



TÜBINGER GEOWISSENSCHAFTLICHE ARBEITEN (TGA)

Reihe C:
Hydro-, Ingenieur- und Umweltgeologie

Schriftleitung:
P. Grathwohl, G. Teutsch

Dirk Hückinghaus

Simulation der Aquifergenese und des Wärmetransports in Karstaquiferen

TGA, C42, 1998

Simulation der Aquifergenese und des Wärmetransports in Karstaquiferen

Dirk Hückinghaus

*Lehrstuhl für Angewandte Geologie
Institut für Geologie und Paläontologie
Universität Tübingen
Sigwartstraße 10
72076 Tübingen
Germany*

Herausgeber:

Institut und Museum für Geologie und Paläontologie
der Universität Tübingen
Sigwartstraße 10, D-72076 Tübingen

Schriftleitung der Reihe C:

Lehrstuhl für Angewandte Geologie
Prof. Dr. Peter Grathwohl & Prof. Dr. Georg Teutsch

Redaktion:

Dr. Mike Herbert

ISSN 0935-4948

Simulation der Aquifergenese und des Wärmetransports in Karstaquiferen

DIRK HÜCKINGHAUS¹

Kurzfassung: Karstaquifere stellen eine wichtige Trinkwasserressource dar. Das hydraulische Verhalten von Karstaquiferen wird entscheidend durch das Röhrensystem bestimmt. Diese Röhren entstehen durch Lösungsprozesse auf initial vorgegebenen Klüften und unterliegen einer von verschiedenen Randbedingungen abhängigen Genese. Herkömmliche hydrogeologische Methoden (Kartierung, Pumpversuche, klassische Tracer etc.) sowie geophysikalische Detektionsmethoden (z. B. Georadar oder Seismik) erlauben nur eine sehr begrenzte Aussage über die Parameter des Röhrensystems.

In dieser Arbeit wird ein Genesemodell vorgestellt, welches die wesentlichen Parameter der Genese berücksichtigt. Mit diesem Modell ist es möglich, unter Vorgabe verschiedener Randbedingungen der Genese, wie z. B. Kohlendioxidpartialdruck, Niederschläge oder Initialklüfte die geometrische Entwicklung eines Karströhrensystems zu untersuchen.

Bereits an den an einer Röhre durchgeführten Simulationen zeigt sich ein sehr komplexes Zusammenwirken der Parameter. Die unterschiedlichen Aufweitungsformen längs der Röhre hängen nicht alleine von der Lokalität der Grundwasserneubildung ab, sondern auch von der Höhe des Austauschcoeffizienten. Prinzipiell lassen sich zwei Formen der Aufweitung unterscheiden: Eine konkave Form mit größtem Durchmesser fern der Quelle und eine konvexe Form mit einer sich von der Quelle weg verjüngenden Form.

Genesesimulationen in vermaschten Röhrensystemen zeigen, daß sich die bevorzugte Aufweitung entlang größerer Klüfte, die in Verbindung mit dem Vorfluter stehen, entwickelt. Weiterhin bedingen gut gebankte Kalke eine schnellere Aufweitung des Röhrensystems.

Temperaturimpulse in Karstaquiferen lassen sich als natürliche Tracer verwenden, da zwischen Kluftgeometrie, Durchflußgeschwindigkeit und Gesteinsparametern eine Abhängigkeit besteht. Im zweiten Teil der Arbeit wurde ein Wärmetransportmodell entwickelt, welches den Wärmetransport in Karströhren simuliert. Mit diesem ist es nun möglich, die Abhängigkeit der Temperaturimpulse in Karstaquiferen nach Niederschlägen zu untersuchen. In den Simulationen zeigt sich, daß nur Röhren mit großen Durchmessern einen Temperaturimpuls über weitere Strecken transportieren. Für die Temperaturentwicklung an der Quelle ist nur der Hauptimpuls eines Niederschlages wesentlich.

Wegen der unterschiedlichen Reaktionszeit des konvektiven und konduktiven Transportanteils lassen sich verschiedene Röhrensysteme durch Temperaturmessungen im Quellbereich unterscheiden. Unterschiedliche Anordnungen derselben Röhren lassen sich allerdings in eine 'stationär-äquivalente Klasse' zusammenfassen. Dies sind Röhrensysteme, die unter stationären Strömungsbedingungen identische Durchbruchkurven zeigen. Weiterhin wurde die Klasse der 'instationär-äquivalenten' Röhrensysteme eingeführt, worunter man Systeme versteht, die auch noch unter instationären Strömungsbedingungen eine identische Durchbruchkurve besitzen.

Ein wesentliches Postulat der Arbeit ist: Zu jedem dendritischen Röhrensystem läßt sich allein durch Umordnung der Röhren und Variation von Zufluß und Impulstemperatur ein instationär-äquivalentes vermaschtes System konstruieren. Ohne Kenntnisse weiterer Parameter sind dendritische nicht von vermaschten Systemen anhand von Temperaturdurchbruchkurven zu unterscheiden.

¹Dissertation an der Geowissenschaftlichen Fakultät der Universität Tübingen

Simulation of aquifer genesis and heat transport in karst aquifers

Dirk Hückinghaus²

Abstract: Karst aquifers represent an important drinking water resource. The hydraulic behaviour of karst aquifers is determined by the conduit system. The conduits evolve from an initial fissure system through dissolution processes which are dependent on different boundary conditions. Traditional hydrogeological methods (mapping, pumping tests, classical tracers etc.) and geophysical methods of detection (e.g. georadar or seismics) allow a very limited statement of the parameters of the conduit system.

