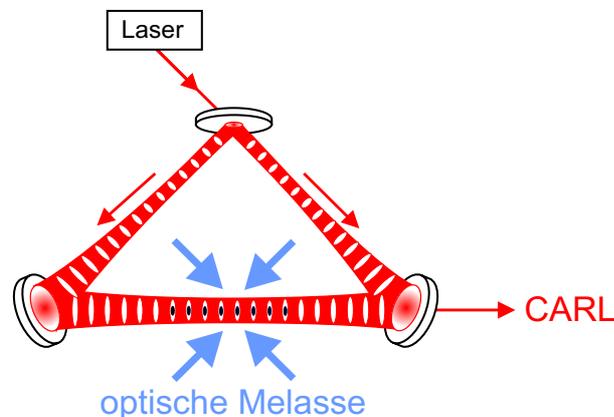


Abbildung 1.2: Die Abbildung stellt schematisch die in dieser Arbeit durchgeführten Experimente zum CARL dar.

Erst im Jahr 2003 gelang D. Kruse im Rahmen seiner Doktorarbeit der eindeutige Nachweis für das Funktionsprinzip des CARL [22, 23]. Der entscheidende Fortschritt bei diesem Experiment gegenüber den oben genannten Versuchen war die Kombination eines kalten atomaren Gases mit einem Hochfinesse Ringresonator<sup>1</sup>, wodurch der CARL-Prozess erstmals beobachtet werden konnte. Es wurde also der von R. Bonifacio und L. De Salvo

<sup>1</sup>Neben diesem Experiment befasst sich eine weitere Forschungsgruppe erfolgreich mit solch einem experimentellen System [24, 25, 26].

vorgeschlagene Atomstrahl durch ein ruhendes atomares Gas ersetzt. Aber auch in diesem System können die entscheidenden charakteristischen Merkmale des CARL, das exponentiell verstärkte Wachstum der CARL-Leistung und die Selbstorganisation der atomaren Dichteverteilung, auftreten.

Eine schematische Darstellung der experimentellen Situation ist in Abbildung 1.2 zu sehen. Die Atome sind in dem Lichtfeld des einseitig gepumpten Ringresonators gefangen. Durch den fernverstimmtten Pumplaser sind sie in der Richtung senkrecht zur Resonatorachse im Lichtfeld eingeschlossen. Entlang der Resonatorachse ist das Potenzial für die Atome jedoch flach, solange kein Licht in der ungepumpten Mode vorhanden ist. Die beiden Moden des Ringresonators werden durch die kohärente Rayleigh-Streuung der Atome gekoppelt. Das resultierende Lichtfeld in der gegenläufigen Mode ergibt sich aus der Interferenz der von den einzelnen Atomen emittierten Lichtfelder. Solange die Atome homogen im Raum verteilt sind, was im Experiment der Anfangssituation entspricht, hebt sich die Interferenz aller Wellenzüge in der Summe auf, und es kann kein Licht in der gegenläufigen Mode beobachtet werden.

Für die Experimente zum CARL werden die Atome zusätzlich dem Lichtfeld einer optischen Melasse ausgesetzt. In diesem Fall beobachtet man kurz nach dem Einschalten der Melasse, dass sich ein Lichtfeld in der ungepumpten Mode aufbaut. Diese Beobachtung lässt sich als Einschwingvorgang des CARL-Prozesses interpretieren. Damit gelang es D. Kruse in seiner Arbeit eines der entscheidenden Charakteristika des CARL-Prozesses, das exponentiell verstärkte Wachstum der CARL-Leistung, nachzuweisen. Während des Einschwingvorgangs entwickelt sich aber zusätzlich aus der zunächst homogenen atomaren Wolke ein Dichtegitter. Das Wachstum der Leistung in der ungepumpten Mode und das Anwachsen des Dichtegitters sind dabei durch eine positive Rückkopplung einem Prozess unterworfen, der sich selbst verstärkt. Die optische Melasse sorgt im Experiment dafür, dass die Temperatur der Atome in der Dipolfalle verringert wird. Dadurch wird es erst möglich, den CARL-Prozess in dem in diesem Experiment untersuchten Parameterbereich zu beobachten. Außerdem wirkt die optische Melasse als Reibungskraft auf die Atome, welche der antreibenden Kraft durch den CARL-Prozess entgegenwirkt. Im Gleichgewicht halten sich die beiden Kräfte die Waage, wodurch der CARL stabilisiert wird. Der CARL-Prozess kann ohne eine zusätzlich eingeführte Reibungskraft nur ein kurzlebiges Phänomen sein. Durch den Einsatz einer optischen Melasse und der damit verbundenen Reibungskraft für die Atome kann ein stationärer CARL-Betrieb („cw-CARL“) erreicht werden.

Das Besondere am CARL wird an drei Punkten deutlich: Erstens basiert er hauptsächlich auf der äußeren Dynamik der Atome und ist somit ein „klassischer“ Laser, dessen Funktionsweise keinerlei quantenmechanische Effekte benötigt. Allerdings erfordert der CARL anders als herkömmliche Laser kohärentes Pumplicht. Man könnte seinen Mechanismus folglich auch an kleinen im Wasser schwimmenden Latexkugeln demonstrieren [27, 28, 29, 30], indem man diese genauso wie die Atome im Ringresonator mit einem Laser bestrahlt. Zweitens stellt der CARL eine neuartige Laserquelle dar, die eventuell eines Tages für eine technische Anwendung genutzt werden wird. Interessant ist dabei insbesondere die Idee, ultraviolettes Laserlicht erzeugen zu können. Drittens kann der CARL, wie schon oben beschrieben, als ein ideales Modell-System für die Selbstsynchronisation betrachtet werden. Die Vorteile des CARL liegen darin, dass das Ensemble aus wirklich identischen Individuen (den Atomen) besteht. Des Weiteren geschieht die Kopplung der Atome über das Lichtfeld im Resonator, wodurch das „global coupling“ des Kuramoto-Modells perfekt realisiert wird. Auch die Analogie zur Selbstorganisation einer dissipativen Struktur ist

für den CARL gegeben. Den Atomen im Ringresonator wird Energie von außen durch den Pumplaser zugeführt, gleichzeitig wird ihre Bewegung durch die optische Melasse gebremst. So zeigt sich im stationären CARL-Prozess die selbstorganisierte Struktur. Insofern kann diese Arbeit auch als experimentelle Untersuchung zu einem Phänomen der Selbstsynchronisation bzw. Selbstorganisation betrachtet werden.

Hauptgegenstand der vorliegenden Arbeit soll das Schwellenverhalten des CARL sein. Denn der CARL muss wie jeder gewöhnliche Laser eine Laserschwelle besitzen, unterhalb der keine kohärente Strahlung emittiert wird. Gerade diese Laserschwelle des CARL soll in Abhängigkeit verschiedener experimenteller Parameter bestimmt werden. Die dabei gewonnenen Messwerte sollen daraufhin mit theoretischen Vorhersagen verglichen werden. Der zweite Teil der Arbeit soll sich mit dem Nachweis des atomaren Dichtegitters beschäftigen, das bei dem CARL-Prozess entstehen muss. Hierfür soll die aus der Festkörperphysik seit langem bekannte Bragg-Streuung eingesetzt werden, eine Technik, die vor einigen Jahren in den Bereich der Quantenoptik übertragen und auf ein dreidimensionales atomares Gitter in einer optischen Falle angewendet wurde [31, 32, 33]. Dabei konnte erstmals die langreichweitige Ordnung der Atome in einem optischen Gitter nachgewiesen werden.

Die vorliegende Arbeit ist folgendermaßen gegliedert: In Kapitel 2 wird auf die theoretischen Grundlagen eingegangen, welche zum Verständnis der Arbeit erforderlich sind. Dabei wird die Wechselwirkung zwischen den Atomen und den Lichtfeldern im Resonator beschrieben. Der Einfluss der optischen Melasse auf die atomare Bewegung wird mit Hilfe einer Langevin-Gleichung und alternativ dazu mit einer Fokker-Planck-Gleichung modelliert. Außerdem wird die Bragg-Streuung an einem atomaren Gitter behandelt. In Kapitel 3 wird der experimentelle Aufbau beschrieben. Hierbei wird insbesondere auf den Ringresonator eingegangen. Die Messungen zur Laserschwelle des CARL werden in Kapitel 4 präsentiert und mit theoretischen Simulationen verglichen. Die Experimente zur Bragg-Streuung am atomaren Gitter sind in Kapitel 5 dargestellt. Eine Zusammenfassung der erzielten Ergebnisse und ein Ausblick in zukünftige Experimente schließt in Kapitel 6 die Arbeit ab.



# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen

### 2.1 Klassisches Atom im Lichtfeld

Die Wechselwirkung zwischen Licht und Atomen muss im allgemeinen Fall quantenmechanisch behandelt werden. Jedoch gilt für die meisten der in dieser Arbeit durchgeführten Experimente, dass die Atome durch die eingestrahnten Lichtfelder nur schwach angeregt werden. Insofern kann das klassische Lorentz-Modell<sup>1</sup> zur Beschreibung der Reaktion der Atome auf das eingestrahnte Lichtfeld benutzt werden. Im Folgenden werden daher für das Verständnis der anschließenden Kapitel das Lorentz-Modell eingeführt und die wichtigsten daraus folgenden Konsequenzen für die Licht-Atom-Wechselwirkung dargelegt.

Im Lorentz-Modell ist das Elektron elastisch<sup>2</sup> an den Atomkern gebunden und wird durch das monochromatische Lichtfeld eines Lasers durch die Lorentzkraft zu Schwingungen um den Atomkern angeregt. Anders ausgedrückt induziert das Lichtfeld  $\mathbf{E}_i = \hat{\mathbf{e}}E_i(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + c.c.$  ein atomares Dipolmoment

$$\mathbf{p} = e\mathbf{x} , \quad (2.1)$$

wobei  $e$  für die Elementarladung und  $\mathbf{x}$  für den Ortsvektor des Elektrons relativ zum Atomkern steht. Fasst man das Elektron als gedämpften harmonischen Oszillator auf, so ergibt sich dessen Bewegungsgleichung [36]:

$$\ddot{\mathbf{x}} + \Gamma_\omega \dot{\mathbf{x}} + \omega_0^2 \mathbf{x} = -(e/m_e)\mathbf{E}_i , \quad (2.2)$$

wobei der Oszillator durch den elektrischen Teil der Lorentzkraft  $\mathbf{F} = e\mathbf{E}_i$  angetrieben wird. Da die Geschwindigkeit  $v$  des Elektrons gegenüber der Lichtgeschwindigkeit  $c$  relativ klein ist, kann die magnetische Komponente der Lorentzkraft vernachlässigt werden ( $v/c \ll 1$ ). Die Frequenz  $\omega_0$  bezeichnet die Resonanzfrequenz des Atoms, und der Dämpfungsterm  $\Gamma_\omega \dot{\mathbf{x}}$  ergibt sich aus dem Energieverlust durch die Strahlungsemission des Dipols. Wenn die Frequenz des eingestrahnten Lichtfelds gleich der Resonanzfrequenz des Atoms ist, ist die Dämpfungsrate gegeben durch  $\Gamma = (\omega_0/\omega)^2 \Gamma_\omega = (e^2 \omega_0^2)/(6\pi \epsilon_0 m_e c^3)$ . Hierbei bezeichnen  $m_e$  die Masse des Elektrons und  $\epsilon_0$  die Dielektrizitätskonstante des

---

<sup>1</sup>Für eine ausführliche Einführung in das Lorentz-Modell (auch Oszillator-Modell genannt) siehe [34, 35].

<sup>2</sup>Elastisch bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Kraft proportional zur Auslenkung ist ( $F = -kx$ ). Abweichungen von diesem harmonischen Ansatz, die für die Nichtlineare Optik entscheidend sind, werden vernachlässigt.

Vakuums. Setzt man die Lösung der Bewegungsgleichung 2.2 für  $\mathbf{x}$  in die Gleichung 2.1 für das Dipolmoment ein, so erhält man:

$$\mathbf{p} = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i(\omega^3/\omega_0^2)\Gamma} \mathbf{E}_i = \alpha(\omega)\mathbf{E}_i. \quad (2.3)$$

Das Dipolmoment des Atoms  $\mathbf{p}$  ist somit direkt proportional zum eingestrahlenen Feld  $\mathbf{E}_i$ . Die komplexe Konstante  $\alpha$  wird atomare Polarisierbarkeit genannt und ist im Wesentlichen bestimmt durch die Frequenz des Lichtfeldes  $\omega$ . Betrachtet man Verstimmungen  $\Delta_a = \omega - \omega_0$  der Frequenz des Lichtfeldes  $\omega$  von der atomaren Resonanzfrequenz  $\omega_0$ , die deutlich kleiner sind als die Frequenzen ( $\omega$  bzw.  $\omega_0$ ) selbst, so ergibt sich mit dieser Näherung ( $|\Delta_a| \ll \omega, \omega_0$ ) für die atomare Polarisierbarkeit der vereinfachte Ausdruck

$$\alpha = \frac{6\pi\epsilon_0}{k^3} \frac{i - 2\Delta_a/\Gamma}{1 + (2\Delta_a/\Gamma)^2}, \quad (2.4)$$

wobei  $k = 2\pi/\lambda$  die Wellenzahl des Lichtfeldes ist. Die hier verwendete Näherung ist für alle in dieser Arbeit betrachteten Lichtfelder gut erfüllt, da die maximale Verstimmung einige  $\Delta_a/2\pi \sim 1$  THz und die atomare Resonanzfrequenz  $\omega_0/2\pi \sim 10^{14}$  Hz beträgt. Die Verstimmung  $\Delta_a$  im Verhältnis zur natürlichen Linienbreite bestimmt somit die Größe des Dipolmoments und die Phasenbeziehung zwischen dem antreibenden Feld  $\mathbf{E}_i$  und dem schwingenden Dipol. Im oberen Teil der Abbildung 2.1 sind der Real- und Imaginärteil der atomaren Polarisierbarkeit als Funktion der Verstimmung  $\Delta_a$  aufgetragen, um die relativen Größen der beiden Anteile zu veranschaulichen. Besonders zu beachten ist dabei, dass die beiden komplexen Anteile für große Verstimmungen mit unterschiedlicher Potenz abfallen. Die relative Phase  $\phi$  zwischen Lichtfeld und Dipolmoment ergibt sich aus dem Verhältnis von Imaginär- zu Realteil der Polarisierbarkeit:

$$\tan(\phi) = -\frac{\Gamma}{2\Delta_a}. \quad (2.5)$$

Die Abbildung 2.1 veranschaulicht im unteren Teil die Zunahme der Phasenverzögerung des schwingenden Dipols, wenn die Frequenz des Lichtfeldes über die atomare Resonanzfrequenz gefahren wird. Ist die Frequenz des Lichtfeldes sehr viel kleiner als die Resonanzfrequenz des Atoms, so sind Feld und Dipolmoment in Phase. Mit zunehmender Frequenz des Lichtfeldes tritt eine größer werdende Phasenverzögerung der Dipol-schwingung auf, die bei der Resonanzfrequenz  $\pi/2$  erreicht. Für sehr große Frequenzen des Lichtfeldes kann der Dipol dem Lichtfeld nicht mehr folgen und schwingt mit einer um  $\pi$  nacheilenden Phase zum Lichtfeld.

### 2.1.1 Rayleigh-Streuung

Im vorigen Abschnitt wurde das oszillierende Dipolmoment eines Atoms, das von einem eingestrahlenen Lichtfeld induziert wird, betrachtet. Ein solcher atomarer Dipol absorbiert Leistung aus dem eingestrahlenen Lichtfeld und gibt diese wiederum durch die Emission eines elektromagnetischen Feldes ab. Dieser Prozess der Lichtstreuung durch einen atomaren Dipol wird als Rayleigh-Streuung bezeichnet. Im Folgenden sollen die Eigenschaften der Dipolstrahlung, die von einem ruhenden Atom emittiert wird, betrachtet werden. Die elektromagnetischen Felder, die von einem elektrischen Dipol abgestrahlt werden, sind aus

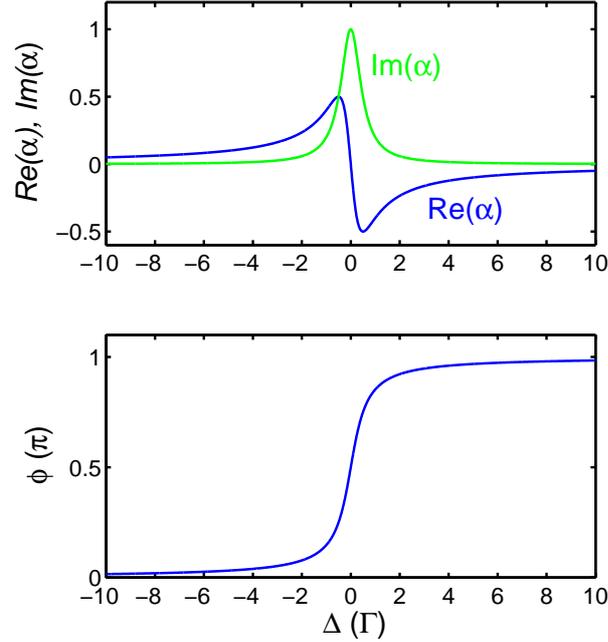


Abbildung 2.1: Die Abbildung zeigt im oberen Teil den Real- und den Imaginärteil der atomaren Polarisierbarkeit  $\alpha$  als Funktion der Verstimmung  $\Delta_a$  von der atomaren Resonanz (in willkürlichen Einheiten). Der untere Teil der Abbildung stellt die zunehmende Phasenverzögerung des vom Atom emittierten Lichtfelds dar, wenn die Frequenz des antreibenden Lichtfelds von kleinen zu großen Frequenzen über die atomare Resonanz gefahren wird.

der klassischen Elektrodynamik bekannt. Im Fernfeld ist das elektrische und magnetische Feld eines oszillierenden elektrischen Dipols gegeben durch [34, 37]:

$$E_s(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2 R} \left[ (\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{R}}) \hat{\mathbf{R}} - \hat{\mathbf{p}} \right] \frac{d^2}{dt^2} p(t - R/c) \quad (2.6)$$

$$B_s(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^3 R} \left[ \hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{R}} \right] \frac{d^2}{dt^2} p(t - R/c), \quad (2.7)$$

wobei  $\hat{\mathbf{p}}$  und  $\hat{\mathbf{R}}$  Einheitsvektoren sind und in die Richtung der Dipolachse bzw. der Beobachtungsrichtung zeigen. Aus den obigen Gleichungen und der Gleichung 2.3 für das Dipolmoment  $p$  ist zu erkennen, dass die vom Atom abgestrahlten Felder proportional zum eingestrahlten Feld  $\mathbf{E}_i$  sind. Es gibt für das Dipolmoment und somit auch für die abgestrahlten Felder immer eine feste Phasenbeziehung zum eingestrahlten Lichtfeld. Diese wird durch die atomare Polarisierbarkeit  $\alpha$  bestimmt und ist von der Verstimmung  $\Delta_a$  des eingestrahlten Lichtfelds relativ zur atomaren Resonanz abhängig. Wird die Frequenz des Lichtfelds über die atomare Resonanz gefahren, so zeigt sich für das emittierte Feld eine Zunahme der Phasenverzögerung von  $\pi$ . Der untere Teil der Abbildung 2.1 veranschaulicht folglich auch die Zunahme der Phasenverzögerung des vom Atom abgestrahlten Lichtfelds. Aufgrund der festen Phasenbeziehung zwischen eingestrahltem und emittiertem Lichtfeld ist die Streuung im Lorentz-Modell stets kohärent, wenn man von Störungen des Atoms aufgrund von Stößen mit anderen Atomen oder Ähnlichem absieht.

Aus den Gleichungen 2.6 und 2.7 für die abgestrahlten Felder und der Gleichung 2.3 für

das Dipolmoment folgt mit dem Poynting-Vektor  $\mathbf{S} = \epsilon_0 c^2 \mathbf{E}_s \times \mathbf{B}_s$  für die vom Dipol in den Raumwinkel  $d\Omega$  abgestrahlte Leistung [34]:

$$\frac{dP_s}{d\Omega} = \frac{\omega^4 |\alpha|^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 c^4} I_i \sin^2 \theta, \quad (2.8)$$

wobei  $I_i = 2\epsilon_0 c |E_i|^2$  für die Intensität des eingestrahlten Feldes  $\mathbf{E}_i$  steht. Hierbei bezeichnet der Winkel  $\theta$  den Polarwinkel zwischen der Dipolachse  $\hat{\mathbf{p}}$  und der Beobachtungsrichtung  $\hat{\mathbf{R}}$ . Die Abhängigkeit  $\sin^2 \theta$  gibt die charakteristische Intensitätsverteilung der Dipolstrahlung an. Senkrecht zur Dipolachse ist die emittierte Intensität maximal, und in Richtung der Achse wird keine Strahlung emittiert. Oftmals wird auch der optische Streuquerschnitt eingeführt [34]:

$$\sigma(\omega) = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{\omega^2 |\alpha|}{4\pi \epsilon_0 c^2} \right)^2. \quad (2.9)$$

Die Integration der Gleichung 2.8 über den gesamten Raumwinkel ergibt die absolute von einem Atom abgestrahlte Leistung

$$P_s = \frac{\omega^4 |\alpha|^2}{6\pi \epsilon_0^2 c^4} I_i = \sigma I_i. \quad (2.10)$$

Auf der atomaren Resonanz ergibt sich für die gestreute Leistung  $P_s = (3\lambda^2/2\pi)I_i$ .

Das Lorentz-Modell ist so lange gültig, wie das Atom durch das eingestrahlte Lichtfeld nur schwach angeregt wird. Ist dies nicht mehr der Fall, muss die quantenmechanische Struktur des Atoms beachtet werden. Betrachtet man das Atom als ein Zwei-Niveau-System, so besteht im Falle eines starken eingestrahlten Lichtfelds eine gewisse Wahrscheinlichkeit, dass sich das Atom im angeregten Zustand befindet. Wird die eingestrahlte Intensität weiter erhöht, so wird der Übergang zunehmend gesättigt, d.h. die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Atom im oberen Zustand befindet, wächst. Aus einem semi-klassischen Ansatz, der das Atom als Zwei-Niveau-System betrachtet, kann der Sättigungsparameter [38]

$$s = \frac{|\Omega|^2/2}{\Delta^2 + (\Gamma/2)^2} \equiv \frac{s_0}{1 + (2\Delta_a/\Gamma)^2} \quad (2.11)$$

hergeleitet werden, der ein Maß für die Wahrscheinlichkeit angibt, mit der sich das Atom im angeregten Zustand befindet. Dabei steht  $\Omega$  in der obigen Gleichung für die Rabi-Frequenz zwischen dem Grundzustand und dem angeregten Zustand. Falls die eingestrahlte Intensität klein ist und noch keine Sättigungseffekte auftreten ( $s \ll 1$ ), sind nahezu alle Atome im Grundzustand, und das Lorentz-Modell kann zur Beschreibung des Atoms verwendet werden. Ist die eingestrahlte Intensität allerdings groß ( $s \gg 1$ ), so ist die Hälfte aller Atome im angeregten Zustand. Auf der atomaren Resonanz ( $\Delta_a = 0$ ) ist der Sättigungsparameter maximal, und es gilt  $s = s_0 = 2|\Omega|^2/\Gamma^2 = I_i/I_s$ . Hierbei steht  $I_s$  für die sogenannte Sättigungsintensität, welche so definiert ist, dass für ein resonantes Lichtfeld mit der Intensität  $I_i = I_s$  das Atom sich mit der Wahrscheinlichkeit 1/4 im angeregten Zustand befindet. Die Sättigungsintensität eines atomaren Übergangs ist gegeben durch [38]

$$I_s = \frac{\pi \hbar c}{3\lambda^3 \tau}, \quad (2.12)$$

wobei  $\tau = 1/\Gamma$  die Lebensdauer des Übergangs bezeichnet. Die Sättigung des Übergangs hat auch Auswirkungen auf die Kohärenzeigenschaften des vom Atom emittierten Lichtfelds. Je größer die Besetzungswahrscheinlichkeit im oberen Zustand ist, desto größer ist die Rate der vom Atom spontan emittierten Photonen und somit der inkohärente Anteil der abgestrahlten Leistung. Der Sättigungsparameter  $s = I_{inko}/I_{ko}$  gibt zugleich auch das Verhältnis der Intensitäten an, welche aus inkohärenten  $I_{inko}$  und kohärenten Streuprozessen  $I_{ko}$  stammen [39].

In dieser Arbeit wird sowohl bei den Experimenten zum CARL als auch bei den Experimenten zur Bragg-Streuung am atomaren Gitter die konstruktive Interferenz der von den verschiedenen Atomen abgestrahlten Felder ausgenutzt. Um solche Interferenz-Effekte beobachten zu können, müssen die verschiedenen Felder kohärent zueinander sein. Es ist folglich notwendig, die eingestrahlte Intensität so zu wählen, dass der Übergang nicht gesättigt wird.

### 2.1.2 Dipolkraft und Strahlungsdruck

Aus der Wechselwirkung des Dipols mit dem Lichtfeld ergeben sich zwei Kräfte für die Schwerpunktsbewegung des Atoms, die Dipolkraft und der Strahlungsdruck. Aus der über eine Schwingungsperiode gemittelten potenziellen Energie  $U_{dip} = -\frac{1}{2}\langle \mathbf{p}\mathbf{E} \rangle$  des Dipols im Lichtfeld lässt sich die sogenannte Dipolkraft [36]

$$\mathbf{F}_{dip}(\mathbf{r}) = -\nabla U_{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) \nabla I(\mathbf{r}) \quad (2.13)$$

ableiten, wobei  $I$  die Intensität des Lichtfeldes und  $\mathbf{r}$  die Schwerpunktskoordinate des Atoms ist. Die Dipolkraft ist eine konservative Kraft und zeigt in die Richtung maximaler Intensitätszunahme bzw. -abnahme. Abhängig von der Verstimmung der Frequenz des Lichtfeldes gegenüber der atomaren Resonanz ist die Kraft auf das Atom entweder attraktiv oder repulsiv. Für ein gegenüber der atomaren Resonanz rotverstimmtes Lichtfeld, also  $\Delta_a = \omega - \omega_0 < 0$ , schwingt das oszillierende Elektron in Phase mit dem Feld. Daraus ergibt sich bei einer inhomogenen Intensitätsverteilung eine Kraft in Richtung maximaler Intensitätszunahme. Für ein blauverstimmtes Lichtfeld kann das Elektron der schnellen Oszillation des Feldes nicht mehr folgen und schwingt gegenphasig zu diesem. Folglich wird es aus Orten mit hoher Intensität herausgedrängt. Auf dieser Dipolkraft, die die Atome in ein Lichtfeld hineinzieht bzw. sie aus diesem herausdrängt, beruhen alle sogenannten optischen Dipolfallen. Zudem ergibt sich aus der Wechselwirkung zwischen Dipol und Lichtfeld eine Verschiebung der Resonanzfrequenz des Dipols, welche auch als Lichtverschiebung („light shift“) bezeichnet wird. Für rotverstimmt bzw. blauverstimmt Lichtfelder vergrößert bzw. verkleinert sich die Resonanzfrequenz um den Betrag von  $U_{dip}$ . In Analogie zum „statischen“ Stark-Effekt wird diese Verschiebung der inneren Energieniveaus eines Atoms, das sich in einem elektrischen Wechselfeld befindet, als dynamischer Stark-Effekt bezeichnet.

Eine weitere Kraft erfährt das Atom aufgrund der Strahlung, die von ihm aus dem Lichtfeld absorbiert wird. Die dabei absorbierte Leistung  $P_{abs} = \langle \dot{\mathbf{p}}\mathbf{E} \rangle$  wird von dem Atom als Dipolstrahlung wieder emittiert. Wie in Kapitel 2.1 erläutert, ist die emittierte Strahlung zum größten Teil kohärent, solange der atomare Übergang durch das Lichtfeld nicht

gesättigt wird. Teilt man die absorbierte Leistung  $P_{abs}$  durch die Energie eines Photons  $\hbar\omega$ , so ergibt sich die Rate [36]

$$\Gamma_{str} = \frac{P_{abs}}{\hbar\omega} = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I(\mathbf{r}) , \quad (2.14)$$

mit der Photonen aus dem Lichtfeld gestreut werden. Die obige Gleichung 2.14 gilt für das klassische Oszillator-Modell und berücksichtigt keine Sättigungseffekte. Daher wächst die Streurrate  $\Gamma_{str}$  nach der obigen Gleichung für große Intensitäten bis ins Unendliche an, was nicht den tatsächlichen Verhältnissen nach dem quantenmechanischen Modell entspricht. Im quantenmechanischen Blochbild des Zwei-Niveau-Systems ist die Streurrate gegeben durch [38]

$$\Gamma_{str} = \frac{s_0 \Gamma / 2}{1 + s_0 + (2\Delta_a / \Gamma)^2} . \quad (2.15)$$

Die Streurrate  $\Gamma_{str}$  ist folglich in Wirklichkeit immer kleiner als die natürliche Linienbreite  $\Gamma$ . Ist die eingestrahlte Intensität gleich der Sättigungsintensität, so ergibt sich aus der klassischen Gleichung 2.14 für die Streurrate  $\Gamma_{str} = \frac{1}{2}\Gamma$ , wobei aus der quantenmechanischen Gleichung  $\Gamma_{str} = \frac{1}{4}\Gamma$  folgt. So versagt also bereits bei Sättigungsintensität das klassische Modell.

Das vom Atom absorbierte Licht führt zu einem Impulsübertrag und somit zu einer Kraft auf das Atom  $\mathbf{F}_{str} = \hbar \mathbf{k} \Gamma_{str}$ , die häufig als Strahlungsdruck bezeichnet wird. Das emittierte Licht überträgt im klassischen Bild aufgrund der symmetrischen Dipolstrahlung keinen Impuls auf das Atom. Im Photonen-Bild verschwindet der Impulsübertrag im statistischen Mittel für viele Emissionszyklen, führt aber dennoch zu einer diffusiven Bewegung der Atome. Die Kräfte des Strahlungsdrucks sind nicht konservativ und können zum Kühlen von Atomen in einer optischen Melasse benutzt werden.

Betrachtet man Lichtfelder, deren Frequenzen weit von der atomaren Resonanz verstimmt sind  $|\Delta_a| \ll \Gamma$  (für die aber dennoch gilt  $|\Delta_a| \ll \omega_0$ ), so lässt sich der Ausdruck für die atomare Polarisierbarkeit  $\alpha$  vereinfachen, und man erhält für das Dipolpotenzial und die Streurrate folgende Ausdrücke [36]:

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\Delta_a} \right) I(\mathbf{r}) \quad (2.16)$$

$$\Gamma_{str}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\Delta_a} \right)^2 I(\mathbf{r}) . \quad (2.17)$$

Diese beiden Gleichungen zeigen, warum es von Vorteil ist, eine Dipolfalle fern der atomaren Resonanz zu betreiben. Die Streurrate skaliert mit  $1/\Delta_a^2$ , während das Dipolpotenzial proportional zu  $1/\Delta_a$  ist. Um die Streurrate zu minimieren und so eine nahezu konservative Kraft für die Falle zu erhalten, ist es notwendig, die Verstimmung  $\Delta_a$  möglichst groß zu wählen.

Bei den Experimenten in dieser Arbeit hat der Laser, der die Dipolfalle erzeugt, eine Wellenlänge von ca. 800 nm. Die Verstimmung des Fallenlasers  $\Delta_a/2\pi \approx -2,5$  THz zur  $D_1$ -Linie von Rubidium bei  $\lambda_{D1} = 795$  nm ist folglich sehr viel größer als die natürliche Linienbreite  $\Gamma/2\pi = 6$  MHz.

Bisher wurde angenommen, dass das Rubidium-Atom ein Zwei-Niveau-System ist. Für eine korrekte Beschreibung der Atom-Licht-Wechselwirkung muss jedoch die Substruktur des Rb-Atoms durch die Fein- und Hyperfein-Aufspaltung der Niveaus berücksichtigt

werden. Aufgrund der komplizierten Substruktur wird die theoretische Beschreibung im Allgemeinen erschwert. Eine wichtige Näherung ergibt sich für den Fall, dass die Verstimmung der Laserfrequenz von den atomaren Resonanzen sehr viel größer ist als die Aufspaltung der Niveaus durch die Hyperfeinstruktur. Dann erhält man bei einem linear polarisierten Lichtfeld des Lasers für das Dipolpotenzial und die Streurrate [36]

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \left( \frac{1}{\Delta_1} + \frac{2}{\Delta_2} \right) I(\mathbf{r}) \quad (2.18)$$

$$\Gamma_{str}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma^2}{2\hbar\omega_0^3} \left( \frac{1}{\Delta_1^2} + \frac{2}{\Delta_2^2} \right) I(\mathbf{r}). \quad (2.19)$$

Die Verstimmung der Laserfrequenz von der  $D_1$ - und der  $D_2$ -Linie ( $\lambda_{D1} = 795$  nm und  $\lambda_{D2} = 780$  nm) wird durch die Variablen  $\Delta_1$  und  $\Delta_2$  beschrieben. Für die Arbeit mit dem Fallenlaser können die obigen Näherungen verwendet werden, da die Verstimmung  $\Delta_1 \sim$  THz deutlich größer ist als die Aufspaltung der Grundzustände durch die Hyperfeinstruktur (3,5 GHz für  $^{85}\text{Rb}$ ). Für ein vereinfachtes Termschema von  $^{85}\text{Rb}$  siehe auch Abbildung 3.4 in Kapitel 3.

## 2.2 Laserschwelle des CARL

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zum Verständnis der in Kapitel 4 gezeigten Messungen zur Laserschwelle des kollektiven atomaren Rückstoß-Lasers (CARL) dargelegt. Die experimentelle Ausgangslage stellt sich folgendermaßen dar: Kalte Rubidium-Atome sind in dem Lichtfeld eines einseitig gepumpten Ringresonators gefangen und unterliegen gleichzeitig dem Einfluss einer optischen Melasse. Das besondere Interesse gilt der Wechselwirkung zwischen den Atomen und den beiden Lichtmoden des Resonators. Der hier gewählte theoretische Ansatz beschreibt die Dynamik der Atome und der beiden gegensinnig umlaufenden Lichtfelder im Resonator mit Hilfe von gekoppelten Differentialgleichungen. Der Einfluss der optischen Melasse auf die Atome wird mit einem phänomenologischen Ansatz modelliert, bei dem die Lichtfelder der Melasse eine Langevin-Kraft auf die Atome ausüben.

### 2.2.1 Atome im Ringresonator

Im Folgenden wird die Wechselwirkung zwischen den kalten Atomen und den beiden Lichtmoden des Ringresonators beschrieben. Das System kann mit Hilfe einiger guter Näherungen im klassischen Bild verstanden werden. Die Lichtmoden im Ringresonator können als klassische Felder angesehen werden, da die Anzahl der Photonen in einer Mode sehr viel größer als eins<sup>3</sup> ist. Des Weiteren können die externen Freiheitsgrade der Atome klassisch beschrieben werden, da die Energie der meisten Atome aufgrund ihrer relativ hohen

---

<sup>3</sup>Die Anzahl der Photonen  $N_\gamma$  in einer Mode des Resonators ist gegeben durch  $N_\gamma = \Delta t P / \hbar\omega$ , wobei  $\Delta t = 0,28$  ns die Umlaufzeit des Lichts im Resonator,  $P$  die Leistung in der Mode und  $\hbar\omega$  die Energie eines Photons ist. Die Lichtleistung in den zwei Moden ist bei den Experimenten zum CARL sehr unterschiedlich und beträgt ungefähr 1 mW und 10 W. Daraus folgt für die schwächere der beiden Moden eine Photonenanzahl von  $N_\gamma = 10^6$ .

Temperatur deutlich über der Rückstoß-Energie<sup>4</sup> liegt. Somit ist der durch einen einzigen Absorptions- oder Emissionsakt übertragene Impuls eines Photons hinreichend klein gegenüber dem Impuls des Atoms. Die innere Dynamik des Atoms kann ebenfalls klassisch beschrieben werden, da die Frequenz des Pumpasers weit von der atomaren Resonanz verstimmt ist und Sättigungseffekte somit vernachlässigt werden können<sup>5</sup>. Die Anregung des Atoms durch das Lichtfeld kann daher mit dem Lorentz-Modell beschrieben werden.

Im vorigen Abschnitt wurden die Kräfte beschrieben, die auf ein Atom im Lichtfeld eines Laserstrahls wirken. Dabei wurde jedoch die Rückwirkung der Atome auf das Lichtfeld vernachlässigt. Die Atome verändern aber durch das von ihnen gestreute Licht die Feldverteilung, was wiederum zu einer Änderung der Kräfte auf die Atome führen kann. In den meisten Fragestellungen der klassischen Physik ist diese Rückwirkung vernachlässigbar klein gegenüber dem primären Lichtfeld und dessen Wirkung auf die Atome. Für Atome, die mit den Lichtmoden eines Hochfinesse Ringresonators wechselwirken, kann diese Rückwirkung nicht mehr vernachlässigt werden und ist bei dem hier untersuchten CARL-Prozess von entscheidender Bedeutung. Die in dieser Arbeit untersuchte Laserschwelle des CARL zeigt sich gerade dort, wo die Rückwirkung der Atome auf das Lichtfeld beginnt, einen Einfluss auf die atomare Dynamik auszuüben. Die Abbildung 2.2 veranschaulicht das verwendete Modell: Kalte Atome sind durch das Dipolpotenzial in den Lichtmoden eines Ringresonators gefangen. Durch die Wechselwirkung zwischen Licht und Atomen werden die atomare Dynamik und die Lichtleistung in den beiden Moden verändert. Verluste für die beiden Lichtfelder treten durch die Zerfallsrate des Resonators  $\kappa$  und die spontane Emission der Atome  $\Gamma$  auf. Diese Verluste können durch das von außen eingespeiste Licht des Pumpasers  $\eta_{\pm}$  ausgeglichen werden.

Neben der Wechselwirkung mit den Lichtfeldern kann die Bewegung eines Atoms auch durch Stöße mit anderen Atomen beeinflusst werden. Die elastische Stoßrate

$$\gamma_{el} = n_0 v \sigma_{el} \quad (2.20)$$

eines Atoms ist gegeben durch dessen Geschwindigkeit  $v$ , die Dichte  $n_0$  der Atome in der Falle und den Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{el}$ . Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{el} = 8\pi a^2$  ist für reine  $s$ -Wellenstreuung von Bosonen durch die Streulänge  $a$  bestimmt. Für Rubidiumatome des Isotops 85 beträgt die Streulänge  $a = -380a_0$ , wobei  $a_0 = 0,53 \text{ \AA}$  den Bohr-Radius bezeichnet [40, 41]. Die Näherung der reinen  $s$ -Wellenstreuung ist bei der geringen kinetischen Energie der Atome bei einer Temperatur von  $T = 100 \mu\text{K}$  gerechtfertigt. Die mittlere Dichte der Atome in der Falle ist bei einer Atomzahl von  $N = 10^6$ , einer Länge  $l = 3 \text{ mm}$  und einer transversalen Ausdehnung  $r = 50 \mu\text{m}$  der Atomwolke gegeben durch  $n_0 = N/(\pi r^2 l) \approx 4 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$ . Folglich ergibt sich für ein Atom mit der Geschwindigkeit  $v = \sqrt{2k_B T/m} = 0,14 \text{ m/s}$  die Stoßrate  $\gamma_{el} = 50 \text{ s}^{-1}$ . Da die Experimente zur Laserschwelle des CARL in einer Zeitdauer von ungefähr 10 ms stattfinden, stößt ein Atom folglich weniger als einmal mit einem anderen Atom während einer Messung. Somit können Stöße zwischen den Atomen für die in dieser Arbeit durchgeführten Experimente vernachlässigt werden.

<sup>4</sup>Die Rückstoß-Energie  $E_r = (\hbar k)^2/2m$  ist definiert als die Energie, die ein ruhendes Atom aufnimmt, wenn es ein Photon mit Impuls  $\hbar k$  emittiert oder absorbiert. Die damit verbundene Rückstoß-Temperatur  $T_r = E_r/k_B$  liegt für Rubidium bei ca.  $0,2 \mu\text{K}$  ( $\lambda = 795 \text{ nm}$ ). Die in diesem Experiment untersuchten Atome haben eine Temperatur von ca.  $100 \mu\text{K}$ .

<sup>5</sup>Der Sättigungsparameter  $s$  ist ein Maß für die Sättigung des atomaren Übergangs und ergibt für die  $D_1$ -Linie ( $\lambda_{D1} = 795 \text{ nm}$ ) von Rb bei einer Leistung von 10 W im Ringresonator  $s \approx 10^{-4}$  (siehe auch Kapitel 2.1).

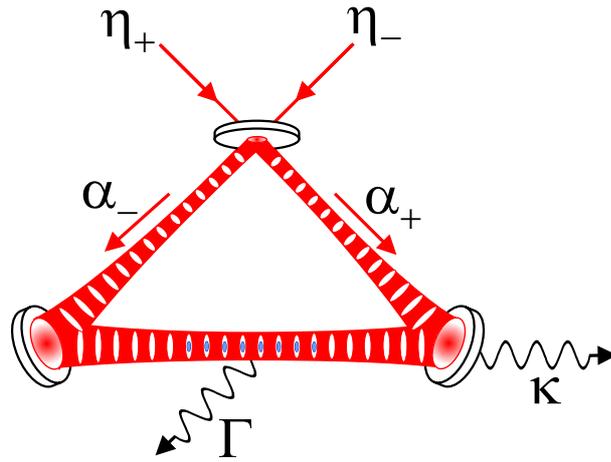


Abbildung 2.2: Kalte Atome im Ringresonator: Die Abbildung veranschaulicht schematisch das theoretische Modell für die Wechselwirkung von kalten Atomen mit den Lichtmoden eines Ringresonators. Die beiden Moden  $\alpha_{\pm}$  im Resonator sind durch die im Lichtfeld gefangenen Rb-Atome gekoppelt. Die beiden Lichtfelder erfahren Verluste durch die endliche Linienbreite des Resonators  $\kappa$  und durch die natürliche Linienbreite  $\Gamma$  des atomaren Übergangs. Die von einem Pumplaser zugeführte Leistung wird durch die beiden Pumpraten  $\eta_{\pm}$  beschrieben.

Im Folgenden werden die Gleichungen vorgestellt, die die Wechselwirkung von Atomen mit den beiden Lichtmoden eines Ringresonators beschreiben. Im Zusammenhang mit dem CARL-Prozess wurde ein solches Modell erstmals von Bonifacio und De Salvo [10] entwickelt. In dieser Arbeit wird aber die Notation des Modells von Ritsch et al. [42, 43] benutzt. Das Modell ist eindimensional und setzt die elektrischen Felder der beiden Moden als ebene Wellen an:

$$E_{\pm}(z, t) = \mathcal{E}\alpha_{\pm}(t)e^{i(\pm kz - \omega t)} + c.c. , \quad (2.21)$$

wobei  $z$  die Ortskoordinate entlang der Resonatorachse,  $k = 2\pi/\lambda$  die Wellenzahl,  $\omega$  die Kreisfrequenz des Pumplasers und

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} \quad (2.22)$$

das Feld pro Photon ist. Das Modenvolumen des Ringresonators  $V = \frac{1}{2}\pi w^2 L$  ist durch den Strahlradius  $w = 125 \mu\text{m}$  und die Umlauflänge des Resonators  $L = 8,5 \text{ cm}$  gegeben. Die gegenüber der optischen Frequenz langsam variierenden Amplituden der Felder werden durch die komplexen Variablen  $\alpha_{\pm}(t)$  beschrieben, deren Betragsquadrate die mittlere Anzahl der Photonen in einer Mode angeben. Daraus ergeben sich die Leistungen in den Umlaufrichtungen:

$$P_{\pm} = \hbar\omega\Delta_{FSR}|\alpha_{\pm}|^2 , \quad (2.23)$$

wobei  $\Delta_{FSR} = c/L$  der freie Spektralbereich des Resonators ist. Aus der Interferenz der

beiden Lichtfelder erhält man folgende Leistung an einem festen Ort im Resonator:

$$P_{beat} = \hbar\omega\Delta_{FSR}|\alpha_+ + \alpha_-|^2 = P_+ + P_- + 2\sqrt{P_+P_-} \cos \phi(t) , \quad (2.24)$$

wobei  $\phi(t)$  die zeitliche Entwicklung der Phase zwischen den beiden Moden  $\alpha_{\pm}$  beschreibt. Die Dynamik der  $N$  Atome und der Amplituden  $\alpha_{\pm}$  der beiden Lichtmoden wird durch ein gekoppeltes Gleichungssystem beschrieben:

$$\dot{\alpha}_{\pm} = (-\kappa - N\gamma_0 + i(\Delta_c - NU_0))\alpha_{\pm} - (\gamma_0 + iU_0)\alpha_{\mp} \sum_{n=1}^N e^{\mp 2ikz_n} + \eta_{\pm} \quad (2.25)$$

$$m\ddot{z}_n = 2\hbar k\gamma_0(\alpha_+^* \alpha_+ - \alpha_-^* \alpha_-) + i2\hbar kU_0(\alpha_+^* \alpha_- e^{-2ikz_n} - \alpha_-^* \alpha_+ e^{2ikz_n}). \quad (2.26)$$

Die obigen Gleichungen können aus einem rein klassischen Ansatz [42] oder aber aus einem semi-klassischen Ansatz [43], der das Atom als Zwei-Niveau-System betrachtet, hergeleitet werden. Beim semi-klassischen Ansatz können die inneren Freiheitsgrade des Atoms adiabatisch eliminiert werden, wenn der Übergang wie in dem hier betrachteten Fall durch das Lichtfeld nur schwach gesättigt ist.

Es sei angemerkt, dass durch die Normierung der Feldamplituden auf das Feld pro Photon die in Gleichung 2.25 eingeführten Raten  $\kappa$ ,  $\gamma_0$ ,  $U_0$  und  $\Delta_c$  alle auf eine Leistung im Resonator normiert sind, die einem einzigen Photon in der Mode entspricht. Diese werden im Folgenden auch als Ein-Photon-Raten bezeichnet.

Die Änderung der Amplitude einer Lichtmode wird in Gleichung 2.25 durch drei verschiedene Terme beschrieben. Der erste Term ist proportional zur Amplitude selbst und beschreibt den Zerfall der Mode durch die endliche Resonator-Linienbreite  $\kappa$ , die Streuverluste durch die Atome  $N\gamma_0$  und die Verstimmung des Lichtfeldes  $(\Delta_c - NU_0)$  von der Resonanzfrequenz des mit Atomen gefüllten Resonators. Die Resonator-Linienbreite  $\kappa$  steht dabei für die Rate, mit der das Licht im Resonator zerfällt, weil immer ein Teil des im Resonator umlaufenden Lichts durch die Resonatorspiegel absorbiert oder transmittiert wird. Die Streuverluste  $N\gamma_0$  haben ihre Ursache in der Strahlungsemission aller  $N$  Atome, die dadurch die Lichtleistung in der betreffenden Mode verringern. Des Weiteren muss die Resonanzbedingung des Resonators  $(\Delta_c - NU_0)$  erfüllt sein, da ansonsten das Lichtfeld im Resonator durch die destruktive Interferenz mit sich selbst zerfällt. Dabei stellt  $\Delta_c = \omega - \omega_c$  die Resonanzbedingung des leeren Resonators, in dessen Lichtfeld sich keine Atome befinden, dar. In diesem Fall muss die Frequenz des Pumplasers  $\omega$  gleich der Resonanzfrequenz des Resonators  $\omega_c$  sein, damit das Licht im Resonator nach einem Umlauf stets konstruktiv mit dem von außen eingekoppelten Lichtfeld interferiert. Befinden sich aber Atome im Lichtfeld des Resonators, so ändert sich die Resonanzfrequenz um den Wert  $NU_0$ . Diese Änderung der Resonanzfrequenz beruht auf der von den Atomen verursachten Phasenverschiebung des umlaufenden Lichts, wodurch sich die Resonanzbedingung für das Lichtfeld ändert. Anders ausgedrückt verändern die Atome durch ihren Brechungsindex die optische Weglänge des Resonators. Insgesamt ergibt sich die Resonanzbedingung  $\Delta_c - NU_0$  für die Frequenz des Lichts im Resonator. Die Frequenzverschiebung  $U_0$  und die Streurrate  $\gamma_0$  eines einzelnen Atoms sind gegeben durch

$$U_0 = \frac{1}{\Delta_a} g^2 \quad (2.27)$$

$$\gamma_0 = \frac{\Gamma}{\Delta_a^2} g^2 \quad (2.28)$$

unter der Annahme, dass die Verstimmung des Pumplasers von der atomaren Resonanz sehr viel größer ist als die natürliche Linienbreite ( $|\Delta_a| \gg \Gamma$ ). Hier erkennt man die Ausdrücke für die Lichtverschiebung und die Streurrate aus den Gleichungen 2.16 und 2.17

wieder, insbesondere deren Abhängigkeit von  $\Delta_a$ . In den obigen Gleichungen wurde außerdem die Lichtfeld-Atom-Kopplungsstärke  $g = \sqrt{e^2/4\epsilon_0 m_e V}$  eingeführt, die im Wesentlichen vom Modenvolumen  $V$  des Resonators abhängt. Die Kopplungsstärke  $g$  entspricht im semi-klassischen Bild, in dem das Atom als ein Zwei-Niveau-System beschrieben wird, der Rabi-Frequenz zwischen dem Grundzustand und dem angeregten Zustand, wenn sich ein Photon in der Mode befindet.

Der zweite Term in Gleichung 2.25 ist proportional zur Amplitude des gegenseitig umlaufenden Lichtfeldes und beschreibt die Kopplung der beiden Moden durch die Atome. Das von den Atomen aus der einen Mode gestreute Licht findet sich zum Teil in der anderen Mode wieder. Für diesen Umstreuprozess ist die räumliche Anordnung der Atome entscheidend und wird in der Gleichung durch die Summe  $\sum_{n=1}^N e^{\mp 2ikz_n}$  berücksichtigt. Die daraus abgeleitete Größe des Ordnungsparameters  $b$  (der auch als „bunching-Faktor“ bezeichnet wird)

$$b = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{2ikz_n}, \quad (2.29)$$

dessen Betrag zwischen 0 und 1 liegt, charakterisiert die periodische Ordnung der Atome und bestimmt die Kopplungsstärke der beiden Moden. Zur Veranschaulichung betrachte man als erstes eine große Anzahl von Atomen, die zufällig angeordnet sind. In diesem Fall verschwindet die Summe durch die Mittelung über die verschiedenen Positionen der Atome ( $|b| = 0$ ), und die beiden Moden sind somit de facto entkoppelt. Als zweites Beispiel soll die „perfekte“ Ordnung dienen, bei der die Atome in Abständen von  $\lambda/2$  zueinander angeordnet sind ( $|b| = 1$ ). Hierbei interferiert das von den Atomen gestreute Licht konstruktiv, und die Kopplung der beiden Moden ist maximal.

Der dritte Term in Gleichung 2.25 beschreibt die Pumprate  $\eta$ , mit der Licht vom Pump laser von außen in den Resonator eingebracht wird.

Die Dynamik der Atome wird durch die  $N$  Bewegungsgleichungen 2.26 beschrieben. Die zwei darin auftretenden Kräfte, Strahlungsdruck und Dipolkraft, die auf ein Atom im Lichtfeld wirken, wurden bereits im vorigen Kapitel 2.1 eingeführt. Für den Fall der Atome im Ringresonator ergeben sich die Kräfte aus den beiden gegenseitig umlaufenden Lichtfeldern. Die Kraft des Strahlungsdrucks hängt von der Differenz der Lichtleistungen in den beiden Moden ab. Für den Fall, dass die Leistungen in den beiden Moden gleich sind, heben sich die entgegengesetzten Kräfte auf. Die Dipolkraft hängt nach Gleichung 2.13 vom Gradienten der Intensität im Resonator ab. Die Kraft auf ein Atom wird somit von dem Stehwellenanteil des optischen Potenzials und der Position des Atoms bezüglich der Stehwelle bestimmt.

## Das vereinfachte Modell

Zur weiteren theoretischen Beschreibung der für diese Arbeit durchgeführten Messungen ist es nützlich, einige Annahmen und Vereinfachungen für das oben beschriebene Modell einzuführen:

- Aufgrund der großen Verstimmung des Pumplasers von der atomaren Resonanz ( $|\Delta_a| \gg \Gamma$ ) lässt sich die Streurrate  $\gamma_0$  gegenüber der Frequenzverschiebung  $U_0$  vernachlässigen ( $\gamma_0 \ll U_0$ ). Dies bedeutet für die atomare Dynamik, dass der Strahlungsdruck gegenüber der Dipolkraft vernachlässigt wird.

- Des Weiteren können die Streuverluste  $N\gamma_0$  durch die Atome gegenüber der endlichen Resonator-Linienbreite  $\kappa$  vernachlässigt werden ( $N\gamma_0 \ll \kappa$ ). Im Folgenden wird  $\gamma_0 = 0$  gesetzt.
- Bei den Messungen zur Laserschwelle des CARL wurde nur eine Mode des Resonators gepumpt. Im Folgenden wird diese mit  $\alpha_+$  bezeichnet, d.h.  $\eta_- = 0$ .
- Die von den Atomen aus der ungepumpten in die gepumpte Mode gestreute Lichtleistung ist vernachlässigbar gegenüber der Pumprate  $\eta_+$ .
- Bei dem für diese Arbeit verwendeten Aufbau ist der Parameter  $\Delta_c$  nicht frei wählbar. Die Phasenstabilisierung des Pumpasers sorgt dafür, dass das Pumplicht stets resonant im Resonator umläuft. Dadurch ist  $\Delta_c$  eine dynamische Größe, die sich als Funktion der anderen Variablen einstellt. Für die hier untersuchten Messungen kann aber aufgrund der Tatsache, dass  $|\alpha_-|^2 \ll |\alpha_+|^2$  gilt, mit der Näherung  $\Delta_c = NU_0$  gearbeitet werden [23].

Somit erhält man folgende vereinfachte Gleichungen:

$$\dot{\alpha}_+ = -\kappa\alpha_+ + \eta_+ \quad (2.30)$$

$$\dot{\alpha}_- = -\kappa\alpha_- - iNU_0\alpha_+b \quad (2.31)$$

$$m\ddot{z}_n = i2\hbar kU_0\alpha_+(\alpha_-e^{-2ikz_n} - \alpha_-^*e^{2ikz_n}) . \quad (2.32)$$

Die Änderung der Amplitude  $\alpha_+$  hängt nur noch von der Pumprate  $\eta_+$  und der Resonator-Linienbreite  $\kappa$  ab. Die Pumprate  $\eta_+$  und somit auch die Amplitude  $\alpha_+$  können ohne Beschränkung der Allgemeinheit als reell angenommen werden. Im Gleichgewicht ( $\dot{\alpha}_+ = 0$ ) gilt für die Amplitude  $\alpha_+ = \eta_+/\kappa$ . Für alle in dieser Arbeit durchgeführten numerischen Simulationen ist die Pumprate  $\eta_+$  entweder konstant oder wird so langsam verändert, dass man dabei immer von einer Gleichgewichtssituation ausgehen kann. Dies ist dann der Fall, wenn die Pumprate deutlich langsamer als  $\kappa^{-1}$  variiert wird. Daher wird im Folgenden immer die stationäre Lösung für die Amplitude  $\alpha_+ = \eta_+/\kappa$  benutzt.

Für die Dynamik und die Intensität des Lichtfelds in der ungepumpten Mode  $\alpha_-$  ist der Ordnungsparameter  $b$  und die maximale Kopplungsstärke  $NU_0$  der beiden Moden entscheidend. Ist die Pumprate  $\eta_+$  konstant, so bestimmt  $b$  als einziger dynamischer Parameter die Entwicklung der Feldamplitude  $\alpha_-$ .

Die Bewegungsgleichungen der Atome haben sich durch die Vernachlässigung des Strahlungsdrucks ( $\gamma_0 = 0$ ) vereinfacht. Allein die Dipolkraft bestimmt nun die Dynamik der Atome. Die Stärke der Dipolkraft wird von dem Interferenzterm der beiden Lichtfelder bestimmt. Je größer die Amplitude der Mode  $\alpha_-$  ist, desto steiler ist das Dipolpotenzial und desto größer können die Kräfte auf die Atome sein. Da die Amplitude aber durch die Ortskoordinaten der Atome bzw. den Ordnungsparameter bestimmt wird, ergibt sich ein komplexes Wechselspiel zwischen dem Lichtfeld in der ungepumpten Mode und der Bewegung der Atome. Diese gegenseitige Beeinflussung und Rückwirkung führt zum CARL-Prozess und dessen Schwellenverhalten, was in den nächsten Kapiteln behandelt werden soll.

### 2.2.2 Einfluss der optischen Melasse

Bei den Experimenten zur Laserschwelle des CARL sind die Atome außerdem einer optischen Melasse ausgesetzt, die dazu dient, die Atome einer Reibungskraft zu unterwerfen und so den CARL-Prozess zu stabilisieren. Die Wirkungsweise einer optischen Melasse basiert auf den Prinzipien des so genannten Laserkühlens. Hierbei bewirken die mechanischen Kräfte des eingestrahnten Laserlichts eine Verringerung der kinetischen Energie der Atome.

Die Idee zum Laserkühlen von Atomen wurde im Jahr 1975 von zwei Gruppen unabhängig voneinander entwickelt [44, 45]. Bereits im Jahr 1985 konnte dann erstmals die experimentelle Umsetzung der Idee des Laserkühlens in drei Dimensionen gezeigt werden [46]. Die Bewegung eines Atoms im Laserlicht der optischen Melasse gleicht dabei der Brownschen Bewegung eines Teilchens in einer viskosen Flüssigkeit. Durch die ständigen unregelmäßigen Stöße des Brownschen Teilchens mit den Molekülen der Flüssigkeit wird es zu einer stochastischen Zitterbewegung angetrieben, die auch als Diffusion bezeichnet wird. Wie stark das Brownsche Teilchen durch die Stöße mit den Molekülen angetrieben wird hängt von deren kinetischer Energie und somit von der Temperatur der Flüssigkeit ab. Betrachtet man ein Teilchen, welches sich anfänglich mit einer hohen Geschwindigkeit durch die Flüssigkeit bewegt, so wird es durch die Stöße mit den Molekülen rasch abgebremst, bis seine Geschwindigkeit im zeitlichen Mittel verschwindet. Diese durch die Stöße mit den Molekülen verursachte Dissipation der kinetischen Energie des Brownschen Teilchens kann als geschwindigkeitsabhängige Reibungskraft interpretiert werden. Beide Effekte, Diffusion und Dissipation, treten auch in der optischen Melasse auf und beeinflussen die Bewegung der Atome und somit auch den CARL-Prozess.

Im Folgenden soll zur Erklärung der Kühlkräfte der optischen Melasse das Bild des Strahlungsdrucks benutzt werden [44]. Das Atom befindet sich in einem um einige natürliche Linienbreiten  $\Gamma$  rotverstimmtten Lichtfeld und erfährt durch dieses eine Kraft in Ausbreitungsrichtung des Lichtfelds. Die Kraft des Strahlungsdrucks  $\mathbf{F}_{str} = \hbar \mathbf{k} \Gamma_{str}$  wurde bereits in Kapitel 2.1 eingeführt und hängt von der Streurrate  $\Gamma_{str}$  ab, mit welcher das Atom Photonen aus dem eingestrahnten Lichtfeld absorbiert und wieder emittiert. Entscheidend ist nun, dass die Größe der Streurrate und somit die Stärke der Kraft aufgrund des Dopplereffekts von der Geschwindigkeit des Atoms abhängig ist. Durch die Rotverstimmung des Lichtfelds erfahren Atome, die sich auf das Lichtfeld zubewegen, eine bremsende Kraft und Atome, die sich mit dem Lichtfeld bewegen, eine deutlich schwächere beschleunigende Kraft. Bestrahlt man die Atome aus allen sechs Raumrichtungen mit einem rotverstimmtten Lichtfeld, so können die Atome in drei Dimensionen gekühlt werden. Man spricht dann vom sogenannten „Dopplerkühlen“ in einer optischen Melasse.

Die Kühlkräfte des Dopplerkühlens lassen sich als geschwindigkeitsabhängige Reibungskraft für die Bewegung der Atome darstellen. Für kleine Geschwindigkeiten ( $|\mathbf{k}\mathbf{v}| \ll \Gamma$  und  $|\mathbf{k}\mathbf{v}| \ll \Delta_{mel}$ <sup>6</sup>) der Atome ist die Reibungskraft  $\mathbf{F}_{fr}$  der optischen Melasse näherungsweise durch [47]

$$\mathbf{F}_{fr} = -m\gamma_{fr}\mathbf{v} \quad (2.33)$$

gegeben. Hierbei ist  $\mathbf{v}$  die Geschwindigkeit und  $m$  die Masse des Atoms und  $\gamma_{fr}$  der Reibungskoeffizient. Die Ungleichung  $|\mathbf{k}\mathbf{v}| \ll \Gamma$  ist bei den Experimenten in dieser Arbeit gut erfüllt, da die Geschwindigkeit  $v$  eines Atoms mit der kinetischen Energie  $E = k_B T$  ungefähr 14 cm/s beträgt, wenn die Temperatur der Atome mit  $T = 100 \mu\text{K}$  angenommen wird. Folglich ist  $kv = 2\pi \cdot 170 \text{ kHz}$  deutlich kleiner als die natürliche Linienbreite

<sup>6</sup>Hierbei bezeichnet  $\Delta_{mel}$  die Verstimmung des Kühllasers vom atomaren Übergang.

$\Gamma = 2\pi \cdot 6 \text{ MHz}$  des verwendeten Kühlübergangs. Die zweite Ungleichung  $|\mathbf{k}\mathbf{v}| \ll \Delta_{mel}$  ist ebenfalls gut erfüllt, da der Kühlaser typischerweise einige Linienbreiten vom atomaren Übergang rotverstimmt ist ( $\Delta_{mel} \approx -8\Gamma$ ).

Die Kühlkräfte einer optischen Melasse sind in Wirklichkeit weitaus komplizierter, da neben dem hier beschriebenen „Dopplerkühlen“ außerdem noch Effekte aufgrund des so genannten „Polarisationsgradientenkühlens“ auftreten. Dieser weitere Kühleffekt ist nur in einem genaueren Bild des Atoms als Mehrniveausystem zu verstehen. Die Kühlkräfte aufgrund des Polarisationsgradientenkühlens können ebenfalls für kleine atomare Geschwindigkeiten als linear abhängig von der Geschwindigkeit betrachtet werden. Allerdings ist der Reibungskoeffizient im Allgemeinen größer und die Grenzgeschwindigkeit, ab der die lineare Näherung gilt, kleiner als im Falle des Dopplerkühlens.

Die optische Melasse führt aber nicht nur zu einer Reibungskraft, sondern auch zu einer diffusiven Bewegung der Atome. Die Diffusion hat ihre Ursache im quantenmechanischen Charakter des Lichts. Der Impuls eines Atoms wird ständig durch den Impulsübertrag bei der Absorption oder Emission eines Photons verändert. Durch die statistisch fluktuierende Natur des Streuprozesses bewegt sich das Atom in zufälliger Weise durch den Raum, wie es einer diffusiven Bewegung entspricht. Dieser ständig wechselnde Impulsübertrag auf das Atom kann als eine stochastisch variierende Kraft  $\zeta(t)$  aufgefasst werden, deren zeitlicher Mittelwert  $\langle \zeta(t) \rangle = 0$  verschwindet. Zusammen mit der Reibungskraft erhält man dann als Bewegungsgleichung für ein Atom in einer optischen Melasse

$$m\ddot{z} = -m\gamma_{fr}\dot{z} + \zeta(t) , \quad (2.34)$$

die so genannte Langevin-Gleichung. Die Ortskoordinaten der Atome wurden in der obigen Gleichung auf eine Dimension beschränkt, da das verwendete Modell zur Beschreibung der Wechselwirkung zwischen den Atomen und dem Licht in den Resonatormoden ebenfalls eindimensional ist. Die Autokorrelationsfunktion der stochastischen Kraft

$$\langle \zeta(t)\zeta(t') \rangle = \phi(t - t') \quad (2.35)$$

sei durch die Funktion  $\phi(t - t')$  gegeben, welche nur von der Zeitdifferenz  $\tau = t - t'$  abhängt. Der Mittelwert kann dabei als Mittelung über das Ensemble oder über verschiedene Zeiten des gleichen Atoms verstanden werden. Da eine Korrelation der stochastischen Kräfte auf das Atom nur für kleine Zeitdifferenzen gegeben sein soll, geht  $\phi(\tau)$  für  $\tau > \tau_c$  schnell gegen null. Die kritische Zeitkonstante  $\tau_c$  ist bei der Brownschen Bewegung durch die Dauer eines Stoßes gegeben, wenn man annimmt, dass aufeinander folgende Stöße zueinander völlig unkorreliert sind. In diesem Fall handelt sich bei dem Stoß um eine Absorption bzw. Emission eines Photons der optischen Melasse durch das Atom. Daher kann aus der natürlichen Linienbreite  $\Gamma$  die kritische Zeitkonstante von  $\tau_c \approx 1/\Gamma = 26 \text{ ns}$  abgeschätzt werden. Betrachtet man Zeiträume, die wesentlich länger sind als  $\tau_c$ , so kann die Autokorrelationsfunktion  $\phi(\tau)$  mit einer  $\delta$ -Verteilung approximiert werden [48]:

$$\langle \zeta(t)\zeta(t') \rangle = \lambda\delta(\tau) , \quad (2.36)$$

wobei  $\lambda$  ein Maß für die Stärke des Schwankungsquadrats der stochastischen Kraft ist. Eine Korrelation der Kraft auf das Atom ist somit nur für  $\tau \equiv 0$  gegeben und verschwindet für alle anderen Zeiten völlig. Diese Näherung für den stochastischen Prozess wird häufig auch als weißes Rauschen bezeichnet. Aus der Langevin-Gleichung 2.34 und der obigen Beziehung für die Autokorrelationsfunktion der stochastischen Kraft kann der Mittelwert des Quadrats der Geschwindigkeiten für  $t \gg \gamma_{fr}^{-1}$  hergeleitet werden [48]:

$$\langle \dot{z}^2(t) \rangle = \frac{\lambda}{2\gamma_{fr}m^2} . \quad (2.37)$$

Folglich erreicht nach kurzer Zeit das Schwankungsquadrat der Geschwindigkeiten einen konstanten Wert. Nimmt man weiterhin an, dass die Atome sich im thermischen Gleichgewicht befinden, so erhält man mit dem Äquipartitionstheorem

$$\frac{1}{2}m\langle\dot{z}^2(t)\rangle = \frac{1}{2}k_B T \quad (2.38)$$

die sogenannte Einstein-Beziehung  $\lambda = 2\gamma_{fr}mk_B T$ . Diese verknüpft die Temperatur des Ensembles mit der Stärke des Schwankungsquadrats der Kraft und somit mit den mikroskopischen Parametern des Problems. Für  $t \gg \gamma_{fr}^{-1}$  erhält man für das Schwankungsquadrat der Ortskoordinate eines Atoms [48]

$$\langle z^2(t) \rangle = 2Dt, \quad (2.39)$$

wobei die Diffusionskonstante  $D = \frac{\lambda}{2\gamma_{fr}^2 m^2} = \frac{k_B T}{\gamma_{fr} m}$  eingeführt wurde. Befinden sich die Atome zum Zeitpunkt  $t = 0$  alle am gleichen Ort  $z = 0$ , so führt die diffusive Bewegung dazu, dass sich die Atome mit der Zeit immer weiter von ihrem Ausgangsort entfernen. Die Diffusionskonstante  $D$  bestimmt dabei die Geschwindigkeit der Ausbreitung, wobei durch die stochastische Natur dieses Prozesses die mittlere Entfernung  $\sqrt{\langle z^2 \rangle} \sim \sqrt{t}$  nur mit der Wurzel der Zeit wächst.

Betrachtet man nun wieder das Gesamtsystem, bestehend aus den Atomen im Ringresonator, unter dem Einfluss der beiden Lichtmoden und der optischen Melasse, so ergeben sich aus den Gleichungen 2.32 und 2.34 die vollständigen Bewegungsgleichungen

$$\ddot{\theta}_n = i4\epsilon U_0 \alpha_+ (\alpha_- e^{-i\theta_n} - \alpha_-^* e^{i\theta_n}) - \gamma_{fr} \dot{\theta}_n + \xi_n(t). \quad (2.40)$$

Hierbei wurde die Variable  $\theta = 2kz$  eingeführt, welche die Notation vereinfacht und dadurch deutlich machen soll, dass die absolute Position der Atome unerheblich ist und es nur auf deren Abstand untereinander modulo  $\lambda/2$  ankommt. Aufgrund der veränderten Notation ergibt sich die stochastische Kraft zu  $\xi(t) = \frac{2k}{m}\zeta(t)$ . Des Weiteren wurde die zweifache Rückstoß-Frequenzverschiebung  $\epsilon = \hbar k^2/m$  eingeführt. Die Gleichungen 2.40 beschreiben die Brownsche Bewegung von Atomen in einer optischen Melasse, wobei zusätzlich noch ein konservatives Kraftfeld auf die Atome wirkt. Dieses Kraftfeld, das aufgrund des Dipolpotenzials durch die Lichtfelder im Ringresonator entsteht, hat die Besonderheit, dass die auf die Atome wirkenden Kräfte von deren Position bzw. von ihrer periodischen Anordnung abhängig sind. Dazu veranschaulicht die Abbildung 2.3 die experimentelle Situation. Die beiden Lichtmoden im Resonator können im Experiment über die durch einen der Resonatorspiegel transmittierten Felder nachgewiesen werden. Dabei gibt das Interferenzsignal  $|\alpha_+ + \alpha_-|$  Aufschluss über die Phasenbeziehung zwischen den beiden Feldern.

Es gibt eine Komplikation durch die Wechselwirkung der Atome mit den beiden unterschiedlichen Lichtfeldern der optischen Melasse und des Dipolfallenlasers. Die Atome erfahren im starken Lichtfeld des Ringresonators eine Veränderung ihrer atomaren Resonanzfrequenz durch den dynamischen Stark-Effekt. Bei einer typischen Fallentiefe von  $\hat{U} = 1 \text{ mK} \cdot k_B$  wird die Resonanzfrequenz eines Atoms im Intensitätsmaximum um  $\omega_{ac} = \hat{U}/\hbar = 2\pi \cdot 20 \text{ MHz}$  vergrößert. Dieser Effekt ist aber abhängig vom Ort, an dem sich das Atom befindet. Daraus folgt, dass auch die Verstimmung des Kühllasers der optischen Melasse und somit die Reibungskonstante  $\gamma_{fr}$  von der Position des Atoms abhängen. Besonders die transversale Bewegung der Atome, die senkrecht zur Resonatorachse verläuft, führt so zu einem sich dynamisch verändernden Reibungskoeffizienten für das Atom. In axialer Richtung ist dieser Effekt nicht so stark, da das optische Potenzial bei den Experimenten zum CARL in dieser Richtung nur eine schwache Modulation aufweist.

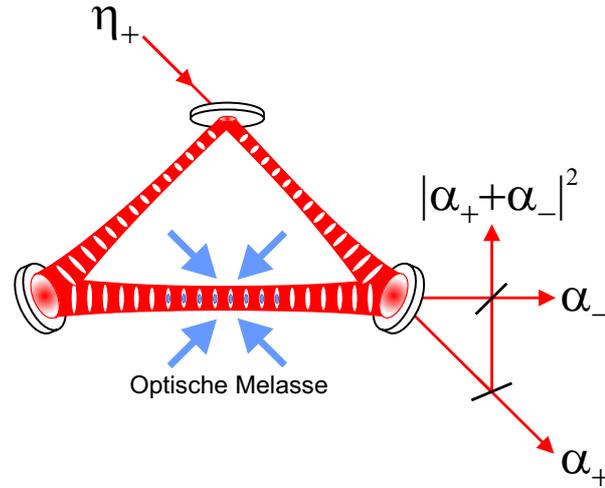


Abbildung 2.3: Die Abbildung zeigt schematisch den Aufbau der Experimente zum CARL. Die Atome sind im Lichtfeld des einseitig gepumpten Ringresonators gefangen und zusätzlich der Wirkung einer optischen Melasse ausgesetzt. Die durch einen Resonatorspiegel transmittierten Felder geben Auskunft über die Dynamik der Lichtmoden im Inneren des Resonators.

### 2.2.3 Fokker-Planck-Ansatz

Zur Lösung des Gleichungssystems bestehend aus den Gleichungen 2.31 und 2.40 können zwei unterschiedliche Ansätze verfolgt werden. Zum einen kann mit den Differentialgleichungen die Dynamik aller Atome und der Mode  $\alpha_-$  numerisch simuliert werden, zum anderen das Gleichungssystem mit Hilfe einer so genannten Fokker-Planck-Gleichung gelöst werden. Der zweite Ansatz wird in diesem Kapitel vorgestellt und bietet sich für den Fall an, dass die Dynamik einzelner Atome nicht von Interesse ist und man sich folglich auf die Berechnung statistischer Größen der atomaren Variablen beschränken kann. So kann die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P(\theta, t)d\theta$ , die besagt, mit welcher Wahrscheinlichkeit sich ein Atom zur Zeit  $t$  am Ort  $\theta$  im Intervall  $d\theta$  befindet, mit Hilfe einer Fokker-Planck-Gleichung berechnet werden. Die Fokker-Planck-Gleichung ist die Bewegungsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P(\theta, t)$  und kann aus der zugrunde liegenden Langevin-Gleichung hergeleitet werden [48]. Im Grenzfall starker Dämpfung, der in dem hier untersuchten Problem gegeben ist, kann die Langevin-Gleichung vereinfacht werden, indem  $\ddot{\theta} = 0$  gesetzt wird. So folgt aus Gleichung 2.40 die überdämpfte Langevin-Gleichung

$$\dot{\theta}_n = \frac{i4\epsilon U_0 \alpha_+}{\gamma_{fr}} (\alpha_- e^{-i\theta_n} - \alpha_-^* e^{i\theta_n}) + \frac{1}{\gamma_{fr}} \xi_n(t). \quad (2.41)$$

Die der überdämpften Langevin-Gleichung zugeordnete Fokker-Planck-Gleichung wird auch als Smoluchowski-Gleichung bezeichnet und lautet [48]

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{i4\epsilon U_0 \alpha_+}{\gamma_{fr}} \frac{\partial (\alpha_-^* e^{i\theta} - \alpha_- e^{-i\theta}) P}{\partial \theta} + \tilde{D} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \quad (2.42)$$

mit der veränderten Diffusionskonstante  $\tilde{D} = (2k)^2 D = \sigma^2 / \gamma_{fr}$ , wobei  $\sigma = 2k\sqrt{k_B T / m}$  der Breite der thermischen Geschwindigkeitsverteilung entspricht. Die Wahrscheinlich-

keitsdichte  $P$  ist eine periodische Funktion von  $\theta$  mit einer Periode von  $2\pi$  und ist so normiert, dass  $\int_0^{2\pi} P d\theta = 1$  gilt.

Für die weitere Analyse und numerische Integration der Fokker-Planck-Gleichung ist es vorteilhaft, die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P(\theta, t)$  als unendliche Fourierreihe darzustellen:

$$P(\theta, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n(t) e^{in\theta} , \quad (2.43)$$

wobei für die Komponenten  $B_n = \int_0^{2\pi} P(\theta, t) e^{-in\theta} d\theta$  und daraus folgend  $B_n = B_{-n}^*$  gilt. Des Weiteren ist der Ordnungsparameter nun durch  $b = B_{-1}$  gegeben, und aufgrund der Normierung von  $P(\theta, t)$  gilt  $B_0 \equiv 1$  für alle Zeitpunkte  $t$ . Setzt man den Fourier-Ansatz für die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P(\theta, t)$  in die Fokker-Planck-Gleichung ein, so erhält man eine Reihe gewöhnlicher Differentialgleichungen für die Komponenten  $B_n$ :

$$\dot{B}_n = \frac{-4\epsilon U_0 \alpha_+}{\gamma_{fr}} n(\alpha_-^* B_{n-1} - \alpha_- B_{n+1}) - n^2 \tilde{D} B_n . \quad (2.44)$$

Zusammen mit Gleichung 2.31 für die Feldamplitude  $\alpha_-$

$$\dot{\alpha}_- = -\kappa \alpha_- - iNU_0 \alpha_+ B_{-1} \quad (2.45)$$

ergibt sich ein lineares Gleichungssystem erster Ordnung, mit dem die Dynamik der Feldamplitude  $\alpha_-$  und der Wahrscheinlichkeitsdichte  $P(\theta, t)$  beschrieben und numerisch integriert werden kann.

Eine Gleichgewichtslösung des Gleichungssystems bestehend aus den Gleichungen 2.44 und 2.45 ergibt sich, wenn man  $\alpha_- = 0$  und  $B_n = 0$  für  $n \neq 0$  ansetzt, d.h. es befindet sich kein Licht in der gegenläufigen Mode und die Atome sind im Raum gleichmäßig verteilt. Durch die perfekte homogene Dichteverteilung kann von den Atomen kein Licht von der gepumpten in die gegenläufige Mode gestreut werden, da alle von den Atomen emittierten Lichtfelder sich in der gegenläufigen Richtung vollständig auslöschen. Dieses Gleichgewicht ist jedoch instabil, wenn die Leistung in der gepumpten Mode  $\alpha_+$  einen bestimmten Betrag  $P_{+,thr}$  überschreitet, wie Robb et al. [49] durch eine lineare Stabilitätsanalyse der Gleichungen 2.44 und 2.45 zeigen konnten. Eine geringe Abweichung von der Anfangsbedingung der homogen verteilten Atome führt dann zu einem exponentiell verstärkten Wachstum der Leistung in der gegenläufigen Mode  $\alpha_-$  und der räumlichen Ordnung der atomaren Verteilung. Das Anwachsen der Intensität und der Ordnung bedingen sich dabei in einem sich selbst verstärkenden Prozess gegenseitig. Dabei wird auch die Bewegung der Atome durch den beim Streuprozess übertragenen Impuls beeinflusst. Die Atome streuen kollektiv Licht aus der gepumpten in die ungepumpte Mode und werden so gemeinsam beschleunigt, was sich in einer Schwerpunktsbewegung des atomaren Ensembles in Ausbreitungsrichtung des Pumpfeldes  $\alpha_+$  bemerkbar macht. Die Leistung in der gegenläufigen Mode wird durch das Maß der periodischen Ordnung der atomaren Dichteverteilung bestimmt. Je größer die atomare Ordnung ist, desto stärker ist das Lichtfeld in der ungepumpten Mode, welches aus der Interferenz der von den einzelnen Atomen gestreuten Lichtfelder herrührt. Das so resultierende Lichtfeld in der ungepumpten Mode interferiert mit dem gegenläufigen Pumpfeld und erzeugt damit ein Stehwellen-Potenzial für die Atome. Das anwachsende Stehwellen-Potenzial sorgt dann für eine stärkere Modulation der Dichteverteilung und vice versa. Dieser sich selbst verstärkende Prozess läuft so lange, bis die diffusive Bewegung der Atome das Wachstum des Ordnungsparameters  $b$

und somit auch der Leistung in der Mode  $\alpha_-$  begrenzt. Es stellt sich ein neues Gleichgewicht für den Ordnungsparameter und die Leistung in der ungepumpten Mode ein. Diese Kombination aus kollektivem Rückstoß und sich selbst verstärkendem Wachstum der atomaren Ordnung und der Leistung in der ungepumpten Mode  $\alpha_-$  liegt dem von Bonifacio et al. [8, 9] erstmals vorgeschlagenen kollektiven atomaren Rückstoß-Laser zugrunde.

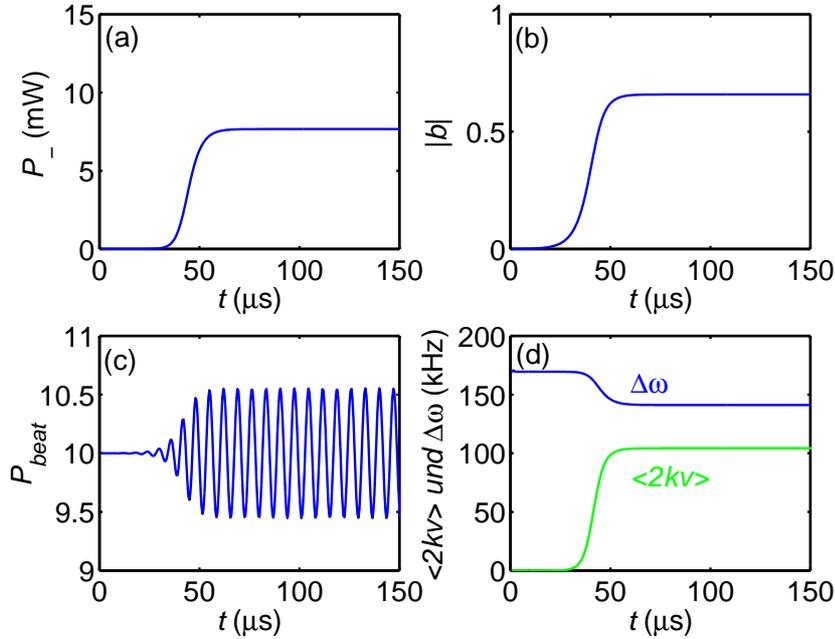


Abbildung 2.4: Die Abbildung zeigt die Ergebnisse der numerischen Integration der Gleichungen 2.44 und 2.45. Dargestellt ist die zeitliche Entwicklung (a) der Leistung  $P_-$  in der Mode  $\alpha_-$ , (b) des Betrags des Ordnungsparameters  $|b|$ , (c) des Interferenzsignals  $P_{\text{beat}}$  der beiden Moden und (d) der Geschwindigkeit der Stehwelle  $\Delta\omega$  und der Atome  $\langle \dot{\theta} \rangle$  ( $= \langle 2kv \rangle$ ). Die gewählten Parameter sind  $\kappa/2\pi = 25 \text{ kHz}$ ,  $\gamma_{fr} = 5\kappa$ ,  $N = 10^6$ ,  $T = 100 \mu\text{K}$ ,  $\Delta_a/2\pi = -1,6 \text{ THz}$  und  $P_+ = 10 \text{ W}$ . Die Schrittweite für die numerische Integration beträgt  $\tau = 5 \text{ ns}$ .

Die Abbildungen 2.4 und 2.5 stellen die theoretischen Ergebnisse des oben beschriebenen Einschwingvorgangs des CARL-Prozesses dar. Dazu wurden die Gleichungen 2.44 und 2.45 numerisch integriert, wobei die Fourier-Koeffizienten  $B_n$  bis zur Ordnung  $n = 7$  berechnet wurden. Für die Simulation wurden die Parameter  $\kappa/2\pi = 25 \text{ kHz}$ ,  $\gamma_{fr} = 5\kappa$ ,  $N = 10^6$ ,  $T = 100 \mu\text{K}$ ,  $\Delta_a/2\pi = -1,6 \text{ THz}$  und  $P_+ = 10 \text{ W}$  gewählt. Die Instabilität wurde dazu mit einer anfänglichen Amplitude von  $\alpha_-(t=0) = 1$  ausgelöst, was einem einzigen Photon in der ungepumpten Mode entspricht. Die Teile (a), (b), (c) und (d) zeigen die zeitliche Entwicklung der Leistung in der ungepumpten Mode  $P_-$ , des Betrags des Ordnungsparameters  $|b|$ , des Interferenzsignals  $P_{\text{beat}}$  der beiden Moden und der Frequenzverschiebung  $\Delta\omega$  zwischen den beiden Moden und der mittleren atomaren Geschwindigkeit  $\langle \dot{\theta} \rangle$ . Die Abbildung 2.5 zeigt als Funktion des Ortes  $\theta$  die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung  $P(\theta, t)$  zu verschiedenen Zeitpunkten der numerischen Integration. Wie aus Abbildung 2.4 zu erkennen ist, ist der Einschwingvorgang bereits nach etwa  $50 \mu\text{s}$  abgeschlossen und das System befindet sich danach in einem neuen stabilen Zustand. Die berechneten Ergebnisse

zeigen, dass dann für die Amplitude  $\alpha_- = ae^{i\Delta\omega t}$  und die Fourier-Komponenten der Wahrscheinlichkeitsdichte  $B_n = \beta_n e^{-in\Delta\omega t}$  gilt, wobei  $a$  und  $\beta_n$  komplexe Konstanten sind [49]. Die Leistung in der ungepumpten Mode  $\alpha_-$  ist somit konstant und die Frequenz des ungepumpten Lichtfelds um den Wert  $\Delta\omega$  kleiner als die Frequenz der gepumpten Mode. Daraus folgt, dass sich die Stehwelle und somit das optische Potenzial in Ausbreitungsrichtung des gepumpten Lichtfelds ( $+z$ -Richtung) bewegt. Setzt man den obigen Ausdruck für die Fourierkomponenten in Gleichung 2.43 ein, so erkennt man, dass sich die atomare Dichteverteilung  $P(\theta, t) = P(\theta - \Delta\omega t)$  ebenfalls mit konstanter Geschwindigkeit in die gleiche Richtung bewegt. Für den Ordnungsparameter  $b$  kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit angenommen werden  $b = |b|e^{i\Delta\omega t}$ . Benutzt man die beiden Ansätze für die Amplitude  $\alpha_-$  und den Ordnungsparameter  $b$ , so erhält man aus Gleichung 2.45 für die Konstante  $a = NU_0\alpha_+|b|/(i\kappa - \Delta\omega)$ . Folglich ergibt sich im stationären Zustand für die Amplitude  $\alpha_-$  in der ungepumpten Mode

$$\alpha_- = \frac{-NU_0\alpha_+|b|}{\sqrt{\kappa^2 + \Delta\omega^2}} e^{i(\Delta\omega t + \varphi)} . \quad (2.46)$$

Hierbei wurde die Größe  $\varphi = \arctan(\kappa/\Delta\omega)$  eingeführt, welche als die Phasenverschiebung zwischen der optischen Stehwelle und der atomaren Dichteverteilung interpretiert werden kann. Die Phasenverschiebung  $\varphi$  ist abhängig davon, wie stark die Atome durch den CARL-Prozess angetrieben werden. Bewegen sie sich sehr langsam ( $\Delta\omega \rightarrow 0$ ), so beträgt die Phasenverschiebung  $\varphi = \pi/2$  und die Atome befinden sich auf der Flanke des optischen Potenzials am Ort mit dem maximalen Gefälle. Bewegen die Atome sich allerdings relativ schnell ( $\Delta\omega \gg \kappa$ ), so sitzen sie nahezu im Potenzialminimum der Stehwelle. In den Experimenten, die in dieser Arbeit präsentiert werden, ist das Verhältnis  $\kappa/\Delta\omega \approx 1/6$  und der Winkel  $\varphi$  liegt somit bei  $\pi/20$ . Aus der obigen Gleichung 2.46 werden nun die Abhängigkeiten der Leistung in der ungepumpten Mode von den verschiedenen Parametern ersichtlich, wobei jedoch zu beachten ist, dass sich die CARL-Frequenz  $\Delta\omega$  und der Betrag des Ordnungsparameters  $|b|$  dynamisch einstellen.

Die Schwerpunktsbewegung der Atome im stationären Zustand lässt sich durch den Mittelwert der Geschwindigkeiten  $\langle \dot{\theta}_n \rangle = \langle 2kv_n \rangle$  charakterisieren, wobei hier über das atomare Ensemble gemittelt wird. Aus der überdämpften Langevin-Gleichung 2.41 folgt dann

$$\langle \dot{\theta}_n \rangle = \frac{-8\epsilon U_0 \alpha_+}{\gamma_{fr}} \text{Im}(\alpha_- b^*) , \quad (2.47)$$

wenn bedacht wird, dass der Mittelwert der stochastischen Kraft über alle Atome  $\langle \xi_n \rangle = 0$  verschwindet. Setzt man in die obige Gleichung den Ausdruck für  $\alpha_-$  aus Gleichung 2.46 ein, so erhält man für den Mittelwert der Geschwindigkeiten

$$\langle \dot{\theta}_n \rangle = \frac{8\epsilon NU_0^2 \alpha_+^2 |b|^2 \kappa}{\gamma_{fr}(\kappa^2 + \Delta\omega^2)} , \quad (2.48)$$

wobei die Beziehung  $\sin \varphi = \kappa/\sqrt{\Delta\omega^2 + \kappa^2}$  verwendet wurde. Die numerischen Lösungen der Gleichungen für den CARL-Prozess zeigen im Allgemeinen, dass auch im stationären Zustand die mittlere Geschwindigkeit der Atome kleiner ist als die Geschwindigkeit des optischen Stehwellen-Potenzials. Dies ist auch in Teil (d) der Abbildung 2.4 zu erkennen. Selbst im stationären Zustand für  $t > 100 \mu\text{s}$  ist ein deutlicher Unterschied zwischen der mittleren Geschwindigkeit der Atome  $\langle \dot{\theta}_n \rangle$  und der Geschwindigkeit der Stehwelle

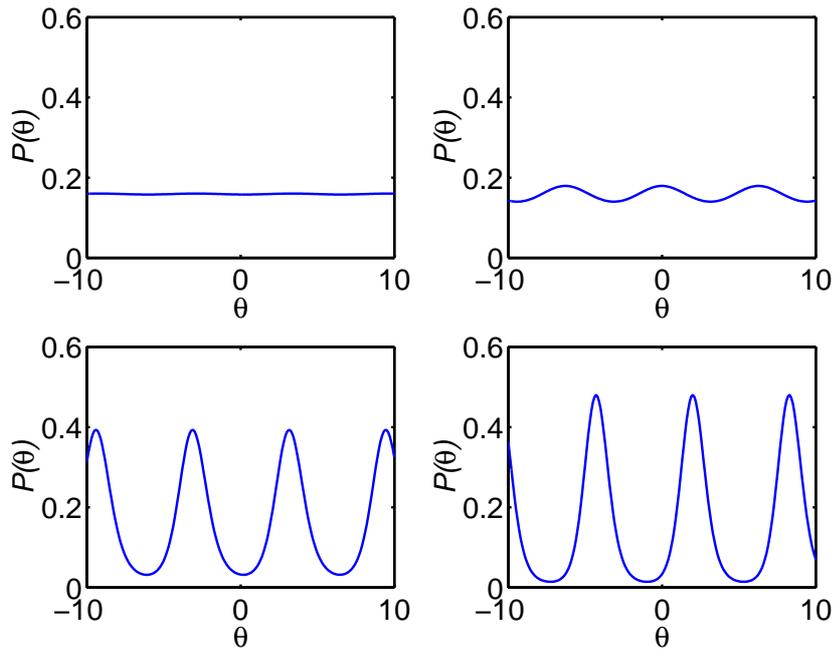


Abbildung 2.5: Die Abbildung zeigt die Dichteverteilung  $P(\theta)$  zu verschiedenen Zeitpunkten ( $t = 15, 30, 45, 60 \mu\text{s}$ ) der numerischen Integration.

$\Delta\omega$  zu beobachten. Es ist wahrscheinlich, dass die Diskrepanz zwischen den beiden Geschwindigkeiten sich darauf zurückführen lässt, dass nicht alle Atome am CARL-Prozess beteiligt sind und sich damit nicht alle mit der Stehwelle bewegen. Aus der Abbildung 2.5 geht hervor, dass die Dichteverteilung der Atome auch im stationären Zustand auf dem Potenzialmaximum der Stehwelle nicht verschwindet. Für die in Abbildung 2.4 gezeigte Simulation beträgt die Temperatur der Atome  $T = 100 \mu\text{K}$  und der Stehwellenanteil des Potentials  $U_{steh}/k_B \approx 200 \mu\text{K}$ . Folglich gibt es einige Atome mit einer kinetischen Energie, die ausreicht, um die durch den CARL-Prozess generierte Stehwelle zu überwinden. Dieser Zusammenhang wird im nächsten Kapitel zur Simulation der Langevin-Gleichung als alternativem Ansatz zur Lösung der CARL-Gleichungen weiter ausgeführt.

Um den Einfluss der Pumpleistung  $P_+$  auf den CARL-Prozess zu untersuchen, wird nochmals die gleiche Simulation wie für die Abbildung 2.4 durchgeführt und nun nach dem Einschwingvorgang die Pumpleistung heruntergefahren. Dabei ist darauf zu achten, dass die Pumpleistung ausreichend langsam verändert wird, so dass sich das System stets im Gleichgewicht befindet. Das Ergebnis einer solchen Simulation ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Aus der Abbildung kann in Teil (a) die Abhängigkeit der Leistung in der ungepumpten Mode, in Teil (b) der Betrag des Ordnungsparameters und in Teil (c) die Geschwindigkeit der Stehwelle bzw. die mittlere Geschwindigkeit der Atome als Funktion der Pumpleistung abgelesen werden. Mit Hilfe einer solchen Simulation kann somit die Laserschwelle des CARL bestimmt werden. Die kritische Pumpleistung für einen kontinuierlichen Betrieb des CARL liegt bei den hier verwendeten Parameterwerten bei ca.  $6,5 \text{ W}$ . Unterhalb dieses Wertes ist keine Leistung in der ungepumpten Mode vorhanden. Außerdem ist aus Abbildung 2.6 die Veränderung der Geschwindigkeit des optischen Potentials und der Atome zu erkennen. Je kleiner die Pumpleistung ist, desto größer ist der

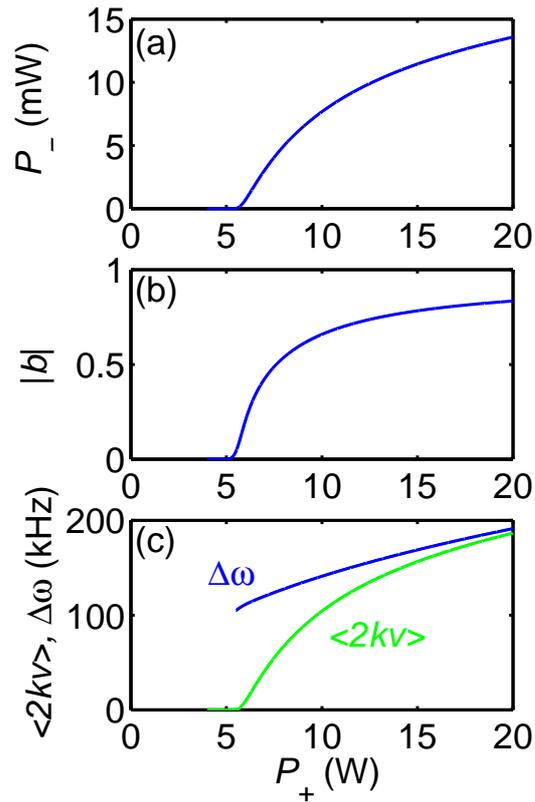


Abbildung 2.6: Die Abbildung stellt das Verhalten des CARL als Funktion der Pumpleistung dar. Die gewählten Parameter sind  $\kappa/2\pi = 25$  kHz,  $\gamma_{fr} = 5\kappa$ ,  $N = 10^6$ ,  $T = 100$   $\mu$ K,  $\Delta_a/2\pi = -1,6$  THz. Für diese Simulation wird die Pumpleistung  $P_+$  in 5 ms von 20 W auf 4 W heruntergefahren, wobei die Schrittweite für die numerische Integration  $\tau = 5$  ns beträgt.