In this work a model considering the essential parameters of the genesis is presented. Using this model it is possible to examine the geometric evolution of the karst conduit system as determined by different boundary conditions of the genesis, e.g. partial pressure of carbon dioxide, precipitation or initial fissure system.

Simulations for a single pipe show the complexity of interaction between the parameters. The evolution of the conduits depends not only on the location of the groundwater discharge, but also the degree of the exchange coefficient. We can distinguish between two different forms of conduit evolution: a concave form with larger diameter far from the spring and a convex form with a smaller diameter far from the spring.

Simulations in meshed conduit systems show that a preferential dissolution is developed along larger fractures with connection to the drainage channel. Furthermore well banked limestone leads to a faster development of the conduit system.

Due to the relationship between fracture geometry, flow velocity and rock parameters, temperature impulses in karst aquifers may be applied as natural tracers. In the second part of the work a heat transport model simulating the heat transport in karst conduits was developed. Using this model it is possible to investigate the characteristics of temperature impulses in karst aquifers after recharge events. The simulations show that only conduits with large diameters transport a temperature impulse over long distances. Only the main impulse of the recharge is important for the heat evolution at the spring.

Because of the different reaction times of the convective and conductive transport components, it is possible to distinguish between different conduit systems from temperature measurements at the spring. Different configurations of the same pipes may be combined into a 'steady-equivalent class'. These are conduit systems which show identical breakthrough curves under steady state flow conditions. Moreover the class of 'transient-equivalent' conduit-systems is introduced, describing systems also having identical breakthrough curves under transient flow conditions.

An important postulation of this work is the following: to every dendritic conduit system there exists a transient-equivalent meshed system which can be constructed by only reordering of pipes and variation of discharge and the impulse temperature. Without more knowledge of other parameters it is impossible to distinguish between dendritic and meshed systems using temperature breakthrough curves.

²Dissertation at the Geowissenschaftliche Fakultät, Universität Tübingen

Vorbemerkung

Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen des Projektes 'Groundwater Resources And Climate Change Effects' der Europäischen Union (Contract CEC EV5V-CT94-0471) und der DFG 'Charakterisierung des Strömungssystems von Karstaquiferen aufgrund ihres Wärmetransportverhaltens' (Sa 501/5-2) verfaßt.

Danksagung

Mein besonderer Dank für die Vergabe, Betreuung und die Begutachtung der Arbeit gilt Herrn Professor Dr. Georg Teutsch. Ohne seinen Anstoß und Vertrauen in die Arbeit und Programmentwicklung wäre diese Arbeit nicht entstanden.

Herrn Priv. Doz. Dr. Martin Sauter danke ich für die Betreuung und Begutachtung der Arbeit. Insbesondere aber für viele karsthydrogeologische Diskussionen und manch aufmunterndes Wort.

Herrn Dr. Rudolf Liedel bin ich zu großen Dank verpflichtet. Durch ihn und viele Diskussionen hat sich diese Arbeit in dieser Form und Art entwickelt.

Dank gebürt auch Herrn Dr. Torsten Clemens. Seine Kooperation und Mitwirkung in der Softwareentwicklung des Programms CAVE hat viel zu dieser Arbeit beigetragen.

Zu Dank bin ich vielen Kollegen und Mitarbeitern im Institut verpflichtet, denen durch meine Simulationen einiges an Rechenzeit und Plattenplatz verloren ging. Allen Angehörigen des Lehrstuhls für Angewandte Geologie sei an dieser Stelle für die angenehme Atmosphäre gedankt, zu der jeder einzelne in seiner Art und Weise beigetragen hat.

Nicht zuletzt möchte ich meinen Eltern danken, die mich in vielfältigster Weise unterstützt und meine Studien erst ermöglicht haben. Meiner Freundin Ute gebürt besonderer Respekt, hat sie doch eine lange Zeit der örtlichen Trennung hinnehmen müssen! Zu vergessen sind auch nicht viele Freunde und meine Schwester Kathrin, die mich geduldig und unterstützend, treu auf meinen (akademischen) Pfaden begleitet haben.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Vorgehensweise	1
2	Karstgenese	3
2.1	Konzept für die Modellierung der Hydraulik in Karstaquiferen	3
2.2	Modellierung der Verkarstung	6
2.3	Hydraulik des Röhren- und Feinkluftsystems	7
2.4	Verifizierung des Röhrenmoduls CONDUIT	9
2.5	Kalzitlösung in der Röhre	14
2.6	Sensitivitätsanalyse	14
2.6.1	Modellgebiet	15
2.6.2	Zeitschrittanalyse	16
2.6.3	Kluftrauhigkeit	18
2.6.4	Austauschkoeffizient	18
2.7	Dominierende Prozesse	39
2.7.1	Einfluß hydraulisch wirksamer Klüfte der vadosen Zone	40
2.7.2	Zusammenfassung	43
2.7.3	Diskussion	43
3	Wärmetransport in Karstaquiferen	47
3.1	Einleitung	47
3.2	Theorie	49
3.2.1	Dominierende Prozesse	49
3.2.2	Mathematische Beschreibung der Konduktion	50

3.2.3	Mathematische Beschreibung des Wärmetransports in der Röhre	51
3.2.4	Mathematisches Lösungsverfahren	52
3.2.5	Lösung des Systems von PDGL im Laplaceraum	52
3.3	Verifikation des Wärmetransports in einer Einzelröhre	55
3.3.1	Sensitivitätsanalyse	55
3.3.2	Vergleich Röhre / Kluft	56
3.3.3	Verifikation durch analytische Lösung	59
3.3.4	Verifikation der Diskretisierung	60
3.4	Simulation des Wärme- transports in einem Röhrennetz	62
3.4.1	Prozesse des Wärmetransports	62
3.4.2	Zeitliche Variation des Impulses	64
3.4.3	Instationäre Strömungsbedingungen	64
3.4.4	Verifikation von CAVE mit dem Programm SINGLE	65
3.5	Sensitivitätsanalysen	66
3.6	Wärmetransport bei instationärer Strömung	68
3.6.1	Numerische Umsetzung	68
3.6.2	Verifizierung des numerischen Moduls	70
4	Anwendung des Wärmetransports	73
4.1	Transportweite eines Temperatursignals in Karströhren	73
4.2	Identifikation der Röhrengometrie	75
4.2.1	Identifikation von Röhrensystemen unter variierendem Volumenstrom .	77
4.2.2	Unterscheidung zwischen vermaschten und dendritischen Systemen . . .	83
5	Zusammenfassung und Ausblick	85
6	Anhang	89
6.1	Tabellen der Röhrenentwicklung	89
6.2	Numerische Verfahren	107
6.2.1	Gleichungssystem bei laminarer Strömung	107
6.2.2	Gleichungssystem bei laminarer und turbulenter Strömung	108

INHALTSVERZEICHNIS

iii

6.2.3 Der Backtracking-Algorithmus MESH_SEARCH 110

6.2.4 Das Temperatursignal 112

6.2.5 Programmtechnische Umsetzung der Superposition 116

7 LITERATUR

121

Abbildungsverzeichnis

2.1	Verschiedene Modellansätze der Modellierung von Kluftaquiferen: a) Kontinuum, b) Doppelkontinuum, c) diskretes Kluftmodell und d) Koppelung von Kontinuum und diskretem Ansatz.	4
2.2	Modellkonzept: Im Karstaquifer wird das System der großen Klüfte vom Feinkluftsystem separiert behandelt und beide Systeme werden über einen Austauschterm gekoppelt. .	5
2.3	Struktureller Aufbau von CAVE.	10
2.4	Einfacher Röhrenstrang zur Verifikation von CONDUIT. Die Länge der Röhren (Strich) beträgt 100 m zwischen den einzelnen Knoten (Kreise).	11
2.5	Vermaschtes Röhrensystem aus Horlacher und Lüdecke (1992).	11
2.6	Einfaches Röhrensystem (Abb. 2.4) mit 0.5 m Durchmesser in allen Röhren und einem Potentialunterschied von 5 m. Unter diesen Bedingungen herrscht in allen Röhren turbulentes Strömen.	11
2.7	Schematisches Modellgebiet der Sensitivitätsanalysen.	15
2.8	Die Berechnung der Aufweitung einer Röhre erfolgt innerhalb eines Zeitschrittes unter stationären Bedingungen. Durchfluß und Kalzitaustrag aus der Röhre sind aber stark gekoppelte Prozesse, die zeitabhängig sind: Verfeinert man die Zeitschritte, wie im Fall b der Abbildung dargestellt, dann kann durch die sich schneller aufweitende Röhre mehr Wasser fließen. Eine höhere Lösung an Kalziumionen ist die Folge. Die gröbere Zeitdiskretisierung (a) führt hingegen zu einem höheren Röhrenwachstum als die feinere Zeitdiskretisierung (b).	17
2.9	Die natürliche Rauheit von Strömungswandungen läßt sich nicht unmittelbar messen. Zur Charakterisierung der Rauheit wird nach Nikuradse (1933) gleichförmiger Sand auf eine glatte Wandung aufgetragen. Der Durchmesser der Sandkörner ergibt dann die Kluftrauigkeit k	18
2.10	Unterschiedliche Ausbildung des Feinkluftsystems für a) mantelflächenunabhängigen und b) mantelflächenabhängigen Austauschkoefizienten. Im letzteren Fall werden durch die Aufweitung neue, mit dem Feinkluftsystem hydraulisch verbundene, Klüfte an das Röhrensystem angeschlossen.	20
2.11	In die Berechnung des mantelflächenabhängigen Austauschkoefizienten ist jeweils nur die Hälfte der Mantelfläche (vgl. 2.27) der angrenzenden Röhren involviert (grau). . .	20

2.12	Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit konstantem Austauschkoefizientem $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.	20
2.13	Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit konstantem Austauschkoefizientem $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.	20
2.14	Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.	20
2.15	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.	21
2.16	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.	21
2.17	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.	21
2.18	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.	22
2.19	Schema der (a) punktuellen und (b) gleichmäßigen GW-Neubildung in der Röhre.	23
2.20	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	23
2.21	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	24
2.22	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	24
2.23	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	24
2.24	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.	25
2.25	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.	25
2.26	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.	25
2.27	Konzentration der Kalziumionen für die Simulation mit konstanten Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	26
2.28	Konzentration der Kalziumionen für die Simulation mit konstanten Austauschkoefizient $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	26
2.29	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN.	26
2.30	Durch hohen Massenausstrag nimmt die initiale Differenz der Öffnungsweiten in Relation zum Durchmesser ab.	26