Unterschied zwischen den beiden Geschwindigkeiten. Direkt an der Schwelle gibt es für die Atome keine Schwerpunktsbewegung mehr  $\langle 2kv \rangle = 0$ . Die beiden Lichtfelder zeigen aber an der Schwelle einen deutlichen Frequenzunterschied  $\Delta\omega \neq 0$ , so dass das Potenzial sich unmittelbar nach dem Überschreiten der Schwelle mit einer bestimmten Geschwindigkeit fortbewegt.

### Der Grenzfall für $|b| = 1$

Im Folgenden soll der Grenzfall untersucht werden, bei dem die Atome während des CARL-Prozesses alle perfekt angeordnet sind. Eine solche Betrachtung ist insofern sinnvoll, da sich in diesem Fall die Gleichungen zum CARL wesentlich vereinfachen und somit analytische Formeln für die CARL-Leistung  $P_-$  und die Geschwindigkeiten der Atome bzw. des Potenzials in Abhängigkeit von den Parametern gefunden werden können. Streng genommen ist der Fall  $|b| = 1$  jedoch nie erfüllt, da dafür die Parameter extreme Werte annehmen müssten: Beispielsweise müsste die Temperatur der Atome  $T$  gegen null oder die Pumpleistung gegen unendlich streben.

Betrachtet man im stationären Zustand den Grenzfall  $|b(t)| = 1$ , so befinden sich alle Atome am gleichen Ort  $\theta_n \equiv \theta$  modulo  $2\pi$  und bewegen sich mit der gleichen Geschwindigkeit  $\dot{\theta}_n \equiv \dot{\theta}$ . Folglich ist auch die mittlere Geschwindigkeit der Atome  $\langle \dot{\theta}_n \rangle = \dot{\theta}$  mit dieser Geschwindigkeit identisch. Für den Ordnungsparameter gilt dann  $b = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{i\theta} = e^{i\theta} = e^{i\dot{\theta}t}$ . Setzt man diesen Ansatz für den Ordnungsparameter  $b$  und den Ansatz  $\alpha_- = ae^{i\Delta\omega t}$  in die Differentialgleichung 2.45 für die Mode  $\alpha_-$  ein, so erhält man für die Geschwindigkeit der Stehwelle  $\Delta\omega = \dot{\theta}$ . Die Atome bewegen sich demzufolge mit der gleichen Geschwindigkeit wie die Stehwelle.

Im Folgenden wird zwischen den beiden Fällen des sogenannten „good“ und „bad cavity limit“ unterschieden. Im „bad cavity limit“ ist die Zerfallsrate des Lichts im Resonator  $\kappa$  wesentlich größer als die Frequenzverschiebung zwischen den beiden Moden  $\kappa \gg \Delta\omega$ . In diesem Fall erhält man aus Gleichung 2.48 für die Geschwindigkeit der Atome bzw. die Geschwindigkeit der Stehwelle

$$\dot{\theta} = \frac{8\epsilon NU_0^2 \alpha_+^2}{\gamma_{fr} \kappa}. \quad (2.49)$$

Aus Gleichung 2.46 kann die Leistung in der ungepumpten Mode

$$|\alpha_-|^2 = \left( \frac{NU_0 \alpha_+}{\kappa} \right)^2 \quad (2.50)$$

bestimmt werden. Die Leistung  $P_-$  ist somit proportional zum Quadrat der Atomzahl  $P_- \sim N^2$ , wobei man in solch einem Fall auch von einem Phänomen der Superradianz spricht [50].

Alle Experimente dieser Arbeit finden jedoch in einem Parameterbereich statt, der zum umgekehrten Fall des „good cavity limit“ gehört. Benutzt man die Näherung  $\kappa \ll \Delta\omega$ , so folgt aus Gleichung 2.48 für die Geschwindigkeit der Atome unter der Bedingung, dass  $\Delta\omega = \dot{\theta}$ ,

$$\dot{\theta} = \left( \frac{8\epsilon NU_0^2 \alpha_+^2 \kappa}{\gamma_{fr}} \right)^{1/3} = \left( \frac{2\kappa}{\gamma_{fr}} \right)^{1/3} 2\epsilon\rho \approx 2\epsilon\rho, \quad (2.51)$$

wobei der dimensionslose CARL-Parameter  $\rho \equiv (NU_0^2\alpha_+^2/2\epsilon^2)^{1/3}$  eingeführt wurde. Die Näherung in der obigen Gleichung folgt daraus, dass bei den hier durchgeführten Experimenten die Werte der beiden Parameter  $\kappa$  und  $\gamma_{fr}$  in der gleichen Größenordnung liegen. Daher gibt der CARL-Parameter ungefähr die Geschwindigkeit der Atome in Einheiten der Rückstoßfrequenzverschiebung  $\epsilon$  an.

Es ergibt sich zudem eine andere Interpretation des CARL-Parameters: Die Geschwindigkeit der Atome wird beim CARL-Prozess ständig durch die antreibende Dipolkraft einerseits und die bremsende Reibungskraft aufgrund der optische Melasse andererseits  $F_{dip} = -m\gamma_{fr}v$ , mit  $v = \dot{\theta}/2k$ , im Gleichgewicht gehalten. Da die Dipolkraft ihre Ursache in dem ständigen Umstreuen von Photonen aus der gepumpten in die ungepumpte Mode hat,  $F_{dip} = n2\hbar k/\Delta t$ , kann daraus die Anzahl der Photonen, die im Zeitintervall  $\Delta t = \kappa^{-1}$  gestreut wird, berechnet werden:

$$n = \frac{\gamma_{fr}}{\kappa} \frac{\dot{\theta}}{4\epsilon} = \left(\frac{\gamma_{fr}}{2\kappa}\right)^{2/3} \rho \approx \rho, \quad (2.52)$$

wobei im letzten Schritt wiederum die Näherung  $\kappa \approx \gamma_{fr}$  verwendet wurde. Der Parameter  $\rho$  gibt folglich die Anzahl der Photonen an, die beim CARL-Prozess in der Zeit  $\Delta t = \kappa^{-1}$  umgestreut werden. Aus der Geschwindigkeit der Atome kann nun mit Gleichung 2.46 die Anzahl der Photonen in der Mode  $\alpha_-$  berechnet werden:

$$|\alpha_-|^2 = \left(\frac{\gamma_{fr}N^2U_0\alpha_+}{8\kappa\epsilon}\right)^{2/3} = \frac{N}{2} \left(\frac{\gamma_{fr}}{2\kappa}\right)^{2/3} \rho = \frac{nN}{2}. \quad (2.53)$$

Die Leistung  $P_-$  in der ungepumpten Mode zeigt in diesem Fall die für den CARL-Prozess typische Abhängigkeit von der Atomzahl  $P_- \sim N^{4/3}$  [8, 9, 10, 12]. Im „good cavity limit“ ist das charakteristische superradiante Verhalten  $P_- \sim N^2$  durch die schmale Linienbreite des Resonators unterdrückt.

### Lineare Stabilitätsanalyse

Aus einer linearen Stabilitätsanalyse der Gleichungen 2.44 und 2.45 kann eine analytische Bedingung für die Laserschwelle des CARL hergeleitet werden [49]. Dazu entwickelt man die Gleichungen für die Amplitude  $\alpha_- = \alpha_-^0 + \delta\alpha_-$  und die Fourierkomponenten der Dichteverteilung  $B_n = B_n^0 + \delta B_n$  für kleine Abweichungen von der Gleichgewichtslösung, die durch kein Licht in der Mode  $\alpha_-^0 = 0$  und eine völlig homogene Dichteverteilung  $B_n^0 = 0$  für alle  $n \neq 0$  und  $B_0^0 = 1$  gekennzeichnet ist. Mit den so entwickelten Gleichungen für die Abweichungen von der Gleichgewichtsbedingung der Mode  $\delta\alpha_-$  und den Fourierkoeffizienten  $\delta B_n$  kann dann die Stabilität des Gleichgewichts untersucht werden. Damit die Gleichgewichtslösung instabil wird, sollte eine kleine Abweichung von den Startbedingungen exponentiell in der Zeit wachsen. Daher wird der Ansatz  $\delta \sim \exp(\lambda t)$  für die beiden Abweichungen  $\delta\alpha_-$  und  $\delta B_n$  verwendet. Aus den beiden Gleichungen für  $\delta\alpha_-$  und  $\delta B_{-1}$  ergibt sich mit dem obigen Ansatz eine komplexe quadratische Gleichung für den Koeffizienten  $\lambda$ , dessen Realteil für ein exponentielles Wachstum und ein instabiles Gleichgewicht positiv sein muss ( $\text{Re}\lambda > 0$ ). So folgen aus der quadratischen Gleichung zwei Bedingungen für  $\lambda$ , aus denen man zum einen die Laserschwelle des CARL  $P_{thr}$  und zum anderen die Frequenzdifferenz der beiden Moden  $\Delta\omega_{thr}$  an der Schwelle erhält.

Die Bedingung für ein instabiles Gleichgewicht und die Laseremission des CARL ist bestimmt durch die Ungleichung [49]

$$(\kappa\sigma^2/\gamma_{fr})(\sigma^2 + \kappa\gamma_{fr})^2 \leq (2\epsilon\rho)^6, \quad (2.54)$$

wobei wiederum der CARL-Parameter  $\rho = (NU_0^2\alpha_+^2/2\epsilon^2)^{1/3}$  verwendet wurde. In dem hier beschriebenen Experiment ist die Ungleichung  $\kappa\gamma_{fr} \ll \sigma^2$  erfüllt, so dass in der obigen Gleichung der zweite Summand auf der linken Seite vernachlässigt werden kann. Dies bedeutet anders ausgedrückt, dass die Diffusionskonstante  $\tilde{D} = \sigma^2/\gamma_{fr} \gg \kappa$  wesentlich größer ist als die Zerfallsrate  $\kappa$  des Lichts im Resonator. Die diffusive Bewegung der Atome findet folglich auf einer sehr viel schnelleren Zeitskala statt, als das Licht im Resonator zerfällt. Mit dieser Näherung und dem CARL-Parameter  $\rho$  ergibt sich aus Gleichung 2.54 die Pumpleistung an der Schwelle  $P_{thr} = \hbar\omega\Delta_{FSR}\alpha_{+,thr}^2$  aus

$$\alpha_{+,thr}^2 = \left(\frac{\kappa}{\gamma_{fr}}\right)^{1/2} \frac{\sigma^3}{4\epsilon NU_0^2}. \quad (2.55)$$

Außerdem liefert die Stabilitätsanalyse der Fokker-Planck-Gleichung die Frequenzverschiebung  $\Delta\omega$  der ungepumpten Mode  $\alpha_-$  gegenüber der gepumpten Mode  $\alpha_+$  an der Laserschwelle

$$\Delta\omega_{thr} = \left(\frac{\kappa}{\gamma_{fr}}\right)^{1/2} \sigma. \quad (2.56)$$

Aus der obigen Gleichung erkennt man, dass die CARL-Frequenz unmittelbar an der Schwelle unabhängig von der Kopplung zwischen den Lichtfeldern und den Atomen ist und nur von der Zerfallsrate des Resonators  $\kappa$ , dem Reibungskoeffizienten  $\gamma_{fr}$  und der Temperatur  $T$  der Atome abhängt.

## 2.2.4 Langevin-Ansatz

In diesem Kapitel wird ein alternativer Ansatz zur Lösung der Differentialgleichungen 2.31 und 2.40 beschrieben. Dazu führt man eine numerische Simulation der Gleichungen durch und erhält so Aufschluss über die zeitliche Variation der Lichtfelder und die Dynamik der Atome. Besonders zu achten ist dabei auf das richtige „Würfeln“ der stochastischen Kraft [51]. Aufgrund der limitierten Rechenleistung ist es dabei notwendig, die Anzahl der simulierten Atome nicht zu groß zu wählen.

Die hier gezeigten Simulationen beruhen auf einem Runge-Kutta-Algorithmus zweiter Ordnung [52]. Dabei muss insbesondere die Langevin-Gleichung 2.40

$$\ddot{\theta}_n = i4\epsilon U_0\alpha_+(\alpha_-e^{-i\theta_n} - \alpha_-^*e^{i\theta_n}) - \gamma_{fr}\dot{\theta}_n + \xi_n(t)$$

wegen ihrer stochastischen Kraft  $\xi_n(t)$  beachtet werden. Im Folgenden wird die abkürzende Bezeichnung  $f_n = i4\epsilon U_0\alpha_+(\alpha_-e^{-i\theta_n} - \alpha_-^*e^{i\theta_n}) - \gamma_{fr}\dot{\theta}_n$  für die beiden Terme der Dipolkraft und der Reibungskraft verwendet. Die richtige Simulation der stochastischen Kraft erfordert eine Modifikation des gewöhnlichen Runge-Kutta-Algorithmus für deterministische Prozesse. Die Vorschrift für das stochastische Runge-Kutta-Verfahren zur Simulation der Geschwindigkeiten  $\dot{\theta}$  der Atome sei hier angegeben (Gleichungen (4.11), (4.12a) und (4.12b) aus [51]):

$$\dot{\theta}(t + \tau) = \dot{\theta}(t) + \frac{1}{2}\tau(F_1 + F_2) + \sqrt{2\tilde{\lambda}\tau}\psi$$

mit

$$F_1 = f(\dot{\theta}(t))$$

$$F_2 = f(\dot{\theta}(t) + \tau F_1 + \sqrt{2\tilde{\lambda}\tau}\psi),$$

wobei  $\langle \psi \rangle = 0$  und  $\langle \psi^2 \rangle = 1$  gelten muss, d.h. es werden für jeden Zeitschritt  $\tau$  für alle simulierten Atome Zufallszahlen gemäß einer Normalverteilung der Breite  $\sqrt{2\tilde{\lambda}\tau}$  generiert. Die Konstante  $\tilde{\lambda}$  wird bestimmt durch das Schwankungsquadrat der stochastischen Kraft, deren Autokorrelationsfunktion  $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2\tilde{\lambda}\delta(t-t')$  durch eine  $\delta$ -Verteilung approximiert wird. Daraus folgt für die Konstante  $\tilde{\lambda}$  mit Gleichung 2.36 und der Einstein-Beziehung

$$\tilde{\lambda} = \left(\frac{2k}{m}\right)^2 \frac{\lambda}{2} = (2k)^2 \frac{\gamma_{fr} k_B T}{m}. \quad (2.57)$$

Des Weiteren müssen die Anfangsbedingungen für die numerische Simulation festgelegt werden. Die Geschwindigkeiten der Atome sind durch eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung für eine Dimension

$$f(v) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} e^{-mv^2/(2k_B T)} \propto e^{-\theta^2/2\sigma^2} \quad (2.58)$$

festgelegt, wobei  $T$  die Temperatur der Atome ist. Somit werden die Zufallszahlen für die Startverteilung der Geschwindigkeiten gemäß einer Normalverteilung der Breite  $\sigma = 2k\sqrt{k_B T/m}$  generiert. Die Ortsverteilung zu Beginn der Simulation ist so gewählt, dass die Atome nahezu homogen im Raum verteilt sind. Des Weiteren soll sich am Anfang kein Licht in der ungepumpten Mode befinden, d.h. es gilt  $\alpha_-(t=0) = 0$ . Aufgrund der begrenzten Rechenleistung ist es notwendig die Anzahl der simulierten Atome  $\tilde{N}$  deutlich kleiner als die Gesamtzahl der Atome  $N$  zu wählen. Um die Wirkung der Atome auf das Lichtfeld dennoch korrekt zu behandeln, wird in der Differentialgleichung 2.31 für die Mode  $\alpha_-$  die Ein-Photon-Lichtverschiebung  $U_0$  durch die skalierte Größe  $\tilde{U}_0 = (N/\tilde{N})U_0$  ersetzt.

Die Abbildung 2.7 zeigt die Ergebnisse der numerischen Simulation zum Einschwingvorgang des CARL-Prozesses. Die Teile (a), (b), (c) und (d) zeigen die zeitliche Entwicklung der Leistung in der ungepumpten Mode  $\alpha_-$ , des Ordnungsparameters  $|b|$ , des Interferenzsignals der beiden Moden im Resonator  $P_{beat}$  sowie der mittleren Geschwindigkeit der Atome und der Phasengeschwindigkeit  $d\phi/dt$  der Amplitude  $\alpha_- = |\alpha_-|e^{i\phi}$ . Im eingeschwungenen Zustand, also wenn der CARL-Prozess stabil läuft, entspricht die Phasengeschwindigkeit  $d\phi/dt$  der Frequenzverschiebung  $\Delta\omega$  zwischen den beiden Moden und somit der CARL-Frequenz und der Geschwindigkeit, mit der sich das optische Potenzial bewegt. Für diese Abbildung wurden  $10^3$  Atome simuliert und eine Schrittweite von  $\tau = 5$  ns für die numerische Simulation gewählt. Zum Vergleich wurde die gleiche Simulation nochmals durchgeführt, wobei lediglich die Anzahl der simulierten Atome auf  $10^4$  erhöht wurde. Die Ergebnisse dieser zweiten Simulation sind in Abbildung 2.8 zu sehen. Der Vergleich der beiden Abbildungen zeigt für die simulierten Größen deutlich kleinere statistische Schwankungen für den Fall, dass mehr Atome simuliert werden. Diese Schwankungen sind auf die stochastische Bewegung der Atome zurückzuführen, die sich besonders bei kleinen Atomzahlen bemerkbar macht.

Die für die Simulation gewählten Parameterwerte sind identisch mit demjenigen, die für die Abbildung 2.4 im Kapitel zum Fokker-Planck-Ansatz benutzt wurden. Im Allgemeinen zeigt sich eine gute Übereinstimmung der beiden unterschiedlichen Methoden zur Simulation des CARL-Prozesses. Die Leistung in der Mode  $\alpha_-$  und der Betrag des Ordnungsparameters  $|b|$  stimmen beide gut mit den Ergebnissen des Fokker-Planck-Ansatzes überein. Insgesamt läuft der Einschwingvorgang bei der Langevin-Simulation etwas schneller ab, was wahrscheinlich an der relativ geringen Anzahl von simulierten Atomen liegt. Dadurch

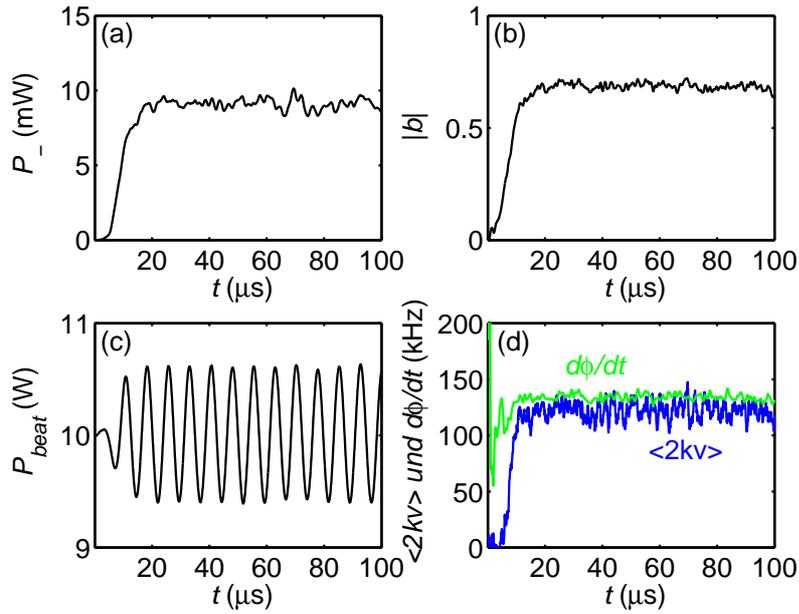


Abbildung 2.7: Die Abbildung zeigt die Ergebnisse der numerischen Simulation zum Einschwingvorgang des CARL-Prozesses mit Hilfe der Langevin-Gleichung. Dargestellt ist die zeitliche Entwicklung (a) der Leistung  $P_-$  in der Mode  $\alpha_-$ , (b) des Betrags des Ordnungsparameters  $|b|$ , (c) des Interferenzsignals der beiden Moden im Resonator  $P_{\text{beat}}$  und (d) der Phasengeschwindigkeit  $d\phi/dt$  der Mode  $\alpha_-$  und der mittleren Geschwindigkeit der Atome  $\langle \dot{\theta} \rangle = \langle 2kv \rangle$ . Die gewählten Parameter sind  $\kappa/2\pi = 25 \text{ kHz}$ ,  $\gamma_{fr} = 5\kappa$ ,  $N = 10^6$ ,  $T = 100 \mu\text{K}$ ,  $\Delta_a/2\pi = -1,6 \text{ THz}$  und  $P_+ = 10 \text{ W}$ . Die Anzahl der simulierten Atome beträgt  $10^3$ , als Schrittweite für die Simulation wurde  $\tau = 5 \text{ ns}$  benutzt.

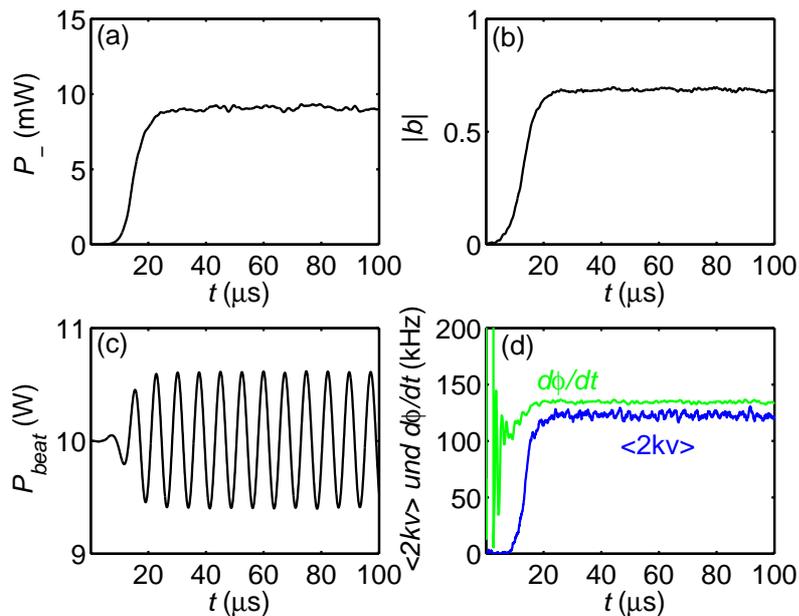


Abbildung 2.8: Die Abbildung stellt die Ergebnisse der gleichen Simulation wie Abbildung 2.7 dar. Die Anzahl der simulierten Atome wurde jedoch auf  $10^4$  erhöht.

sind die statistischen Schwankungen der atomaren Dichteverteilung relativ groß und es entsteht rasch eine Dichtemodulation, die den CARL-Prozess in Gang setzen kann. Aus den beiden Abbildungen zur Langevin-Simulation ist auch zu erkennen, dass der Einschwingvorgang langsamer abläuft, wenn die Anzahl der simulierten Atome von  $10^3$  auf  $10^4$  erhöht wird. In Teil (d) der Abbildung ist der Mittelwert  $\langle \dot{\theta} \rangle$  der Geschwindigkeiten der Atome gezeigt. Dieser fluktuiert aufgrund der stochastischen Bewegung der  $\tilde{N} = 10^3$  bzw.  $10^4$  simulierten Atome relativ stark. Für ein Ensemble von  $N = 10^6$  Atomen, wie es den experimentellen Daten entspricht, erwartet man deutlich kleinere Fluktuationen aufgrund der größeren Statistik. Der Vergleich mit den Ergebnissen des Fokker-Planck-Ansatzes zeigt, dass die mittlere Geschwindigkeit der Atome und die Geschwindigkeit des Stehwellen-Potenzials nach dem Einschwingvorgang sich leicht von den Ergebnissen des Langevin-Ansatzes unterscheiden. Der Unterschied zwischen den beiden theoretischen Werten ist bei den mit dem Langevin-Ansatz bestimmten Geschwindigkeiten kleiner. Dies hängt wahrscheinlich mit dem etwas größeren Wert für den Ordnungsparameter und der folglich etwas größeren Leistung in der ungepumpten Mode zusammen.

Die Abbildung 2.9 zeigt die Entwicklung der Ortsverteilung der Atome während der Simulation. Es ist deutlich zu erkennen, wie sich durch den CARL-Prozess ein periodisches Dichtegitter aufbaut. In Abbildung 2.10 sind die Geschwindigkeitsverteilungen der Atome zu Beginn und am Ende der Simulation gezeigt. Die Startverteilung zu Beginn der Simulation ist durch eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung gegeben, deren Breite  $\sigma$  durch die Temperatur  $T$  der Atome bestimmt wird. Die Verteilung am Ende der Simulation lässt die durch den CARL-Prozess entstandene Schwerpunktsbewegung der Atome in einer leichten Verschiebung des Maximums der Verteilung erkennen. Die mittlere Geschwindigkeit der Atome  $\langle 2kv \rangle = 2\pi \cdot 100$  kHz ist jedoch deutlich kleiner als die Breite der Verteilung aufgrund der thermischen Bewegung der Atome. Die Verteilung zeigt aber auch am Ende der Simulation eine symmetrische Form und weist ungefähr die gleiche Breite wie die Startverteilung auf, wobei diese Aussage durch die statistisch limitierte Genauigkeit eingeschränkt wird. Es können somit in gewissem Rahmen Kühl- und Heizeffekte durch den CARL-Prozess ausgeschlossen werden.

Das hier vorgestellte Verfahren der Simulation der Langevin-Gleichung stellt eine Alternative zum Fokker-Planck-Ansatz (siehe Kapitel 2.2.3) dar, mit der der CARL-Prozess von der theoretischen Seite her beleuchtet werden kann. Wie in diesem Kapitel gezeigt wurde, führen beide Ansätze zu nahezu gleichen Ergebnissen. Der Langevin-Ansatz eignet sich besonders dann, wenn der Einfluss der stochastischen Fluktuationen der atomaren Bewegung auf das System untersucht werden soll. Als Beispiel dafür soll hier kurz die Frage nach der Emissionsbandbreite des CARL angesprochen werden. Da der CARL eine neuartige Quelle für kohärentes Licht darstellt, ist es von Interesse zu untersuchen, wodurch die Emissionsbandbreite und die Kohärenzeigenschaften des CARL bestimmt werden. Aufgrund der statistisch fluktuierenden Bewegung der Atome ist auch die durch den CARL-Prozess generierte Lichtmode  $\alpha_-$  gewissen Schwankungen unterworfen. So variieren, wie in Abbildung 2.7 gezeigt, die Leistung  $P_-$  in der ungepumpten Mode, die Phasengeschwindigkeit  $d\phi/dt$  der Amplitude  $\alpha_-$  und somit auch die Frequenz des Lichtfelds. Folglich wird die Emissionsbandbreite des vom CARL erzeugten Lichtfelds durch die statistischen Schwankungen der atomaren Bewegung vergrößert. Bei der Untersuchung dieser Frage kann der Langevin-Ansatz nützlich sein, da gerade diese Schwankungen, im Gegensatz zum Fokker-Planck-Ansatz, in den Formalismus eingehen.

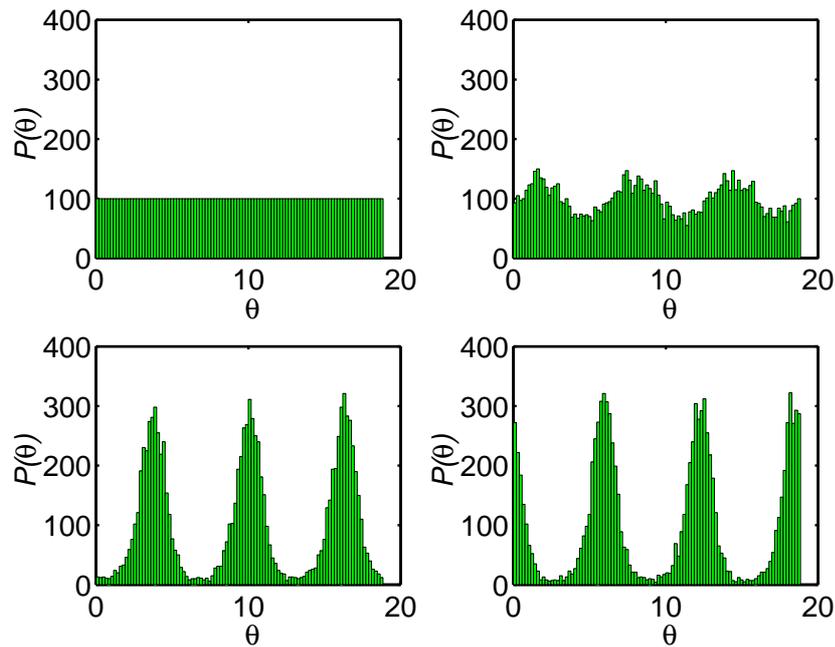


Abbildung 2.9: Die Abbildung zeigt die Entwicklung der Dichteverteilung  $P(\theta)$  während des Einschwingvorgangs. Die verschiedenen Teile der Abbildung entsprechen den Zeitpunkten  $t = 0, 10, 20, 30 \mu s$ .

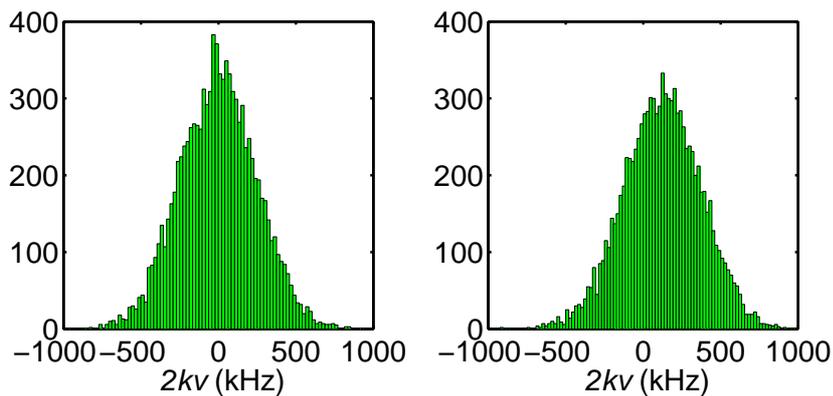


Abbildung 2.10: Die Abbildung zeigt die atomare Geschwindigkeitsverteilung am Anfang (links) und am Ende (rechts) der numerischen Simulation. In der rechten Abbildung ist zu erkennen, dass der CARL-Prozess zu einer Schwerpunktbewegung der Atome führt.

## 2.3 Bragg-Streuung am atomaren Gitter

Die Bragg-Streuung ist schon seit langem aus der Festkörperphysik bekannt und ein häufig verwendetes Verfahren, um Aufschluss über den Aufbau und die Symmetrieeigenschaften von Kristallen zu gewinnen. Das Phänomen der Bragg-Streuung bezeichnet im Allgemeinen die stark überhöhte Streuung von elektromagnetischer Strahlung oder auch von Neutronen in bestimmte scharf begrenzte Raumwinkel. Es handelt sich dabei um eine geometrische Resonanz, bei der die symmetrische Anordnung der Streuzentren darüber entscheidet, unter welchen Winkeln es zur konstruktiven Interferenz der einzelnen Wellenzüge kommt. Umgekehrt lassen sich so aus den Messungen der verschiedenen Winkel und der zugehörigen Intensitäten Rückschlüsse auf die Geometrie eines Kristallgitters ziehen.

In dieser Arbeit wird die Bragg-Streuung an kalten Atomen, die in einem eindimensionalen optischen Gitter gefangen sind, untersucht. Das Stehwellenpotenzial des optischen Gitters wird durch die Interferenz zweier gegenläufiger Lichtfelder gebildet, welche durch die beiden Moden eines Ringresonators gegeben sind. Die Atome besetzen etwa 5000 Potenzialtöpfe, wobei die Gitterkonstante  $g = \lambda_{dip}/2$  durch die Wellenlänge des Fallenlasers  $\lambda_{dip}$  festgelegt ist. Jeder dieser Gitterplätze ist mit etwa 1000 Atomen befüllt, wobei die Atome sich aufgrund des starken axialen und schwachen transversalen Einschlusses der Stehwelle scheibenförmig anordnen. Die Bragg-Streuung kann nun einerseits dazu verwendet werden, die langreichweitige periodische Anordnung der Atome in einem optischen Gitter nachzuweisen. Andererseits können weitere interessante Effekte mit Hilfe der Bragg-Streuung untersucht werden, z.B. ermöglicht die Überhöhung der gestreuten Leistung und der starke Einschluss der Atome im Stehwellen-Potenzial die phasensensitive Messung der Rayleigh-Streuung [53].

Den Bragg-Winkel erhält man aus der Laue-Bedingung, die besagt, dass der reziproke Gittervektor  $\mathbf{G} = \frac{2\pi}{g}\hat{\mathbf{e}}_z$  identisch mit der Differenz zwischen dem ein- und ausfallendem Wellenvektor  $\Delta\mathbf{k}_{brg} = \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i$  des Bragg-Lasers sein muss. Das rechtwinklige Koordinatensystem sei dabei so gelegt, dass die  $z$ -Achse mit der Resonatorachse übereinstimmt und die  $x$ -Achse in der Ebene liegt, welche von der  $z$ -Achse und dem Wellenvektor  $\mathbf{k}_i$  aufgespannt wird (siehe auch Abbildung 2.11). So ergeben sich aus der Laue-Bedingung zwei Gleichungen für den Einfallswinkel  $\beta_i$  bzw. Ausfallswinkel  $\beta_s$  des Bragg-Lasers zur Resonatorachse:

$$\frac{1}{2}\lambda_{dip}(\cos\beta_i + \cos\beta_s) = \lambda_{brg} \quad (2.59)$$

$$\beta_i = -\beta_s, \quad (2.60)$$

wobei der ausfallende Wellenvektor  $\mathbf{k}_s$  in der  $x$ - $z$ -Ebene liegt und  $\lambda_{brg}$  die Wellenlänge des Bragg-Lasers bezeichnet. Die erste Gleichung charakterisiert den Spezialfall eines Gitters mit punktförmigen Streuzentren. Hierbei ist nur der Gangunterschied zweier Wellenzüge, die von benachbarten Punktquellen ausgesendet werden, entscheidend. Die zweite Gleichung gibt die Reflexionsbedingung für eine einzige ausgedehnte Fläche an. Die von einer homogenen Fläche gestreuten Strahlen interferieren nur dann alle konstruktiv, wenn der Einfallswinkel gleich dem Ausfallswinkel ist. Um die maximale gestreute Leistung zu erhalten, müssen beide Gleichungen erfüllt sein, woraus sich die Bragg-Bedingung für die konstruktive Interferenz der von den verschiedenen Scheiben gestreuten Lichtfelder ergibt:

$$\cos\beta_{brg} = \lambda_{brg}/\lambda_{dip}. \quad (2.61)$$

Der Winkel  $\beta_{brg} = \beta_i = \beta_s$  bezeichnet nun sowohl den Einfallswinkel als auch den Ausfallswinkel. In dem gewählten Koordinatensystem gilt dann für die Differenz zwischen dem ein- und ausfallenden Wellenvektor:  $\Delta k_x = \Delta k_y = 0$  und  $\Delta k_z = 2k_{brg} \cos \beta_{brg} = 2k_{dip}$ .

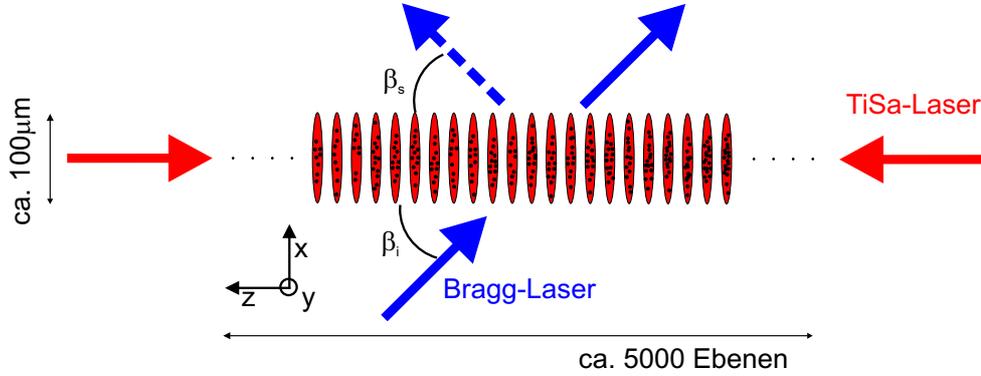


Abbildung 2.11: Die Abbildung stellt schematisch die Bragg-Streuung an einem eindimensionalen Gitter dar.

### 2.3.1 Berechnung der gestreuten Leistung

Im folgenden Abschnitt wird die Lichtleistung abgeschätzt, die von dem eingestrahnten Bragg-Laser an dem atomaren Gitter reflektiert wird. Die von den Atomen in den Raumwinkel  $d\Omega$  gestreute Leistung  $dP$  ist gegeben durch [33]

$$\frac{dP}{d\Omega} = I_i \frac{\pi^2}{\lambda_{brg}^4} \left| \frac{\alpha}{\epsilon_0} \right|^2 \sin^2(\theta) \left| \sum_m e^{i\Delta \mathbf{k} \mathbf{R}_m} \right|^2 |S|^2 f_{DW}^2, \quad (2.62)$$

wobei die atomare Polarisierbarkeit  $\alpha$  durch die Gleichung 2.3 gegeben ist:

$$\alpha = \frac{6\pi\epsilon_0}{k_{brg}^3} \frac{\Gamma_{brg}}{2\Delta_{brg} + i\Gamma_{brg}}.$$

Hierbei wurde die Verstimmung  $\Delta_{brg} = \omega - \omega_0$  des Bragg-Lasers von der atomaren Resonanz und die Linienbreite  $\Gamma_{brg}$  des verwendeten Übergangs eingeführt. Des Weiteren steht  $I_i$  für die eingestrahlte Intensität des Bragg-Lasers, wobei zu beachten ist, dass die Intensität  $I_i$  deutlich unterhalb der Sättigungsintensität  $I_s$  liegen muss, damit die von den Atomen gestreute Strahlung größtenteils kohärent ist. Da die Bragg-Streuung auf der konstruktiven Interferenz der von den einzelnen Atomen emittierten Wellenzügen beruht, ist es entscheidend, dass der Streuprozess kohärent ist. Ist die eingestrahlte Intensität jedoch zu groß, so wird der atomare Übergang gesättigt und das Atom befindet sich mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit im angeregten Zustand. In diesem Fall verliert das einfache klassische Oszillator-Modell des Atoms seine Gültigkeit. Wie in Kapitel 2.1 bereits erläutert, ist das Intensitätsverhältnis von inkohärenter zu kohärenter Strahlung gegeben durch den Sättigungsparameter

$$s = \frac{I_{inko}}{I_{ko}} = \frac{s_0}{1 + (2\Delta_{brg}/\Gamma_{brg})^2},$$

wobei  $s_0 = I_i/I_s$  für das Verhältnis von eingestrahelter Intensität zur Sättigungsintensität steht. Da bei den Experimenten die Frequenz des Bragg-Lasers über die atomare Resonanz gestimmt wird, ist es folglich wichtig, die eingestrahlte Intensität so anzupassen, dass sie deutlich unterhalb der Sättigungsintensität liegt. Für den in dieser Arbeit verwendeten Übergang  $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$  zur Bragg-Streuung ergibt sich  $I_s = 25 \text{ W/m}^2$ .

Die Variable  $\theta$  steht für den Winkel zwischen dem Polarisationsvektor des einfallenden Strahls und dem gebeugten Wellenvektor. Der Ausdruck  $\sin^2(\theta)$  beschreibt folglich die charakteristische Winkelverteilung der von einem oszillierenden Dipol abgestrahlten Leistung, wobei  $\theta$  der Polarwinkel zur Dipolachse ist. Für die Experimente in dieser Arbeit steht die Polarisation des Bragg-Lasers senkrecht auf der Reflexionsebene, so dass  $\sin(\theta) = 1$  gilt.

Die Summe  $\sum_m e^{i\Delta\mathbf{k}\mathbf{R}_m}$  beschreibt die Interferenz der von den einzelnen Gitterplätzen abgestrahlten Wellenzüge und bestimmt somit die Winkel der Beugungsmaxima. Die Summe läuft über alle Elementarzellen des Gitters, die in dem hier betrachteten Fall mehrfach mit Atomen besetzt sind. Erfüllt  $\Delta\mathbf{k}$  die Bragg-Bedingung, so ergibt sich aus der Summe die Zahl der Gitterplätze  $N_s$ , die mit Atomen gefüllt sind. Der Faktor  $S = \sum_\nu e^{i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{d}_\nu}$  berücksichtigt die Struktur der Einheitszelle, wobei die Ortsvektoren  $\mathbf{d}_\nu$  für die verschiedenen Positionen der Atome der Basis stehen. In dem hier untersuchten Fall gilt  $\mathbf{d}_\nu \equiv 0$  für alle  $\nu$ . Der Faktor  $S$  ergibt in der Summe die Besetzungszahl  $N_0$  eines Gitterplatzes. Daraus folgt auf der Bragg-Resonanz für das Produkt der beiden Summen  $|\sum e^{i\Delta\mathbf{k}\mathbf{R}_m}|S = N_s N_0 = N$  die Gesamtzahl der Atome im Gitter.

Die thermische Verteilung der Atome im Gitter führt zu einer Reduktion der gestreuten Leistung, welche durch den sogenannten Debye-Waller-Faktor  $f_{DW}$  berücksichtigt wird. Die Atome schwingen aufgrund ihrer kinetischen Energie um das Potenzialminimum ihres Gitterplatzes, so dass die Dichteverteilung ausschmiert und nicht mehr einem perfekten punktförmigen Gitter entspricht. Die von den verschiedenen Atomen emittierten Felder unterscheiden sich so in ihrer Phasenbeziehung, was zu einer Verringerung der konstruktiven Interferenz und so zu einer kleineren Streuleistung führt. Der Mittelwert über die verschiedenen Phasen wird durch den Debye-Waller-Faktor  $f_{DW} = \langle e^{i\Delta\mathbf{k}\cdot\Delta\mathbf{x}} \rangle$  ausgedrückt, wobei  $\Delta\mathbf{x}$  für die Position der Atome relativ zum Potenzialminimum steht. Der Debye-Waller-Faktor beschreibt somit die Reduktion der von den Atomen emittierten Feldstärke  $\langle E \rangle = f_{DW} \cdot E_0$ , wobei  $E_0$  für den Fall, dass  $\Delta\mathbf{x} = 0$  gilt, die Feldstärke angibt. Die Exponentialfunktion des Debye-Waller-Faktors kann für kleine Auslenkungen als Reihenentwicklung approximiert werden:

$$\langle e^{i\Delta\mathbf{k}\cdot\Delta\mathbf{x}} \rangle = 1 - i\langle\Delta\mathbf{k} \cdot \Delta\mathbf{x}\rangle - \frac{1}{2}\langle(\Delta\mathbf{k} \cdot \Delta\mathbf{x})^2\rangle + \dots \quad (2.63)$$

Da die Atome in alle Raumrichtungen verteilt sind und ihre Positionen nicht mit der Richtung von  $\Delta\mathbf{k}$  korreliert sind, verschwindet der Mittelwert  $\langle\Delta\mathbf{k} \cdot \Delta\mathbf{x}\rangle = 0$ . Für den dritten Term der Reihenentwicklung erhält man  $\langle(\Delta\mathbf{k} \cdot \Delta\mathbf{x})^2\rangle = \Delta^2\mathbf{k} \cdot \langle\Delta^2\mathbf{x}\rangle$ , woraus für den Debye-Waller-Faktor folgt:

$$f_{DW} = 1 - \frac{1}{2}\langle\Delta^2\mathbf{k}\rangle \cdot \Delta^2\mathbf{x} \approx e^{-\frac{1}{2}(\Delta^2\mathbf{k}\cdot\langle\Delta^2\mathbf{x}\rangle)} \quad (2.64)$$

Erfüllt  $\Delta\mathbf{k}$  die Bragg-Bedingung ( $\Delta k_x = \Delta k_y = 0$ ,  $\Delta k_z = 2k_{dip}$ ), so vereinfacht sich der Ausdruck für den Debye-Waller-Faktor zu  $f_{DW} = e^{-(\Delta k_z)^2 \sigma_z^2 / 2}$ . Hierbei wurde  $\sigma_z$  für die Breite der atomaren Ortsverteilung eines Gitterplatzes in  $z$ -Richtung eingeführt. Diese kann aus der Temperatur  $T$  der Atome und dem Fallenpotenzial berechnet werden. Nimmt man an, dass das Fallenpotenzial  $U(z) = \hat{U} \sin^2(k_{dip}z) \approx \hat{U} k_{dip}^2 z^2$  näherungsweise

harmonisch ist, so kann daraus die Dichteverteilung

$$n(z) = n_0 e^{-U(z)/kT} \approx n_0 e^{-(\hat{U} k_{dip}^2 / k_B T) z^2} \quad (2.65)$$

berechnet werden. Daraus folgt für die Breite der Dichteverteilung  $\sigma_z = k_{dip}^{-1} \sqrt{k_B T / 2\hat{U}}$ . Temperaturmessungen an den Atomen im Ringresonator bei verschiedenen Potenzieltiefen haben gezeigt, dass die Atome in der optischen Falle eine Temperatur annehmen, die ein festes Verhältnis zur Potenzieltiefe von  $k_B T / \hat{U} \approx 0,2$  aufweist [54]. So lässt sich nun die Breite der Dichteverteilung in  $z$ -Richtung  $\sigma_z \approx 40$  nm und damit auch der Debye-Waller-Faktor  $f_{DW} = e^{-k_B T / \hat{U}} \approx 0,8$  näherungsweise bestimmen.