2.31	Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN.	27
2.32	Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN.	27
2.33	Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN.	27
2.34	Arithmetisches Mittel der Röhrendurchmesser in der zeitlichen Entwicklung bei 0.1 % der Grundwasserneubildung im Knoten 26 für mantelflächenabhängige Austauschkoefizienten. Die angegebenen Werte an den Kurven sind die initialen Koeffizienten.	30
2.41	Arithmetisches Mittel der Röhrendurchmesser in der zeitlichen Entwicklung der Simulationen mit hoher punktueller direkter GW-Neubildung mit mantelflächenabhängigem Austauschkoefizienten. In der Abbildung sind die initialen Austauschkoefizienten der Kurven angegeben.	30
2.35	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	31
2.36	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	31
2.37	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	31
2.38	Entwicklung der Röhrenaufweitung für die Simulationen mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	31
2.39	Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	31
2.40	Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.	31
2.42	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.	32
2.43	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.	32
2.44	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.	32
2.45	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.	33
2.46	Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.	33
2.47	Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN.	33

2.48	Arithmetisches Mittel der Röhrendurchmesser in der zeitlichen Entwicklung der Simulation mit gleichmäßig verteilter geringer direkter GW-Neubildung mit mantelflächenabhängigem Austauschkoefizienten. Die angegebenen Werte an den Kurven sind die initialen Koeffizienten.	34
2.49	Entwicklung der Röhrenaufweitung der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten 10^{-8} m ² /s und 1.0 % gleichmäßig verteilter direkter GW-Neubildung.	35
2.50	Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten 10^{-6} m ² /s und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN.	35
2.51	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten 10^{-6} m ² /s und 0.1 % gleichmäßig verteilter GW-Neubildung im Röhrensystem.	35
2.52	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten 10^{-5} m ² /s und 0.1 % gleichmäßig verteilter GW-Neubildung im Röhrensystem.	36
2.53	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten 10^{-7} m ² /s und 1 Prozent gleichmässig verteilter direkter GW-Neubildung im Röhrensystem.	36
2.54	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten 10^{-6} m ² /s und 1 Prozent gleichmäßig verteilter direkter GWN.	36
2.55	Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten 10^{-5} m ² /s und 1 Prozent gleichmäßig verteilter direkter GWN.	37
2.56	Arithmetisches Mittel der Röhrendurchmesser in der zeitlichen Entwicklung für die Simulationen mit 1 % gleichmässig verteilter direkter GWN in dem Röhrensystem. Angegeben ist der initiale Austauschkoefizient.	38
2.57	Modellgebiet des vermaschten Systems.	41
2.58	Anordnung und Bezeichnung der Röhren (normal) und Knoten (fett).	41
2.59	Schematische Darstellung der Aufweitung nach 40000 Jahren bei 0.1 % GW-Neubildung in die Knoten 3, 4, 7 und 8 (Kreise). Der Austauschkoefizient wurde auf 10^{-5} m ² /s gesetzt.	41
2.60	Aufweitung nach 40000 Jahren bei 1 % GW-Neubildung in die Knoten 3, 4, 7 und 8 (Kreise). Der Austauschkoefizient wurde gegenüber obigen Fall auf 10^{-4} m ² /s heraufgesetzt.	41
2.61	In dieser Simulation wurde den Röhren 1, 5 und 17 bereits eine höhere hydraulische Leitfähigkeit zugeordnet. Alle weiteren Eingabeparameter sind mit der Simulation der Abb. 2.60 identisch.	42
2.62	Den Röhren 1, 5 und 17 wird eine höhere hydraulische Leitfähigkeit zugeordnet. Die Simulation unterscheidet sich gegenüber der von Abb. 2.61 durch eine gleichmäßig verteilte GWN in allen Knoten.	42

2.63	Die Knoten der rechten Seite bis zur Mittellinie wurden mit einem höheren konstanten Austauschkoefizienten versehen. Die GW-Neubildung (0.1 %) direkt in das Röhrensystem erfolgt gleichmäßig verteilt in alle Knoten.	42
2.64	Die Knoten der rechten Seite bis zur Mittellinie wurden mit einem höheren mantelflächenabhängigen Austauschkoefizienten versehen. Die GW-Neubildung direkt in das Röhrensystem (0.1 Prozent) erfolgt gleichmäßig verteilt in alle Knoten.	42
2.65	Den Röhren 1, 5 und 17 wurde im Initialzustand ein doppelt so großer Durchmesser (4 cm) zugeordnet. An den Knoten 5, 10, 15 wird mit einem Koeffizienten von $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ein um eine Potenz höherer Austauschkoefizient als an den übrigen Knoten festgelegt. Im Resultat zeigt sich eine bevorzugte Ausrichtung des Röhrenwachstums in Richtung des vorgegebenen Initialpfades.	43
2.66	Bypassbildung nach Dreybrodt (1990b). Durch die Druckdifferenz zwischen P1 und P2 sollen sich weitere primäre Fugen öffnen. Diese Annahme steht im Widerspruch zu den mit CAVE durchgeführten Simulationen. In diesen zeigt sich eher eine dominante Aufweitung der primär geweiteten Röhre.	44
2.67	Die Tiefe der Verkarstung ist stark gebunden an die Häufigkeit der initialen Klüfte. Geringe Dichte der Klüfte in Verbindung mit großen Kluftweiten führt zu einer tiefen Verkarstung weit unter dem Wasserspiegel (a). Mit einer flachen Verkarstung ist hingegen bei einer hohen Kluftdichte zu rechnen (b).	44
3.1.	Konzept der Temperaturabweichung nach Niederschlägen im Karstaquifer: Nach einem Niederschlagsereignis wird der Niederschlag im Epikarst (subkutane Zone) zwischengespeichert und dann durch hydraulisch hochwirksame Schlotten / Klüfte der phreatischen Zone zugeführt. Dabei kommt es nicht zur vollständigen Temperaturangleichung an die umliegende Gesteinsmatrix, so daß die GW-Neubildung mit einer Temperaturabweichung gegenüber dem Wasser des phreatischen Bereichs die Karströhren erreicht. Durch die hohen Strömungsgeschwindigkeiten innerhalb der Röhren wird auch hier eine vollständige Temperaturanpassung verhindert und ein vom Ausgangszustand abweichendes, negatives Temperatursignal erreicht die Quelle (Abb. aus Renner, 1996).	48
3.2	Temperatur und Schüttung der Gallusquelle (Abb. Renner, 1996)	50
3.3	Prozesse des Wärmetransports im Karstaquifer. Die im Modell berücksichtigten Prozesse sind durchgezogen und die vernachlässigbaren gestrichelt dargestellt.	50
3.4	Anordnung der Zylinderkoordinaten in einer Röhre.	51
3.5	Schema des in dieser Arbeit verwendeten mathematischen Lösungsverfahrens.	53
3.6	Geometrie für die Sensitivitätsanalysen. Der Impuls von $6 \text{ }^\circ\text{C}$ erfolgt von der linken Seite. Die Initialtemperatur der umliegenden Matrix beträgt $8 \text{ }^\circ\text{C}$	56
3.7	Einfluß der Wärmeleitfähigkeit [$\text{cal}/(\text{s }^\circ\text{C})$] der umliegenden Gesteinsmatrix auf den Temperaturverlauf innerhalb einer Röhre (100 Sekunden nach dem Impuls). Die Kurve für den Simulationsverlauf mit natürlichen Parametern ist jeweils dick hervorgehoben.	57
3.8	Sensitivität des Temperaturverlaufs in Abhängigkeit zur Wärmekapazität [$\text{cal} / (\text{g }^\circ\text{C})$] der Flüssigkeit (100 Sekunden nach dem Impuls).	57

3.9	Sensitivität des Temperaturverlaufs in Abhängigkeit zur Wärmekapazität [cal / (g °C)] des umliegenden Gesteins (100 Sekunden nach dem Impuls).	57
3.10	Wärmeleitung in der Matrix für Kluft und Röhre.	57
3.12	Durchbruchskurven für Röhren und Klüfte in 10 cm Entfernung vom Eingabeort der Impulse.	57
3.11	Die Temperaturimpulse (Tab. 3.2) werden an der einen Seite der Kluft / Röhre eingegeben. Nach 10, 100 bzw. 1000 cm wird dann die Durchbruchskurve betrachtet (siehe Abb. 3.12, 3.13 u. 3.14).	58
3.13	Durchbruchskurven für Röhren und Klüfte in 100 cm Entfernung vom Eingabeort der Impulse.	58
3.14	Durchbruchskurven für Röhren und Klüfte in 1000 cm Entfernung vom Eingabeort der Impulse.	58
3.15	Zylindrischer Hohlraum mit angrenzender Gesteinsmatrix.	59
3.16	Temperaturentwicklung in der Matrix eines Hohlzylinders mit 4 cm Durchmesser in (1) 2.1 cm, (2) 2.5 cm, (3) 3.0 cm, (4) 3.5 cm und (5) 4.0 cm Entfernung vom Mittelpunkt der Röhre. Die Initialtemperatur beträgt 8° C und der Impuls im Hohlzylinder 6° C. Die durchgezogenen Linien stellen jeweils die Rechnungen nach der analytischen und die gestrichelten nach der halbanalytischen Lösung dar.	60
3.17	Temperaturentwicklung in der Matrix eines Hohlzylinder mit (1) 4.0 cm, (2) 3.5 cm, (3) 3.0 cm, (4) 2.5 cm und (5) 2.1 cm Entfernung vom Mittelpunkt der Röhre. Die Initialtemperatur beträgt 6° C und der Impuls im Hohlzylinder 8° C.	60
3.18	Simulationsaufbau für das Temperatursignal der Abbildung 3.19. In der linken Spalte ist das jeweilige 'Inputsignal' und in der rechten Spalte das 'Outputsignal' der Röhre dargestellt.	61
3.19	Temperatursignal am Ende einer 2000 cm langen Röhre, bzw. zweier 1000 cm langen Teilröhren. Die Initialtemperatur beträgt 8 °C und nach 100 Sekunden erfolgt ein Temperaturimpuls von 6 °C. Das Temperatursignal der ersten Teilröhre dient als Eingabeimpuls der zweiten bei einer zeitlichen Auflösung von 100 Sekunden. Während der gesamten Simulation werden die Röhren (20 cm Durchmesser) mit einer Geschwindigkeit von 1 cm/s durchflossen.	61
3.20	Konzepte der Mischung an Kluft- oder Röhrenkreuzungen. Im Fall (a) erfolgt die Mischung noch nicht im Kreuzungsbereich, sondern zieht sich entlang der unterstromigen Röhren. Den weiteren Extremfall mit vollständiger Mischung im Knoten zeigt Fall (b).	63
3.21	Verlauf der Funktion $H(t - t_0)$	64
3.22	Durchbruchskurven der Programme CAVE und SINGLE beim Durchfluß durch eine 100 m lange Röhre mit 20 cm Durchmesser. Der Zufluß erfolgt mit 6 °C bei einer Initialtemperatur von 8 °C. Die Kurven sind fast deckungsgleich.	65
3.23	Durchbruchskurve einer 9000 cm langen Röhre unter variierendem Volumenstrom. Die Temperatur des Direktzufflusses beträgt 6 °C und die Initialtemperatur 8 °C.	65