Somit kann die maximale Leistung, die von den Atomen in den Raumwinkel  $d\Omega_s$  (in Richtung von  $\mathbf{k}_s$ ) gestreut wird,

$$\frac{dP}{d\Omega_s} = N^2 I_i \left( \frac{3\lambda_{brg}}{4\pi} \right)^2 f_{DW}^2, \quad (2.66)$$

berechnet werden, wenn die Bragg-Bedingung erfüllt ist und zudem die Frequenz des Bragg-Lasers resonant zum atomaren Übergang ist ( $\Delta_{brg} = 0$ ). Um die tatsächlich gestreute Leistung zu berechnen, muss nun noch obige Gleichung über den Raumwinkel integriert werden. Der Raumwinkel, den der gestreute Strahl abdeckt, kann über die Ausdehnung der atomaren Dichteverteilung abgeschätzt werden. In Kapitel 5 wird der von den Atomen reflektierte Strahl vermessen und der Raumwinkel zu  $\Delta\Omega = 1,4 \cdot 10^{-6}$  sr bestimmt. Daraus folgt für die gestreute Leistung  $P_{brg}$  mit Gleichung 2.66:

$$P_{brg} = N^2 I_i \left( \frac{3\lambda_{brg}}{4\pi} \right)^2 f_{DW}^2 \cdot \Delta\Omega \approx 50 \text{ nW}, \quad (2.67)$$

bei einer Wellenlänge  $\lambda_{brg} = 420$  nm, einer Intensität  $I_i = 3,5$  W/m<sup>2</sup> und einer Atomzahl  $N = 10^6$ . Die so berechnete Leistung ist groß genug, um sie im Experiment relativ einfach detektieren und so die Bragg-Streuung nachweisen zu können. Es wird sich allerdings in Kapitel 5 zeigen, dass die tatsächlich gemessene Leistung um mehrere Größenordnungen geringer ist, als diese Abschätzung vorhersagt.

### 2.3.2 Elastische Streuung

Einerseits wird in dieser Arbeit die Bragg-Streuung dazu verwendet die periodische Anordnung der Atome in dem optischen Gitter nachzuweisen. Andererseits werden mit dem an den Atomen gestreuten Lichtfeld Interferenzexperimente durchgeführt, die es erstens ermöglichen den Phasengang beim Streuprozess zu untersuchen und zweitens ein bewegtes Gitter nachzuweisen. Für diese Interferenzexperimente ist es wichtig, die Kohärenzeigenschaften des von den Atomen reflektierten Lichts zu kennen und insbesondere zu wissen, welche Frequenzkomponenten dieses Licht enthält. So stellt sich die Frage, ob der beim Streuprozess auf das Atom übertragene Rückstoß nicht eine solche interferometrische Messung unmöglich macht. Die relativ heißen Atome sollten aufgrund ihrer thermischen Bewegung zu einer inhomogenen Verbreiterung der Frequenzbandbreite des emittierten Lichts führen. Alle Atome tragen dazu mit ihren unterschiedlichen Geschwindigkeiten durch den Doppler-Effekt zu dieser Verbreiterung bei. Die Temperatur der Atome beträgt ungefähr 100  $\mu$ K, woraus sich eine typische Geschwindigkeit von  $v = \sqrt{2k_B T / m} = 0,14$  m/s und

somit eine Dopplerverschiebung von  $\Delta\nu = v/\lambda_{brg} \approx 300$  kHz ergibt. Die verschiedenen Frequenzen der Lichtfelder, die von den Atomen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten abgestrahlt werden, sollten dazu führen, dass das reflektierte Lichtfeld ein relativ breites Frequenzspektrum aufweist, was eine genaue Detektion von Schwebungsfrequenzen unmöglich machen sollte. Aber selbst für ein ruhendes Atom sollte der durch die Emission des Photons übertragene Impuls  $p = h/\lambda_{brg}$  sich in einer Frequenzverschiebung von  $\Delta\nu = p^2/2mh = h/2m\lambda_{brg}^2 \approx 13$  kHz bemerkbar machen. Allein dieser Rückstoß sollte zu einer sehr gut messbaren Frequenzverschiebung des gestreuten Lichtfelds führen.

Die Bewegung des Atoms spielt jedoch (fast) keine Rolle bei den in dieser Arbeit durchgeführten Experimenten zur Bragg-Streuung und limitiert nicht die Auflösung des Interferometers. Wie in Kapitel 5 gezeigt wird, können mit dem Interferometer Schwebungsfrequenzen mit einer Genauigkeit im kHz-Bereich aufgelöst werden. Wo liegt also die Ursache für die scharfe Frequenz des gestreuten Lichtfelds? Der Grund ist in dem starken Einschluss der Atome im optischen Potenzial zu suchen. Je stärker das Atom an seinen Gitterplatz gebunden ist, desto mehr emittiert es Licht mit der unverschobenen Frequenz des eingestrahnten Lichtfelds [55, 56].

Der Zusammenhang wird deutlich, wenn man das gesamte Atom als einen harmonischen Oszillator betrachtet, der an seinem Gitterplatz Schwingungen  $z = \hat{z} \sin(\omega_{ho}t)$  um das Potenzialminimum ausführt. Hierbei bezeichnet  $\omega_{ho}$  die Frequenz und  $\hat{z}$  die Amplitude des im Potenzialtopf oszillierenden Atoms. Ruht das Atom, so strahlt es das Lichtfeld  $E = \hat{E} \sin(kz - \omega_0t)$  mit der optischen Frequenz  $\omega_0$  ab. Für das im Potenzial schwingende Atom ist das emittierte Lichtfeld nun gegeben durch [56]

$$E = \hat{E} \sin(k\hat{z} \sin(\omega_{ho}t) - \omega_0t) . \quad (2.68)$$

Durch die Bewegung des Atoms wird die Phase des Lichtfelds moduliert, was sich im Frequenzspektrum durch Seitenbänder bemerkbar macht. Es treten im Frequenzspektrum neben der Trägerfrequenz  $\omega_0$  solche Seitenbänder mit den Frequenzen  $\omega_0 \pm n\omega_{ho}$  auf, wobei  $n$  eine natürliche Zahl ist. Dabei bestimmt der sogenannte Modulationsindex  $k\hat{z}$ , wie sich die Leistung auf die einzelnen Frequenzen verteilt. Für einen kleiner werdenden Modulationsindex  $k\hat{z}$  nimmt die Anzahl der beteiligten Seitenbänder ab und die auf der Trägerfrequenz emittierte Leistung zu. Ist das Atom in einem Bereich kleiner als  $\lambda/2$  lokalisiert ( $k\hat{z} < \pi$ ), so führt dies bereits zu einem substanziellen Anteil der Leistung im Träger. Daraus folgt, dass je stärker das Atom gebunden ist, es um so mehr Leistung auf der Trägerfrequenz abstrahlt. Der Modulationsindex für die hier untersuchten Atome lässt sich aus deren Temperatur und der harmonisch genäherten Potenzialform ableiten. Ein typisches Atom mit der kinetischen Energie  $E_{kin} = k_B T$  schwingt mit einer Amplitude

$$\hat{z} = \sqrt{k_B T / \hat{U} k_{dip}^2} \approx 60 \text{ nm} \quad (2.69)$$

in  $z$ -Richtung des Potenzials, wobei wiederum das Verhältnis  $k_B T / \hat{U} = 0,2$  angenommen wurde. Daraus folgt ein Modulationsindex von  $k\hat{z} = \sqrt{k_B T / \hat{U}} = 0,45$ , bei dem die meiste Leistung des vom Atom abgestrahlten Lichtfelds auf die Trägerfrequenz entfällt. In Abbildung 2.12 ist das Frequenzspektrum der Strahlung eines Atoms für unterschiedliche Werte des Modulationsindex gezeigt.

Das gesamte Problem ist jedoch komplizierter, da für das Atom das eingestrahlte Lichtfeld bereits frequenzmoduliert erscheint. Diese Tatsache ergibt sich aus der analogen Argumentation zum eben beschriebenen Fall des abstrahlenden Atoms. Dies ändert jedoch nichts an der Tatsache, dass bei immer stärkerem Einschluss des Atoms das Frequenzspektrum

des abgestrahlten Lichtfelds immer mehr dem des eingestrahnten Lichtfelds entspricht. Betrachtet man nun wieder das gesamte thermische Ensemble der Atome mit den unterschiedlichen Geschwindigkeitsklassen, so gibt es kein diskretes Frequenzspektrum wie in Abbildung 2.12, sondern ein Kontinuum, da jedes Atom mit einer anderen kinetischen Energie einem anderen Modulationsindex entspricht. Das kontinuierliche Frequenzspektrum des vom atomaren Ensemble emittierten Lichtfelds wird mit stärkerem Einschluss der Atome immer schmaler. Dieses Phänomen wird dann als Lamb-Dicke-Effekt oder „Lamb-Dicke-narrowing“ bezeichnet.

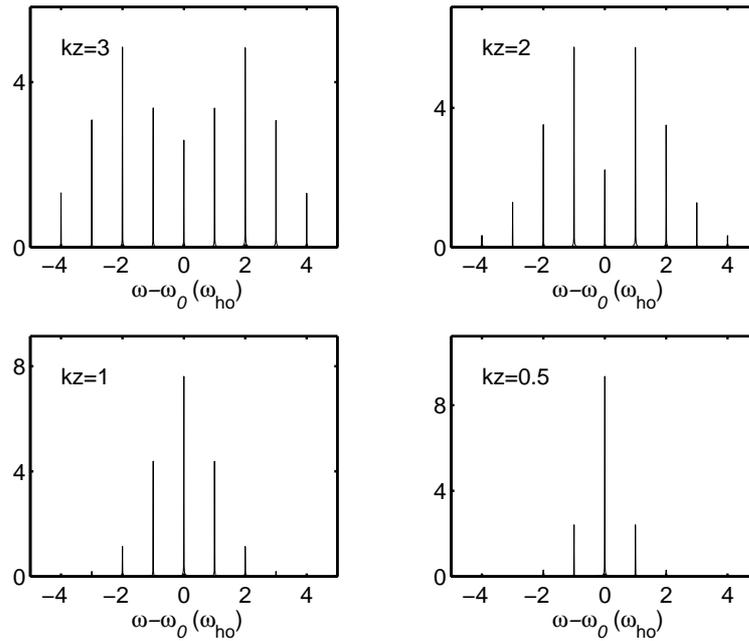


Abbildung 2.12: Die Abbildung veranschaulicht den Lamb-Dicke-Effekt, indem sie das Frequenzspektrum der Strahlung eines einzelnen Atoms zeigt, welches in einem harmonischen Potenzial mit der Frequenz  $\omega_{ho}$  schwingt. Für die einzelnen Teile der Abbildungen wurde jeweils der Modulationsindex  $k\hat{z}$  variiert. Ein kleinerer Modulationsindex entspricht dabei einer geringeren kinetischen Energie des Atoms im Potenzial.

Im quantenmechanischen Bild ergibt sich die Erklärung aus der starken Aufspaltung der Energiezustände des harmonischen Oszillators. Der Energieabstand zweier aufeinander folgender Vibrationszustände im optischen Stehwellen-Potenzial ist durch  $\Delta E = \hbar\omega_{ho}$  gegeben, wobei

$$\omega_{ho} = \sqrt{2\hat{U}k_{dip}^2/m} \quad (2.70)$$

für die Oszillationsfrequenz der Atome in  $z$ -Richtung steht, wenn die harmonische Näherung verwendet wird. Für eine typische Falltiefe  $\hat{U} = 1 \text{ mK} \cdot k_B$  erhält man eine Oszillationsfrequenz von  $\omega_{ho}/2\pi = 550 \text{ kHz}$ . Die Wahrscheinlichkeit, dass sich für ein Atom durch die Absorption und anschließende Emission eines Photons die Vibrationsquantenzahl um 1 erhöht, ist durch das Verhältnis der Rückstoßenergie  $E_r = (\hbar k_{brg})^2/2m$  zur

---

Energieaufspaltung der Vibrationszustände  $\Delta E$  gegeben [57]. Für die hier durchgeführten Experimente liegt das Verhältnis  $E_r/\Delta E$  bei etwa  $1/40$ . Die meisten Streuprozesse sind also elastisch, und die Energie der Atome und der Photonen ändert sich nicht durch den Streuprozess. Es sei angemerkt, dass dieser Effekt jedoch nicht ein Aufheizen der Atome verhindert. Die Heizrate ist identisch für ein freies und ein gefangenes Atom [57]. Die elastische Streurrate überwiegt zwar, sie wird aber durch den großen Energieübertrag  $\Delta E$  bei einer inelastischen Streuung kompensiert.



# Kapitel 3

## Der Versuchsaufbau

Seit 1986 können in optischen Fallen Atome mit Hilfe von Lasern gefangen werden [58]. Seitdem haben sich die optischen Fallen zu einem wichtigen Werkzeug für die Experimente mit kalten atomaren Gasen entwickelt. In dieser Arbeit wird das Verhalten von kalten Rubidium-Atomen in einer fernverstimzten Dipolfalle untersucht. Die Besonderheit des Experiments liegt in der Tatsache, dass die Dipolfalle durch die beiden Lichtmoden eines Hochfinesse Ringresonators gebildet wird, wodurch die Rückwirkung der Dynamik der Atome auf die Lichtfelder untersucht werden kann. Gegenstand dieser Arbeit sind zwei verschiedene Messphasen. In der ersten Messphase wurden Experimente zum Schwellenverhalten des CARL durchgeführt, während sich die zweite Phase mit Experimenten zur Bragg-Streuung an einem eindimensionalen atomaren Gitter beschäftigt. Die Messungen konnten auf der Grundlage eines Versuchsaufbaus durchgeführt werden, der von D. Kruse während seiner Arbeit [23] entwickelt und für die vorliegende Arbeit modifiziert wurde. Im Folgenden soll der allgemeine Versuchsaufbau grob beschrieben und detailliert auf die Veränderungen eingegangen werden, die sich seit der Arbeit von D. Kruse ergeben haben. Die Unterkapitel sind jeweils einer Messphase zugeordnet und beschreiben die durchgeführten Umbauten und Neuerungen.

Die gesamten optischen Aufbauten des Experiments (wie z.B. Laser, Spiegel, Linsen und Polarisationsoptik) sind auf zwei massiven so genannten optischen Tischen festgeschraubt, die eine möglichst große mechanische Stabilität gewährleisten. Auf Hängeregalen über den Tischen stehen Strom- und Spannungsquellen zur Versorgung und Steuerung der verschiedenen Geräte (wie z.B. Laser, akusto-optische Modulatoren, elektro-optische Modulatoren, Piezokeramiken etc.), sowie Oszilloskope, mit denen die Signale von Photodioden und elektronischen Regelungen kontrolliert werden können. Auf dem ersten optischen Tisch ist die Vakuumkammer, der Titan-Saphir-Laser und der Bragg-Laser angebracht. Auf dem zweiten Tisch befinden sich die Laser für die magneto-optische Falle (MOT<sup>1</sup>) und der Abbildungslaser. Die Laserstrahlen vom zweiten Tisch werden mittels zweier Glasfaserkabel zur Vakuumkammer auf den ersten Tisch geleitet. In der Vakuumkammer befindet sich der optische Resonator, in den das Licht des Titan-Saphir-Lasers eingekoppelt wird. In das resonant überhöhte Lichtfeld im Resonator werden die kalten Rubidium-Atome aus der magneto-optischen Falle umgeladen, wo sie für etwa eine Sekunde gespeichert werden können. Das gesamte Experiment wird über einen Rechner gesteuert. Dieser Steuerrechner kann über die Ausgabe von digitalen und analogen Pulsen die verschiedenen Sekundärgeräte (z.B. Laser und Stromquellen) steuern und an- bzw. ausschalten. Des

---

<sup>1</sup>Die magneto-optische Falle wird im folgenden häufig mit MOT abgekürzt.

Weiteren stehen zwei Computer zur Verfügung, mit denen der Verlauf der Messungen kontrolliert werden kann. Ein Computer wird benutzt, um die CCD-Kamera für die Absorptionsabbildung auszulesen und das Bild der Atomwolke auf einem Monitor darzustellen. Auf dem zweiten Computer werden die Programme zur Experimentsteuerung geschrieben oder verändert und von dort an den Steuerrechner übertragen.

Ein typischer Experimentierzyklus beginnt mit der MOT-Phase, in der in 10s etwa  $10^8$  Atome aus dem Rubidium-Gas in der Vakuumkammer eingefangen und auf eine Temperatur von etwa  $100 \mu\text{K}$  gekühlt werden. Danach folgt die sogenannte Dunkel-MOT-Phase, während der ungefähr 10% der Atomen aus der MOT in die Dipolfalle umgeladen werden. Dann werden die MOT-Laser und das Magnetfeld ausgeschaltet, und nach etwa 40 ms sind die nicht gefangenen Atome aufgrund der Schwerkraft aus der nächsten Umgebung der Dipolfalle gefallen. Jetzt können Messungen an den Atomen in der Dipolfalle vorgenommen werden, indem z.B. für einige Millisekunden ein weiterer Laser eingestrahlt wird. Nach der Messung wird die Atomzahl in der Dipolfalle mit einer Absorptionsabbildung bestimmt. Die auf einem Speicheroszilloskop aufgezeichneten Signale können dann auf einen PC übertragen werden. Danach beginnt automatisch der nächste Zyklus mit der MOT-Phase.

## 3.1 Experimente zum CARL

Zu Beginn dieser Arbeit wurden Experimente zum Schwellenverhalten des kollektiven atomaren Rückstoß-Lasers durchgeführt. Dafür konnte der Aufbau von D. Kruse unverändert übernommen werden, dessen wichtigste technische Elemente hier erläutert werden sollen.

### 3.1.1 Der Ringresonator

Der Hochfinesse Ringresonator stellt in diesem Experiment die entscheidende technische Besonderheit dar. Die Lichtfelder im Resonator dienen als Falle für die Atome und sind auch gleichzeitig Gegenstand der Untersuchung bei den Experimenten zum CARL. Der in diesem Experiment verwendete Ringresonator besteht aus einem planen und zwei gekrümmten Spiegeln mit einem Krümmungsradius von 200 mm. Die Lichtmoden im Resonator bilden ein gleichschenkliges Dreieck mit einem  $90^\circ$ -Winkel am Einkoppelspiegel und einer Umlauflänge von  $l = 85 \text{ mm}$ . Folglich beträgt der freie Spektralbereich des Resonators  $\Delta_{FSR} = 3,5 \text{ GHz}$ . Die Abbildung 3.1 zeigt ein Photo des Ringresonators vor dem Einbau in die Vakuumkammer. Durch den planen Einkoppel-Spiegel mit einer Transmission  $T_1 = 25 \text{ ppm}$  (für senkrechte Polarisation) wird das Licht des Titan-Saphir-Lasers in den Resonator eingekoppelt. Die beiden gekrümmten Hochreflektoren besitzen eine Transmission von  $T_2 = 2 \text{ ppm}$ . Die Verluste eines einzelnen Spiegels liegen nach Herstellerangaben (Research Electro-Optics Inc.) zwischen 5 und 20 ppm. Die Resonatormoden besitzen zwei Foki, der eine Fokus befindet sich in der Mitte zwischen den beiden Hochreflektoren, der andere am Einkoppelspiegel. Der Fokus zwischen den beiden Hochreflektoren hat eine Strahltaille von  $124 \mu\text{m}$  in horizontaler und  $129 \mu\text{m}$  in vertikaler Richtung. Die leichte Asymmetrie ergibt sich aus dem schrägen Einfall der Mode auf die gekrümmten Spiegel.

Einen Ringresonator zeichnet gegenüber einem linearen Resonator (oder Stehwellen-Resonator) die Tatsache aus, dass er zwei unabhängige Moden besitzt, welche den beiden möglichen Ausbreitungsrichtungen der Lichtfelder im Resonator entsprechen. Diese beiden

Moden sind a priori für einen perfekten Resonator voneinander entkoppelt. So können beliebige Verhältnisse zwischen den Leistungen in den gegenläufigen Feldern erreicht werden. Außerdem können sich die Lichtfelder in ihren Frequenzen unterscheiden, wobei allerdings aufgrund der schmalen Linienbreite des Resonators die Frequenzunterschiede nicht beliebig groß werden können. Eine weitere Besonderheit eines Ringresonators ist die Möglichkeit, zwei unterschiedliche Polarisierungen, senkrecht und parallel zur Reflexionsebene, für die Lichtfelder zu wählen. Aufgrund des schrägen Einfalls des Lichtfelds auf die Spiegel unterscheiden sich die Reflektivitäten der Spiegel erheblich für die beiden unterschiedlichen Polarisierungen. Die Finesse des Resonators  $\mathcal{F}$  ist für den Fall eines parallel polarisierten Lichtfelds deutlich kleiner ( $\mathcal{F} = 5\,000$ ) als für die senkrechte Polarisation ( $\mathcal{F} = 180\,000$ ).

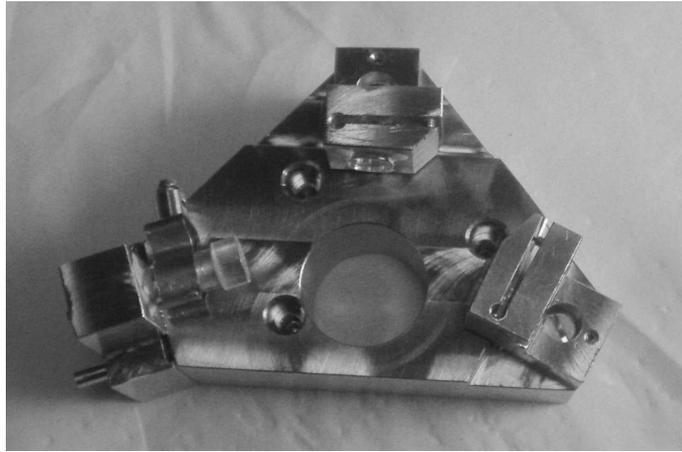


Abbildung 3.1: *Der Hochfinesse Ringresonator vor dem Einbau in die Vakuumkammer. Die Lichtmode bildet ein gleichschenkliges Dreieck mit einem  $90^\circ$ -Winkel am Einkoppelspiegel. Auf dem Photo befindet sich der Einkoppelspiegel oben und die beiden Hochreflektoren links und rechts. Die Umlauflänge des Lichts im Resonator beträgt 85 mm. Das runde Loch in der Mitte des Resonators dient der Durchführung des vertikalen MOT-Strahls. Einer der beiden Hochreflektor-Spiegel ist auf einer Piezokeramik aufgeklebt. Dadurch ist es möglich, die Resonatorlänge zu verändern und so die Resonanzfrequenz des Resonators zu variieren. Während dieser Arbeit wurde allerdings von dieser Möglichkeit kein Gebrauch gemacht.*

Durch die große Überhöhung des Lichtfeldes in seinem Inneren ermöglicht der Resonator, mit relativ wenig Laserleistung eine tiefe Dipolfalle für die Atome zu erzeugen. Die große Lichtleistung im Inneren des Resonators gestattet es, die Frequenz des Lasers weit von der atomaren Resonanz zu wählen und so die Streurrate der Atome zu verringern. Bei sehr geringen Streuraten können die Kräfte durch den Strahlungsdruck vernachlässigt werden, und die Atome unterliegen fast ausschließlich der Dipolkraft. Die so erzeugte optische Falle wird dann als quasi-konservativ bezeichnet, da die Dipolkraft aus einem Potenzial abgeleitet werden kann. Die Überhöhung der Lichtleistung die mit einem Resonator erreicht werden kann, ist durch den Überhöhungsfaktor

$$\mathcal{E} = \frac{4T_1(1 - A_{ges})}{(A_{ges} + T_1)^2} \quad (3.1)$$

gegeben. Dieser gibt das Verhältnis zwischen der Leistung im Resonator zu der Leistung vor dem Resonator an. In der Gleichung steht  $T_1$  für die Transmission des Einkoppelspiegels und  $A_{ges}$  für die Verluste aller Spiegel, wobei die Summe aus Reflexion, Transmission und Verlusten für jeden einzelnen Spiegel  $T + R + A = 1$  ergibt. Die obige Gleichung gilt allerdings nur, wenn man von einer perfekten Anpassung des eingekoppelten Laserstrahls an die Resonatormode ausgeht und zudem die Laserfrequenz der Resonanzfrequenz des Resonators entspricht. Die maximale Überhöhung bei gegebenen Verlusten  $A_{ges} = 2(A_2 + T_2) + A_1$  erreicht man für eine Transmission  $T_1$  des Einkoppelspiegels, welche genau die Verluste aufwiegt. Diese Bedingung  $A_{ges} = T_1$  wird auch als Impedanzanpassung bezeichnet.

Des Weiteren kann mit einem Hochfinesse Resonator die Wechselwirkung zwischen Licht und Atomen besonders gut untersucht werden. Die Ursache liegt darin, dass das Licht in einem Hochfinesse Resonator eine große Lebensdauer besitzt. Daher kann hier auch die Rückwirkung der Atome auf das Lichtfeld besonders gut untersucht werden. Um dies zu veranschaulichen, wird hier kurz auf die Finesse eingegangen. Vom technischen Standpunkt aus gesehen ist die Finesse durch die Reflektivitäten der verwendeten Spiegel gegeben:

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{R_{ges}}}{1 - R_{ges}}, \quad (3.2)$$

wobei  $R_{ges} = \sqrt{R_1 \cdot R_2^2}$  für das geometrische Mittel der Reflektivitäten steht. Zur Konstruktion eines Resonators mit sehr hoher Finesse benötigt man folglich besonders gute Spiegel mit großer Reflektivität. Häufig wird auch eine andere Darstellung der Finesse als Verhältnis zwischen dem freiem Spektralbereich  $\Delta_{FSR}$  und der Linienbreite des Resonators  $\delta\nu_{1/2}$  (volle Halbwertsbreite) gewählt:

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta_{FSR}}{\delta\nu_{1/2}}. \quad (3.3)$$

Der freie Spektralbereich  $\Delta_{FSR} = c/l$  gibt den Frequenzabstand zwischen benachbarten longitudinalen Moden des Resonators an, wobei  $c$  die Geschwindigkeit und  $l$  die Umlauflänge des Lichts im Resonator sind. Um zu verstehen, warum eine große Finesse für die Untersuchung der Atom-Licht-Wechselwirkung wichtig ist, ist es sinnvoll, in der obigen Gleichung von Frequenzen zu Zeiten überzugehen. Der freie Spektralbereich entspricht der Umlaufdauer des Lichts im Resonator  $\Delta t_{Umlauf} = c/l = 1/\Delta_{FSR}$  und die Linienbreite der Zerfallszeit bzw. Lebensdauer  $\tau = 1/(2\pi\delta\nu_{1/2})$ . Somit erhält man für die Finesse

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi \tau}{\Delta t_{Umlauf}}. \quad (3.4)$$

Je höher die Finesse, desto größer ist die Zahl der Umläufe des Lichts im Resonator, bevor es diesen wieder verlässt oder von den Spiegeloberflächen absorbiert wird. Somit kann das Lichtfeld im Resonator häufig mit den Atomen wechselwirken, bevor es anschließend zerfällt bzw. durch Licht von dem von außen eingekoppelten Laser ersetzt wird. Durch den Hochfinesse Resonator sind die Atome und die Lichtmoden zu einem gewissen Grade von der Umwelt entkoppelt, und es wird dadurch möglich, die Rückwirkung der Atome auf das Licht zu untersuchen.

Aus der Intensitätsverteilung des Lichts im Resonator kann nach Gleichung 2.16 das Fallenpotenzial bestimmt werden. Senkrecht zur Resonatorachse genügt die Intensität der

TEM<sub>00</sub>-Mode einer Gauß-Verteilung. Diese sorgt für den radialen Einschluss der Atome im optischen Potenzial der Resonatormode bei einem rotverstimmten Fallenlaser. Für die Intensität des Lichtfelds im Resonator erhält man

$$I(r, z) = \frac{2P(z)}{\pi w(z)^2} e^{-2\frac{r^2}{w(z)^2}}, \quad (3.5)$$

wobei die  $z$ -Achse so gewählt ist, dass sie mit der Resonatorachse übereinstimmt. In der obigen Gleichung steht  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  für den transversalen Abstand zur Resonatorachse,  $w(z)$  für den Strahlradius der Resonatormode und  $P(z)$  für die Leistung im Lichtfeld des Resonators am Ort  $z$ . Die Entwicklung des Radius ( $1/e^2$ -Abfall der Intensität) eines Gaußstrahls wird beschrieben durch die Gleichung [59]

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda_{dip} z}{\pi w_0^2} \right)^2}, \quad (3.6)$$

wobei  $w_0$  die Strahltaile des Fokus ist. Die Intensitätsänderung des Lichtfelds aufgrund des sich ändernden Strahlradius entlang der Resonatorachse kann für sämtliche Probleme, die die Dynamik der Atome in der Falle betreffen, vernachlässigt werden. Dies hat seine Ursache in der relativ großen Strahltaile der Resonatormode, woraus ein kleiner Öffnungswinkel des Strahls folgt. Der daraus resultierende Gradient des Fallenpotenzials entlang der Resonatorachse ist so gering, dass die axialen Oszillationsfrequenzen für die Atome bei typischen Fallentiefen von  $\hat{U}/k_B = 1$  mK nur wenige Hertz betragen würden. Die Abhängigkeit der Leistung  $P(z)$  entlang der Resonatorachse kann somit in guter Näherung allein aus der Interferenz der beiden Lichtfelder berechnet werden:

$$P(z) = P_+ + P_- + 2\sqrt{P_+ P_-} \cos(2kz). \quad (3.7)$$

Mit Hilfe von Gleichung 2.16 kann aus der Intensitätsverteilung  $I(r, z)$  das Fallenpotenzial  $U(r, z)$  berechnet werden. Eine typische Leistung von 10 W im Resonator bei einer Verstimmung von einigen Nanometern gegenüber der  $D_1$ -Linie von Rubidium ( $\lambda_{D_1} = 795$  nm) ergibt eine Fallentiefe von  $\hat{U}/k_B \approx 1$  mK.

Die Lichtleistung im Resonator kann über die durch einen Hochreflektor transmittierten Felder der beiden Moden bestimmt werden. Dazu stehen drei Photodioden zur Verfügung, wovon zwei die Leistungen  $P_{\pm}$  in den beiden Moden  $\alpha_{\pm}$  messen und die dritte das Interferenzsignal zwischen den beiden transmittierten Feldern misst. Aus dem Interferenzsignal  $P_{beat} = P_+ + P_- + 2\sqrt{P_+ P_-} \cos(\varphi)$  kann die relative Phase  $\varphi$  der beiden Felder im Resonator bestimmt werden. Außerdem lässt der Kontrast des Interferenzterms  $\Delta P = 4\sqrt{P_+ P_-}$  Rückschlüsse auf das Verhältnis der Leistungen in den beiden Moden zu. Dies ist besonders dann von Vorteil, wenn die Leistung in der einen Mode so klein ist, dass der direkte Nachweis mit der Photodiode nicht mehr möglich ist. Die Abbildung 3.2 zeigt den Resonator in der Vakuumkammer und den Strahlengang für den Nachweis der transmittierten Felder. Außerdem wird noch ein Schirm verwendet, auf dem ebenfalls das überlagerte Interferenzsignal mittels einer Video-Kamera und einem Bildschirm ständig beobachtet werden kann. So kann während des Experiments leicht verifiziert werden, auf welche transversale Mode des Resonators der Pumplaser stabilisiert und ob die Überlagerung der beiden Lichtfelder optimal ist. Während aller Experimente in dieser Arbeit wurde der Pumplaser immer auf die TEM<sub>00</sub>-Mode des Resonators stabilisiert. Es ist jedoch auch möglich, Atome in höhere transversale Moden zu laden [60, 54].

Die Finesse des Resonators beträgt im Vakuum nach dem Ausheizen der Kammer 180 000. Sie nimmt aber im Lauf von mehreren Wochen wieder ab, da sich Verunreinigungen auf den Spiegeloberflächen absetzen. Diese können entweder vom Restgas in der Kammer oder aber vom Rubidium selbst stammen. Die Finesse kann durch ein mehrtägiges erneutes Aufheizen der Kammer (und somit auch des Resonators) auf 120° C wieder deutlich verbessert werden. Die meisten Messungen dieser Arbeit wurden bei einer Finesse von etwa 70 000 gemacht. Dies entspricht einer Linienbreite von  $\delta\nu_{1/2} = \Delta_{FSR}/\mathcal{F} = 50$  kHz und somit einer Zerfallszeit  $\tau = 3,2 \mu\text{s}$ . Der Zusammenhang der Zerfallszeit  $\tau$  mit der im vorigen Kapitel 2.2 eingeführten Zerfallsrate  $\kappa$  der Amplituden der Moden  $\alpha_{\pm}$  ist gegeben durch

$$\kappa = \frac{1}{2\tau} = 2\pi \cdot 25 \text{ kHz} . \quad (3.8)$$

Der Faktor 1/2 kommt daher, dass es sich bei  $\kappa$  um eine Zerfallsrate des Feldes handelt und  $\tau$  die Zerfallszeit der Intensität beschreibt. Im Experiment wird die Finesse mit Hilfe einer sogenannten „Ring-Down“-Messung bestimmt. Dazu wird das Licht des Titan-Saphir-Lasers mit einem akusto-optischen Modulator (AOM) in sehr kurzer Zeit ( $\Delta t \sim \text{ns}$ ) ausgeschaltet und die durch einen der Resonatorspiegel transmittierte Leistung in der Mode gemessen. Aus der exponentiellen Zerfallskurve der Lichtleistung im Resonator kann dann die Zerfallszeit  $\tau$  bestimmt werden.

### 3.1.2 Die Vakuumkammer

Der optische Resonator ist in der Vakuumkammer angebracht, die in ihrem Inneren einen nahezu leeren Raum zur Verfügung stellt. Die Lebensdauer der Atome in der Dipolfalle wird im Wesentlichen limitiert durch Stöße zwischen den gefangenen Atomen und Atomen aus dem Restgas. Ein solcher Stoß führt aufgrund der hohen kinetischen Energie eines thermischen Restgasatoms zum sofortigen Verlust des gefangenen Atoms. Daher ist für die Experimente ein sehr geringer Restgasdruck in der Kammer notwendig. Um solch einen geringen Druck zu erreichen, wird die Vakuumkammer zunächst mit einer Turbomolekularpumpe abgepumpt und dabei ausgeheizt. Die maximale Temperatur beim Ausheizen der Kammer betrug 180°C. Bei späteren Umbauten wurde jedoch im Inneren der Kammer ein Kleber (Torr-Seal, Varian) verwendet, welcher nach Herstellerangaben nur bis 120°C ausheizbar ist. Somit musste die Kammer bei dieser geringeren Temperatur ausgeheizt werden, was jedoch nicht zu einem schlechteren Druck in der Kammer führte. In einem zweiten Schritt nach dem Ausheizen schaltet man die Turbomolekularpumpe ab und benutzt stattdessen eine Ionen-Getter-Pumpe, welche auch für den gesamten Betrieb des Experiments eingeschaltet bleibt. Dadurch kann ein Basisdruck von weniger als  $10^{-10}$  mbar hergestellt werden.

Die Vakuumkammer besitzt acht Flansche in der horizontalen Ebene des optischen Tisches und zwei in der vertikalen Achse. Zwei der acht Flansche sind durch die elektrische Durchführung für die Dispenser und durch die Zuleitung zur Ionen-Getter-Pumpe und der Messsonde belegt. Die restlichen Flansche können als optische Zugänge für die diversen Laserstrahlen verwendet werden. Die Abbildung 3.2 zeigt die Vakuumkammer mit einem Teil des angrenzenden optischen Aufbaus.

Neben dem Resonator sind noch Dispenser in der Vakuumkammer eingebaut. Sie dienen als Rubidiumquelle und bestehen aus einem Edelstahlbehälter, der  $\text{Rb}_2\text{CrO}_4$  enthält. Über eine elektrische Durchführung ins Vakuum kann eine Stromquelle an die Dispenser angeschlossen werden, die dazu dient, die Dispenser während des Experiments mit

einem Heizstrom (4-6 A) zu betreiben. Dabei tritt elementares Rubidium der beiden Isotope 85 und 87 im natürlichen Verhältnis von 70:30 aus. Für die Experimente dieser Arbeit wurde ausschließlich mit  $^{85}\text{Rb}$  gearbeitet. Während der Messungen werden die Rb-Dispenser kontinuierlich betrieben, so dass sich ein Gleichgewichtsdruck einstellt, der je nach Stromstärke in den Dispensern zwischen  $5 \cdot 10^{-10}$  und  $10^{-8}$  mbar liegt. Die Dispenser sind so in der Kammer angebracht, dass das aus den Dispensern austretende Rb nicht direkt in das Ladevolumen der MOT gelangen kann. Diese Anordnung wurde so gewählt, damit die Lebensdauer der Atome in der Dipolfalle nicht durch Stöße mit dem austretenden Rb zusätzlich verkürzt wird.

### 3.1.3 Der Titan-Saphir-Laser

Als Fallenlaser für die kalten Rubidium-Atome wird ein Titan-Saphir-Laser verwendet. Dazu wird die Frequenz des Lasers auf eine Mode des Resonators stabilisiert, so dass das darin überhöhte Lichtfeld als Dipolfalle für die Atome wirkt.

Der Titan-Saphir-Laser wurde in Eigenbau gefertigt [23, 61] und wird mit Hilfe eines kommerziellen Lasers (Verdi-V10, Coherent) mit einer Wellenlänge von 532 nm gepumpt. Bei der maximalen Pumpleistung von 10 W emittiert der Titan-Saphir-Laser bei optimaler Justage ca. 2 W. Der Titan-Saphir-Laser zeichnet sich gegenüber einem Diodenlaser durch einen großen Durchstimmbereich aus. Der große Durchstimmbereich stellt einen bedeutenden Vorteil dar, da so ein wichtiger experimenteller Parameter über einen großen Bereich verändert werden kann. Für die Experimente zum CARL kann mit der Wellenlänge die Kopplungsstärke zwischen dem Licht und den Atomen variiert und im Falle der Bragg-Streuung so die Gitterkonstante des atomaren Gitters verändert werden. Für die Messungen in dieser Arbeit wurde der Titan-Saphir-Laser mit verschiedenen Wellenlängen zwischen 796 nm und 820 nm betrieben.

Außerdem besitzt der Titan-Saphir-Laser im Vergleich zu den verwendeten Diodenlasern eine sehr viel schmalere Emissionsbandbreite, wodurch die Stabilisierung der Laserfrequenz auf die Resonanzfrequenz des Resonators erleichtert wird. Um die Frequenz des Titan-Saphir-Lasers auf die Resonanzfrequenz zu regeln, wird eine Pound-Drever-Hall-Stabilisierung verwendet [23, 62, 63]. Dazu werden mit einem elektro-optischen Modulator im Strahlengang des Titan-Saphir-Lasers Seitenbänder mit einer Frequenz von 20 MHz auf das Lichtfeld aufmoduliert. Wird das Licht des Titan-Saphir-Lasers am Einkoppelspiegel des Resonators reflektiert, so erfährt es eine leichte Phasenverschiebung, welche abhängig von der Verstimmung der Laserfrequenz zur Resonanzfrequenz des Resonators ist. Für die Spektroskopie wird ein Teil des am Resonator reflektierten Lichts aus dem Strahlengang ausgekoppelt und auf eine schnelle Photodiode gegeben. Um ein Fehlersignal zu erhalten, wird das Signal der Photodiode mit der Modulationsfrequenz für die Seitenbänder elektronisch entmischt. Hierbei muss die relative Phase der beiden Signale richtig eingestellt werden. Das entmischte Signal zeigt dann als Funktion der Verstimmung des Lasers ein dispersives Verhalten mit einem Nulldurchgang bei der Resonanzfrequenz des Resonators. Das Signal besitzt eine steile Flanke mit einer Breite, die durch die Linienbreite des Resonators gegeben ist. Als Stellglieder für die Regelung dienen ein Resonatorspiegel (des Titan-Saphir-Lasers) und ein akusto-optischer Modulator. Während der Resonatorspiegel über eine Piezokeramik die langsamen Störungen ausregeln kann, können mit dem akusto-optischen Modulator die Störungen mit höheren Frequenzen ausgeregelt werden, da dieser eine größere Bandbreite besitzt. Des Weiteren wird der akusto-optische Modulator dazu benutzt, die Leistung des Titan-Saphir-Lasers schnell und präzise zu variieren oder auch

ganz auszuschalten, so z.B. bei der Absorptionsabbildung oder bei den Messungen zur Schwelle des CARL. Der AOM wird dabei im so genannten doppelten Durchgang betrieben, d.h. dass der Laserstrahl den AOM zweimal durchläuft. Nach dem ersten Durchgang wird der Strahl in sich zurückreflektiert, so dass der Strahl nach dem zweiten Durchgang keine Winkeländerung mehr aufweist. Dieses Schema ist nötig, damit die Einkopplung des Lasers in den Resonator nicht durch die Frequenzregelung des AOMs ständig variiert wird und es folglich zu keinen Leistungsschwankungen im Resonator kommt.

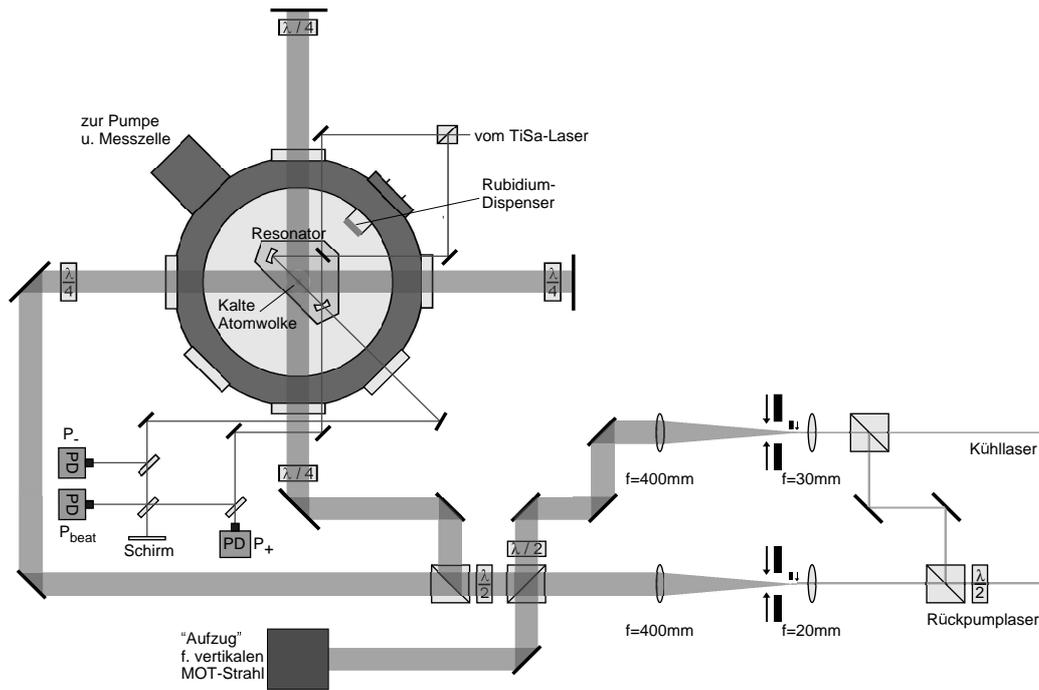


Abbildung 3.2: Die Abbildung stellt den Hochfinesse Ringresonator in der Vakuumkammer dar. Außerdem ist der Verlauf der MOT-Strahlen, die Einkopplung des Titan-Saphir-Lasers sowie der Nachweis der transmittierten Felder ersichtlich.

### 3.1.4 Die magneto-optische Falle

Seit ihrer ersten Realisierung hat sich die magneto-optische Falle zu einem Standardwerkzeug in der Quantenoptik entwickelt, um kalte atomare Gase herzustellen [64]. Die magneto-optische Falle dient in diesem Experiment dazu, eine möglichst große Anzahl von Rb-Atomen aus dem Hintergrundgas in der Kammer zu kühlen und zu fangen. In einem zweiten Schritt werden die Atome dann aus der magneto-optischen Falle in die Dipolfalle umgeladen. Die magneto-optische Falle (MOT) stellt aber nicht nur eine Falle für kalte Atome dar, sondern beinhaltet auch einen sehr effektiven Kühlmechanismus. Der Kühlmechanismus beruht auf den Prinzipien einer optischen Melasse, die bereits in Kapitel 2.2.2 besprochen wurden. Dafür wird ein gegenüber der atomaren Resonanz rot-verstimmtes Lichtfeld benutzt, welches aus allen sechs Raumrichtungen auf die Atome eingestrahlt wird. Gelangt ein Atom in das Lichtfeld der MOT, so wird ihm aufgrund der

Kühlkräfte der Melasse kinetische Energie entzogen. Dadurch können langsame Atome aus dem thermischen Hintergrundgas in der Kammer in dem Lichtfeld der MOT abgebremst und auf Temperaturen von ca.  $100 \mu\text{K}$  abgekühlt werden. Die optische Melasse stellt aber allein noch keine Falle dar. Ohne räumlichen Einschluss würden die Atome aufgrund ihrer diffusiven Bewegung nach kurzer Zeit das Lichtfeld der Laser verlassen und wären somit verloren. Der räumliche Einschluss der MOT wird durch das Anlegen eines externen Quadrupol-Magnetfelds erreicht. Die magnetischen Unterezustände des Atoms spalten dann aufgrund des Zeeman-Effekts auf. Die Abbildung 3.3 veranschaulicht die Situation für eine Dimension und ein vereinfachtes Niveauschema des Atoms. Das Quadrupolfeld führt zu einer linearen Aufspaltung der Energieniveaus als Funktion des Ortes, wobei sich die Magnetfeldrichtung und dadurch auch die Aufspaltung am Nullpunkt umkehrt. Für die eingestrahlten Lichtfelder wählt man eine zirkulare Polarisation, so dass das Lichtfeld von links die Übergänge mit  $\Delta m = +1$  ( $\sigma^+$ -Licht) und das Lichtfeld von rechts die Übergänge mit  $\Delta m = -1$  ( $\sigma^-$ -Licht) treibt (siehe Abbildung 3.3). Dieser Effekt führt dazu, dass das Atom abhängig von seiner Position mehr Photonen aus dem einen als aus dem gegenläufigen Lichtfeld streut. Der im Mittel auf das Atom übertragene Impuls kann dann als Kraft interpretiert werden. Bei der richtigen Wahl der Magnetfeldrichtung und zirkularen Polarisation ist die Kraft immer in die Richtung zum Magnetfeldnullpunkt gerichtet. So erhält man einen räumlichen Einschluss für die Atome in der magneto-optischen Falle.

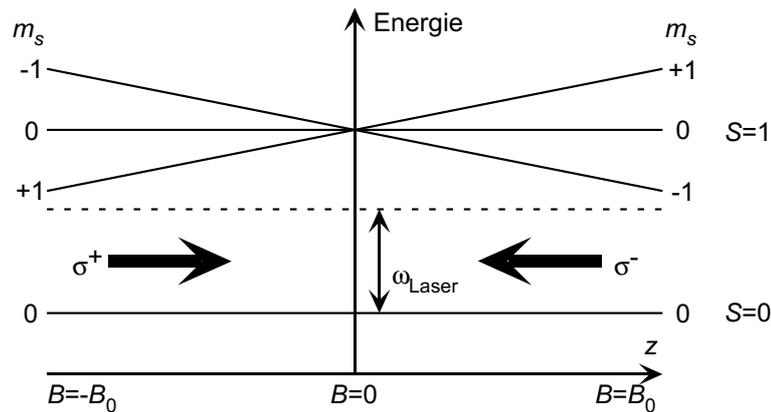


Abbildung 3.3: Die Abbildung veranschaulicht das Funktionsprinzip des räumlichen Einschlusses der magneto-optischen Falle für eine Dimension. Die magnetischen Unterezustände des Atoms spalten sich in einem Magnetfeld gemäß ihrer Quantenzahl  $m_F$  auf. Die eingestrahlten Laser der MOT sind rotversstimmt gegenüber dem atomaren Übergang für  $B = 0$  und zirkular polarisiert. Bei der richtigen Wahl der Magnetfeldrichtung zur Helizität des Lichtfelds erfahren Atome, die sich vom Magnetfeld-Nullpunkt entfernen, eine Kraft durch den Strahlungsdruck des Lichtfelds in Richtung zum Fallenzentrum.