3.24	Durchbruchskurve zweier hintereinander geschalteter 4500 cm langen Röhren. Ansonsten herrschen dieselben Start- und Randbedingungen wie in der in Abbildung 3.23 dargestellten Simulation.	65
3.25	Schematisches Modellgebiet der Sensitivitätsanalysen.	66
3.26	Temperatursignal an der Quelle mit unterschiedlichem Anteil an Direktzufluß in das Röhrensystem. Die Initialtemperatur in Röhre und Matrix beträgt 8 °C und die Impulstemperatur 6 °C. Die Röhren werden je nach Anteil des Direktzuflusses mit 0.10026 cm/s, 0.2005 cm/s und 0.40107 cm/s durchströmt.	66
3.27	Sensitivitäten des Austauschkoefizienten auf das Temperatursignal an der Quelle. Als Direktzufluß mit 6 °C wurden 10 Prozent der Grundwasserneubildung in den der Quelle entferntesten Knoten gegeben.	66
3.28	Anordnung und Indizierung der Röhren- und Matrixknoten für die Finiten Differenzen.	68
3.29	Anordnung und Indizierung der Röhren- und Matrixknoten für die Finiten Differenzen am Übergang von der Matrix zur Röhre.	68
3.30	Vergleich der Durchbruchskurven einer 100 cm langen Röhre der halbanalytischen mit der rein numerischen Lösung. Der Durchmesser der Röhre betrug 5.0 cm.	70
3.31	Vergleich der Durchbruchskurven einer 100 cm langen Röhre der halbanalytischen mit der rein numerischen Lösung unter verschiedenen Durchflußgeschwindigkeiten. Der Durchmesser der Röhre betrug 5.0 cm.	71
3.32	Vergleich der Durchbruchskurven einer 100 cm langen Röhre der halbanalytischen und der rein numerischen Lösung unter verschiedenen Durchbruchgeschwindigkeiten. Der Durchmesser der Röhre betrug 20.0 cm.	71
3.33	Vergleich der Durchbruchskurven einer 100 cm langen Röhre nach der halbanalytischen und der rein numerischen Lösung. Der Durchmesser der Röhre betrug 20.0 cm.	72
4.1	An der Quelle sind Strömungsgeschwindigkeit und Durchmesser der Karströhre bekannt bzw. meßbar. Der Minimalabstand zwischen Quelle und Eintritt eines verstärkten Direktzuflusses in die Karströhre ist durch Transportsimulationen ermittelbar. Diese Information ist insbesondere für den Schutz von Quelfassungen wichtig.	73
4.2	Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 0.1 cm/s.	74
4.3	Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 0.2 cm/s.	74
4.4	Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 0.5 cm/s.	74
4.5	Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 1.0 cm/s.	74
4.6	Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 2.0 cm/s.	74