Die magneto-optische Falle wird auf der  $D_2$ -Linie ( $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ ) von Rubidium bei einer Wellenlänge von  $780 \text{ nm}$  betrieben. Für die Laser der MOT wird eine sogenannte Dreistrahl-Konfiguration verwendet bei der jeweils ein Strahl nach dem Durchgang durch die Kammer in sich zurückreflektiert wird. Die Abbildung 3.2 zeigt den experimentellen Aufbau der MOT, wobei die vier MOT-Strahlen eingezeichnet sind, welche in der hori-

zontalen Ebene verlaufen. Aufgrund der Hyperfeinstruktur des Atoms benötigt man zum Betrieb der MOT zwei Laser unterschiedlicher Frequenz. Das Lichtfeld des einen Lasers kühlt die Atome und sorgt in Kombination mit dem Magnetfeld für deren räumlichen Einschluss. Im Folgenden soll er als Kühllaser bezeichnet werden. Dieser Laser ist 15 MHz gegenüber dem Kühlübergang  $5S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 4$  rotverstimmt ( $\Gamma/2\pi = 6$  MHz). Mit geringer Wahrscheinlichkeit ist es jedoch möglich, dass Atome durch den Kühllaser in den Zustand  $5P_{3/2}, F' = 3$  angeregt werden. Von dort können sie dann auch in den unteren Hyperfein-Grundzustand  $5S_{1/2}, F = 2$  zerfallen. Um diese Atome in den Kühlkreislauf zurückzuführen, wird noch ein zweiter Laser, der sogenannte Rückpumplaser, benötigt, ohne den der Betrieb der MOT nicht möglich ist. Der Rückpumplaser ist auf den Übergang  $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 3$  stabilisiert. Abbildung 3.4 zeigt das vereinfachte Rubidium-Termschema mit den Frequenzen der MOT-Laser und des Titan-Saphir-Lasers.

Zur Erzeugung des Quadrupol-Magnetfelds sind außen an der Kammer zwei stromdurchflossene Spulen angebracht. Die Spulen besitzen 250 Windungen, die auf einem Aluminiumkörper mit einem Innendurchmesser von 10 cm aufgewickelt sind. Während des Experiments werden die Spulen mit ca. 3 A betrieben. Die beiden Spulenströme sind einander entgegengerichtet (Anti-Helmholtzkonfiguration), wodurch ein Quadrupolfeld in der Mitte zwischen beiden Spulen erzeugt wird. Um die Erwärmung der Spulen während des Betriebs zu mindern, werden die Wickelkörper per Wasserdurchfluss gekühlt.

Neben den MOT-Spulen stehen noch weitere Spulen zur Kompensation des Erdmagnetfelds und von Streufeldern durch die Ionen-Getter-Pumpe zur Verfügung. Diese Kompensationsspulen haben einen Durchmesser von 30 cm und besitzen 25 Windungen. Sie sind in einer Helmholtzkonfiguration geschaltet und können so mit der entsprechenden Stromstärke schwache Magnetfelder am Ort der Atomwolke kompensieren. Für die Einstellung der Stromstärken wird die Ausdehnung der Atome in der optischen Melasse beobachtet. Sind die restlichen Streu-Magnetfelder kompensiert und ist der Strahlungsdruck ausgeglichen, so dehnt sich die atomare Wolke nach dem Ausschalten der MOT-Spulen relativ langsam und gleichmäßig in alle Richtungen aus.

Der Rückpumplaser ist ein in Eigenbau gefertigter gitterstabilisierter Diodenlaser [65, 54, 23]. Die Frequenz eines Diodenlasers ist sehr stark von der Temperatur und dem Diodenstrom abhängig, daher werden für alle Diodenlaser stabilisierte Stromquellen verwendet und die Temperatur der Dioden außerdem mit einem Peltierelement stabilisiert. Die Emissionsbandbreite der verwendeten Laserdiode ist ohne zusätzlichen optischen Aufbau relativ groß. Aus diesem Grund wird mit Hilfe eines holographischen Gitters ein Teil des Lichts in die Diode zurückgebeugt. Das Gitter ist dazu unter  $45^\circ$  in einer Littrow-Konfiguration angebracht. Durch diesen externen Resonator kann die Emissionsbandbreite des Lasers auf einige MHz reduziert werden. Zusätzlich kann die Position des holographischen Gitters über eine Piezokeramik variiert werden, die mit einer elektrischen Spannung gesteuert wird. So ist es möglich, die Resonatorlänge und somit auch die Frequenz des Diodenlasers ohne Modensprung mittels eines Spannungssignals im Bereich einiger GHz zu verstimmen. Für die Experimente müssen die Laser der MOT sehr genau auf eine bestimmte Frequenz relativ zu einem atomaren Übergang eingestellt werden. Da die genaue Frequenz des Lasers jedoch immer gewissen Schwankungen unterworfen ist, muss sie mittels eines Stabilisierungsschemas ständig auf die Sollfrequenz nachgeregelt werden. Dazu wird mittels einer Spektroskopie an einer Rb-Dampfzelle ein Fehlersignal für die Abweichung von der Sollfrequenz erzeugt. Dieses Fehlersignal dient dann als Eingangssignal für eine elektronische Regelung, die ein Spannungssignal für die Steuerung des Piezo liefert. Die Frequenz des Rückpumplasers wird mit einem so genannten „dichroic-atomic-vapor

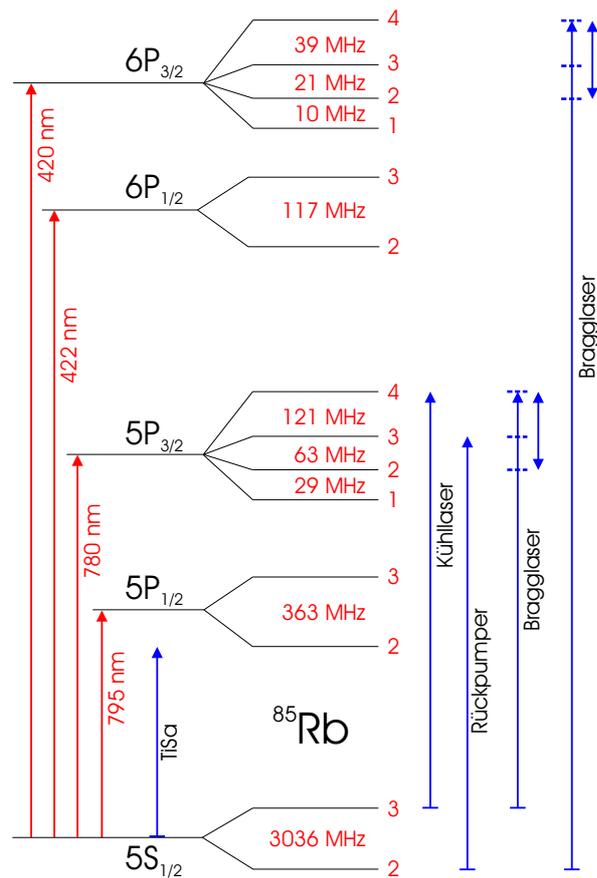


Abbildung 3.4: Vereinfachtes Termschema von Rubidium 85. Dargestellt sind die  $5S$ ,  $5P$  und  $6P$  Niveaus und deren Aufspaltung durch die Hyperfeinstruktur. Außerdem sind die Übergänge von Kühl-, Rückpump- und den beiden Bragglasern und die Wellenlänge des zur  $D_1$ -Linie rotverstimmten Titan-Saphir-Lasers eingezeichnet.

laser lock“ (DAVL-Lock) [66] auf den entsprechenden Übergang stabilisiert. Beim DAVL-Lock nutzt man die Aufspaltung der magnetischen Unterzustände in einem homogenen Magnetfeld aus. Durch diesen Effekt ergeben sich unterschiedliche atomare Resonanzfrequenzen für  $\sigma^+$ - und  $\sigma^-$ -Licht. Für den experimentellen Aufbau der Spektroskopie wird linear polarisiertes Licht durch eine Rb-Dampfzelle gelenkt. Zusätzlich befindet sich die Dampfzelle in einem statischen homogenen Magnetfeld, welches in Ausbreitungsrichtung des Spektroskopielasers zeigt. Zerlegt man das linear polarisierte Lichtfeld in einen rechts- und linkszirkular polarisierten Anteil, so erhält man unterschiedliche Resonanzfrequenzen aufgrund der Zeeman-Aufspaltung der Niveaus für die beiden Anteile. Wird nun die Laserfrequenz über die atomare Resonanz gefahren, so zeigt sich ein Einbruch der transmittierten Intensität aufgrund der Absorption des resonanten Lichts durch die Atome. Das Minimum des Absorptionssignals ist jedoch für die beiden zirkular polarisierten Anteile gegeneinander verschoben. Nach der Dampfzelle wird das Lichtfeld mittels eines  $\lambda/4$ -Plättchens und eines Strahlteilers in den links- und rechtszirkular polarisierten Anteil aufgespalten. Durch eine Differenzmessung der beiden Intensitäten erhält man ein dispersives Signal, welches als Eingangssignal für eine elektronische Regelung benutzt werden kann. Da das Absorptionsprofil aufgrund der Temperatur der Atome ( $T=300$  K) einige hundert MHz breit ist, ergibt sich so eine breite Regelflanke für dieses Stabilisierungsschema. Aus der breiten Regelflanke folgt für das DAVL-Lock eine robuste Regelung, die eine geringe Anfälligkeit für akustische und mechanische Störungen bietet. Durch die breite Regelflanke kann außerdem die Laserfrequenz bis zu 100 MHz von der atomaren Resonanz verstimmt werden, ohne dass die Regelung versagt. Die Verstimmung der Laserfrequenz wird dabei durch das Addieren einer konstanten Spannung zum Fehlersignal erreicht. Ein Nachteil des DAVL-Locks liegt in der Anfälligkeit für ein gewisses Driften der Laserfrequenz. In diesem Experiment wurden zum Teil ein Driften von einigen MHz auf einer Zeitskala von einer Stunde beobachtet. Aus diesem Grund wird für den Abbildungslaser eine in dieser Hinsicht stabilere Regelung verwendet.

Der als Kühllaser operierende Diodenlaser wurde zu Beginn dieser Arbeit durch einen kommerziellen Laser (DLX 110, Toptica) ersetzt. Der neue Laser bietet den Vorteil einer erheblich größeren Ausgangsleistung von 400 mW. Auch die Frequenz dieses Lasers wird mit Hilfe eines DAVL-Locks geregelt. Hierbei ist besonders die lange Regelflanke des DAVL-Locks von Vorteil, da so die Frequenz des Lasers ohne Schwierigkeiten für die optische Melasse um 50 MHz verstimmt werden kann. Da bei diesem Laser die Regelung über das Gitter eine geringere Bandbreite besitzt, wird zusätzlich die Laserfrequenz über den Strom des Lasers geregelt. Dazu wird das Fehlersignal mit einem Hochpass gefiltert und auf den Modulationseingang des Laserstroms gegeben [67]. Dadurch ist es möglich, eine Emissionsbandbreite für den Kühllaser zu erzielen, die der des RückpumpLasers entspricht.

Mit dem Einsatz des DLX 110 wurden die Laser für die magneto-optische Falle und der Abbildungslaser auf einem zweiten optischen Tisch aufgebaut. Dieser Umbau bietet den Vorteil, dass die mechanischen Verschlüsse, die für das Ein- und Ausschalten der Laser sorgen, nicht die empfindliche Regelung des Titan-Saphir-Lasers auf dem ersten Tisch durch akustische Störungen beeinflussen. Das Licht der Laser wird mittels zweier polarisationserhaltender Glasfaserkabel zur Vakuumkammer geleitet. Dazu werden Rückpump- und Kühllaser mit orthogonaler Polarisation in eine Faser eingekoppelt. Für den Betrieb der MOT werden ca. 5 mW und 50 mW Leistung für Rückpump- und Kühllaser verwendet.

## Umladen der Atome in die Dipolfalle

Während des Experiments ist die magneto-optische Falle so justiert, dass sie wenig oberhalb der Dipolfalle sitzt und mit dieser nicht räumlich überlappt. Für das Umladen der Atome aus der magneto-optischen Falle in die Dipolfalle wird die MOT in 40 ms durch die optische Falle durchgefahren. Dazu wird der Spulenstrom in einer der beiden Spulen linear verändert. Gleichzeitig wird die Frequenz des Kühllasers weiter von der atomaren Resonanz auf eine Verstimmung von -40 MHz verstimmt und die Intensität des Rückpumpasers stark abgeschwächt. Dabei zeigt besonders die für den Rückpumpaser verwendete Intensität einen sehr starken Einfluss auf die Effizienz des Umladevorgangs. Der Anteil der Atome, die aus der MOT in die Dipolfalle umgeladen werden können liegt, bei den Experimenten in dieser Arbeit bei ca. 10%. Dabei ist zudem anzumerken, dass die Umladeeffizienz auch von der Potenzieltiefe der optische Falle abhängt. Für flache Fallen ist die Effizienz zunächst gering und steigt dann mit zunehmender Tiefe an. Oberhalb einer gewissen Tiefe ( $\hat{U}/k_B \approx 3 \text{ mK}$ ) nimmt die Effizienz jedoch wieder rapide ab, so dass es schwierig ist, Atome in sehr tiefe Fallen zu laden. Für eine ausführlichere Diskussion zum Beladen einer Dipolfalle siehe auch [23, 68].

## Die optische Melasse

Für die Experimente zur Laserschwelle des CARL in Kapitel 4 wird eine optische Melasse benutzt, um die Atome einer Reibungskraft auszusetzen (siehe dazu auch Kapitel 2.2.2). Für diese Messungen mit der optischen Melasse werden die gleichen Laser wie für die magneto-optische Falle verwendet. Lediglich der Kühllaser wird weiter von der atomaren Resonanz verstimmt. Für die Experimente in dieser Arbeit betrug die Verstimmung -50 MHz gegenüber dem Übergang  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ . Das Magnetfeld der MOT-Spulen ist während der Melasse-Phase nicht eingeschaltet.

### 3.1.5 Die Absorptionsabbildung

Die Absorptionsabbildung stellt ein wichtiges Werkzeug für die Arbeit mit der MOT und der Dipolfalle dar. Mit ihr kann die Anzahl der Atome in der Falle gemessen und somit einen wichtiger experimenteller Parameter bestimmt werden. Außerdem kann man mit ihr auch die Temperatur der Atome in der Falle bestimmen. Daneben stellt sie ein unverzichtbares Kontrollinstrument dar, um die Umladeprozedur der Atome aus der magneto-optischen Falle in die Dipolfalle zu optimieren.

Für die Abbildung wird die atomare Wolke mit einem kollimierten resonanten Laserstrahl beleuchtet und ihr Schatten auf eine CCD-Kamera (KP-M2, Hitachi Denshi) abgebildet. Für die Abbildung des Schattenwurfs wurde eine 1:1-Abbildung mit Hilfe von zwei Linsen aufgebaut. Für die Experimente mit dem Ringresonator musste in Ermangelung eines anderen optischen Zugangs der Einkoppelspiegel des Resonators als Umlenkspiegel für den Abbildungsstrahl genutzt werden. Die Daten der CCD-Kamera werden nach jeder Abbildung mit einem Computer automatisch ausgelesen, mit einem selbstgeschriebenen Programm bearbeitet und auf einem Monitor dargestellt [54]. Aus der Abnahme der transmittierten Intensität ergibt sich die Projektion der Dichte der atomaren Wolke entlang der Strahlachse des Abbildungslasers. Aus der so gewonnenen Dichteverteilung lassen sich die Ausdehnung der Atomwolke und deren Atomzahl bestimmen [54, 23]. Somit kann während des gesamten Experiments nach jedem Messzyklus die Atomzahl

bestimmt werden. Des Weiteren kann mit der Absorptionsabbildung die Temperatur der Atome gemessen werden. Dazu wird bei gleichen experimentellen Parametern die Zeitdauer zwischen dem Ausschalten der Falle und dem Abbildungspuls des Lasers variiert. Diese Zeitdauer wird auch als Fallzeit oder „time-of-flight“ bezeichnet. Nach dem Ausschalten der Falle beginnt sich die Atomwolke aufgrund der thermischen Impulsverteilung auszudehnen und gleichzeitig im Schwerfeld der Erde zu fallen. Aus einer Reihe solcher Messungen des Radius der Atomwolke für verschiedene Fallzeiten kann die Temperatur der Atome bestimmt werden [69].



Abbildung 3.5: Die Abbildung zeigt eine typische Absorptionsabbildung der Atome in der Dipolfalle. Die Aufnahme wurde 1 ms nach dem Ausschalten des Fallenlasers gemacht. In der Abbildung ist an den Seiten der Rand des Einkoppelspiegels des Ringresonators zu erkennen.

Als Abbildungslaser wird ebenfalls ein gitterstabilisierter Diodenlaser (HL7851G, Hitachi) verwendet. Für die Abbildung werden die Atome mit einem kollimierten Strahl für eine Zeitdauer von  $150 \mu\text{s}$  mit einer Intensität von  $0,5 \text{ mW}/\text{cm}^2$  beleuchtet. Der Abbildungslaser wird auf dem  $5S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 4$  Übergang betrieben. Das Absorptionssignal und somit auch die gemessene Atomzahl hängen sehr stark von der genauen Frequenz des Abbildungslasers ab. Aufgrund der Anfälligkeit des DAVL-Locks für gewisse Frequenzdriften des Lasers muss deshalb für den Abbildungslaser ein anderes Stabilisationsverfahren benutzt werden. Es wird daher als Alternative eine Frequenzmodulationsspektroskopie für den Abbildungslaser verwendet [70]. Daraus kann in Analogie zur Stabilisierung der Frequenz des Titan-Saphir-Laser auf den Resonator ebenfalls ein Fehlersignal für eine elektronische Regelung des Abbildungslasers erzeugt werden [62, 63]. Dafür wird ein schwaches Radiofrequenzsignal mit einer Frequenz von 20 MHz auf den Diodenstrom addiert, wodurch sich im Frequenzspektrum Seitenbänder für die Laserfrequenz ergeben. Der optische Aufbau für die Stabilisierung entspricht einer dopplerfreien Sättigungsspektroskopie. Das Signal der Sättigungsspektroskopie wird mit einer schnellen Photodiode (Bandbreite größer als 20 MHz) gemessen und dann mit der für die Modulation verwendeten Radiofrequenz elektronisch abgemischt. So erhält man ein Fehlersignal mit einer dispersiven Form, wobei die Breite der Flanke durch die natürliche Linienbreite des Übergangs gegeben ist. Die so genannten „Cross-over“-Resonanzen eignen sich aufgrund der starken Absorption und des damit verbundenen großen Fehlersignals besonders für die Stabilisierung des Lasers. Der Abbildungslaser wird aus diesem Grund auf die „Cross-over“-Resonanz zwischen die Übergänge  $F = 3 \rightarrow F' = 2$  und  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  stabilisiert. Das Stabilisierungsschema mittels Radiofrequenzspektroskopie ist deutlich stabiler gegenüber dem langsamen Driften der Laserfrequenz als das für den Rückpump- und Kühllaser verwendete DAVL-Lock, jedoch ist es aufgrund der relativ schmalen Regelflanke nicht so robust gegenüber akustischen oder mechanischen Störungen. Nach der Spektroskopie für die Stabilisierung wird die Frequenz des Abbildungslasers mit einem AOM um 92 MHz zu höheren Frequenzen verschoben. Danach ist die Laserfrequenz resonant zum  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  Übergang.

Mit Hilfe des AOMs kann der Laser schnell und präzise ein- und ausgeschaltet werden, so dass die Belichtungszeit und die Belichtungsdauer sehr gut reproduzierbar sind. Im Strahlengang befindet sich noch zusätzlich ein mechanischer Verschluss, da eine gewisse Lichtleistung auch von dem ausgeschalteten AOM gebeugt wird. Der mechanische Verschluss verhindert, dass die Atome während des Experiments durch das resonante Licht aufgeheizt werden. Unmittelbar vor der Abbildung wird für  $100\ \mu\text{s}$  der Rückpumpplaser eingestrahlt. Dadurch werden alle Atome, die sich in dem unteren Hyperfein-Grundzustand befinden, in den oberen umgepumpt. Somit wird sichergestellt, dass alle Atome durch den Abbildungslaser angeregt werden können und zum Absorptionssignal beitragen. Die Abbildung 3.5 stellt eine typische Absorptionsabbildung der Atome in der Dipolfalle dar.

## 3.2 Experimente zur Bragg-Streuung

Neben den Messungen zur Laserschwelle des CARL wurde die Bragg-Streuung an den Atomen im optischen Gitter des Ringresonators untersucht. Dafür wurde ein Laser und ein Interferometer für die Bragg-Spektroskopie aufgebaut. Mit dem „Bragg-Interferometer“ kann die Phaseninformation des Streuprozesses untersucht werden. Für die Experimente zur Bragg-Streuung mussten drei Spiegel in der Vakuumkammer angebracht werden, die den optischen Zugang zum atomaren Gitter unter einem Winkel von ca.  $58^\circ$  ermöglichen. Des Weiteren wurden zwei akusto-optische Modulatoren in den Strahlengang des Titan-Saphir-Lasers eingebaut, so dass es möglich ist die beiden gegensinnig umlaufenden Moden mit Lichtfeldern unterschiedlicher Frequenzen zu pumpen. Dadurch kann die Bragg-Streuung an einem bewegten atomaren Gitter untersucht werden.

### 3.2.1 Der Bragg-Laser

Damit man Bragg-Streuung an einer geringen Zahl von Atomen – im Fall unseres Experiments  $10^6$ - $10^7$  – überhaupt beobachten kann, sollte der Streuquerschnitt möglichst groß sein. Darum ist es notwendig, die Wellenlänge des zur Bragg-Streuung verwendeten Lasers passend zu einer atomaren Resonanz zu wählen. Für den Fall der Bragg-Streuung am atomaren Gitter im Ringresonator wurde die  $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$  Resonanz von Rubidium bei  $420\ \text{nm}$  genutzt. Aus der Wellenlänge des Übergangs und der Wellenlänge des Fallenlasers zwischen  $797\ \text{nm}$  und  $820\ \text{nm}$  ergibt sich ein Bragg-Winkel von  $58^\circ$ - $59^\circ$ . Der verwendete Bragg-Laser ist ein gitterstabilisierter Diodenlaser (Toptica, LD-0405-0005-2), dessen Frequenz während des Experiments mit Hilfe des Gitters durchgestimmt und dabei über die Resonanz gefahren wird. Die Leistung des von den Atomen reflektierten Lichts wird mit einem Photomultiplier (Hamamatsu, 1P28) gemessen. Zur Kontrolle wird zeitgleich das Signal einer dopplerfreien Sättigungsspektroskopie aufgezeichnet, womit bei der Auswertung der Daten eine Frequenzzeichnung der Spektren vorgenommen werden kann.

Um die Phase des bragg-gestreuerten Lichts messen zu können, wurde ein Interferometer aufgebaut („Bragg-Interferometer“). Dadurch ist es möglich, eine eventuell auftretende Phasen- bzw. Frequenzänderung zwischen eingestrahlttem und reflektiertem Licht zu messen. Der in Abbildung 3.6 gezeigte Aufbau des Interferometers soll hier beschrieben werden: Das vom Laser kommende Licht wird an einem polarisationserhaltenden Strahlteilerwürfel aufgespalten. Der eine Strahl wird für die Bragg-Streuung verwendet

(Bragg-Strahl), der andere dient als Referenz für das Interferometer (Referenzstrahl). Beide Strahlen passieren nach der Aufspaltung jeweils einen AOM. Über die Radiofrequenzen, mit denen die beiden AOMs betrieben werden, lässt sich die Differenzfrequenz zwischen Bragg-Strahl und Referenzstrahl einstellen. Das vom Bragg-Strahl an den Atomen reflektierte Licht wird nach dem Austritt aus der Vakuumkammer an einem Glasplättchen mit dem Referenzstrahl überlagert. Um ein Schwebungssignal auf dem Photomultiplier beobachten zu können, ist es notwendig, die Strahlparameter der beiden Strahlen aneinander anzugleichen. Dafür müssen zuerst die Strahlparameter des von den Atomen reflektierten Lichtfelds bestimmt werden. In Kapitel 5 sind die Messungen dazu beschrieben. Für die Überlagerung wird dann der Referenzstrahl dem an den Atomen gestreuten Strahl angeglichen. Um die Strahlparameter des Referenzstrahls anzupassen, wird er mit einer Lochblende (Durchmesser  $50\ \mu\text{m}$ ) und einer Linse (Brennweite  $50\ \text{mm}$ ) im Abstand von  $60\ \text{mm}$  zueinander geformt. Die Lochblende sorgt für ein gaußförmiges Strahlprofil und die Linse für einen Fokus mit einer Strahltaile, wie sie der bragg-gestreurte Strahl am Ort der Atome besitzt. Lochblende und Linse müssen außerdem so positioniert sein, dass der Abstand zwischen Fokus und Glasplättchen genauso groß ist wie der Abstand zwischen den Atomen und dem Glasplättchen. Der bragg-gestreurte Strahl besitzt jedoch aufgrund der Geometrie der atomaren Wolke ein elliptisches Strahlprofil (siehe auch Kapitel 5). Daher kann der runde Referenzstrahl nur in einer Richtung richtig angepasst werden, wobei in diesem Falle die vertikale Richtung gewählt wurde. Nach der Überlagerung der beiden Strahlen am Glasplättchen kommt es dann zu Interferenzringe im Strahlprofil. Diese Interferenzringe mindern den Kontrast des zu messenden Schwebungssignals. Aus diesem Grund wird vor den Photomultiplier eine Schlitzblende mit variabler Breite positioniert, welche die äußeren Interferenzringe weitestgehend ausblendet.

Neben dem Hauptinterferometer benötigt man noch ein Kontrollinterferometer, mit dem sich die Schwebungsfrequenz der beiden Lichtfelder kontrollieren lässt. Dieses ist im oberen Teil der Abbildung 3.6 auf der linken Seite zu erkennen. Unmittelbar nachdem die beiden Strahlen die AOMs durchlaufen haben, wird ein Teil der Strahlen ausgekoppelt und auf einer Photodiode überlagert.

### 3.2.2 Umbauten an der Vakuumkammer

Für die Experimente der Bragg-Streuung am atomaren Gitter im Ringresonator mussten zusätzliche Spiegel in der Vakuumkammer angebracht werden, da unter dem Bragg-Winkel von ca.  $58^\circ$  in dieser Anordnung kein direkter optischer Zugang zur atomaren Wolke möglich ist. Es wurden daher drei dielektrische Spiegel ( $10\ \text{mm} \times 10\ \text{mm}$ ), die für eine Wellenlänge von  $400\ \text{nm}$  beschichtet sind, in der Kammer justiert und anschließend mit einem ausheizbaren Keramikkleber fixiert. Die drei Spiegel machen es möglich, von außerhalb der Kammer das atomare Gitter unter dem Bragg-Winkel zu treffen, und dass der transmittierte und der reflektierte Strahl die Kammer verlassen können. Die genaue Ausrichtung der drei Spiegel ist dabei sehr wichtig, da einerseits die Spiegel keinen der anderen durch die Kammer verlaufenden Strahlen behindern dürfen, andererseits der von aussen über die Spiegel zugängliche Winkelbereich sehr klein ist ( $\sim 3^\circ$ ). Die Justage der Spiegel erfolgt mit Hilfe eines zusätzlichen Lasers, dessen Strahl als Referenz für die Resonatormode dient, und eines drehbaren Spiegels, der in der Mitte zwischen den beiden Hochreflektoren des Ringresonators angebracht ist. Über den Justage-Spiegel können dann die Strahlen von Bragg-Laser und Referenz-Laser aus der Kammer gelenkt werden. Der von ihnen eingeschlossene Winkel, der dem Winkel zwischen Bragg-Laserstrahl und Re-

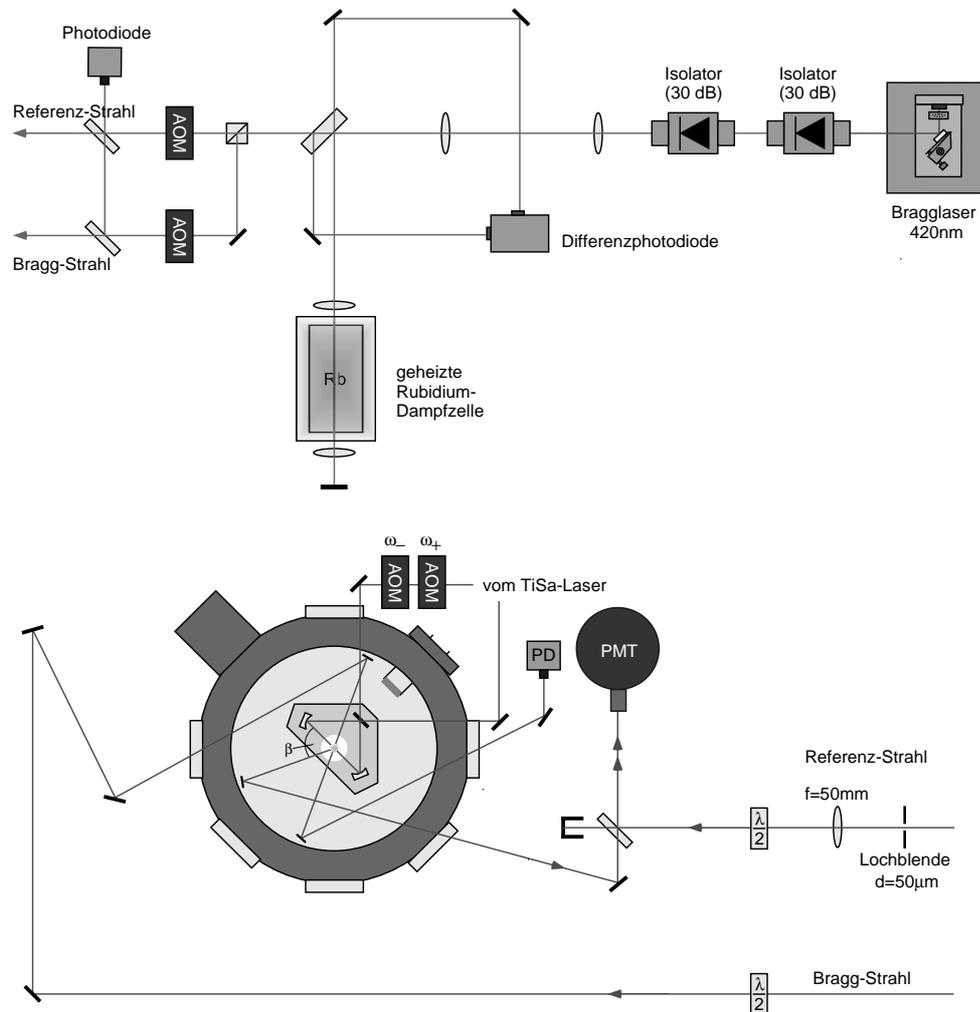


Abbildung 3.6: Aufbau zur Bragg-Spektroskopie am atomaren Gitter im Ringresonator: Im oberen Teil ist der Bragg-Laser und die Aufspaltung in Bragg- und Referenz-Strahl dargestellt. Der untere Teil zeigt die Vakuumkammer mit Ringresonator, außerdem Photodiode (PD) und Photomultiplier (PMT), die zur Detektion von transmittierter und reflektierter Leistung des Bragg-Lasers verwendet werden.

sonatormode entspricht, kann dann mit einer Längenmessung bestimmt werden. Dazu werden die Abstände zwischen den Reflexen der Laser in gegebener Entfernung und dem Justage-Spiegel ausgemessen. Weicht der gemessene Winkel vom Sollwert ab, so wird der zu justierende Spiegel in der Vakuumkammer nachgestellt und die Längenmessung wiederholt. Die so erreichte Genauigkeit der Winkeljustage liegt bei etwa einem halben Grad.

# Kapitel 4

## Laserschwelle des CARL

Im Jahr 1994 entwickelten Bonifacio et al. [8, 9] ein Modell für eine neuartige Laserquelle, den kollektiven atomaren Rückstoß-Laser (CARL). Das Grundprinzip dieses Lasers basiert auf der kohärenten Umstreuung von Licht durch Atome aus einem starken Pumpplaser in ein schwaches Lichtfeld, das im Folgenden auch als Probfeld bezeichnet wird. Die Ausbreitungsrichtungen von Pump- und Probfeld sind dabei einander entgegengerichtet, und die Atome können als klassische Oszillatoren gesehen werden, die aufgrund der Rayleigh-Streuung Licht emittieren. Im ursprünglichen Konzept bewegen die Atome sich mit hoher Geschwindigkeit entgegen der Ausbreitungsrichtung des Pumpfeldes. Dabei bewirkt die Streuung von Licht durch die Atome eine Verstärkung des Probfelds zu Lasten des Pumpfelds. Die Frequenz des gestreuten Lichts ist aufgrund des Dopplereffekts verschoben. Dabei kann die Frequenzverschiebung sehr groß werden, wenn man relativistische Geschwindigkeiten für die Atome annimmt. Das verstärkte blauverstimmte Probfeld ist somit das Laserlicht des CARL, dessen Frequenz durch die Frequenz des Pumpfelds und die Geschwindigkeit der Atome gewählt werden kann. Neben der Dynamik der Lichtfelder ist die Dynamik der atomaren Bewegung für den CARL entscheidend. Während des CARL-Prozesses findet eine gegenseitige Wechselwirkung zwischen den Lichtfeldern und der Bewegung der Atome statt. Das Atom erfährt beim Streuprozess einen Rückstoß, der zu einer Impulsänderung des Atoms führt, gleichzeitig wird aber auch durch den Streuprozess die Intensität der beiden Felder verändert. Wächst nun die Intensität im Probfeld, so ergibt sich für das resultierende Lichtfeld aus Pump- und Probfeld eine Stehwelle, die sich aufgrund der Frequenzverschiebung mit der Geschwindigkeit der Atome bewegt. Die Lichtkräfte dieses Stehwellenfeldes beeinflussen die atomare Dynamik und bewirken eine periodische Anordnung der Atome auf der Skala einer halben Wellenlänge. Aus dieser Anordnung resultiert eine effizientere Umstreuung des Pumplichts in das Probfeld durch die Atome. Für eine periodisch angeordnete atomare Verteilung kommt es zur konstruktiven Interferenz der von den einzelnen Atomen gestreuten Lichtfelder, wie es aus der Bragg-Streuung bekannt ist. Folglich führt ein Anwachsen der Leistung im Probfeld zu einer stärkeren periodischen Lokalisierung der Atome und umgekehrt. Die gegenseitige Wechselwirkung zwischen der Dynamik der Atome und der beiden Lichtmoden führt so zu einem sich selbst verstärkenden Wachstum der atomaren Ordnung und der Lichtleistung im Probfeld (CARL-Leistung). Dieser sich selbst verstärkende und sich selbst organisierende Prozess ist das entscheidende Charakteristikum des CARL.

Im Jahr 2003 gelang erstmals der eindeutige experimentelle Nachweis für das Grundprinzip des CARL [22, 23]. Dafür wurde das sich selbst verstärkende Wachstum der CARL-Leistung nachgewiesen und die atomare Schwerpunktsbewegung untersucht. Bei diesen

Experimenten wird jedoch im Gegensatz zum ursprünglichen Konzept kein Atomstrahl verwendet, sondern eine kalte Atomwolke, die im Lichtfeld eines einseitig gepumpten Ringresonators gefangen ist. Dabei sind die Atome gleichzeitig einer optischen Melasse ausgesetzt, die als Reibungskraft auf die Atome wirkt und dadurch den CARL-Prozess stabilisiert. In Abbildung 4.1 ist das Experiment schematisch dargestellt. Der CARL-Prozess führt in diesem System dazu, dass sich ein Lichtfeld in der ungepumpten Mode aufbaut, welches rotverstimmt zum Pumpfeld ist. Die Atome ordnen sich dabei in einem Dichtegitter an und bewegen sich mit der optischen Stehwelle. Insofern spielt sich hier der CARL-Prozess verglichen mit dem oben beschriebenen Prozess in umgekehrter Weise ab. Die wichtigsten Charakteristika des CARL, wie das sich selbst verstärkende Wachstum der Leistung im Probfeld und die Selbstorganisation des Dichtegitters, sind aber auch hier gegeben. Die Experimente zeigen, dass der CARL ein Schwellenverhalten besitzt, d.h. der CARL-Prozess kann nur innerhalb bestimmter Parameterwerte stattfinden [71]. Die Laserschwelle des CARL soll in diesem Kapitel untersucht und in Abhängigkeit experimenteller Parameter bestimmt werden.

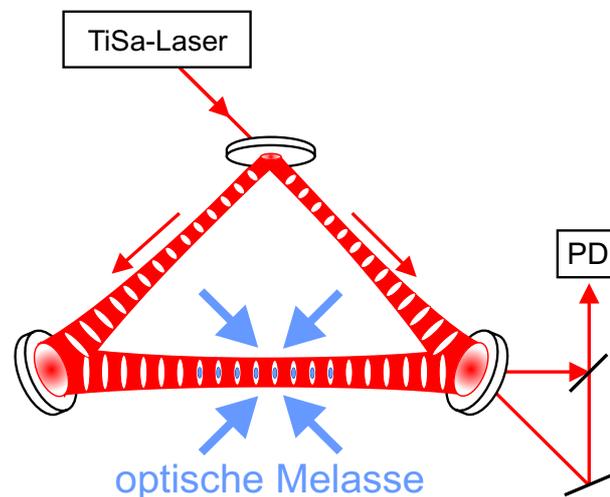


Abbildung 4.1: Die Abbildung stellt schematisch die Experimente zur Messung der Laserschwelle des CARL dar.

## 4.1 Messungen

Für alle Messungen zur Laserschwelle des CARL wird Licht in nur eine Umlaufrichtung des Ringresonators gepumpt ( $P_+ \sim 10$  W), wie es in Abbildung 4.1 schematisch dargestellt ist. Nach dem Umladen der Atome aus der magneto-optischen Falle in die Dipolfalle beginnt der entscheidende Teil des Experiments, indem die optische Melasse eingeschaltet wird. Für die optische Melasse werden die sechs Laserstrahlen der magneto-optischen Falle verwendet, und die Laserfrequenz des Kühllasers wird 50 MHz gegenüber dem Kühlübergang  $5S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 4$  rotverstimmt. Kurz nach dem Einschalten der Melasse werden Oszillationen auf dem Interferenzsignal der beiden durch einen Hochreflektor transmittierten Moden beobachtet. Der Teil (a) der Abbildung 4.2 zeigt einen kurzen

Ausschnitt einer solchen Messung, deren Schwingungen bis zu 100 ms andauern können. Die Oszillationen beruhen auf einer Schwebung der im Resonator gegensinnig umlaufenden Lichtfelder. Mit dem Einschalten der Melasse baut sich ein schwaches Lichtfeld in der ungepumpten Mode auf ( $P_- \sim 1 \text{ mW}$ ), das eine geringe Frequenzverschiebung  $\Delta\omega$  zur Frequenz in der gepumpten Mode aufweist. Um die Frequenzverschiebung nachzuweisen, werden die durch einen Resonatorspiegel transmittierten Lichtfelder  $E_{\pm}^{trans} = tE_{\pm}$  überlagert und mit einer Photodiode nachgewiesen (siehe auch Abbildung 4.1). Hierbei beträgt die Transmission des verwendeten Hochreflektor-Spiegels  $T = t^2 = 2 \text{ ppm}$ . Aus dem Interferenzsignal der beiden transmittierten Lichtfelder kann dann bei entsprechender Eichung der Photodiode die Leistung im Resonator

$$P_{beat} = \hbar\omega\Delta_{FSR}|\alpha_+ + \alpha_-|^2 = P_+ + P_- + 2\sqrt{P_+P_-}\cos(\Delta\omega t) \quad (4.1)$$

bestimmt werden, wobei  $\alpha_{\pm}$  für die in Kapitel 2.2 eingeführten Amplituden der Resonatormoden stehen. Mit Hilfe des Interferenzsignals lässt sich so zum einen die Frequenzdifferenz  $\Delta\omega$  der beiden Lichtfelder, die CARL-Frequenz, messen, zum anderen ist es so möglich, aus dem Kontrast des Schwebungssignals  $\Delta P = 4\sqrt{P_+P_-}$  die Leistung in der ungepumpten Mode

$$P_- = \frac{\Delta P^2}{16P_+} \quad (4.2)$$

zu bestimmen, die auch als CARL-Leistung bezeichnet werden kann. Die Messung der Leistung  $P_-$  über diesen Umweg ist besonders hilfreich, da die im Resonator befindliche Leistung in der ungepumpten Mode  $P_- \sim 1 \text{ mW}$  relativ gering ist. Folglich beträgt die durch den Hochreflektor transmittierte Leistung nur  $P_-^{trans} = TP_- = 2 \text{ nW}$ . Mit Hilfe dieses Heterodyne-Verfahrens kann so aus dem Schwebungssignal zwischen einem starken und einem schwachen Feld das Messsignal für die Amplitude des schwachen Feldes wesentlich vergrößert werden.

Das Entstehen des Schwebungssignals kann im Sinne des in Kapitel 2.2 und in [49] erläuterten Modells des kollektiven atomaren Rückstoß-Lasers inklusive Reibung verstanden werden. Das von den Atomen aus der gepumpten in die ungepumpte Mode umgestreute Licht bewirkt eine Anordnung der Atome in dem periodischen Potenzial der Stehwelle. In einem sich selbst verstärkenden Prozess führt das Wachsen der atomaren Ordnung so lange zu einem Anwachsen der Leistung in der ungepumpten Mode, bis das Wachstum durch inhärente Verluste ausgeglichen wird. Der Impulsübertrag des Lichts auf die Atome beim Streuprozess resultiert in einer Schwerpunktsbewegung der atomaren Wolke. Das an den bewegten Atomen gestreute Licht erfährt aufgrund des Doppler-Effekts eine Frequenzverschiebung. Dies führt zu einer Frequenzdifferenz für die beiden Lichtmoden im Resonator, welche dann als Oszillationsfrequenz im Schwebungssignal detektiert wird. Die durch die optische Melasse eingeführte Reibungskraft auf die Atome ist entscheidend dafür, dass der CARL-Prozess in dem hier experimentell zugänglichen Parameterbereich ablaufen kann. Ohne die Reibungskraft der Melasse müsste die Temperatur der Atome wesentlich kleiner oder aber die Kopplungsstärke zwischen den beiden Moden  $NU_0$  wesentlich größer sein, damit der CARL-Prozess starten kann [23]. Bei einer niedrigeren Temperatur ist die diffusive Bewegung der Atome kleiner, so dass sich leichter ein Dichtegitter durch den CARL-Prozess aufbauen kann. Im Falle einer größeren Atomzahl  $N$  oder einer größeren Lichtverschiebung  $U_0$  erhöht sich die Kopplungsstärke zwischen den beiden Moden, und die Atome können so mehr Licht aus dem Pumpfeld in die ungepumpte Mode streuen, so dass wiederum der CARL-Prozess initiiert wird. Außerdem ist die Melasse für die Stabilisierung des CARL und dessen kontinuierlichen Betrieb verantwortlich. Ohne eine

solche Reibungskraft, der die Atome ausgesetzt sind, kann der CARL-Prozess nur ein kurzlebiges Phänomen sein, da die Atome durch den CARL-Prozess immer weiter beschleunigt würden, was dann zu relativ hohen Geschwindigkeiten für die Atome führen würde. Durch den Doppler-Effekt ist aber die Geschwindigkeit der Atome mit der Frequenzdifferenz zwischen der gepumpten und der ungepumpten Mode  $\Delta\omega$  verknüpft. Ist die mittlere Geschwindigkeit der Atome groß genug, dann ist die Frequenzdifferenz größer als die Linienbreite des Resonators ( $\Delta\omega \gg \kappa$ ). Da das Pumplichtfeld auf den Resonator stabilisiert ist, erfüllt die Frequenz des Lichtfelds in der ungepumpten Mode nicht mehr die Resonanzbedingung des Resonators. Die Leistung in der ungepumpten Mode nimmt folglich für größere Frequenzverschiebungen  $\Delta\omega$  bzw. für größere Geschwindigkeiten der Atome immer stärker ab. Daraus folgt, dass das Lichtfeld in der ungepumpten Mode nach kurzer Zeit zusammenbricht, wenn es keine Reibungskraft gibt, die der Beschleunigung der Atome durch den CARL-Prozess entgegenwirkt.

Bei den in dieser Arbeit durchgeführten Experimenten beträgt die Linienbreite des Resonators  $\kappa/2\pi = 25$  kHz, und die gemessene Schwebungsfrequenz  $\Delta\omega$  der beiden Lichtfelder kann für unterschiedliche Werte der experimentellen Parameter zwischen 100 kHz und 500 kHz liegen. Somit ist das Lichtfeld in der ungepumpten Mode durch die Resonanzbedingung des Resonators schon bedeutend unterdrückt. Wie bereits in Kapitel 2.2.3 erwähnt, wird dieser Fall auch als „good cavity limit“ bezeichnet.

Mit Hilfe der in Kapitel 2.2 eingeführten Gleichungen 2.44 und 2.45 kann der CARL-Prozess inklusive optischer Melasse numerisch simuliert werden. Der Teil (b) der Abbildung 4.2 zeigt das berechnete Interferenzsignal für die ersten  $150 \mu\text{s}$ . Es ist ein kurzes Einschwingverhalten zu erkennen, nach welchem das Schwebungssignal mit konstanter Frequenz und Amplitude oszilliert.

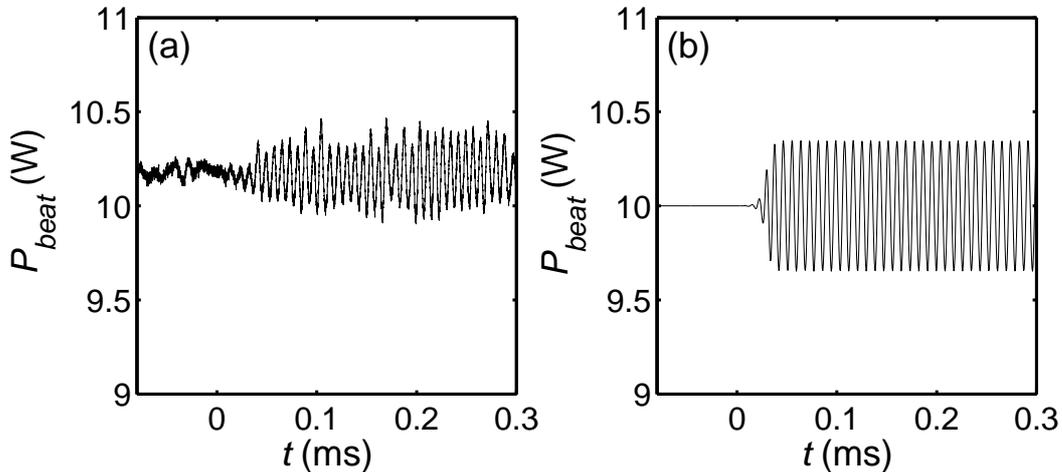


Abbildung 4.2: Teil (a) der Abbildung zeigt das Schwebungssignal der beiden transmittierten Moden. Es treten kurz nach dem Einschalten der Melasse bei  $t = 0$  deutliche Oszillationen mit konstanter Frequenz auf. In Teil (b) ist zum Vergleich das berechnete Interferenzsignal dargestellt, das man erhält, wenn man die numerische Simulation der Gleichungen 2.44 und 2.45 durchführt. Die für die Simulation verwendeten Parameterwerte lauten:  $\kappa/2\pi = 25$  kHz,  $\Delta_a/2\pi = -1,6$  THz,  $N = 10^6$ ,  $\gamma_{fr} = 2\kappa$  und  $T = 20 \mu\text{K}$ .

Die Interpretation der Messungen als kollektiver atomarer Rückstoß-Laser wirft die Frage nach der Schwelle dieses neuartigen Lasers auf. Zur Untersuchung der Laserschwelle des CARL wird die Pumpleistung  $P_+$  im Resonator mit Hilfe eines akusto-optischen Modulators (AOM) im Strahlengang des Titan-Saphir-Lasers variiert. Dabei wird das Experiment mit einer konstanten Pumpleistung deutlich über der Schwelle begonnen, um dann etwa 2 ms nach dem Einschalten der Melasse die Pumpleistung herunter- und wieder hochzufahren. Die Pumpleistung  $P_+$  unterschreitet dabei die Laserschwelle  $P_{+,thr}$ , so dass die Oszillationen auf dem Schwebungssignal absterben, welche jedoch beim späteren Überschreiten der Laserschwelle wieder aufleben.

Abbildung 4.3 demonstriert exemplarisch eine Messung zum Schwellenverhalten des CARL. Dabei wurde die Pumpleistung im Resonator  $P_+$  innerhalb von 10 ms von 15 W auf 3 W herunter- und wieder hochgefahren. Teil (a) der Abbildung zeigt das Frequenzspektrum des Schwebungssignals als Funktion der Zeit. Dafür wurde das Schwebungssignal in kurze aufeinanderfolgende Abschnitte ( $\Delta t = 0,2$  ms) unterteilt, die jeweils fouriertransformiert wurden. Zu Beginn der Messung bei konstanter Pumpleistung zeigt das Frequenzspektrum ein ausgeprägtes Maximum bei 150 kHz. Wird die Pumpleistung jedoch reduziert, so sinkt die Frequenz und die Höhe des Maximums so lange, bis kein Signal mehr zu erkennen ist. Beim Hochfahren der Pumpleistung zeigt sich genau das umgekehrte Verhalten. Der Verlauf der Pumpleistung wird in der Abbildung durch die gepunktete Linie gekennzeichnet. Teil (b) und (c) der Abbildung zeigen die Abhängigkeit der CARL-Frequenz  $\Delta\omega$  bzw. der Leistung in der ungepumpten Mode  $P_-$  als Funktion der Pumpleistung  $P_+$ . Die experimentellen Daten ( $\circ$  bzw.  $+$ ) wurden aus der schon in Teil (a) der Abbildung gezeigten Messung gewonnen, indem für jedes Fourierspektrum die Lage und Höhe des Maximums bestimmt wurde. Der Ort des Maximums ist die CARL-Frequenz  $\Delta\omega$ . Die Höhe des Maximums ergibt ein Maß für den Kontrast  $\Delta P$  der im Resonator befindlichen Leistung, aus dem sich dann nach Gleichung 4.2 die Leistung in der ungepumpten Mode  $P_- = \Delta P^2 / (16P_+)$  ergibt. Die in Teil (c) gezeigte simulierte Kurve der CARL-Leistung  $P_-$  wurde mit einem konstanten Faktor von  $1/4$  multipliziert, um zu zeigen, dass deren Verlauf mit den Messwerten übereinstimmt. Die Ursachen für die Abweichung zwischen den theoretischen und den experimentellen Werten liegen vermutlich im verwendeten eindimensionalen Modell und in den nur ungenauen Messwerten für die Atomzahl. Im anschließenden Kapitel soll darauf noch genauer eingegangen werden. Teil (d) der Abbildung zeigt den berechneten Verlauf des Betrags des Ordnungsparameters  $|b|$  als Funktion der Pumpleistung  $P_+$ .

Die theoretischen Kurven (durchgezogene Linien) in den Abbildungen (b), (c) und (d) wurden nach den in Kapitel 2.2 eingeführten Gleichungen 2.44 und 2.45 numerisch berechnet. Hierfür wurde die zeitliche Entwicklung des Systems für eine Zeitdauer von 2 ms simuliert, in der die Pumpleistung am Anfang für  $300 \mu\text{s}$  konstant 15 W beträgt und dann linear auf 3 W abgesenkt wird. Die Schrittweite für die numerische Integration beträgt 5 ns. Dabei wurden die Fourierkomponenten der atomaren Dichteverteilung bis zur Ordnung  $n = 7$  berücksichtigt.

Außerdem fließt in die theoretische Berechnung ein, dass das Rubidium-Atom kein Zwei-Niveau-System darstellt und folglich die Übergänge der  $D_1$ - und der  $D_2$ -Linie (795 und 780 nm) berücksichtigt werden müssen. Daraus ergibt sich für die Ein-Photon-Lichtverschiebung  $U_0$  die korrekte Beziehung (siehe auch Gleichung 2.16 und 2.18) [36]:

$$U_0 = \frac{g^2}{3} \left( \frac{1}{\Delta_1} + \frac{2}{\Delta_2} \right), \quad (4.3)$$

wobei  $\Delta_1$  und  $\Delta_2$  die Verstimmung des Fallenlasers von der  $D_1$  bzw.  $D_2$ -Linie darstellt. Im Folgenden wird die Bezeichnung  $\Delta_a$  als Symbol für die Verstimmung gegenüber der  $D_1$ -Linie  $\Delta_a = \Delta_1$  weitergeführt.

Aus Abbildung 4.3 wird eine deutliche Abhängigkeit der CARL-Frequenz und der CARL-Leistung  $P_-$  von der Pumpleistung sichtbar. Entscheidend ist die Tatsache, dass es eine minimale Pumpleistung  $P_{+,thr}$  bei ungefähr 4 W gibt, unterhalb der der CARL-Prozess nicht stabil ist und sich kein Licht in der ungepumpten Mode befindet. Diese minimale Pumpleistung, die für einen kontinuierlichen CARL-Betrieb benötigt wird, ist die Laserschwelle des CARL.

Um die Laserschwelle  $P_{+,thr}$  des CARL zu charakterisieren, wurden Messungen mit unterschiedlicher Atomzahl  $N$  und Verstimmung zur atomaren Resonanz  $\Delta_a$  durchgeführt. Jede Messung wurde, wie in Abbildung 4.3 gezeigt, analysiert, wodurch die minimale Pumpleistung  $P_{+,thr}$  und die minimale CARL-Frequenz  $\Delta\omega_{thr}$  bestimmt werden konnten. Abbildung 4.4 stellt diese Messungen zusammenfassend dar. Die Teile (a) und (b) der Abbildung stellen die Pumpschwelle  $P_{+,thr}$  zum einen als Funktion der Verstimmung  $\Delta_a$ , zum anderen als Funktion der Atomzahl  $N$  dar. Die in den Abbildungen gezeigten Messpunkte entstammen dem gleichen Datensatz und wurden für die Darstellung jeweils auf eine einheitliche Atomzahl  $N = 10^6$  (Teil (a)) oder auf eine einheitliche Verstimmung  $\Delta_a/2\pi = -1,5$  THz (Teil (b)) normiert. Die dargestellten theoretischen Kurven wurden mit der schon in Kapitel 2.2 eingeführten Gleichung 2.55 berechnet:

$$P_{+,thr} = \hbar\omega\Delta_{FSR} \left( \frac{\kappa}{\gamma_{fr}} \right)^{1/2} \frac{\sigma^3}{4\epsilon NU_0^2}, \quad (4.4)$$

wobei für die Temperatur  $T = 30 \mu\text{K}$  und für den Reibungskoeffizienten  $\gamma_{fr} = 4\kappa$  angenommen wurden. Diese beiden Werte für die Parameter wurden an die Daten angepasst, um eine möglichst gute Übereinstimmung mit den Messwerten zu erzielen. In Teil (c) der Abbildung ist die CARL-Frequenz unmittelbar an der Laserschwelle  $\Delta\omega_{thr}$  als Funktion der Verstimmung  $\Delta_a$  dargestellt. Der theoretisch erwartete Wert für die CARL-Frequenz wurde nach Gleichung 2.56 zu

$$\Delta\omega_{thr} = \left( \frac{\kappa}{\gamma_{fr}} \right)^{1/2} \sigma \quad (4.5)$$

berechnet und ist unabhängig von der Atomzahl  $N$  und der Verstimmung  $\Delta_a$ . Teil (d) der Abbildung zeigt die Pumpschwelle  $P_{+,thr}$  als Funktion der Temperatur der Atome  $T$ . Für die angegebenen Messwerte wurde mit Hilfe der obigen Gleichung aus der CARL-Frequenz an der Schwelle  $\Delta\omega_{thr}$  die Temperatur  $T$  der Atome bestimmt:

$$T = \frac{m}{4k^2k_B} \frac{\gamma_{fr}}{\kappa} \Delta\omega_{thr}^2. \quad (4.6)$$

Die in der Abbildung 4.4 gezeigten Messdaten weisen eine starke Abhängigkeit der Pumpschwelle von den beiden Parametern Atomzahl  $N$  und Verstimmung  $\Delta_a$  auf. Mit größerer Verstimmung und kleinerer Atomzahl wird die Kopplungsstärke  $NU_0$  der beiden Moden verkleinert, und die Laserschwelle steigt folglich an. Der Vergleich mit den theoretisch berechneten Kurven ergibt eine gute Übereinstimmung für den funktionalen Verlauf und für den Betrag der Laserschwelle. Die Messung der CARL-Frequenz an der Schwelle lässt hingegen keine Abhängigkeit von der Verstimmung erkennen, genau wie es das theoretische

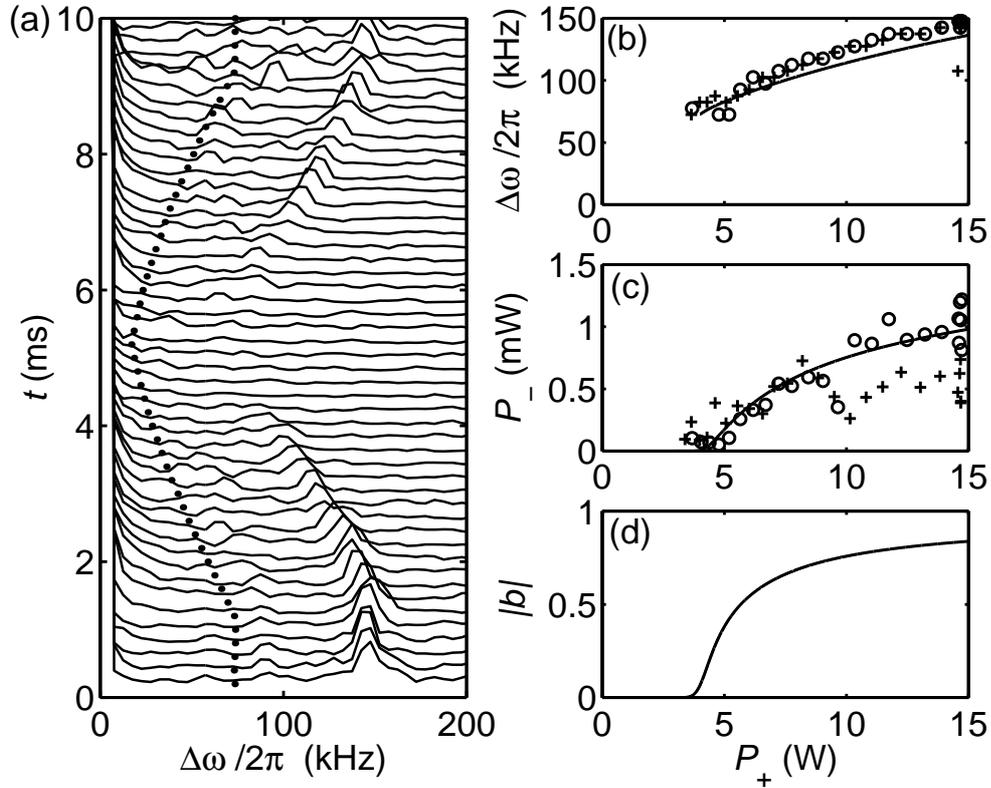


Abbildung 4.3: In Teil (a) der Abbildung ist das Frequenzspektrum des Schwingungssignals im zeitlichen Verlauf beim Herunter- und Hochfahren der Pumpleistung  $P_+$  dargestellt. Die gepunktete Linie deutet dabei den Verlauf der Pumpleistung an. Des Weiteren ist in den anderen Teilen der Abbildung die Abhängigkeit (b) der CARL-Frequenz  $\Delta\omega$ , (c) der Leistung in der ungepumpten Mode  $P_-$  und (d) des Betrags des Ordnungsparameters  $|b|$  von der Pumpleistung  $P_+$  gezeigt. Die Kreise ( $\circ$ ) bzw. Kreuze ( $+$ ) zeigen dabei den Teil der Messreihe von 0-5 ms bzw. 5-10 ms. Die experimentell bestimmten Parameter sind  $\kappa/2\pi = 25$  kHz,  $\Delta_a/2\pi = -1,7$  THz und  $N = 10^6$  Atome. Die in den Teilen (b), (c) und (d) gezeigten theoretischen Kurven basieren auf der numerischen Lösung der Gleichungen 2.44 und 2.45. Die dafür angenommenen zusätzlichen Parameter sind  $T = 20\mu\text{K}$  und  $\gamma_{fr} = 2\kappa$ . Die theoretische Kurve in Teil (c) wurde mit einem konstanten Faktor  $1/4$  multipliziert, damit deren Verlauf mit den experimentellen Daten übereinstimmt.

Modell erwarten lässt. Die Messdaten für die Laserschwelle und die CARL-Frequenz an der Schwelle zeigen zum Teil starke Schwankungen. Diese Messwerte wurden aus den Einzelmessungen, wie sie in Abbildung 4.3 zu sehen sind, abgelesen. Da jedoch auch in den Fourierspektren ein gewisses Rauschen zu erkennen ist, wird das genaue Ablesen der Laserschwelle  $P_{thr}$  (Teil (b) der Abbildung 4.3) und der CARL-Frequenz  $\Delta\omega_{thr}$  (Teil (a) der Abbildung 4.3) erschwert. Der gemessene Zusammenhang zwischen der Pumpschwelle und der Temperatur der Atome wird ebenfalls in seiner Größe von dem Modell bestätigt, jedoch ist hier in den Messdaten der theoretische Verlauf schwer zu überprüfen. Da die Temperatur der Atome aus der CARL-Frequenz an der Schwelle berechnet wurde, übertragen sich die Schwankungen der Frequenzmessung auf die Temperaturwerte.

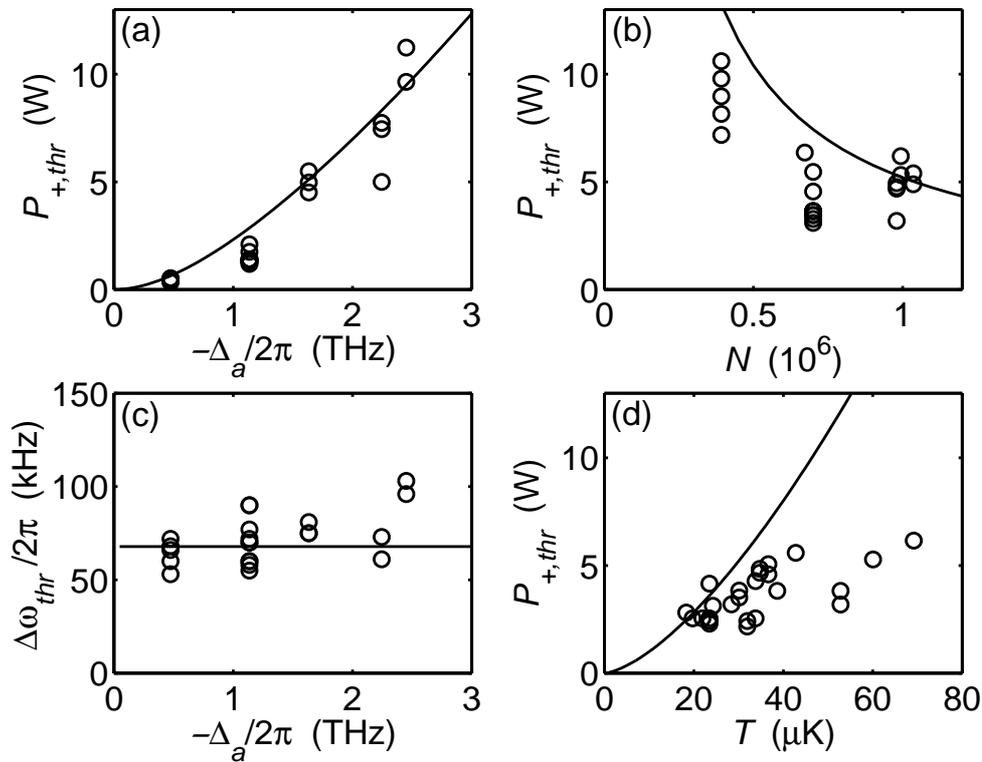


Abbildung 4.4: Die Abbildung fasst die Messungen zur Laserschwelle des CARL zusammen. Die Teile (a) und (b) zeigen die Pumpleistung an der Schwelle  $P_{+,thr}$  als Funktion der Verstimmung  $\Delta_a$  und der Atomzahl  $N$ . Die dargestellten Messwerte entstammen dem gleichen Datensatz, der zum einen auf eine einheitliche Atomzahl von  $N = 10^6$ , zum anderen auf eine einheitliche Verstimmung von  $\Delta_a = -1,4$  THz normiert wurde. Teil (c) zeigt die CARL-Frequenz an der Schwelle  $\Delta\omega_{thr}$  als Funktion der Verstimmung  $\Delta_a$ . In Teil (d) ist die Pumpschwelle  $P_{+,thr}$  als Funktion der Temperatur der Atome  $T$  abgebildet, welche sich aus der CARL-Frequenz an der Schwelle  $\Delta\omega_{thr}$  mittels Gleichung 4.6 berechnen lässt. Zur Berechnung der theoretischen Kurven wurden die Parameter  $\gamma_{fr} = 4\kappa$  und  $T = 30\ \mu\text{K}$  angenommen.

## 4.2 Diskussion

Die in Abbildung 4.3 vorgestellten Messungen zum kollektiven atomaren Rückstoß-Laser (CARL) zeigen eindeutig ein Schwellenverhalten. Liegt die Leistung des Pumpfeldes unterhalb eines gewissen Wertes, so ist kein Licht in der gegenläufigen Mode nachweisbar. Wie ein gewöhnlicher Laser emittiert der CARL erst dann kohärentes Licht, wenn die dem System zugeführte Energie die Verluste übertrifft. Die theoretisch berechnete Kurve für die CARL-Frequenz  $\Delta\omega$  als Funktion der Pumpleistung stimmt sowohl in ihrem Verlauf als auch dem Betrag nach gut mit den Messwerten überein, wenn man für die Parameter  $\gamma_{fr} = 2\kappa$  und  $T = 20\ \mu\text{K}$  annimmt. Beide Werte sind für dieses Experiment durchaus realistisch. Jedoch können die beiden Parameter nicht während des Experiments gemessen werden. Daher sind keine genauen experimentellen Werte für die beiden Parameter bekannt. Messungen an der magneto-optischen Falle zeigen, dass die Temperatur der Atome in der Melasse im Bereich von  $T \approx 25\ \mu\text{K}$  liegt. Dieser Temperaturwert wurde ebenfalls für eine Verstimmung des Kühllasers von 50 MHz bestimmt. Die so ermittelte Temperatur der Atome stimmt gut mit den für die Simulation verwendeten Werten überein. Allerdings sind die Atome bei der Temperaturmessung nicht dem zusätzlichen Einfluss der Dipolfalle ausgesetzt. Für den Reibungskoeffizient ist die Situation schwieriger, da hier keine experimentelle Abschätzung angegeben werden kann. Aus theoretischen Überlegungen folgt für den Reibungskoeffizienten ein Wert von der Größenordnung  $\gamma_{fr}^{th} \sim \hbar k^2/m = 2\pi \cdot 7\ \text{kHz}$  [47, 72]. Die für die Simulation verwendeten Werte von  $\gamma_{fr} = 2-4\kappa$  liegen ungefähr eine Größenordnung über dem theoretischen Wert, sie erscheinen aber nicht völlig ausgeschlossen. Für die anderen Parameter der Simulation ( $\kappa$ ,  $\Delta_a$ ,  $N$ ) wurden Werte benutzt, die durch experimentell unabhängige Messungen bestimmt wurden.

Bei der Theorie-Kurve zur Leistung in der gegenläufigen Mode  $P_-$  bestätigt sich ebenfalls der gemessene Verlauf, jedoch liegt die absolute vorhergesagte Leistung um einen Faktor 4 über der gemessenen. Die Abweichungen zwischen Theorie und Experiment können verschiedene Ursachen haben: Erstens ist die Messung der Atomzahl  $N$  mittels Absorptionsabbildung mit einem großem Fehler behaftet, der bis zu 50% betragen kann. Zweitens kann die Ursache in dem zugrunde liegenden theoretischen Modell (siehe Kapitel 2.2) liegen, welches das gesamte Problem auf eine räumliche Dimension beschränkt. Drittens stellt die Modellierung der Wirkung der optischen Melasse auf die Atome durch eine stochastische Kraft und eine geschwindigkeitsabhängige Reibungskraft eine starke Vereinfachung dar (siehe auch Kapitel 2.2.2). Die Kühlkräfte der optischen Melasse sind abhängig von der Verstimmung des Kühllasers bezüglich der atomaren Resonanzfrequenz, die bei den Experimenten 50 MHz beträgt. Die Resonanzfrequenz der Atome wird aber im Lichtfeld der Dipolfalle durch den dynamischen Stark-Effekt zusätzlich verschoben. Die Größe dieser Verschiebung ist von dem Potenzial am Ort des Atoms abhängig, so dass sich abhängig vom Aufenthaltsort des Atoms eine neue effektive Verstimmung des Kühllasers ergibt. Daraus folgt wiederum ein ortsabhängiger Reibungskoeffizient für die Kräfte der optischen Melasse.

Ein weiteres allgemeines Problem bei Experimenten mit einem Ringresonator stellt die „Spiegelrückstreuung“ dar <sup>1</sup>. Unter Spiegelrückstreuung ist die Tatsache zu verstehen, dass auch in einem Resonator ohne Atome die beiden gegenläufigen Lichtfelder miteinander gekoppelt sind. Durch die nicht perfekten Oberflächen der Resonatorspiegel wird Licht aus

<sup>1</sup>Für eine ausführliche Diskussion zur Problematik der Spiegelrückstreuung in dem hier untersuchten System sei ausdrücklich auf die Arbeit von D. Kruse verwiesen [23].

der einen Mode in die andere umgestreut. Dadurch befindet sich auch bei einem einseitig gepumpten leeren Ringresonator immer etwas Licht in der gegenläufigen Mode. Dieses Lichtfeld hat jedoch im Gegensatz zu dem vom CARL erzeugten Licht die gleiche Frequenz wie das Pumplicht. Durch die Spiegelrückstreuung ergibt sich somit für die Atome ein sehr schwach ausgeprägtes Stehwellenpotenzial, welches relativ zum Resonator ruht. Dieses Problem verkompliziert die Situation in zwei Punkten. Erstens sorgt bereits dieses zusätzliche Potenzial (auch ohne den CARL-Prozess) für eine geringfügige Modulation der atomaren Dichteverteilung. Dadurch könnte es zu einer erleichterten Startbedingung für den CARL-Prozess kommen, da die bereits vorhandene Dichtemodulation bewirkt, dass Licht an den Atomen aus dem Pumpfeld in die ungepumpte Mode umgestreut wird. Zweitens jedoch müssen die Atome, um den CARL-Prozess in Gang zu setzen, dieses ruhende Potenzial überwinden. Damit die Größe des Effekts abgeschätzt werden kann, muss die Spiegelrückstreuung mit der Kopplung der beiden Moden durch die Atome verglichen werden. Um quantitative Aussagen machen zu können, wird eine Streurrate  $\zeta$  eingeführt, die die Kopplung der beiden Moden aufgrund der Spiegelrückstreuung beinhaltet. Diese Streurrate  $\zeta$  kann in Gleichung 2.31 als ein zusätzlicher Term eingeführt werden:

$$\dot{\alpha}_- = -\kappa\alpha_- - iNU_0\alpha_+b + \zeta\alpha_+ . \quad (4.7)$$

Die Streurrate  $\zeta$  ist eine komplexe Konstante und bewirkt, dass sich abhängig von der Pumpleistung  $P_+$  ein ruhendes Stehwellenpotenzial im Resonator ausbildet. Bilden die Atome ein perfektes Gitter ( $|b| = 1$ ), so ist die Kopplung der beiden Moden durch die Atome maximal und ergibt nach der obigen Gleichung  $NU_0$ . Im vereinfachten Fall für  $|b| = 1$  gibt es einen kritischen Wert für die Spiegelrückstreuung, wenn gilt, dass  $|\zeta_c| = |NU_0|$ . Überschreitet die Spiegelrückstreuung diesen Wert kann der CARL-Prozess die Atome nicht mehr über das ruhende Stehwellenpotenzial transportieren. Unmittelbar am kritischen Punkt sind die Kräfte auf die Atome aufgrund des Stehwellen-Potenzials durch den CARL-Prozess und durch die Spiegelrückstreuung gleich groß [23]. An dieser Tatsache ändert auch eine Erhöhung der Pumpleistung  $P_+$  nichts, da beide Terme in Gleichung 4.7 in gleichem Maße von der Amplitude der Mode  $\alpha_+$  abhängig sind. Insofern kann die Spiegelrückstreuung kein Schwellenverhalten des CARL-Prozesses vortäuschen, wenn im Experiment die Pumpleistung variiert wird. (Anders wäre die Situation, wenn im Experiment die Parameter  $N$  oder  $U_0$  verändert würden.) Solange  $|\zeta| < |NU_0|$  gilt, kann der CARL-Prozess starten, auch wenn sein Verhalten durch das zusätzliche Stehwellen-Potenzial beeinflusst wird. Im allgemeinen Fall  $b \neq 1$ , also wenn die Atome nicht in einem perfekten Gitter angeordnet sind, ist die Situation jedoch komplizierter. Um das Verhalten des CARL unter dem Einfluss der Spiegelrückstreuung zu verstehen, wurden die gleichen Simulationen mit dem Fokker-Planck-Ansatz bei Verwendung eines realistischen Wertes für die Streurrate  $\zeta$  wiederholt. Die Streurrate der Spiegel kann experimentell relativ einfach bestimmt werden, indem die Schwankungen der Lichtleistung in den beiden Moden gemessen werden, wenn der Resonator beidseitig gepumpt wird. Aus den relativen Schwankungen kann eine Größe für die Streurrate der Spiegel von  $\zeta = 0,04\kappa$  berechnet werden [23]. Die Abbildung 4.5 zeigt die simulierten Kurven für die Leistung in der ungepumpten Mode  $P_-$  und die CARL-Frequenz  $\Delta\omega$  für den Fall einer vernachlässigbaren Spiegelrückstreuung  $\zeta = 0$  und für den realistischen Wert von  $\zeta = 0,04\kappa$ . Für die gezeigten Kurven wurde das simulierte Interferenzsignal  $P_{beat}$  der beiden Moden ausgewertet. Die Auswertung erfolgte nach dem gleichen Verfahren, wie es in Abbildung 4.3 für die Messdaten gezeigt wird. Für die Simulation wurden die Parameterwerte  $\kappa/2\pi = 25$  kHz,  $\Delta_a/2\pi = -1,7$  THz,  $N = 10^6$  Atome,  $T = 20\mu\text{K}$  und  $\gamma_{fr} = 2\kappa$  verwendet. Für die Kopplung der beiden Moden  $NU_0$  erhält man somit  $NU_0 = 0,1\kappa$ . Die Größe der Spiegelrückstreuung  $\zeta = 0,04\kappa$  ist folglich

vergleichbar mit der Kopplung der beiden Moden. Daher sind, wie auch aus Abbildung 4.5 ersichtlich, Auswirkungen auf die Laserschwelle des CARL zu erwarten. Im oberen Teil der Abbildung ist zu erkennen, dass die Spiegelrückstreuung die Entwicklung der CARL-Frequenz oberhalb der Schwelle beeinflusst. Die Spiegelrückstreuung sorgt dafür, dass die CARL-Frequenz nicht mehr so schnell als Funktion der Pumpleistung anwächst. Außerdem hat die Spiegelrückstreuung einen Einfluss auf die Laserschwelle des CARL. In dem hier betrachteten Fall erhöht sich die Laserschwelle um einen Wert von ca. 1 W. Die Spiegelrückstreuung hat folglich in dem hier untersuchten Parameterbereich bereits einen Einfluss auf das Schwellenverhalten des CARL.

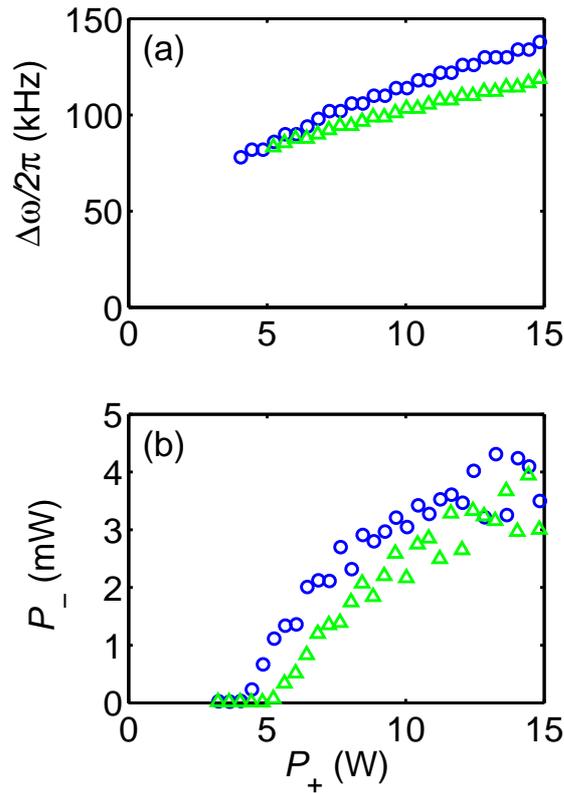


Abbildung 4.5: Die Abbildung stellt die Ergebnisse der Simulation zur Auswirkung der Spiegelrückstreuung auf die Laserschwelle des CARL dar. Dazu wurde eine Simulation nach dem Fokker-Planck-Ansatz durchgeführt und das so berechnete Interferenzsignal der beiden Moden  $P_{beat}$  ausgewertet (siehe auch Abbildung 4.3). Die gezeigten Simulationen entsprechen den Parameterwerten für die Spiegelrückstreuung von  $\zeta = 0$  ( $\circ$ ) und von  $\zeta = 0,04\kappa$  ( $\triangle$ ). Die sonstigen Parameterwerte sind  $\kappa/2\pi = 25 \text{ kHz}$ ,  $\Delta_a/2\pi = -1,7 \text{ THz}$ ,  $N = 10^6$  Atome,  $T = 20 \mu\text{K}$  und  $\gamma_{fr} = 2\kappa$ .

Zur vollständigen Charakterisierung des Schwellenverhaltens des CARL fehlt außerdem die direkte Messung des Ordnungsparameters  $b$ . In Abbildung 4.3 ist der theoretisch berechnete Verlauf als Funktion der Pumpleistung dargestellt. Die Bragg-Streuung stellt eine Möglichkeit dar, eine langreichweitige periodische Anordnung der Atome im optischen Git-

ter nachzuweisen. Die im nächsten Kapitel beschriebenen Messungen zur Bragg-Streuung am atomaren Gitter im Ringresonator wurden unter anderem motiviert durch die Aussicht, damit direkt die Selbstorganisation des CARL-Prozess nachweisen zu können.

### 4.3 CARL und Selbstorganisation

Der hier untersuchte kollektive atomare Rückstoß-Laser stellt einerseits eine neuartige Quelle für kohärentes Licht dar. Andererseits kann er auch in Analogie zu einer ganzen Reihe höchst unterschiedlicher in der Natur ablaufender sich selbst organisierender Prozesse gesehen werden. Oft handelt es sich dabei um Netzwerke gekoppelter Oszillatoren, die sich aufgrund der Kopplung untereinander selbst synchronisieren. Beispiele für solche komplexen Netzwerke reichen von der Medizin über die Biologie bis in die Physik: Zellen im Herz, die den Pulsschlag koordinieren, Glühwürmchen, die ihr Blinken synchronisieren, Zikaden welche unisono zirpen, Laser-Arrays, Josephson-Junctions [3, 4]. Im so genannten Kuramoto-Modell kann eine solche Synchronisation eines Ensembles gekoppelter Oszillatoren erklärt werden [5, 6]. In diesem Modell unterscheiden sich die Oszillatoren in ihren Resonanzfrequenzen und sind zudem einem stochastischen Rauschen ausgesetzt. Unter der Annahme einer schwachen globalen Kopplung zwischen den Oszillatoren ergeben sich für die Phasen  $\theta_i$  der  $N$  Oszillatoren folgende Differentialgleichungen [6]:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + Kr \sin(\psi - \theta_i) + \xi_i , \quad (4.8)$$

wobei  $\omega_i$  die Eigenfrequenzen der verschiedenen Oszillatoren,  $K$  die Kopplungskonstante,  $r$  der Ordnungsparameter,  $\psi$  die mittlere Phase des gesamten Ensembles und  $\xi_i$  die stochastischen Kräfte bezeichnen. Hierbei ergibt sich der Ordnungsparameter und die mittlere Phase aus der Summe über die einzelnen Oszillatoren:

$$re^{i\psi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j} . \quad (4.9)$$

Überschreitet die Kopplungskonstante  $K$  einen kritischen Wert  $K_c$ , so kommt es zur Synchronisation eines Teils der Oszillatoren. Durch den Kopplungsterm schwingen die Oszillatoren nicht mehr mit ihren Eigenfrequenzen, sondern passen sich gegenseitig an den Mittelwert aller Frequenzen an und synchronisieren dabei ihre Phasen. Der Anteil  $r$  der synchronisierten Oszillatoren an der Gesamtzahl wächst mit zunehmender Kopplungskonstante  $K$ . Der Prozess der Synchronisation erfasst zunächst bei kleinen Werten der Kopplungskonstanten  $K$  die Oszillatoren, deren Eigenfrequenzen  $\omega_i$  nahe dem Zentrum der Verteilung der  $\omega_i$  liegen. Für eine wachsende Kopplungskonstante  $K$  werden zunehmend Oszillatoren mit einer Eigenfrequenz aus den Randbereichen der Verteilung synchronisiert.

Für den in dieser Arbeit beschriebenen CARL-Prozess konnten ganz ähnliche Beobachtungen bzgl. des Ordnungsparameters und des Schwellenwerts der Kopplung gemacht werden. Es liegt daher nahe, auch nach einer formalen Analogie zwischen dem Kuramoto-Modell und dem CARL-System zu suchen [14, 73, 71]. Betrachtet man die Gleichungen 2.41 aus Kapitel 2.2 für die überdämpfte Bewegung der Atome und setzt in diese die Gleichung 2.46 für  $\alpha_-$  ein, so ergeben sich die Bewegungsgleichungen der Atome während des stationären CARL-Prozesses:

$$\dot{\theta}_n = K|b| \sin(\psi - \theta_n + \varphi) + \frac{\xi_n}{\gamma fr} \quad (4.10)$$

mit der Kopplungskonstanten  $K = -8\epsilon NU_0^2 \alpha_+^2 / (\gamma_{fr} \sqrt{\kappa^2 + \Delta\omega^2})$  und der Phase des Ordnungsparameters  $b = |b|e^{i\Delta\omega t} = |b|e^{i\psi}$ . Die Variable  $\varphi = \arctan(\kappa/\Delta\omega)$  kennzeichnet die schon in Kapitel 2.2 eingeführte Phasenverschiebung zwischen der atomaren Verteilung und der optischen Stehwelle. Die obige Gleichung lässt sich in folgender Form umschreiben:

$$\dot{\theta}_n = \frac{\langle \dot{\theta} \rangle}{|b|} \cos(\psi - \theta_n) + K'|b| \sin(\psi - \theta_n) + \frac{\xi_n}{\gamma_{fr}} \quad (4.11)$$

mit der Kopplungskonstanten  $K' = \Delta\omega K / \sqrt{\kappa^2 + \Delta\omega^2}$  und dem in Gleichung 2.47 eingeführten Ausdruck für die mittlere Geschwindigkeit  $\langle \dot{\theta} \rangle$  der Atome. In dieser Form wird die Analogie zur Gleichung für das Kuramoto-Modell noch besser deutlich. Der erste Term entspricht dabei der Verteilung der Oszillatorfrequenzen im Kuramoto-Modell und der zweite Term beschreibt die globale Kopplung zwischen den Oszillatoren.

In der Analogie kann die Position der Atome  $\theta$  beim CARL-Prozess der Phase der Oszillatoren im Kuramoto-Modell zugeordnet werden. Während des CARL-Prozesses synchronisieren die Atome ihre Geschwindigkeiten und Positionen zueinander. Der wesentliche Unterschied zwischen CARL und dem oben beschriebenen Kuramoto-Modell liegt darin, dass die Kopplungskonstante  $K(\Delta\omega)$  vom Ordnungsparameter  $b = |b|e^{i\Delta\omega t}$  abhängt und sich dynamisch während des Synchronisationsprozesses einstellt. Zudem entwickelt sich beim CARL-Prozess aus einer anfänglichen thermischen Geschwindigkeitsverteilung eine Schwerpunktsbewegung der Atome mit der mittleren Geschwindigkeit  $\langle \dot{\theta} \rangle$ . Dies steht im Gegensatz zum Kuramoto-Modell, bei dem die Verteilung der verschiedenen Frequenzen  $\omega_i$  der Oszillatoren vorgegeben ist und deren Mittelwert keines Falls verschwindet.

Der CARL-Prozess eignet sich als Modellsystem zur Untersuchung des Phänomens der Selbstsynchronisation, da die wechselwirkenden Oszillatoren, hier Rubidium-Atome, wirklich identisch sind, und die Kopplung der Atome über die Lichtwelle universell ist.

Um die besprochene Analogie fortzusetzen und einen weiteren Nachweis zu erbringen, dass es sich beim CARL um einen Prozess der Selbstorganisation handelt, ist es notwendig, den Ordnungsparameter direkt messen zu können. Bei vielen in der Natur ablaufenden Selbstorganisationsprozessen ist die Ordnung meist direkt sichtbar, so z.B. bei der Benard-schen Konvektion, bei geologischen Formationen oder auch bei den durch Wind erzeugten Wellen auf dem Wasser oder im Sand. Bei dem hier untersuchten CARL-Prozess müsste man, um die Ordnung direkt sichtbar zu machen, ein Auflösungsvermögen von weniger als  $\lambda/2 \approx 400 \text{ nm}$  erreichen. Dies erfordert eine aufwendige Optik mit entsprechender kurzweiliger Laserquelle für die Abbildung. Zudem müsste die Wellenlänge des Abbildungslasers auf eine atomare Resonanz abgestimmt werden, um einen genügend großen Streuquerschnitt zu erreichen. In dieser Arbeit wurde daher eine andere Variante zur Untersuchung geordneter Systeme verwendet, die aus der Festkörperphysik seit langem bekannte Bragg-Streuung. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche zur Bragg-Streuung im hier verwendeten System aus kalten Atomen im Potenzial der beiden Lichtfelder des Ringresonators werden im nächsten Kapitel vorgestellt.



# Kapitel 5

## Bragg-Streuung am atomaren Gitter

Im Jahr 1995 gelang es zum ersten Mal zwei Gruppen unabhängig voneinander, Bragg-Streuung an kalten Atomen in einem optischen Gitter nachzuweisen [31, 32]. Dazu wurden kalte Atome aus einer magneto-optischen Falle in ein dreidimensionales nahverstimmt optisches Gitter geladen. Die resonant-überhöhte Streuung eines Laserstrahls unter bestimmten scharf begrenzten Ein- und Ausfallswinkeln zeigte die charakteristischen Eigenschaften der Bragg-Streuung. Damit war die langreichweitige atomare Ordnung in einem optischen Gitter nachgewiesen.

In diesem Kapitel werden die Experimente zur Bragg-Streuung am atomaren Gitter im Ringresonator vorgestellt. Damit wird zum ersten Mal die Bragg-Streuung an einem ein-dimensionalen Gitter demonstriert. Hinzu kommt, dass bei den in dieser Arbeit präsentierten Experimenten der Laser, der das optische Gitter erzeugt, weit von der atomaren Resonanz verstimmt ist. Die Verstimmung des Fallenlasers von der atomaren Resonanz beträgt hier im Gegensatz zu den oben erwähnten Experimenten mit nahverstimmt optischen Gittern ( $\Delta_a \approx -10 \Gamma$ ) einige THz ( $\Delta_a \approx -10^5 \Gamma$ ). Dieser Unterschied erschwert in gewisser Hinsicht den Nachweis der Bragg-Streuung. Für ein leicht rotverstimmt Gitter bewirken die Lichtkräfte des Fallenlasers zugleich einen Kühlmechanismus, der dem Aufheizen der Atome durch den eingestrahlt Bragg-Laser entgegenwirkt. Bei dem in dieser Arbeit verwendeten fernverstimmt Fallenlaser sind die Lichtkräfte konservativ, und daher darf der Bragg-Laser nur für kurze Zeit mit sehr schwacher Intensität eingestrahlt werden, um Heizeffekte zu vermeiden.

Mit dem in dieser Arbeit durchgeführten Experiment wird erstmalig die bei der Rayleigh-Streuung auftretende Phasenverzögerung zwischen einfallendem und reflektiertem Licht nachgewiesen [53]. Des Weiteren wird mit Hilfe der Bragg-Streuung ein bewegtes Gitter beobachtet und dessen Geschwindigkeit gemessen. Die Messung der Bewegungsgeschwindigkeit des Gitter erfolgt dabei über die Frequenzverschiebung des gestreuten Lichtfelds aufgrund des Doppler-Effekts.

### 5.1 Nachweis der Bragg-Streuung

Zum Nachweis der Bragg-Streuung werden zunächst kalte Atome in der magneto-optischen Falle präpariert und dann in das Stehwellen-Potenzial des beidseitig gepumpten Ringresonators umgeladen. Kurze Zeit danach wird das atomare Gitter mit dem Bragg-Laser für eine Zeitdauer von 20 ms bestrahlt, während der die Laserfrequenz um ca. 600 MHz durchgestimmt wird und dabei die Übergänge  $5S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 2, 3, 4$  abfährt,

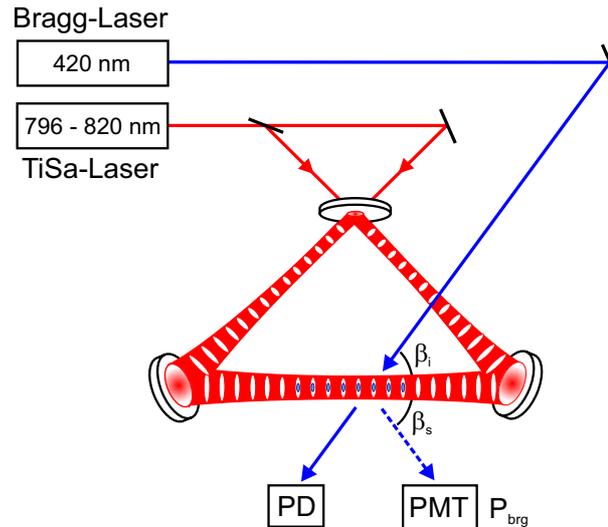


Abbildung 5.1: Die Abbildung stellt den Aufbau für die Experimente zur Bragg-Streuung schematisch dar. Die von den Atomen gestreute Leistung  $P_{brg}$  wird mit einem Photomultiplier (PMT) detektiert. Außerdem kann mit einer Photodiode (PD) die transmittierte Leistung gemessen werden.

die eine Linienbreite von  $\Gamma_{brg}/2\pi = 1,4$  MHz besitzen. Die Geschwindigkeit der Frequenzrampe darf dabei nicht zu langsam gewählt werden, da sich sonst die Atome durch die Absorption des Laserlichts aufheizen, was zu einer Veränderung der gemessenen Linienform führt. Das von den Atomen gestreute Licht wird innerhalb eines kleinen Raumwinkels von einem Photomultiplier (Hamamatsu, R636 und 1P28) detektiert, welcher typischerweise in einem Abstand von etwa 50 cm zur atomaren Wolke aufgestellt ist. Der Bragg-Laser hat am Ort der Atome einen Strahlradius  $w_{brg}$  von ca.  $600 \mu\text{m}$  und eine Leistung von  $2 \mu\text{W}$ , woraus sich eine maximale Intensität in der Strahlmitte von  $\hat{I} = 2P/\pi w_{brg}^2 = 3,5 \text{ W/m}^2$  ergibt. Diese ist aber deutlich geringer als die Sättigungsintensität  $I_s = 25 \text{ W/m}^2$ , so dass eine Sättigung des atomaren Übergangs durch den Bragg-Laser vernachlässigt und somit das Lorentz-Modell zur Beschreibung des Streuprozesses verwendet werden kann. Zeitgleich mit dem Bragg-Laser wird auch der Rückpumlaser, der auf den Übergang  $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F = 3$  stabilisiert ist, eingeschaltet, um dem optischen Pumpen durch den Bragg-Laser entgegenzuwirken. Die Atome, die durch den Bragg-Laser in den unteren Hyperfein-Grundzustand  $5S_{1/2}, F = 2$  gepumpt werden, werden durch den Rückpumlaser wieder in den oberen Hyperfein-Grundzustand  $5S_{1/2}, F = 3$  zurückgepumpt. Ist der Rückpumlaser nicht eingeschaltet oder dessen Intensität zu schwach, so kommt es zu einer Veränderung der gemessenen Linienform durch die zunehmende Entleerung des oberen Hyperfein-Grundzustands, wenn der Bragg-Laser über die atomare Resonanz gefahren wird. Während des gesamten Experiments ist der Titan-Saphir-Laser, der das optische Gitter erzeugt, eingeschaltet. Dies bedeutet, dass die Atome während der Messung zur Bragg-Streuung gleichzeitig noch aufgrund des dynamischen Stark-Effekts durch den Fallenlaser beeinflusst werden.