4.7	Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 5.0 cm/s.	75
4.8	In eine 2000 cm lange Röhre mit 20 cm Durchmesser werden unterschiedlich hohe Temperaturdifferenzen zur Initialtemperatur eingegeben. Es zeigt sich, daß sie als Faktor in den Kurvenverlauf eingehen.	75
4.9	In eine 200 cm lange Röhre mit 20 cm Durchmesser wird ein Impuls von (1) 9 °C, (2) 8 °C und (3) 7 °C im festen Zeitschritt eingegeben. Die weiteren Temperaturdifferenzen zur Ausgangs-temperatur von 6 °C betragen in allen weiteren Zeitpunkten 3 °C (siehe Tab. 4.2). Der Einfluß des Temperaturunterschiedes ist nach 1000 Sekunden kaum noch bemerkbar. Die Röhre wird in der Simulation konstant mit 1 cm/s durchflossen. . . .	76
4.10	Durchbruchskurven der in Tabelle 4.4 dargestellten Röhren 1-5. Die Ankunftszeiten der Durchbruchskurven sind alle auf den Zeitpunkt 100 Sekunden verschoben. Die Durchflußgeschwindigkeit beträgt in den Simulationen 1 cm/s.	78
4.11	Die Röhrensysteme 1 und 2 unterscheiden sich nur in den verschiedenen Anordnungen der Einzelröhren. Hält man den Volumenstrom konstant, decken sich die beiden Durchbruchskurven. Eine Variation des Volumenstromes führt hingegen zum Aufspalten in zwei Kurven. Der unterschiedliche Kurvenverlauf erfolgt etwa in der Zeit, die der neue Volumenstrom benötigt, das Röhrensystem zu passieren - 'Transitionszeit' (Renner, 1996).	79
4.12	Selbst die unterschiedliche Anordnung von vier Einzelröhren mit zwei verschiedenen Durchmessern läßt sich noch im variablen Volumenstrom unterscheiden.	80
4.13	Durchbruchskurven der Anordnungen des Schemas 4.12. Die schmaleren Röhren haben einen Durchmesser von 5 cm und die größeren von 10 cm.	81
4.14	Röhrenkonfiguration für die Durchbruchskurven der Abb. 4.15. Die Röhrendurchmesser betragen 5 cm bzw. 10 cm. Nur an dem oberstromigen Knoten gelangt Wasser als Direktzufluß mit 6 °C in das Röhrensystem. Die Initial- bzw. Randbedingung der Gesteinsmatrix beträgt 8 °C.	82
4.15	Durchbruchskurven der in Abb. 4.14 dargestellten Systeme. Auch im Falle von Maschen lassen sich die verschiedenen Konfigurationen noch anhand der Durchbruchskurven identifizieren. Im Prinzip liefern verschiedene Anordnungen unter stationären Bedingungen das gleiche Signal, wenn die Röhren mit derselben Strömungsgeschwindigkeit durchflossen werden.	82
4.16	Konstruktion eines instationär-äquivalenten dendritischen Systems aus einem vermaschten System. Unter Einhaltung der Geometrie der einzelnen Röhren wird das vermaschte System nur umstrukturiert. Danach wird durch Kalibrierung der Impulstempertur und des Direktzuflusses der Strömungszustand des vermaschten Systems in den einzelnen Röhren wieder eingestellt. Die Systeme (a) und (b) liefern unter diesen Bedingungen die gleichen Durchbruchskurven.	83
6.1	Unterschiedliche Aufweitungsformen der Röhren in den Sensitivitätsuntersuchungen: a) konvex, b) konkav, c) konvex-konkav, d) linear, e) linear-roof, f) humpback.	89

6.2 In dem einfachen Beispiel eines Röhrensystems sind die Knoten 1, 3, 4, 7, 8, 9 auf feste Potentiale gesetzt. Einzig die Potentialhöhen der Knoten 2, 5, 6 sind zu berechnen (siehe Matrix 6.6). 108

6.3 Zur Lösung des linearen Gleichungssystems kann das Festpotential durch das Potential des Feinkluftsystems 'ersetzt' werden. Dadurch ist eine Freiheit in der Wahl der Randbedingungen in den Simulationen möglich. 110

6.4 Der Algorithmus *mesh_search* ist ein klassischer Backtracking-Algorithmus und beruht damit auf *trial and error* (*i* Knotennummer). 111

6.5 In (a) ist die Strömungsrichtung durch Pfeile vorgegeben. Ein lokales Maximum ist ein Knoten, bei dem kein Zufluß aus einer Röhre existiert, die noch nicht von der Routine CHEM_DOWN in dem augenblicklichen Zeitschritt berechnet wurde. Der Algorithmus für die Routine MESH_SEARCH beginnt bei einem nur von der Eingabedatei abhängigen Startpunkt. Er sucht sich zunächst ein lokales Maximum, um die Lösung in allen umliegenden Röhren mit der Routine CHEM_DOWN abzuarbeiten (b). Mit SEARCH_DOWN sucht er den nächsten Knoten in Strömungsrichtung und stellt dann ein lokales Maximum fest. Darauf werden alle umliegenden Röhren berechnet (c). Abhängig von der Reihenfolge in der Eingabedatei wird dann ein neuer Startpunkt gewählt und zunächst ein weiteres lokales Maximum gewählt (d). Von diesem aus wird wiederum die Lösung in allen umliegenden Röhren berechnet (e). In (f) wird mit SEARCH_DOWN der nächste Knoten gesucht, dessen zufließende Röhren bereits alle berechnet wurden. Die Berechnung der umliegenden Röhren erfolgt wiederum mit CHEM_DOWN. 113

6.6 Setzt man dieselbe Strömungsgeschwindigkeit in allen Röhren voraus, treffen am Knoten 5 zwei unterschiedliche Temperatursignale zu zwei verschiedenen Zeiten ein. 115

6.7 Schematische Umsetzung der Superposition im Programm CAVE. Sie wird unter stationären Strömungsbedingungen in CAVE verwirklicht. Für instationäre Strömung wird ein auf Finiten Differenzen beruhendes numerisches Verfahren verwendet. 117