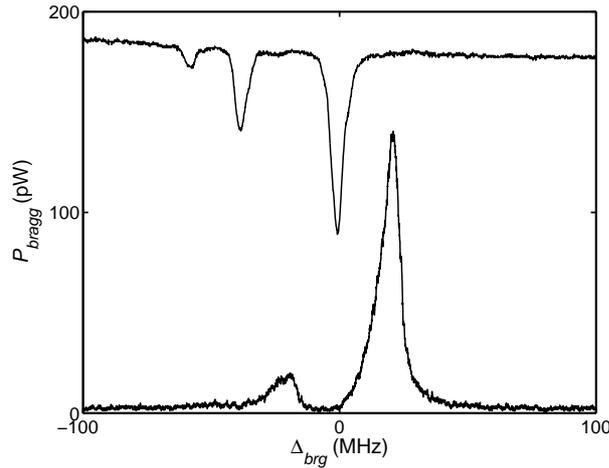


Abbildung 5.2: Die Abbildung zeigt eine typische Messung zur Bragg-Streuung, bei der die Frequenz des Bragg-Lasers über die drei Übergänge  $5S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 2, 3, 4$  gestimmt wird. Die untere Messkurve zeigt die Leistung des an den Atomen gestreuten Bragg-Signals als Funktion der Verstimmung  $\Delta_{brg}$  des Bragg-Lasers von dem  $5S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 4$  Übergang. Die Verschiebung und die Asymmetrie des Bragg-Signals lässt sich durch den dynamischen Stark-Effekt und die thermische Verteilung der Atome in der Falle erklären [67]. Zum Vergleich zeigt die obere Kurve ein an den Atomen in der magneto-optischen Falle aufgenommenes Absorptionsspektrum (in willkürlichen Einheiten).

Prinzipiell ist es auch möglich, die Messungen zur Bragg-Streuung dann durchzuführen, wenn kurze Zeit zuvor das optische Gitter ausgeschaltet wurde [32]. Dies hat den Vorteil, dass die Atome dann nicht mehr dem Einfluss des dynamischen Stark-Effekts unterliegen. Solche Messungen müssen in einer sehr kurzen Zeitspanne nach dem Ausschalten des optischen Gitters stattfinden, da aufgrund der relativ hohen Temperatur der Atome von  $T \approx 100 \mu\text{K}$  das atomare Dichtegitter sehr schnell zerfällt. Die Zeitskala dieses Zerfalls kann über den Abstand der einzelnen Gitterplätze  $\lambda_{dip}/2 \approx 400 \text{ nm}$  und die Geschwindigkeit eines Atoms  $v = \sqrt{2k_B T/m} = 0,14 \text{ m/s}$  abgeschätzt werden. Das atomare Dichtegitter verschmiert also aufgrund der thermischen Bewegung seiner Atome bereits  $\tau = \lambda_{dip}/2v = 3 \mu\text{s}$  nach dem Ausschalten der Fallenlaser. Die Situation ist in diesem Experiment zusätzlich komplizierter, da das Fallenpotenzial von den Lichtmoden eines Hochfinesse Ringresonators gebildet wird. Somit kann das optische Gitter gar nicht ohne weiteres schneller abgeschaltet werden, als es die Lebensdauer des Lichts im Resonator erlaubt<sup>1</sup>. Diese Lebensdauer ist durch die hohe Finesse des Resonators gegeben und beträgt ungefähr  $3 \mu\text{s}$  bei einer Finesse von  $\mathcal{F} = 70\,000$ .

Das Messverfahren zur Bragg-Streuung, bei dem das optische Gitter vor der Messung abgeschaltet werden soll, beinhaltet folglich einige technische Herausforderungen. Dage-

<sup>1</sup>Es gibt dennoch eine Möglichkeit, das Lichtfeld in einem Hochfinesse Resonator sehr schnell auszuschalten. Dazu erhöht man die Leistung des Fallenlasers kurzfristig sehr stark und dreht gleichzeitig die Phase des eingekoppelten Lichts um  $\pi$ . So erreicht man, dass das von außen eingekoppelte Feld mit dem im Resonator befindlichen Lichtfeld destruktiv interferiert und dadurch schneller zerfällt als es der Linienbreite des Resonators entspricht.

gen bietet die in dieser Arbeit verfolgte Methode, bei der der Fallenlaser während der Messung angeschaltet ist, einige Vorteile. So kann die Frequenzrampe des Bragg-Lasers über die atomaren Resonanzen innerhalb von einem Messzyklus durchgefahren werden. Das wichtigste Argument bezieht sich jedoch direkt auf den Einschluss der Atome durch das Potenzial. Solange die Atome in dem Potenzial stark eingeschlossen sind, weist das von den Atomen emittierte Licht durch den Lamb-Dicke-Effekt eine schmale Linienbreite auf (siehe auch Kapitel 2.3.2). Ist das Fallenpotenzial jedoch ausgeschaltet, so kommt es aufgrund der freien thermischen Bewegung zu einer inhomogenen Verbreiterung des Frequenzspektrums. Die Messungen in Kapitel 5.2 und 5.3, bei denen die Phase des von den Atomen gestreuten Lichts detektiert wird, wären somit gar nicht möglich. Aus diesen Gründen wurde in dieser Arbeit das Messverfahren benutzt, bei dem während der Messung der Fallenlaser stets eingeschaltet ist.

Die Abbildung 5.2 zeigt eine Messung der von den Atomen gestreuten Leistung  $P_{brg}$ , wobei die Zeitachse mit Hilfe des zeitgleich aufgenommenen Sättigungsspektrums in eine Frequenzachse umgeiecht wurde. Die untere Kurve zeigt das Bragg-Signal, das mit einem Photomultiplier gemessen wurde, die obere Kurve das Absorptionsspektrum, das auftritt, wenn man die Leistung des Laserstrahls nach der Transmission durch die Atomwolke in der magneto-optischen Falle mit einer Photodiode misst. In dem an der MOT aufgenommenen Spektrum sind drei Einbrüche aufgrund der Absorption der Atome durch die Übergänge  $5S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 2, 3, 4$  zu erkennen. Die drei Absorptionssignale sind unterschiedlich stark, da die drei Übergänge sich in ihren Oszillatorstärken unterscheiden. Die Messung der von den Atomen gestreuten Leistung zeigt für die beiden stärkeren Übergänge ein deutliches Signal, der dritte Übergang ist jedoch zu schwach, um ihn im Bragg-Signal wiederzuerkennen. Das Bragg-Signal in Abbildung 5.2 zeigt gegenüber dem Absorptionssignal eine Verschiebung der Übergänge zu höheren Frequenzen und zudem eine deutlich asymmetrische Linienform. Des Weiteren ist die beobachtete Breite des Bragg-Signals deutlich größer als die natürliche Linienbreite des Übergangs  $\Gamma_{brg}/2\pi = 1,4$  MHz. Alle drei Effekte sind zum größten Teil auf den dynamischen Stark-Effekt zurückzuführen, durch den die Resonanzfrequenz der Atome im optischen Potenzial vergrößert wird. Der Stark-Effekt für ein einzelnes Atom hängt dabei von seinem Aufenthaltsort im Dipolpotenzial ab. Befindet sich das Atom am Ort des Potenzialminimums, so ist die Verschiebung seiner Resonanzfrequenz maximal und durch  $\omega_{ac} = \hat{U}/\hbar$  gegeben, wobei  $\hat{U}$  für die Potenzialtiefe steht. Folglich muss das Bragg-Signal zu höheren Frequenzen verschoben sein und die Flanke zu hohen Frequenzen einen scharfen Abfall aufweisen. Durch die thermische Verteilung der Atome im optischen Potenzial ergeben sich für die einzelnen Atome abhängig von ihrer Position im Potenzial unterschiedliche Verschiebungen ihrer Resonanzfrequenzen. Da aufgrund der Maxwell-Boltzmann-Verteilung mit zunehmender kinetischer Energie die Anzahl der Atome im Ensemble abnimmt, erhält man eine asymmetrische Linienform für das Bragg-Signal [67]. Dadurch wird auch zugleich die Linienform abhängig von der Temperatur der Atome verbreitert. Eine weitere Ursache, die zu einer Verbreiterung der beobachteten Linienform des Bragg-Signals führt, ist die endliche Emissionsbandbreite des Bragg-Lasers. Dieser Mechanismus betrifft jedoch alle Atome im gleichen Maße und resultiert in einem Ausschmieren der asymmetrischen Linienform. Generell kann man sagen, dass eine tiefere Falle zu einer größeren Verschiebung der Resonanzfrequenz, einem kleineren Maximum der gestreuten Leistung und einer stärkeren Asymmetrie und größeren Breite der Linienform führt [67].

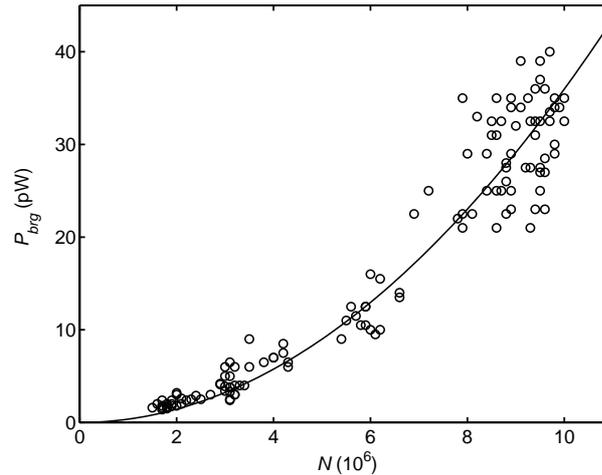


Abbildung 5.3: Die Abbildung stellt die Messungen der von den Atomen gestreuten Leistung als Funktion der Atome, die in der Dipolfalle gefangen wurden, dar. Es ist die für die Bragg-Streuung erwartete quadratische Abhängigkeit zu erkennen. Die durchgezogene Linie zeigt die Kurve für eine rein quadratische Abhängigkeit  $P_{brg} = c \cdot N^2$ , wobei die Konstante  $c$  an die Messpunkte angepasst wurde.

Im Experiment wird eine starke Abhängigkeit der Größe der gestreuten Leistung vom Einfallswinkel des Bragg-Lasers beobachtet. Dies ist ein starker Hinweis darauf, dass es sich bei dem beobachteten Signal um Bragg-Streuung handelt. Um jedoch eindeutig nachzuweisen, dass es sich bei dem gemessenen Signal tatsächlich um Bragg-Streuung handelt, wurden zwei weitere Messungen durchgeführt.

Erstens wurde die quadratische Abhängigkeit der gestreuten Leistung von der Atomzahl  $N$  verifiziert. Dieser theoretische Zusammenhang ergibt sich im Falle der Bragg-Streuung aus der konstruktiven Überlagerung der von den verschiedenen Atomen gestreuten Felder, so dass die Leistung mit  $N^2$  skaliert. Die Abbildung 5.3 zeigt die Messung zur  $N^2$ -Abhängigkeit der gestreuten Leistung, wobei das Maximum des Bragg-Signals gegen die Atomzahl aufgetragen ist. Es ist eindeutig der quadratische Zusammenhang zu erkennen, so dass sich die diffuse Streuung ausschließen lässt, da sie sonst eine lineare Abhängigkeit von der Atomzahl erkennen ließe.

Zweitens wurde verifiziert, dass es sich bei dem gestreuten Licht um einen Strahl handelt, und untersucht ob der Ausfallswinkel des gestreuten Lichtstrahls der Bragg-Bedingung genügt. Ist das gestreute Lichtfeld strahlförmig kollimiert, so kann es sich nicht um die diffuse Streuung an einer ungeordneten Dichteverteilung handeln, da diese ungerichtet in den gesamten Raumwinkel abstrahlt. Die Abbildung 5.4 zeigt diejenigen Messungen, die belegen, dass es sich bei dem von den Atomen gestreuten Lichtfeld um einen Strahl handelt. Für die Messung wurde unmittelbar vor den Photomultiplier eine Schlitzblende mit horizontaler Öffnung von ca. 0,3 mm positioniert. Für jede Position der Schlitzblende wurde über 15 Messungen des Bragg-Signals gemittelt. Die Messungen wurden insgesamt für drei verschiedene Wellenlängen ( $\lambda_{dip} = 820, 815$  und  $810$  nm) des Titan-Saphir-Lasers durchgeführt, womit eine Variation der Gitterkonstanten  $g = \lambda_{dip}/2$  und somit des Bragg-Winkels erreicht wurde. Für die Messungen zu einer Wellenlänge wurde jeweils

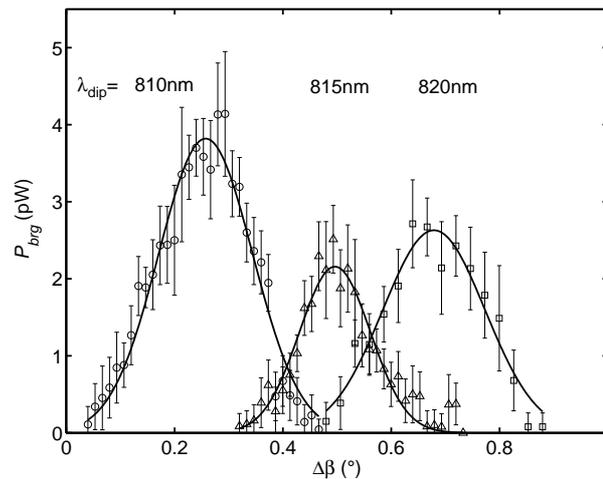


Abbildung 5.4: Die Abbildung zeigt Messungen zum Nachweis der Bragg-Streuung. Hierfür wurde mit einer schmalen Schlitzblende (Öffnung ca. 0,3 mm) vor dem Photomultiplier die Intensitätsverteilung des von den Atomen gestreuten Lichts schrittweise in horizontaler Richtung vermessen. Der Abstand der Schlitzblende von der atomaren Wolke betrug dabei 430 mm. Für jede Position der Schlitzblende wurden 15 Werte des Maximums der gestreuten Leistung gemessen. Die ganze Messung wurde für drei verschiedene Wellenlängen ( $\lambda_{\text{dip}} = 820, 815$  und  $810$  nm) des Fallenlasers durchgeführt. Die Messungen zeigen zum einen, dass das von den Atomen gestreute Licht räumlich eng begrenzt ist, zum anderen, dass der Austrittswinkel dieses Strahls von der Wellenlänge des optischen Gitters abhängt. Die gemessene relative Änderung des Reflexionswinkels stimmt zudem gut mit der aus der Bragg-Bedingung  $\cos \beta_{\text{brg}} = \lambda_{\text{brg}} / \lambda_{\text{dip}}$  theoretisch abgeleiteten Änderung überein.

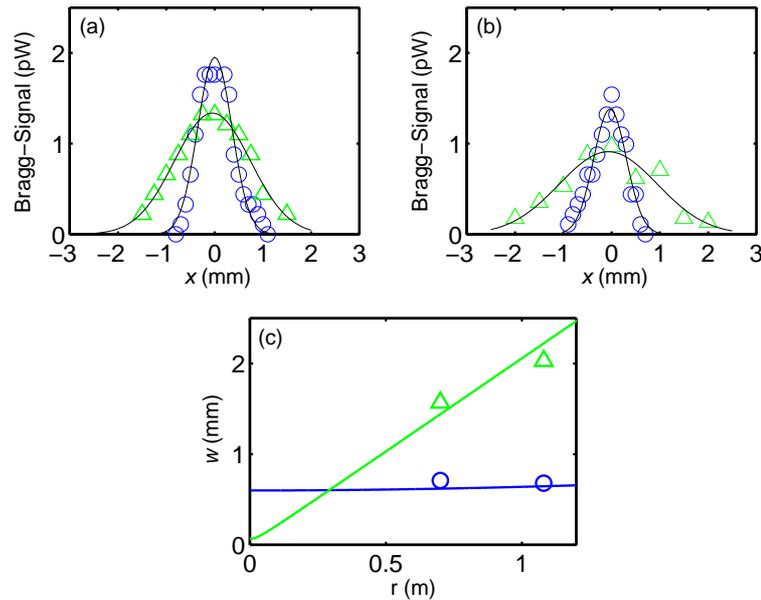


Abbildung 5.5: Die Abbildung zeigt die Vermessung des von den Atomen reflektierten Strahls. Daraus können die Strahlparameter und der Öffnungswinkel berechnet werden. Für die Messung wurde der Strahl mit einer Schlitzblende schrittweise abgerastert und das Maximum der reflektierten Leistung für jede Position aufgezeichnet. Die Teile (a) und (b) der Abbildung stellen die Messungen für den vertikalen ( $\Delta$ ) und horizontalen ( $\circ$ ) Strahlradius für zwei verschiedene Abstände ( $r = 700 \text{ mm}$  und  $r = 1080 \text{ mm}$ ) von der atomaren Wolke dar. Zusätzlich sind an die Daten angepasste Gauß-Verteilungen gezeigt, mit welchen die vier Strahlradien bestimmt wurden. In Teil (c) sind die so bestimmten Strahlradien als Funktion des Abstands von der atomaren Wolke aufgetragen. Außerdem ist die theoretische Kurve für den Strahlradius eines Gauß-Strahls gezeigt, wenn angenommen wird, dass sich am Ort der Atome ein Fokus befindet.

der Einfallswinkel des Bragg-Lasers so eingestellt, dass das reflektierte Bragg-Signal maximal war. Die schmale Intensitätsverteilung der Messpunkte für die drei Wellenlängen zeigt, dass es sich bei dem gestreuten Licht um einen kollimierten Strahl handelt, dessen Reflexionswinkel sich mit der Gitterkonstanten ändert. Die Änderung des Reflexionswinkels für die verschiedenen Wellenlängen stimmt sehr gut mit der Erwartung aufgrund der Bragg-Bedingung überein. Die Messungen weisen folglich nach, dass es sich bei dem beobachteten Signal tatsächlich um Bragg-Streuung handelt.

Die von dem Photomultiplier detektierte maximale Leistung für den stärksten Übergang liegt bei ca. 100 pW, wie aus Abbildung 5.2 zu sehen ist. Zum Vergleich lässt sich der theoretische Wert für die gestreute Leistung nach Gleichung 2.67 berechnen:

$$P_{brg} = N^2 I_i \left( \frac{3\lambda_{brg}}{4\pi} \right)^2 f_{DW}^2 \cdot \Delta\Omega .$$

Die Parameter sind alle bekannt und der Debye-Waller-Faktor  $f_{DW} = e^{-k_B T / \hat{U}} = 0,8$  lässt

sich nach Kapitel 2.3 aus dem Verhältnis der Falltiefe  $\hat{U}$  zu der Temperatur der Atome  $T$  abschätzen. Temperaturmessungen an den Atomen bei verschiedenen Falltiefen zeigen, dass die Atome eine Temperatur annehmen, die ein festes Verhältnis zur Potenzialtiefe von  $k_B T / \hat{U} = 0,2$  aufweist [54]. Um die gestreute Leistung zu berechnen, muss zunächst noch der Raumwinkel  $\Delta\Omega$ , den der gestreute Strahl abdeckt, bestimmt werden. Dafür wurde die Breite des Strahls in zwei Abständen von der atomaren Wolke jeweils in vertikaler und horizontaler Richtung vermessen. Für die Messungen wurde wiederum eine Schlitzblende vor dem Photomultiplier installiert und der Strahl schrittweise abgerastert. Die Abbildung 5.5 zeigt die Ergebnisse dieser Messungen für die beiden Abstände (Teil (a):  $r = 700$  mm, Teil (b):  $r = 1080$  mm) von der atomaren Wolke. Aus den gezeigten Messungen werden dann die Strahlradien ( $1/e^2$ -Abfall der Intensität) für die vertikale und horizontale Richtung bestimmt. Wie aus der Abbildung zu erkennen ist, hat der Strahl ein elliptisches Profil. Die horizontale Breite ist bei beiden Positionen nahezu gleich und deutlich kleiner als die vertikale Breite. Die vertikale Breite hingegen zeigt eine starke Vergrößerung bei der zweiten Position. Dieses Verhalten lässt sich dadurch erklären, dass man den Strahl näherungsweise als Gaußstrahl auffasst, der einen Fokus am Ort des atomaren Gitters hat. Die Ausdehnung der atomaren Verteilung im optischen Gitter bestimmt dann die Größe des Fokus. Da das Gitter ein großes Aspektverhältnis aufweist, erklärt sich die elliptische Form des Strahlprofils. Das optische Gitter ist etwa auf einer Länge von 3-4 mm mit Atomen befüllt, wovon der Bragg-Laser aufgrund seines Strahlradius  $w_{brg} = 600 \mu\text{m}$  nur einen Teil ausleuchtet. Daher bestimmt der Strahlradius des Bragg-Lasers die horizontale Breite des gestreuten Strahls. Die vertikale Ausdehnung der atomaren Dichteverteilung ist durch die thermische Verteilung der Atome in der Falle bestimmt. Der  $\sigma$ -Radius der Dichteverteilung kann mit Hilfe einer harmonischen Näherung für das Fallenpotenzial in transversaler Richtung zu  $\sigma_r = w_{dip}(k_B T / \hat{U})^{1/2} / 2 = 30 \mu\text{m}$  bestimmt werden. Hierbei wurde wiederum für das Verhältnis zwischen Temperatur und Falltiefe  $k_B T / \hat{U} = 0,2$  angenommen. In Teil (c) der Abbildung 5.5 sind die vier gemessenen Strahlradien als Funktion des Abstands von der Atomwolke eingezeichnet. Zusätzlich ist noch die an die Daten angepasste Kurve für einen Gaußstrahl mit Fokus am Ort der Atomwolke dargestellt. Die Entwicklung eines Strahlradius ist nach der Gaußschen Strahlenoptik gegeben durch [59]

$$w(r) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda_{brg} r}{\pi w_0^2} \right)^2}.$$

Die aus der Kurve ermittelten Werte für die Strahltaillen sind  $w_0^v = 65 \mu\text{m}$  und  $w_0^h = 600 \mu\text{m}$ . Für große Entfernungen von der Atomwolke ergibt sich für den Strahlradius  $w = \lambda_{brg} r / \pi w_0$  und somit die halben Öffnungswinkel  $\phi_h = \lambda_{brg} / \pi w_0^h = 0,013^\circ$  und  $\phi_v = \lambda_{brg} / \pi w_0^v = 0,12^\circ$ . Für den Raumwinkel des gestreuten Strahls folgt daraus  $\Delta\Omega = \pi \phi_h \phi_v = 1,4 \cdot 10^{-6}$  sr. Die Vermessung des gestreuten Strahls dient dabei nicht nur dazu, die abgestrahlte Leistung theoretisch berechnen zu können, sondern ermöglicht durch die Kenntnisse der Strahlparameter auch die im nächsten Kapitel dargestellten Experimente zur phasensensitiven Messung der Rayleigh-Streuung.

Aus dem so bestimmten Raumwinkel  $\Delta\Omega$  kann nun die theoretisch erwartete abgestrahlte Leistung berechnet werden  $P_{brg} = 100$  nW. Bei der Berechnung dieses Wertes wurde bereits berücksichtigt, dass nur ein Bruchteil aller Atome in der Falle zum Bragg-Signal beitragen. Dies liegt daran, dass der Strahlradius des Bragg-Lasers mit  $w_{brg} = 600 \mu\text{m}$  deutlich kleiner ist als die Ausdehnung des atomaren Gitters von ungefähr 4 mm. Daher werden nur ungefähr 1/5 aller Atome in der Dipolfalle vom Bragg-Laser beleuchtet und tragen damit zum Bragg-Signal bei. Die große Diskrepanz von drei Größenordnungen zwi-

schen dem gemessenen und dem berechneten Wert hat mehrere Ursachen. Erstens gibt es einen gewissen Anteil an inkohärenten Streuprozessen der Atome, die nicht zum Bragg-Signal beitragen, da aufgrund der mangelnden Kohärenz die von den Atomen gestreuten Felder nicht konstruktiv interferieren können. Der inkohärente Anteil der gestreuten Strahlung sollte aber gering sein, da die eingestrahlte Intensität deutlich unterhalb der Sättigungsintensität liegt. Zweitens ist der bereits erwähnte dynamische Stark-Effekt für eine Verringerung der abgestrahlten Leistung verantwortlich. Die gemessene Linienform des Bragg-Signals wird stark verbreitert und in ihrer Höhe reduziert. Drittens ist die Emissionsbandbreite des verwendeten Bragg-Lasers mit ungefähr 6 MHz deutlich größer als die Linienbreite des atomaren Übergangs, wodurch sich eine weitere Verringerung der erwarteten reflektierten Leistung ergibt.

## 5.2 Phasensensitive Messung der Rayleigh-Streuung

Der Aufbau des in Kapitel 3 beschriebenen Bragg-Interferometers macht es möglich, nicht nur die Intensität des von den Atomen gestreuten Lichtfeldes, sondern auch dessen relative Phase zu einem Referenz-Lichtfeld zu messen. Die hier beobachtete Bragg-Streuung basiert auf der Rayleigh-Streuung jedes einzelnen Atoms. Durch die geometrische Anordnung der einzelnen Atome wird die Streuung in bestimmte scharf begrenzte Raumwinkel stark überhöht. Das von den Atomen gestreute Lichtfeld entspricht somit einem kollimierten Strahl. Sind die Atome zudem im Potenzial des optischen Gitters stark gebunden so ist die Frequenzbandbreite des von den Atomen gestreuten Lichts durch den Lamb-Dicke-Effekt nahezu gleich der Frequenzbandbreite des eingestrahlten Lichtfelds. Durch die Ausnutzung dieser beiden Effekte, also der relativ großen Leistung und der gleichzeitig schmalen Frequenzbandbreite, kann die Phase des von den Atomen gestreuten Lichtfelds untersucht werden. Dies geschieht im Experiment mit Hilfe eines Interferometers, bei dem ein Referenzstrahl dem von den Atomen kommenden Strahl überlagert wird. Aus dem Interferenzsignal der beiden Lichtfelder können dann Informationen über die Phase beim Streuprozess gewonnen werden. Da der hier zugrunde liegende Streuprozess die Rayleigh-Streuung ist, kann so folglich mit diesem Experiment erstmals die Phase der Rayleigh-Streuung untersucht werden. Die Abbildung 5.6 stellt den experimentellen Aufbau des Bragg-Interferometers schematisch dar.

Die Experimente zur Rayleigh-Streuung unterscheiden sich in ihrem Ablauf von den im vorigen Abschnitt beschriebenen nur dadurch, dass der von den Atomen reflektierte Strahl nun mit einem Referenz-Strahl überlagert wird (siehe dazu auch Abbildung 5.6). Der Photomultiplier detektiert somit das Interferenzsignal der beiden Lichtfelder  $I = |E_r + E_s|^2$ , wobei  $E_r = \hat{E}_r e^{i\omega_r t}$  für das Lichtfeld des Referenz-Strahls und  $E_s$  für das von den Atomen gestreute Lichtfeld steht. Schreibt man der atomaren Wolke einen komplexen Reflexionskoeffizienten  $r = |r|e^{i\phi}$  zu, so kann das gestreute Lichtfeld  $E_s = rE_i$  mit Hilfe des auf die Atome einfallenden Lichtfeldes  $E_i = \hat{E}_i e^{i\omega_i t}$  beschrieben werden. Daraus ergibt sich für das Interferenzsignal

$$I = \hat{E}_r^2 + |r|^2 \hat{E}_i^2 + 2|r| \hat{E}_r \hat{E}_i \cos(\Delta\omega_i t + \phi) \quad (5.1)$$

mit der Frequenzdifferenz  $\Delta\omega_i = \omega_r - \omega_i$  zwischen dem eingestrahlten Laser und dem Referenz-Strahl, die über zwei im Strahlengang befindliche akusto-optische Modulatoren eingestellt werden kann (siehe auch Abbildung 5.6). In Teil (a) der Abbildung 5.7 ist solch ein gemessenes Interferenz-Signal dargestellt.

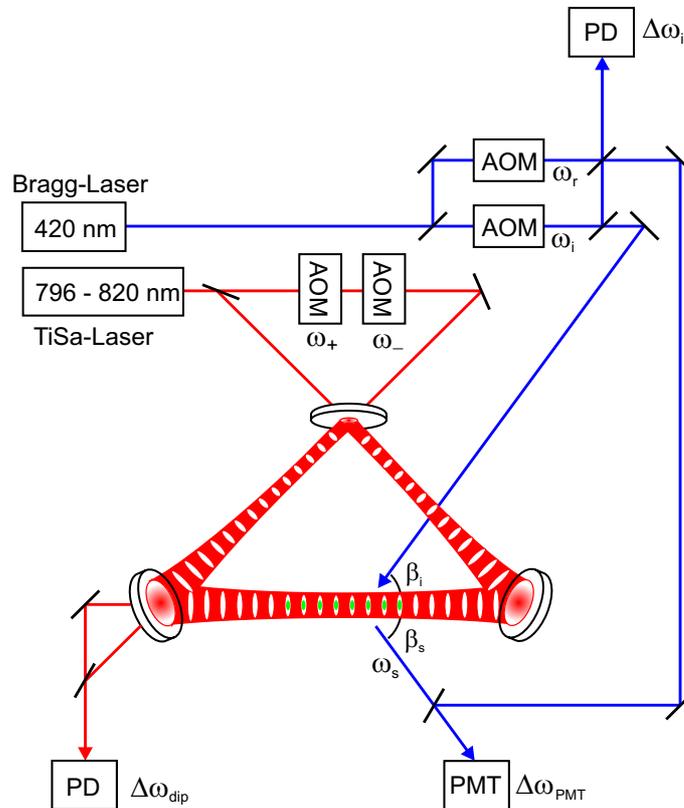


Abbildung 5.6: Die Abbildung stellt den experimentellen Aufbau für die Messungen zur Bragg-Streuung schematisch dar. Es wird das Bragg-Interferometer gezeigt, mit dem die Phaseninformation des Streuprozesses untersucht werden kann. Dazu wird mit einem Photomultiplier (PMT) das Interferenzsignal zwischen einem Referenz-Strahl und dem von den Atomen gestreuten Lichtfeld detektiert. So kann auch eine Frequenzverschiebung des an den Atomen reflektierten Lichts gegenüber dem Referenz-Interferometer (rechts oben in der Abbildung) nachgewiesen werden. Über die zwei im Strahlengang befindlichen akusto-optischen Modulatoren (AOM) kann ein bewegtes Stehwellen-Potenzial im Resonator erzeugt werden. Die Geschwindigkeit des optischen Gitters wird dann über das Interferenz-Signal ( $\Delta\omega_{dip} = 2kv$ ) der beiden Moden des Ringresonators bestimmt.

Um aus dem gemessenen Interferenz-Signal die Amplituden- und Phaseninformation zu extrahieren, wird es zuerst numerisch mit  $\cos(\Delta\omega_i t)$  und  $\sin(\Delta\omega_i t)$  demoduliert:

$$\begin{aligned}\tilde{U}_s &= I \sin(\Delta\omega_i t) \\ &= -|r|\hat{E}_r\hat{E}_i \sin(\phi) + \hat{E}_r^2 \sin(\Delta\omega_i t) + |r|^2\hat{E}_i^2 \sin(\Delta\omega_i t) + |r|\hat{E}_r\hat{E}_i \sin(2\Delta\omega_i t + \phi) \\ \tilde{U}_c &= I \cos(\Delta\omega_i t) \\ &= |r|\hat{E}_r\hat{E}_i \cos(\phi) + \hat{E}_r^2 \cos(\Delta\omega_i t) + |r|^2\hat{E}_i^2 \cos(\Delta\omega_i t) + |r|\hat{E}_r\hat{E}_i \cos(2\Delta\omega_i t + \phi) .\end{aligned}$$

Anschließend werden die Frequenzanteile mit  $\Delta\omega_i$  und  $2\Delta\omega_i$  herausgefiltert, indem man numerisch einen Tiefpassfilter simuliert. Dazu werden die beiden Funktionen  $\tilde{U}_s$  und  $\tilde{U}_c$  fouriertransformiert und dann alle ihre Komponenten des Frequenzspektrums oberhalb einer kritischen Abschneidefrequenz  $\Delta\omega_{cut}$  gleich null gesetzt. Bei den Auswertungen der Daten wurde die Abschneidefrequenz  $\Delta\omega_{cut} = 0,4 \cdot \Delta\omega_i$  gewählt. Aus der Rücktransformation der beiden gefilterten Fourierspektren erhält man die beiden folgenden Funktionen:

$$\begin{aligned}U_s &= -|r|\hat{E}_r\hat{E}_i \sin(\phi) \\ U_c &= |r|\hat{E}_r\hat{E}_i \cos(\phi) .\end{aligned}$$

Aus den beiden Funktionen  $U_s$  und  $U_c$  lassen sich nun der Betrag und die Phase des Reflexionskoeffizienten berechnen:

$$|r| = \frac{\sqrt{U_s^2 + U_c^2}}{\hat{E}_r\hat{E}_i} \quad (5.2)$$

$$\tan(\phi) = -U_s/U_c . \quad (5.3)$$

Mit Hilfe des hier beschriebenen Verfahrens kann aus dem mit dem Bragg-Interferometer gemessenen Schwebungssignal der komplexe Reflexionskoeffizient  $r$  der atomaren Wolke ermittelt werden. Da innerhalb einer Messung die Frequenz des Bragg-Lasers durchgestimmt und über die atomare Resonanz gefahren wird, kann so die Phasenverzögerung der von den Atomen emittierten Lichtwelle in Abhängigkeit der Verstimmung von der atomaren Resonanz untersucht werden.

Die Abbildung 5.7 zeigt in Teil (a) das gemessene Interferenzsignal als Funktion der Verstimmung  $\Delta_{brg}$ , in Teil (b) die aus dem Interferenzsignal berechneten Funktionen  $U_s$  und  $U_c$  und in Teil (c) den Betrag und die Phase des Reflexionskoeffizienten  $r$ . Der Betrag  $|r|$  gibt dabei im Wesentlichen die Form der Einhüllenden des Interferenz-Signals aus Teil (a) der Abbildung wieder, während im Phasen-Signal  $\phi$  eine deutliche Veränderung der relativen Phase zwischen einfallendem und gestreutem Lichtfeld auszumachen ist. Diese Phasenverzögerung erstreckt sich über ein Intervall der Größe  $\pi$  und erreicht ihren Mittelwert genau auf der Resonanz des stärkeren Übergangs ( $F = 3 \rightarrow F' = 4$ ). Die Durchstimmgeschwindigkeit des Bragg-Lasers betrug für die gezeigte Messung  $v_{scan} = 40$  MHz/ms und die Frequenzdifferenz zwischen Bragg-Laser und Referenzstrahl entsprach  $\Delta\omega_i = 5,7$  kHz. Zum Vergleich mit den Messkurven werden in den Teilen (d), (e) und (f) der Abbildung Kurven gezeigt, die auf einer Simulation des Lorentz-Modells basieren. Dazu wurde das Schwebungssignal der beiden Lichtfelder berechnet, während die Frequenz des Bragg-Lasers über die atomare Resonanz gestimmt wird. Dafür wurde für die beiden Hyperfeinniveaus ein Verhältnis der gestreuten Feldamplituden von  $1 : 3$  angenommen und die Aufspaltung der beiden Niveaus von 40 MHz berücksichtigt. Dabei wird die Verschiebung der atomaren Resonanz durch den dynamischen Stark-Effekt aufgrund des optischen

Potenzials nicht berücksichtigt, wodurch sich die unterschiedliche Lage der atomaren Resonanz bzgl. der Verstimmung  $\Delta_{brg}$  zwischen den Daten und der Theorie erklärt. Die im vorherigen Kapitel angesprochenen Verbreiterungsmechanismen für die gemessene Linienform des Bragg-Signals wurden ad hoc in das Modell eingebaut. Dazu wurde für die simulierten Kurven eine vergrößerte Linienbreite für die beiden Übergänge angenommen. Für eine Resonanz ergibt sich nach dem Oszillator-Modell die Phasenbeziehung zwischen dem einfallenden und dem gestreuten Lichtfeld (siehe auch Kapitel 2.1)

$$\tan(\phi) = -\frac{\Gamma_{brg}}{2\Delta_{brg}}. \quad (5.4)$$

Die beiden Lichtfelder sind so lange in Phase, wie die Frequenz des anregenden Lichtfeldes weit unterhalb der Resonanzfrequenz liegt. Wird die Frequenz des treibenden Lichtfeldes erhöht, so zeigt sich eine Phasenverzögerung des gestreuten Lichtfeldes, die anwächst, auf Resonanz den Wert  $\pi/2$  annimmt und sich bei sehr großen Frequenzen  $\pi$  annähert. Dieses Verhalten entspricht genau dem mechanischen Analogon eines getriebenen harmonischen Oszillators, der ja auch dem Lorentz-Modell zugrunde liegt.

Der Vergleich zwischen Experiment und Theorie zeigt eine gute Übereinstimmung. Der beobachtete Phasengang für die stärkere Resonanz ( $F = 3 \rightarrow F = 4'$ ) weist den gleichen charakteristischen Verlauf wie die theoretisch berechnete Kurve auf. Der Phasengang des schwächeren Übergangs ( $F = 3 \rightarrow F = 3'$ ) lässt sich aufgrund des Rauschens auf dem Phasen-Signal nicht verifizieren. Es gibt verschiedene Ursachen, die das Erfassen des Phasensignals erschweren. Zunächst zeigt bereits die gemessene Leistung des Referenzstrahls ein gewisses Rauschen, das auf die Poissonstatistik der Photonen im Laserlichtfeld und die geringe Quanteneffizienz  $q$  des Photomultipliers von ca. 10-20% zurückzuführen ist. Hierbei ist zu bedenken, dass bei einer Leistung von  $P = 100$  pW im Lichtfeld die Anzahl der Photonen  $N_\gamma$  lediglich  $N_\gamma = P\Delta t/\hbar\omega_{brg} = 2000$  beträgt, wenn ein Zeitintervall von  $\Delta t = 10 \mu s$  angesetzt wird. Die Größe des Zeitintervalls ( $\sim 10 \mu s$ ) ist dabei durch die Größe der Frequenzen ( $\sim 10$  kHz), die man auflösen möchte, bestimmt. Das Verhältnis zwischen Rauschamplitude und Signal folgt nach der Poissonstatistik zu  $\sqrt{qN_\gamma}/qN_\gamma = 1/\sqrt{qN_\gamma} = 5\%$ , wobei  $q = 20\%$  angenommen wurde. Durch dieses Rauschen schwankt auch die Amplitude des Schwebungssignals, was zu einem detektierten Phasenrauschen führt. Außerdem kann die Phase des reflektierten Lichtfeldes von einer Bewegung des atomaren Gitters beeinflusst werden. Dies wird im nächsten Kapitel demonstriert und explizit dazu benutzt, um die Geschwindigkeit eines bewegten Gitters zu bestimmen. Geringe statistische Oszillationen der Lage des atomaren Gitters in Bezug zum Resonator können jedoch zu einem Rauschen in der Phasenmessung der Rayleigh-Streuung führen. Solche Oszillationen der Position des Gitters können durch Schwankungen der relativen Phase der beiden Lichtfelder im Resonator verursacht werden. Solche Effekte können aufgrund von akustischen Schwingungen der Spiegel, mit denen das Licht des Fallenlasers in den Ringresonator eingekoppelt wird, auftreten.

Des Weiteren ist für die Messungen das Verhältnis der Durchstimmrate des Bragg-Lasers zur Frequenzdifferenz  $\Delta\omega_i$  wichtig. Ist dieses Verhältnis zu groß, so ergeben sich Schwierigkeiten bei der numerischen Demodulation des gemessenen Zeitsignals. Bei einer großen Durchstimmrate enthält das Schwebungssignal wenige Oszillationen im Bereich der atomaren Resonanz. Es treten dann Schwankungen in den demodulierten Signalen für die Phase und die Amplitude des Reflexionskoeffizienten auf, wie sie bereits in den theoretischen Kurven der Abbildung 5.7 zu sehen sind. Der oben beschriebene Formalismus, der dazu dient, aus dem Zeitsignal die Phase und Amplitude zu berechnen, geht davon

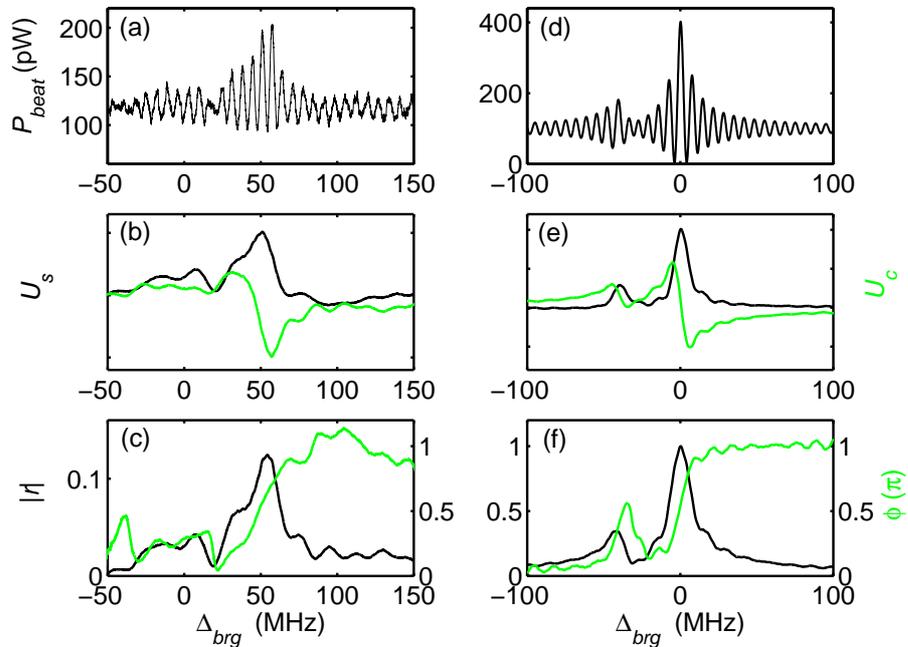


Abbildung 5.7: Die Abbildung stellt die Messungen und Simulationen zur phasensensitiven Rayleigh-Streuung dar. In Teil (a) wird das gemessene Schwebungssignal gezeigt, das sich aus der Interferenz des von den Atomen gestreuten Lichts mit einem Referenz-Strahl ergibt. In Teil (b) sind die aus dem Schwebungssignal berechneten demodulierten und tiefpassgefilterten Funktionen  $U_s$  und  $U_c$  dargestellt, wobei die Abschneidefrequenz des Tiefpassfilters  $\Delta\omega_{cut} = 0,4 \cdot \Delta\omega_i$  gewählt wurde. In Teil (c) sind der aus  $U_s$  und  $U_c$  berechnete Betrag  $|r|$  und die Phase  $\phi$  des Reflexionskoeffizienten  $r$  abgebildet. Zum Vergleich sind in den Abbildungen (d), (e) und (f) die entsprechenden theoretischen Kurven eingezeichnet, die man erhält, wenn man für den zugrunde liegenden Streuprozess das Oszillatormodell verwendet. Der Teil (d) der Abbildung zeigt das berechnete Interferenzsignal für zwei Resonanzen mit einem Amplitudenverhältnis von 1:3. Die Teile (e) und (f) stellen die analog zu den Abbildungen (b) und (c) berechneten Kurven dar. Da die dynamische Stark-Verschiebung in das theoretische Modell nicht eingeht, liegt die atomare Resonanz für die simulierten Kurven bei  $\Delta_{brg} = 0$ .

aus, dass der Reflexionskoeffizient zeitunabhängig ist. Daher gilt dieser Formalismus nur näherungsweise, wenn die Frequenzdifferenz  $\Delta\omega_i$  deutlich größer ist als die Rate, mit der sich der Reflexionskoeffizient ändert.

Außerdem gibt es einen Unterschied zwischen dem gemessenen und dem simulierten Interferenzsignal. Die Oszillationen beim gemessenen Signal scheinen nicht so stark ausgeprägt zu sein und reichen nicht bis auf eine Leistung von  $P_{brg} = 0$  herunter. Die Ursache für diese Abweichung von der optimalen Interferenz liegt in der nicht ganz perfekten Anpassung der Strahlprofile der beiden interferierenden Lichtfelder. Im Experiment hat der Referenzstrahl im Gegensatz zum elliptischen Strahlprofil des von den Atomen kommenden Strahls ein rundes Strahlprofil. Für die Überlagerung der beiden Lichtfelder wurde der Referenzstrahl an den vertikalen Strahlradius des gestreuten Strahls angepasst. Um die Interferenzringe in horizontaler Richtung auszublenden, wurde nach der räumlichen Überlagerung der beiden Felder der äußere Teil des Strahls mit einer verstellbaren Schlitzeblende ausgeschnitten. Aus diesen Gründen ist im Experiment die Modenanpassung der beiden interferierenden Lichtfelder nicht exakt erfüllt. So kommt es selbst bei gleichen Intensitäten in den beiden Strahlen nicht zur vollständig destruktiven Interferenz. Für die Simulation der theoretischen Kurven wurde für den Referenzstrahl eine konstante Leistung von  $P_r = 100$  pW angenommen. Für den von den Atomen kommenden Strahl wurde der Verlauf der Feldstärke als Funktion der Verstimmung nach dem Lorentz-Modell berechnet und die Amplitude dabei so festgelegt, dass die Leistung im Strahl auf der atomaren Resonanz ebenfalls  $P_s = 100$  pW beträgt. Die in Teil (d) der Abbildung 5.7 auftretende Asymmetrie im simulierten Schwebungssignal ergibt sich aus der Tatsache, dass die Leistung in dem von den Atomen kommenden Strahl als Funktion der Verstimmung variiert. Daher scheint es, als ob die beiden Felder besser konstruktiv als destruktiv interferierten. In Wirklichkeit beträgt die Summe der einzelnen Leistungen der beiden Strahlen bereits 200 pW, wenn die Laserfrequenz der atomaren Resonanzfrequenz entspricht. Folglich führt eine Oszillation um diesen Wert mit der Amplitude von  $\pm 200$  pW zu dem beobachteten Signal, das auf Resonanz zwischen 0 und 400 pW alle Werte annehmen kann.

In diesem Kapitel wurde die vollständige Messung des komplexen Reflexionskoeffizienten eines atomaren Gitters demonstriert. Die Detektion der Phase des Reflexionskoeffizienten gelingt dabei durch eine interferometrische Messmethode. Dabei wird die Bragg-Streuung verwendet, um das von den Atomen reflektierte Lichtfeld stark zu überhöhen. Jedes Atom emittiert aufgrund der Rayleigh-Streuung ein kohärentes Lichtfeld. All diese Lichtfelder interferieren konstruktiv, wenn die Bragg-Bedingung erfüllt ist. So erhält man einen kollimierten Strahl mit relativ hoher Intensität, der für eine Interferenzmessung verwendet werden kann. Durch die zeitlich aufgelöste Schwebungsmessung, bei der in einem Messzyklus der Bragg-Laser über die atomare Resonanz gefahren wird, kann die Phaseninformation des Streuprozesses detailliert untersucht werden. Somit konnte erstmals der fundamentale Prozess der Rayleigh-Streuung phasensensitiv vermessen werden.

### 5.3 Bragg-Streuung am bewegten Gitter

Eine weitere Anwendung des Bragg-Interferometers besteht im Nachweis von bewegten atomaren Gittern. Das an den Atomen gestreute Licht des Bragg-Lasers erfährt nun aufgrund des Doppler-Effekts eine Frequenzverschiebung

$$\Delta\omega_{brg} = 2k_{brg}v \cos(\beta) , \quad (5.5)$$

wobei  $v$  die Geschwindigkeit des Gitters,  $k_{brg}$  die Wellenzahl des Bragg-Lasers und  $\beta$  der Bragg-Winkel sind. Folglich kann aus der Frequenz des gemessenen Interferenz-Signals auf die Geschwindigkeit der Atome geschlossen werden.

Für die Experimente wurden die Atome in ein langsam bewegtes Stehwellen-Potenzial geladen, zu dessen Erzeugung die Frequenzen der beiden im Strahlengang des Titan-Saphir-Lasers befindlichen akusto-optischen Modulatoren  $\Delta\omega_{dip} = \omega_+ - \omega_- \neq 0$  leicht unterschiedlich gewählt wurden. So erhält man eine Stehwelle im Resonator, die sich mit der Geschwindigkeit  $v = \Delta\omega_{dip}/2k_{dip}$  bewegt. Für die Experimente wurden Frequenzen von etwa  $\Delta\omega_{dip} = 50$  kHz gewählt, was einer Geschwindigkeit des optischen Gitters von  $v = 2$  cm/s entspricht. Setzt man den Ausdruck für die Geschwindigkeit des Gitters in die Gleichung 5.5 ein und berücksichtigt noch die Bragg-Bedingung  $\cos(\beta) = \lambda_{brg}/\lambda_{dip}$ , so ergibt sich, dass die Frequenzverschiebung  $\Delta\omega_{brg}$  des an den Atomen gestreuten Lichts identisch mit der Differenzfrequenz der beiden Modulatoren ist:

$$\Delta\omega_{brg} = \Delta\omega_{dip} . \quad (5.6)$$

Für die Messungen ist des Weiteren die Differenzfrequenz  $\Delta\omega_i$  zwischen den beiden Strahlen des Bragg-Interferometers, also dem Referenz-Strahl und dem Bragg-Strahl, zu berücksichtigen. Somit ergibt sich für die mit dem Photomultiplier gemessene Frequenz  $\Delta\omega_{PMT}$  des Schwebungssignals

$$\Delta\omega_{PMT} = \Delta\omega_i \pm \Delta\omega_{dip} , \quad (5.7)$$

wobei sich das Vorzeichen je nach Bewegungsrichtung des atomaren Gitters ergibt.

Abbildung 5.8 zeigt exemplarisch eine Messung zur Bragg-Streuung am bewegten atomaren Gitter. Es sind jeweils die Fourierspektren der drei verschiedenen gemessenen Interferenz-Signale ( $\Delta\omega_{dip}$ ,  $\Delta\omega_i$  und  $\Delta\omega_{PMT}$ ) dargestellt. Es ist zu sehen, dass die mit dem Bragg-Interferometer gemessene Frequenz  $\Delta\omega_{PMT}$  der Frequenz des Referenz-Interferometers  $\Delta\omega_i$  entspricht, wenn von dieser die Frequenz  $\Delta\omega_{dip}$  abgezogen wird (siehe Gleichung 5.7). Es zeigt sich somit, dass die Methode zur Geschwindigkeitsmessung des atomaren Gitters mit Hilfe des Bragg-Interferometers sehr gut funktioniert. Die Form des Frequenzspektrums des mit dem Photomultiplier aufgezeichneten Schwebungssignals zeigt einige Artefakte. Diese rühren daher, dass bei der Aufnahme des Zeitsignals die Verstimmung des Bragg-Lasers variiert wurde. Das aufgezeichnete Signal ist im Wesentlichen ganz dem in Teil (a) der Abbildung 5.7 gezeigten Zeitsignal ähnlich. Dieses Zeitsignal ist aufgrund der Phasenverschiebung durch die atomare Resonanz keine streng periodische Funktion. Zusätzlich variiert die Amplitude des Signals. Somit ist kein scharfes Frequenzspektrum für das mit dem Bragg-Interferometer gemessene Schwebungssignal zu erwarten. Ein Vergleich mit dem Fourierspektrum eines theoretisch berechneten Schwebungssignals zeigt die gleichen Charakteristika.

Außerdem sind in der Abbildung 5.8 für das Referenz-Interferometer und das Bragg-Interferometer jeweils zwei Fourierspektren abgebildet, die aus den beiden Schwebungssignalen hervorgehen, welche man für unterschiedliche Durchstimmrichtungen erhält

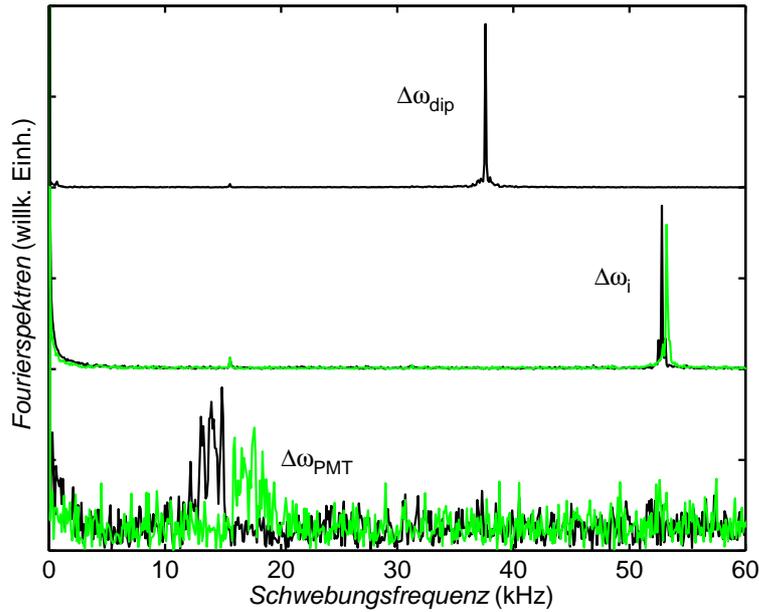


Abbildung 5.8: Die Abbildung zeigt eine Messung zur Bragg-Streuung an einem bewegten atomaren Gitter. Mit Hilfe des Bragg-Interferometers kann über den Doppler-Effekt die Geschwindigkeit der atomaren Bewegung bestimmt werden. Es sind die Fourier-Spektren der drei während der Messung aufgezeichneten Schwebungssignale dargestellt: Die Interferenz der beiden Lichtmoden des Resonators (oben), der beiden Lichtfelder des Referenz-Interferometers (Mitte) und des Referenz-Strahls mit dem Bragg-gestreuerten Lichtfeld (unten). Für das Referenz-Interferometer und das Bragg-Interferometer sind jeweils zwei Fourier-Spektren abgebildet, die den beiden Durchstimmrichtungen entsprechen. Durch einen Laufzeiteffekt, der für unterschiedlich lange Interferometerarme auftritt, sind die beiden Spektren leicht getrennt.

( $+\Delta_{brg} \rightarrow -\Delta_{brg}$  und umgekehrt). Es ist deutlich eine Lücke zwischen den beiden Spektren zu erkennen, die auf einem Laufzeit-Effekt im Interferometer beruht. Sind die beiden Arme eines Interferometers unterschiedlich lang und wird die Frequenz des Lasers mit konstanter Geschwindigkeit durchgeföhren, so ergibt sich aufgrund der unterschiedlich langen Laufzeiten des Lichts in den beiden Armen eine um den Wert

$$\Delta\omega_{scan} = v_{scan} \frac{\Delta l}{c} \quad (5.8)$$

verschobene Schwebungsfrequenz. Hierbei ist  $v_{scan}$  die Durchstimmgeschwindigkeit des Lasers und  $\Delta l$  die Längendifferenz der beiden Arme des Interferometers.

## 5.4 Bragg-Streuung am CARL

Um die Entstehung eines selbstorganisierten Dichtegitters beim CARL-Prozess nachzuweisen, wurden die Experimente zur Bragg-Streuung mit den Experimenten zum CARL vereinigt. Dabei wurden Messungen mit dem Bragg-Interferometer durchgeführt, während gleichzeitig der CARL-Prozess stabil lief. Das Prinzip der Messung ist zu der im vorigen Abschnitt beschriebenen Messung am bewegten atomaren Gitter analog. Der entscheidende Unterschied ist jedoch, dass nun das bewegte Potenzial nicht von außen über den Pump laser vorgegeben ist, sondern durch den CARL-Prozess entsteht. Bei den Experimenten zum CARL (siehe Kapitel 4) wird nur in eine der beiden Umlaufrichtungen des Resonators Licht eingekoppelt. Dabei ordnen die Atome sich in einem sich selbst verstärkenden Prozess in einem Stehwellen-Potenzial an.

Die Messung eines einfachen Bragg-Spektrums, wie es in Abbildung 5.2 gezeigt ist, genügt jedoch nicht als Nachweis eines Dichtegitters und somit einer Selbstorganisation durch CARL, da es auch ohne den CARL-Prozess ein gewisses Stehwellen-Potenzial im einseitig gepumpten Resonator gibt, das durch den Effekt der so genannten Spiegelrückstreuung entsteht. Der Begriff Spiegelrückstreuung bezeichnet dabei die Tatsache, dass durch Imperfektionen der Spiegel des Resonators Licht aus der einen Mode in die gegenläufige Mode gestreut wird. Dies führt zu einem geringen Stehwellenanteil des optischen Potenzials, selbst wenn der Resonator nur einseitig gepumpt wird. Da die Frequenzen der beiden Lichtfelder gleich sind, ruht das Stehwellen-Potenzial, das durch die Spiegelrückstreuung erzeugt wurde, im Unterschied zu dem durch den CARL-Prozess erzeugten bewegten Stehwellen-Potenzial. Aus diesem Grund ist es notwendig, mit Hilfe des Bragg-Interferometers die Frequenzverschiebung des an den bewegten Atomen reflektierten Lichts nachzuweisen. Dadurch kann der Anteil des atomaren Gitters, das durch Spiegelrückstreuung erzeugt wird, von dem durch CARL erzeugten Gitter unterschieden werden.

Die Messungen mit dem Bragg-Interferometer konnten nicht den selbstorganisierten Aufbau eines atomaren Gitters durch den CARL-Prozess nachweisen. Grund dafür ist die sehr kleine Lichtleistung, die von den am CARL-Prozess beteiligten Atomen reflektiert wird. Dadurch ist das Interferenzsignal so klein, dass es nicht mehr nachgewiesen werden konnte. Im unteren Teil der Abbildung 5.8 ist bereits zu erkennen, dass sich selbst unter optimalen Voraussetzungen mit einem von außen vorgegebenen und tiefen Potenzial das gemessene Schwebungssignal bzw. dessen Fourierspektrum nicht so stark vom Rauschen des Untergrunds abhebt. Für die reduzierte Lichtleistung, welche beim CARL-Prozess von den Atomen Bragg-gestreut wird, gibt es eine Reihe von Gründen:

- Bei den Experimenten zum CARL sind die Atome nicht so fest im Stehwellen-Potenzial eingeschlossen wie für den Fall, dass die Atome im Lichtfeld des beidseitig gepumpten Resonators gefangen sind. Der Grund liegt in der relativ geringen Leistung, die durch den CARL-Prozess in der ungepumpten Mode aufgebaut wird. Daher ist auch der Stehwellenanteil des Potenzials nicht so stark ausgeprägt, und die atomare Verteilung in einem Potenzialtopf breiter. Folglich ist der Debye-Waller-Faktor des Dichtegitters kleiner, und somit die Lichtleistung, die an dem atomaren Gitter reflektiert wird, geringer.
- Durch die Laser der optischen Melasse, die während der CARL-Messungen eingeschaltet sein müssen, werden die Atome auf die beiden verschiedenen Hyperfein-

Grundzustände ( $5S_{1/2}, F = 2$  und  $F = 3$ ) verteilt. Der Bragg-Laser ist jedoch speziell auf die Übergänge von einem der Hyperfein-Grundzustände abgestimmt (bei diesen Experimenten  $5S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 2, 3, 4$ ). So kommt es zu einer effektiven Reduktion der Zahl der Atome, die an der Bragg-Streuung beteiligt sind.

- Damit der CARL-Prozess stabil abläuft, muss die Leistung in der gepumpten Mode weit über der Schwelle liegen. Für diesen Fall ergibt sich ein relativ tiefes Fallenpotenzial, das aufgrund des dynamischen Stark-Effekts und der thermischen Verteilung der Atome in der Falle zu einem kleineren und verbreiterten Bragg-Signal führt [67].

Es gibt neben der geringen Lichtleistung noch zwei weitere Gründe, die die Detektion des Schwebungssignals mit dem Bragg-Interferometer erschweren:

- Die CARL-Frequenz ist nicht über einen hinreichend großen Zeitraum konstant. Das heißt, dass die Atome sich beim CARL-Prozess nicht mit einer konstanten Geschwindigkeit fortbewegen. Variiert die Geschwindigkeit des atomaren Gitters während der Bragg-Messung, so schwankt die Frequenzverschiebung zwischen eingestrahlttem und reflektiertem Licht, und das Fourierspektrum des Bragg-Signals wird durch diesen Effekt verbreitert.
- Der Stehwellenanteil des Potenzials, der vom CARL-Prozess erzeugt wird, ist relativ gering, wenn man es mit dem Fall des von außen mittels des Pumplasers aufgeprägten optischen Gitters vergleicht. Dadurch sind die Atome nur relativ schwach in den Intensitätsmaxima der Stehwelle gebunden. Streut ein so gebundenes Atom Licht, kommt es nun weitaus häufiger zu einem inelastischen Streuprozess, bei dem Impuls auf das Atom übertragen wird (siehe Abschnitt 2.3.2). Das Verhältnis inkohärenter zu kohärenter Streuprozesse ist dabei gegeben durch das Verhältnis der Rückstoßenergie  $E_r = (\hbar k_{brg})^2/2m$  zur Aufspaltung der Vibrationsniveaus  $\Delta E$  im Stehwellen-Potenzial. Im Folgenden soll dieses Verhältnis für die Atome im Stehwellen-Potenzial des CARL abgeschätzt werden. Aus dem Teil (a) der Abbildung 4.2 ist ein Kontrast der Leistung  $\Delta P$  im Resonator von 0,5 W während des CARL-Prozesses zu erkennen. Daraus folgt die Falltiefe des Stehwellenanteils  $\hat{U} = 70 \mu\text{K} \cdot k_B$ , wenn die Verstimmung des Fallenlasers  $\Delta_a = -1,7 \text{ THz}$  beträgt. So erhält man die Aufspaltung der Vibrationsniveaus  $\Delta E = \hbar(2\hat{U}k_{dip}^2/m)^{1/2}$ , wenn für das Fallenpotenzial eine harmonische Näherung verwendet wird. Die damit verbundene Oszillationsfrequenz des Atoms  $\omega_{ho} = \Delta E/\hbar = 2\pi \cdot 150 \text{ kHz}$  in dem Potenzial ist etwa zehnmal größer als die Rückstoß-Frequenzverschiebung  $\omega_r = E_r/\hbar = 2\pi \cdot 13 \text{ kHz}$ . Insofern gilt auch für die Bragg-Streuung an dem durch CARL organisierten Dichtegitter, dass die elastischen Streuprozesse gegenüber den inelastischen deutlich überwiegen. Trotzdem ist im Vergleich zu den in Abbildung 5.8 dargestellten Experimenten am bewegten Gitter der Anteil der kohärent gestreuten Lichtleistung verringert. Dadurch nimmt abermals die Größe des detektierbaren Interferenzsignals ab.

Die hier aufgeführten Gründe machen klar, warum der Nachweis eines durch den CARL-Prozess sich selbst organisierenden Dichtegitters schwierig ist. Um das Ziel weiter zu verfolgen, können zwei verschiedene Ansätze gewählt werden: Erstens kann man versuchen den CARL-Prozess zu verstärken. Das heißt, man muss das Experiment dahingehend verbessern, dass der CARL-Prozess möglichst alle Atome einschließt, die CARL-Frequenz stabil ist und die CARL-Leistung und somit das Stehwellen-Potenzial anwächst. Zweitens

---

ist es möglich, die Empfindlichkeit des Aufbaus für die Bragg-Spektroskopie zu verbessern. Ein Testaufbau für eine verbesserte Version des Bragg-Interferometers, bei dem die Empfindlichkeit deutlich gesteigert werden konnte, wurde bereits verwirklicht [74, 75]. Mit diesem neuen Aufbau konnte unter anderem die Messung zur Rayleigh-Streuung (siehe Kapitel 5.2) verbessert werden, worauf im Ausblick der Arbeit kurz eingegangen werden soll.



# Kapitel 6

## Zusammenfassung und Ausblick

Gegenstand dieser Arbeit war es, das Schwellenverhalten des kollektiven atomaren Rückstoß-Lasers (CARL) zu untersuchen. Um dieses Ziel zu erreichen, wurden Messungen mit einem einseitig gepumpten Ringresonator durchgeführt, in dessen Lichtfeld kalte Rubidium-Atome gefangen waren. Mit dem Einschalten der optischen Melasse setzt der CARL-Prozess ein. Indem die Pumpleistung des Fallenlasers beim Ablauf des CARL-Prozesses variiert wurde, konnte eindeutig festgestellt werden, dass der CARL ein Schwellenverhalten besitzt. Der CARL emittiert erst dann Laserlicht, wenn die Pumpleistung einen gewissen Schwellenwert überschreitet. Diese Laserschwelle des CARL wurde in Abhängigkeit der Atomzahl  $N$  und der Licht-Atom-Kopplungsstärke  $U_0$  bestimmt [71]. Es zeigt sich der erwartete Zusammenhang, dass mit steigender Kopplung zwischen den beiden Moden im Resonator  $NU_0$ , sei es durch eine größere Atomzahl oder eine größere Kopplungskonstante  $U_0$ , die Laserschwelle sinkt.

Des Weiteren wurden die gewonnenen Messwerte mit den Vorhersagen eines eindimensionalen theoretischen Modells verglichen. Jedoch konnten zwei Parameter des Modells während des Experiments nicht direkt gemessen werden. Deshalb wurden die Werte für die Temperatur der Atome und für den Reibungskoeffizienten der optischen Melasse an die Messdaten angepasst. Im Vergleich mit Abschätzungen bestätigten sich die angepassten Werte. Es ergibt sich folglich eine gute Übereinstimmung zwischen den Messwerten und den Vorhersagen des Modells für die Laserschwelle der CARL. Auch die gemessene Frequenzverschiebung zwischen dem Pumpfeld und dem CARL-Licht entspricht der Vorhersage. Lediglich die absolute Leistung des CARL wird von dem Modell um den Faktor 4 überschätzt. Diese Diskrepanz hat ihre Ursache zum größten Teil im theoretischen Modell, das auf eine Dimension beschränkt ist und zudem die Wirkung der optischen Melasse vereinfachend beschreibt. Somit kann insgesamt angenommen werden, dass das verwendete Modell den CARL-Prozess und sein Schwellenverhalten gut beschreibt.

Es sei an dieser Stelle aber auch auf die theoretische Arbeit von Javaloyes et al. hingewiesen [73], in der die Autoren die Laserschwelle des CARL berechnen und dafür ebenfalls einen Fokker-Planck-Ansatz zur Beschreibung der atomaren Dynamik benutzen. Dabei ergibt die Simulation für ganz ähnliche Parameterwerte, wie sie dem hier durchgeführten Experiment entsprechen, eine Laserschwelle, die um eine Größenordnung kleiner ist als die hier gemessene. Insofern gibt es aus theoretischer Sicht noch keine vollständige Übereinstimmung für die exakten Werte der Laserschwelle des CARL.

Das zweite Ziel dieser Arbeit war es, einen direkten Nachweis für die Selbstorganisation der atomaren Dichteverteilung beim CARL-Prozess zu erbringen. Dafür wurde die Bragg-

Streuung am atomaren Gitter im Ringresonator untersucht: Ein Laser wurde unter dem Bragg-Winkel auf die atomare Wolke eingestrahlt, um damit eine Reflexion an den Atomen zu erzielen. Ist solch eine Reflexion zu messen, dann ist damit die langreichweitige Ordnung der Atome nachgewiesen. Um die Ordnung durch die Spiegelrückstreuung von der Ordnung durch den CARL-Prozess zu unterscheiden, war der Aufbau eines „Bragg-Interferometers“<sup>1</sup> erforderlich, mit dem die Phase des gestreuten Lichtfelds detailliert vermessen werden kann. Dadurch kann ein bewegtes atomares Gitter durch den CARL-Prozess von einem ruhenden Gitter durch die Spiegelrückstreuung unterschieden werden. Bei den Messungen mit dem Bragg-Interferometer am CARL-Prozess ergab sich ein sehr geringes Interferenzsignal, so dass das reflektierte Licht nicht von diffuser Lichtstreuung unterschieden werden konnte. Die von den Atomen reflektierte Leistung ist folglich beim CARL-Prozess so gering, dass weder die Bragg-Streuung, noch die Selbstorganisation anhand dieses Versuchsaufbaus nachzuweisen war. Dennoch wurde anhand eines alternativen Experiments bewiesen, dass generell Bragg-Streuung an solch einem eindimensionalen atomaren Gitter auftritt. Dazu wurden die Atome in die Dipolfalle des nun beidseitig gepumpten Ringresonators geladen, um so im Unterschied zum CARL ein tieferes optisches Gitter zu erzeugen. Dadurch konnten wesentlich höhere reflektierte Leistungen erzielt und somit die Bragg-Streuung eindeutig nachgewiesen werden<sup>2</sup>.

Aufgrund der relativ hohen Leistung im reflektierten Strahl und dem starken Einschluss der Atome im Fallenpotenzial war es mit dem Bragg-Interferometer erstmals möglich, den fundamentalen Prozess der Rayleigh-Streuung phasensensitiv aufzulösen [53]. Bereits aus dem mechanischen Oszillator-Modell des Atoms ergibt sich eine Phasenverzögerung zwischen dem eingestrahnten und dem vom Atom emittierten Lichtfeld. Im Experiment wurde die Entwicklung der Phasenverzögerung des von den Atomen gestreuten Lichtfelds beim Durchstimmen der Laserfrequenz über eine atomare Resonanz beobachtet. Mit Hilfe dieses Interferometers gelang es außerdem, die Geschwindigkeit eines bewegten atomaren Gitters zu messen.

Um dennoch den Nachweis der Selbstorganisation beim CARL-Prozess zu erbringen, müsste die Empfindlichkeit des Bragg-Interferometers gesteigert werden. Dass hier noch Verbesserungen möglich sind, zeigen Messungen mit einem neuen Testaufbau an einem linearen Resonator. Hierbei wurde die Bragg-Streuung ebenfalls an einem eindimensionalen Gitter untersucht. Der Bragg-Laser wird auf der  $D_2$ -Linie von Rubidium betrieben, wodurch sich ein Bragg-Winkel von ungefähr  $13^\circ$  ergibt. Bei einer eingestrahnten Intensität von  $I_i = 0,3 \text{ W/m}^2$  konnten reflektierte Lichtleistungen von einigen Nanowatt beobachtet werden. Um die starke Verbesserung der Empfindlichkeit zu demonstrieren, wurde die phasensensitive Messung der Rayleigh-Streuung wiederholt. In Abbildung 6.1 ist eine solche Messung dargestellt. Der Vergleich mit der in Kapitel 5.2 gezeigten Abbildung 5.7

---

<sup>1</sup>Sogenannte Röntgeninterferometer sind in der Festkörperphysik schon seit langem bekannt [76, 77, 78]. Sie basieren ebenfalls auf der Bragg-Streuung und können dazu verwendet werden, die Gitterkonstante oder die Gitterverzerrungen eines Kristalls zu bestimmen. Seit kurzem können auf dieser Grundlage auch Fabry-Perot-Interferometer für Röntgenstrahlen konstruiert werden [79]. Damit könnte es in Zukunft möglich sein, eine sehr viel höhere Energieauflösung für zahlreiche Spektroskopiemethoden zu erreichen. Bei dem in dieser Arbeit entwickelten Interferometer handelt es sich um das erste Bragg-Interferometer für eine optische Wellenlänge.

<sup>2</sup>Gegenüber früheren Experimenten an optischen Gittern [31, 32, 33] wurde ein fernverstimmter Fallenlaser verwendet. Daraus ergibt sich für die Atome ein konservatives Fallenpotenzial, wodurch einerseits die experimentellen Anforderungen wachsen, sich jedoch andererseits zeigt, dass es möglich ist, die Bragg-Streuung für eine größere Anzahl von Experimenten mit fernverstimmten Dipolfallen als Messinstrument einzusetzen.

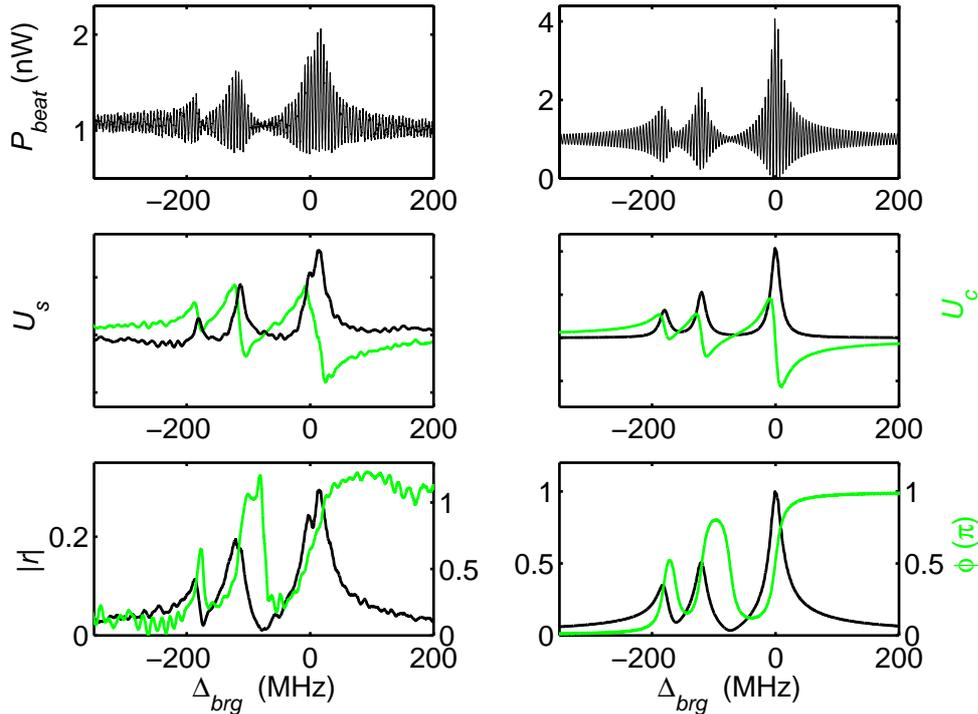


Abbildung 6.1: Die Abbildung zeigt eine Messung zur Rayleigh-Streuung, welche mit einem verbesserten Testaufbau gewonnen wurde. Die Messung ist dabei analog zu der Messung, die in Abbildung 5.7 dargestellt ist. Hier wurde jedoch der Bragg-Laser auf der  $D_2$ -Linie von Rb betrieben. Es sind die drei Übergänge  $5S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 2, 3, 4$  zu erkennen.

macht den Fortschritt deutlich. Mit einem solchen Aufbau, angewendet auf den Ringresonator, sollte es möglich sein, den Ordnungsparameter des CARL zu messen.

Auch die Zukunft dieses Experiments kann sich nicht dem allgemeinen Trend widersetzen, von kalten atomaren Gasen zu Bose-Einstein-Kondensaten überzugehen. Während dieser Arbeit wurde bereits mit dem Aufbau einer neuen Vakuumapparatur begonnen, die es möglich machen soll, ein Bose-Einstein-Kondensat zu erzeugen und dieses in die Mode eines Hochfinesse Ringresonators zu bringen. In der Planung des Versuchsaufbaus wurde Wert auf große Flexibilität gelegt, so dass es möglich sein wird, verschiedenste Experimente durchzuführen. Zunächst wird das Kondensat mit Hilfe einer Magnetfalle in die Nähe der Resonatormode transportiert. Aus der Magnetfalle kann das Kondensat in das optische Potenzial der Dipolfalle umgeladen werden oder auch einfach durch das Lichtfeld fallen gelassen werden. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, das Kondensat mit Hilfe der Magnetfalle in der leeren Mode des Resonators zu halten, um dann von außen einen weiteren Laser einzustrahlen.

Bereits jetzt gibt es schon eine ganze Reihe von theoretischen Konzepten für Experimente mit einem Bose-Einstein-Kondensat in einem Hochfinesse Resonator. Für einige der Vorschläge erweist sich ein Ringresonator gegenüber einem Stehwellen-Resonator als vorteilhaft und für eine kleinere Zahl sogar als zwingend notwendig. Unter den vielen Veröffentlichungen gibt es die faszinierenden Vorschläge, Anregungen eines Kondensats

auszudämpfen [80, 81], verschiedene Kondensate zu vereinigen [82] oder verschränkte Zustände zwischen Licht und Atomen zu erzeugen [83, 84, 85]. Aber auch der CARL konnte aus theoretischer Sicht bereits in das Quantenregime übertragen werden [86, 87, 88]. Welche dieser Ideen realisiert werden können, wird sich erst im Laufe der Zeit zeigen. Aber insgesamt kann man sagen, dass die experimentelle Erforschung der Physik kalter atomarer Gase in einem Hochfinesse Ringresonator gerade erst begonnen hat.

# Literaturverzeichnis

- [1] Christiaan Huygens (Christiani Hugenii), *Horologium Oscillatorium*, Parisiis, Apud F. Maguet, 1673.
- [2] A. Pikovsky, M. Rosenblum und J. Kurths, *Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences*, Cambridge University Press, 2001.
- [3] S. H. Strogatz, *Exploring complex networks*, Nature **410**, 268 (2001).
- [4] M. Rosenblum und A. Pikovsky, *Synchronization: from pendulum clocks to chaotic lasers and chemical oscillators*, Contemporary Physics **44**, 401 (2003).
- [5] Y. Kuramoto, *Cooperative Dynamics of Oscillator Community*, Progr. Theor. Phys. Suppl. **79**, 223 (1984).
- [6] S. H. Strogatz, *From Kuramoto to Crawford: exploring the onset of synchronization in populations of coupled oscillators*, Physica D **143**, 1 (2000).
- [7] G. Nicolis und I. Prigogine, *Self-Organization in Nonequilibrium Systems: From Dissipative Structures to Order through Fluctuations*, John Wiley, 1977.
- [8] R. Bonifacio und L. De Salvo, *Collective atomic recoil laser (CARL) optical gain without inversion by collective atomic recoil and self-bunching of two level atoms*, Nucl. Instrum. Methods **341**, 360 (1994).
- [9] R. Bonifacio, L. De Salvo, L. M. Narducci und E. J. Dangelo, *Exponential Gain and Selfbunching in a Collective Atomic Recoil Laser*, Phys. Rev. A **50**, 1716 (1994).
- [10] R. Bonifacio und L. De Salvo, *Analytical theory of the collective atomic recoil laser in the FEL limit*, Appl. Phys. B **60**, S233 (1995).
- [11] R. Bonifacio, L. De Salvo und G. R. M. Robb, *Propagation effects in a collective atomic recoil laser*, Opt. Commun. **137**, 276 (1997).
- [12] R. Bonifacio, G. R. M. Robb und B. W. J. McNeil, *Propagation, Cavity, and Doppler-Broadening Effects in the Collective Atomic Recoil Laser*, Phys. Rev. A **56**, 912 (1997).
- [13] P. R. Berman, *Comparison of recoil-induced resonances and the collective atomic recoil laser*, Phys. Rev. A **59**, 585 (1999).
- [14] M. Perrin, G. L. Lippi und A. Politi, *Phase Transition in a Radiation-Matter Interaction with Recoil and Collisions*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4520 (2001).

- [15] M. Perrin, Z. Ye und L. Narducci, *Microscopic Theory of the Collective Atomic Recoil Laser in an Optical Resonator: The Effects of Collisions*, Phys. Rev. A **66**, 043809 (2002).
- [16] J. Y. Courtois, G. Grynberg, B. Lounis und P. Verkerk, *Recoil-induced Resonances in Cesium: An Atomic Analog to the Free Electron Laser*, Phys. Rev. Lett. **72**, 3017 (1994).
- [17] G. L. Lippi, G. P. Barozzi, S. Barbay und J. R. Tredicce, *Spontaneous Generation of a Longitudinal Atomic Density Grating in Sodium Vapor*, Phys. Rev. Lett. **76**, 2452 (1996).
- [18] P. R. Hemmer, N. P. Bigelow, D. P. Katz, M. S. Shahriar, L. DeSalvo und R. Bonifacio, *Self-Organization, Broken Symmetry, and Lasing in an Atomic Vapor: The Interdependence of Gratings and Gain*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1468 (1996).
- [19] W. J. Brown, J. R. Gardner, D. J. Gauthier und R. Vilaseca, *Amplification of laser beams propagating through a collection of strongly driven, Doppler-broadened two-level atoms*, Phys. Rev. A **55**, R1601 (1997).
- [20] W. J. Brown, J. R. Gardner, D. J. Gauthier und R. Vilaseca, *Amplification of laser beams counterpropagating through a potassium vapor: The effects of atomic coherence*, Phys. Rev. A **56**, 3255 (1997).
- [21] P. Verkerk, N. P. Bigelow, L. De Salvo und R. Bonifacio, *Comment on „Spontaneous Generation of a Longitudinal Atomic Density Grating in Sodium Vapor“*, Phys. Rev. Lett. **79**, 3094 (1997).
- [22] D. Kruse, C. von Cube, C. Zimmermann und P. W. Courteille, *Observation of Lasing Mediated by Collective Atomic Recoil*, Phys. Rev. Lett. **91**, 183601 (2003).
- [23] D. Kruse, *Selbstorganisation und Laseremission in kalten atomaren Ensembles*, Doktorarbeit, Universität Tübingen, 2004.
- [24] B. Nagorny, T. Elsässer, H. Richter, A. Hemmerich, D. Kruse, C. Zimmermann und P. W. Courteille, *Optical lattice in a high finesse ring resonator*, Phys. Rev. A **67**, 031401 (2003).
- [25] B. Nagorny, T. Elsässer und A. Hemmerich, *Collective Atomic Motion in an Optical Lattice Formed Inside a High Finesse Cavity*, Phys. Rev. Lett. **91**, 153003 (2003).
- [26] T. Elsässer, B. Nagorny und A. Hemmerich, *Optical bistability and collective behavior of atoms trapped in a high-Q ring cavity*, Phys. Rev. A **69**, 033043 (2004).
- [27] B. W. J. McNeil und G. R. M. Robb, *Collective Rayleigh Scattering from dielectric particles: a classical theory of the Collective Atomic Recoil Laser*, Opt. Commun. **148**, 54 (1998).
- [28] S. M. Wiggins, G. R. M. Robb, B. W. J. McNeil, D. A. Jaroszynski, D. R. Jones und S. P. Jamison, *Collective Rayleigh scattering from dielectric particles*, Meas. Sci. Technol. **13**, 263 (2002).

- 
- [29] S. M. Wiggins, G. R. M. Robb, B. W. J. McNeil, D. R. Jones, S. P. Jamison und D. A. Jaroszynski, *Spontaneous density grating formation in suspensions of dielectric nanoparticles*, J. Mod. Opt. **49**, 997 (2002).
- [30] G. R. M. Robb und B. W. J. McNeil, *Superflorescent Rayleigh Scattering from Suspensions of Dielectric Particles*, Phys. Rev. Lett. **90**, 123903 (2003).
- [31] M. Weidemüller, A. Hemmerich, A. Gorlitz, T. Esslinger und T. W. Hänsch, *Bragg diffraction in an atomic lattice bound by light*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4583 (1995).
- [32] G. Birkl, M. Gatzke, I. H. Deutsch, S. L. Rolston und W. D. Phillips, *Bragg scattering from atoms in optical lattices*, Phys. Rev. Lett. **75**, 2823 (1995).
- [33] M. Weidemüller, A. Gorlitz, T. W. Hänsch und A. Hemmerich, *Local and global properties of light-bound atomic lattices investigated by Bragg diffraction*, Phys. Rev. A **58**, 4647 (1998).
- [34] P. W. Milonni und J. H. Eberly, *Lasers*, John Wiley, 1988.
- [35] J. N. Dodd, *Atoms and Light Interactions*, Plenum Press, 1991.
- [36] R. Grimm, M. Weidemüller und Y. B. Ovchinnikov, *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **42**, 95 (2000), Physics/9902072.
- [37] J. D. Jackson, *Klassische Elektrodynamik*, Walter de Gruyter, 2002.
- [38] H. Metcalf und P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Springer, 1999.
- [39] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc und G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions*, John Wiley, 1992.
- [40] P. W. Courteille, R. S. Freeland, D. J. Heinzen, F. A. van Abeelen und B. J. Verhaar, *Observation of a Feshbach resonance in Cold Atom Scattering*, Phys. Rev. Lett. **81**, 69 (1998).
- [41] J. L. Roberts, N. R. Claussen, J. P. J. Burke, C. H. Greene, E. A. Cornell und C. E. Wieman, *Resonant Magnetic Field Control of Elastic Scattering in Cold  $85\text{Rb}$* , Phys. Rev. Lett. **81**, 5109 (1998).
- [42] G. Hechenblaikner, M. Gangl, P. Horak und H. Ritsch, *Cooling an atom in a weakly driven high- $Q$  cavity*, Phys. Rev. A **58**, 3030 (1998).
- [43] M. Gangl und H. Ritsch, *Cold Atoms in a High- $Q$  Ring cavity*, Phys. Rev. A **61**, 043405 (2000).
- [44] T. W. Hänsch und A. L. Schawlow, *Cooling of Gases by Laser Radiation*, Opt. Comm. **13**, 68 (1975).
- [45] D. J. Wineland und H. G. Dehmelt, *Proposed  $10^{14}\Delta\nu < \nu$  laser fluorescence spectroscopy on  $\text{Tl}^+$  mono-ion oscillator*, Bull. Am. Phys. Soc. **20**, 637 (1975).
- [46] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable und A. Ashkin, *Three-Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985).

- [47] P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston, C. E. Tanner, R. N. Watts und C. I. Westbrook, *Optical molasses*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2084 (1989).
- [48] F. Schwabl, *Statistische Mechanik*, Springer, 2000.
- [49] G. R. M. Robb, N. Piovella, A. Ferraro, R. Bonifacio, P. W. Courteille und C. Zimmermann, *Collective atomic recoil lasing including friction and diffusion effects*, Phys. Rev. A **69**, 041403 (2004).
- [50] R. H. Dicke, *Coherence in Spontaneous Radiation Processes*, Physical Review **93**, 99 (1954).
- [51] R. L. Honeycutt, *Stochastic Runge-Kutta Algorithms. I. White Noise*, Phys. Rev. A **45**, 600 (1992).
- [52] A. L. Garcia, *Numerical Methods for Physics*, Prentice-Hall, 1994.
- [53] S. Slama, C. von Cube, B. Deh, A. Ludewig, C. Zimmermann und P. W. Courteille, *Phase-Sensitive Detection of Bragg Scattering at 1D Optical Lattices*, Phys. Rev. Lett. **94**, 193901 (2005).
- [54] M. Ruder, *Lichtmoden eines Ringresonators hoher Güte als Dipolfalle für ultrakalte Rubidium-Atome*, Diplomarbeit, Universität Tübingen, 2002.
- [55] R. H. Dicke, *The Effect of Collisions upon the Doppler Width of Spectral Lines*, Physical Review **89**, 472 (1953).
- [56] D. J. Wineland und W. M. Itano, *Laser cooling of atoms*, Phys. Rev. A **20**, 1521 (1979).
- [57] S. Wolf, S. J. Oliver und D. S. Weiss, *Suppression of Recoil Heating by an Optical Lattice*, Phys. Rev. Lett. **85**, 4249 (2000).
- [58] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin und A. Cable, *Experimental Observation of Optically Trapped Atoms*, Phys. Rev. Lett. **57**, 314 (1986).
- [59] H. Kogelnik und T. Li, *Laser Beams and Resonators*, Applied Optics **5**, 1550 (1966).
- [60] D. Kruse, M. Ruder, J. Benhelm, C. von Cube, C. Zimmermann, P. W. Courteille, T. Elsasser, B. Nagorny und A. Hemmerich, *Cold atoms in a high-Q ring cavity*, Phys. Rev. A **67**, 051802 (2003).
- [61] C. Zimmermann, V. Vuletic, A. Hemmerich, L. Ricci und T. W. Hänsch, *Design for a compact tunable Ti:sapphire laser*, Optics Letters **20**, 297 (1995).
- [62] R. Pound, *Electronic Frequency Stabilization of Microwave Oscillators*, Rev. Sci. Instr. **17**, 490 (1946).
- [63] R. Drever, J. Hall, F. Kowalski, J. Hough, G. Ford, A. Munley und H. Ward, *Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator*, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983).
- [64] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu und D. E. Prichard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).

- 
- [65] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König und T. W. Hänsch, *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*, Opt. Comm. **117**, 541 (1995).
- [66] K. Corwin, Z.-T. Lu, C. Hand, R. Epstein und C. Wieman, *Frequency-stabilized diode laser with the Zeeman shift in an atomic vapor*, Applied Optics **37**, 3295 (1998).
- [67] B. Deh, *Braggspektroskopie am eindimensionalen optischen Gitter*, Diplomarbeit, Universität Tübingen, 2004.
- [68] S. J. M. Kuppens, K. L. Corwin, K. W. Miller, T. E. Chupp und C. E. Wieman, *Loading an Optical Dipole Trap*, Phys. Rev. A **62**, 013406 (2000).
- [69] K. Dieckmann, *BEC with High Atom Number in a Deep Magnetic Trap*, Doktorarbeit, University of Amsterdam, 2001.
- [70] G. Bjorklund, M. Levenson, W. Lenth und C. Ortiz, *Frequency Modulation (FM) Spectroscopy*, Appl. Phys. B **32**, 145 (1983).
- [71] C. von Cube, S. Slama, D. Kruse, C. Zimmermann, P. W. Courteille, G. R. M. Robb, N. Piovella, und R. Bonifacio, *Self-Synchronization and Dissipation-Induced Threshold in Collective Atomic Recoil Lasing*, Phys. Rev. Lett. **93**, 083601 (2004).
- [72] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji, *Optical molasses*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
- [73] J. Javaloyes, M. Perrin, G. L. Lippi und A. Politi, *Self-generated cooperative light emission induced by atomic recoil*, Phys. Rev. A **70**, 023405 (2004).
- [74] S. Slama, C. von Cube, A. Ludewig, M. Kohler, C. Zimmermann und P. W. Courteille, *Dimensional crossover in Bragg scattering from an optical lattice*, Phys. Rev. A, accepted for publication (2005).
- [75] A. Ludewig, *Phasensensitiver Nachweis von Braggstreuung und Mehrfachreflexionen an eindimensionalen optischen Gittern*, Diplomarbeit, Universität Tübingen, 2005.
- [76] U. Bonse und M. Hart, *An X-Ray Interferometer*, Appl. Phys. Lett. **6**, 155 (1965).
- [77] U. Bonse, W. Graeff und G. Materlik, *X-Ray Interferometry and Lattice Parameter Investigation*, Rev. de Physique Applique **11**, 83 (1976).
- [78] H. Ibach und H. Lüth, *Festkörperphysik*, Springer, 1999.
- [79] Y. V. Shvyd'ko, M. Lerche, H.-C. Wille, E. Gerdau, M. Lucht, H. D. Rüter, E. E. Alp und R. Khachatryan, *X-Ray Interferometry with Microelectronvolt Resolution*, Phys. Rev. Lett. **90**, 013904 (2003).
- [80] S. A. Gardiner, K. M. Gheri und P. Zoller, *Cavity-assisted quasiparticle damping in a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. A **63**, 051603(R) (2001).
- [81] P. Horak und H. Ritsch, *Dissipative Dynamics of Bose Condensates in Optical Cavities*, Phys. Rev. A **63**, 023603 (2001).
- [82] D. Jaksch, S. A. Gardiner, K. Schluze, J. I. Cirac und P. Zoller, *Uniting Bose-Einstein Condensates in Optical Resonators*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4733 (2001).

- [83] M. G. Moore und P. Meystre, *Optical Control and Entanglement of Atomic Schrödinger Fields*, Phys. Rev. A **59**, 1754 (1999).
- [84] M. G. Moore, O. Zobay und P. Meystre, *Quantum Optics of a Bose-Einstein Condensate Coupled to a Quantized Light Field*, Phys. Rev. A **60**, 1491 (1999).
- [85] P. Horak und H. Ritsch, *Manipulating a Bose-Einstein Condensate with a Single Photon*, Eur. Phys. J. D **13**, 279 (2001).
- [86] J. Heurich, M. G. Moore und P. Meystre, *Cavity Atom Optics and the 'Free Atom Laser'*, Opt. Commun. **179**, 549 (2000), cond-mat/9907227.
- [87] N. Piovella, M. Cola und R. Bonifacio, *Quantum Fluctuations and Entanglement in the Collective Atomic Recoil Laser Using a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. A **67**, 013817 (2003).
- [88] R. Bonifacio, M. M. Cola, N. Piovella und G. R. M. Robb, *A quantum model for collective recoil lasing*, Europhys. Lett. **69**, 55 (2005).

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich herzlich bei all denen bedanken, die mich während der letzten drei Jahre bei meiner Doktorarbeit unterstützt haben. Ganz besonders bedanken möchte ich mich bei:

- Prof. Claus Zimmermann, der mir diese Arbeit ermöglicht hat und mir dadurch die Chance gab, die spannende Welt der Quantenoptik kennen zu lernen.
- Prof. Matthias Weidemüller, der so freundlich war, die Begutachtung dieser Arbeit zu übernehmen.
- Philippe Courteille für seinen unermüdlichen Einsatz bei der Datenauswertung, beim Paper-Schreiben, Korrektur-Lesen und für seine vielen guten Ideen, wenn es im Labor mal wieder nicht voranging.
- Sebastian Slama für die hervorragende Zusammenarbeit im Labor und den täglichen Gedankenaustausch über das Experiment und Gott und die Welt.
- Unseren beiden Diplomanden Antje Ludewig und Benjamin Deh für ihr großes Engagement, mit dem sie erfolgreich an unserem Projekt mitgearbeitet haben.
- Den beiden Werkstätten mit ihren stets hilfsbereiten Mitarbeitern, die immer bereit waren, auch kurzfristig eine Lösung zu finden.
- Herrn Lindel und unseren Sekretärinnen Frau Lossa, Frau Eiskant und Frau Walz für ihre Hilfe bei allen alltäglichen Problemen, insbesondere beim Umgang mit der universitären Bürokratie.
- Sebastian Kraft dafür, dass er mich so freundlich in seinem Büro aufgenommen hat.
- All den Quantenoptikern aus dem fünften Stock des Physikalischen Instituts für die große Hilfsbereitschaft, insbesondere wenn man ein Gerät ausleihen wollte.
- Ganz besonders möchte ich mich auch bei meinem Vorgänger Dietmar Kruse bedanken, der mir zu Beginn meiner Doktorarbeit geduldig alles über sein Experiment erklärt und mir so einen guten Einstieg in die Laborarbeit ermöglicht hat.