6.8 Vereinfachter Ablaufplan der Subroutine HEAT_CAL. 118

Tabellenverzeichnis

2.1	In der Verifizierung verwendete geometrische und hydraulische Parameter.	10
2.2	Einfaches Röhrensystem (Abb. 2.4) mit 0.005 m Durchmesser in allen Röhren und einem Potentialunterschied von 5 m. In allen Röhren herrscht laminares Strömen.	12
2.3	Vergleich der Durchflüsse und Druckhöhen für das vermaschte Röhrensystem (Abb. 2.5) mit 0.1 m ³ /s. Entnahme an den Knoten 2 und 4.	12
2.4	Druckhöhen und Durchflüsse für das vermaschte Röhrensystem (Abb. 2.5) ohne Entnahme an den Knoten 2 und 4.	12
2.5	Vermaschtes System (Abb. 2.5) mit 100 m Rohrlängen und 0.5 m Durchmesser der Röhren. In allen Röhren herrscht turbulentes Strömen.	12
2.6	Vermaschtes System (Abb. 2.5) mit 100 m Rohrlängen und 0.05 m Durchmesser der Röhren. Es herrscht turbulentes Strömen im gesamten System.	13
2.7	Vermaschtes System (Abb. 2.5) mit 0.01 m Durchmesser der Röhren und geringer Potentialdifferenz (2 m) zwischen Input und Output. Es herrscht laminares Strömen im gesamten System.	13
2.8	Der Durchmesser der Röhren 4, 5 und 6 beträgt 0.01 m und für alle weiteren 0.1 m (Abb. 2.5). Die Potentialdifferenz zwischen Ein- und Ausfluß wurde auf 20 m gesetzt. Damit wurde sichergestellt, daß in den Röhren 4, 5 und 6 laminares und in allen übrigen turbulentes Fließen herrscht.	13
2.9	Konstanten der Gleichgewichtskonzentration der Kalziumionen.	15
2.10	Während der Sensitivitätsanalyse konstant gehaltene Parameter.	15
2.11	Arithmetisches Mittel der Öffnungsweiten in Meter für 0.1 % gleichverteilte GW-Neubildung in der Röhre bei einer Simulationsperiode von $12.8 \cdot 10^{11}$ Sekunden (40000 Jahre). Der Austauschkoeffizient ist abhängig von der in den Austausch involvierten Röhren und wächst mit Zunahme der Öffnungsweite (siehe Formel 2.27).	17
2.12	Arithmetisches Mittel der Öffnungsweiten in Meter für 1 m Potentialunterschied der Röhrenenden. Während der Simulation wird der Durchfluß in der Röhre einzig durch den Potentialunterschied bestimmt. Der Initialdurchmesser beträgt 0.05 m und die Simulationsperiode $3.2 \cdot 10^{10}$ Sekunden (ca. 1000 Jahre) wird in Zeitschritten von 5 Jahren berechnet.	19
2.13	Arithmetisches Mittel [m] der Öffnungsweiten nach 40000 Jahren	38

2.14	Arithmetisches Mittel [m] der Öffnungsweiten nach 40000 Jahren	38
2.15	Hydraulischer Einfluß auf die Aufweitung der Röhren.	39
3.1	Physikalische Parameter der Sensitivitätsanalyse.	55
3.2	Zeitpunkte und Temperaturen der Impulse.	58
4.1	Um die Transportweite eines Temperaturimpulses zu ermitteln wurden Simulationen mit obigen Strömungsgeschwindigkeiten unter verschiedenen Röhrendurchmessern durchgeführt.	73
4.2	Zeitpunkte und Temperaturen der Impulse (Numerierung siehe Abb. 4.9).	77
4.3	Zeitpunkte und Temperaturen der Impulse.	78
4.4	Geometrien der Röhren und deren geometrische Verhältnisse der in Abb. 4.10 dargestellten Simulationen. Es werden jeweils nur die ersten zwei Stellen nach dem Komma angegeben.	78
6.1	Verschlüsselung hydraulischer und kinetischer Zustände in den Tabellen.	89
6.2	Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoefizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser ohne direkter Grundwasserneubildung (GWN) in der Röhre.	90
6.3	Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoefizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser ohne direkter GWN in der Röhre.	90
6.4	Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoefizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % punktueller direkter GWN in der Röhre.	91
6.5	Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoefizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 1 % punktueller direkter GWN in der Röhre.	92
6.6	Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoefizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % punktueller GWN in der Röhre.	93
6.7	Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoefizienten, mit 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 1 % punktueller GWN in der Röhre.	94
6.8	Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoefizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.	95
6.9	Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoefizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.	96

6.10 Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoef- fizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.	97
6.11 Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoef- fizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.	98
6.12 Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoef- fizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre. 99	99
6.13 Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoef- fizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.	100
6.14 Zusammenstellung der Simulationen für mantelflächenabhängigen Austauschkoef- fizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.101	101
6.15 Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoef- fizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.102	102
6.16 Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoef- fizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % punktueller direkter GWN in der Röhre.103	103
6.17 Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoef- fizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % punktueller direkter GWN in der Röhre.104	104
6.18 Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoef- fizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 1 % punktueller GWN im Röhrensystem. . .	105
6.19 Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoef- fizienten, 0.005 Initialröhrendurchmesser und 1 % punktueller GWN im Röhrensystem. . . .	106
6.20 Vergleich zwischen CAVE und SINGLE bei einer Einzelröhrenlänge von 100 cm, Röhren- durchmesser 5.0 cm und einer Strömungsgeschwindigkeit von 0.051337 m/s. Der Strang wird von Knoten 10 in Richtung Knoten 1 durchflossen.	114
6.21 Sensitivität der Impulstemperatur beim Durchfluß einer 5.0 cm dicken Röhre mit einer Geschwindigkeit von 5.1337 cm/s.	114

Symbolverzeichnis

Symbol	Einheit	Bedeutung
A	$[m^2]$	Fläche
C		Körper der komplexen Zahlen
c	$[J/(kgK)]$	Wärmekapazität des Gesteins
c_{eq}	$[mol/L]$	Gleichgewichtskonzentration der gelösten Kalziumionen
c_{ca}	$[mol/L]$	Kalziumionenkonzentration
c_{fl}	$[J/(kgK)]$	Wärmekapazität der Flüssigkeit
c_{sol}	$[J/(kgK)]$	Wärmekapazität der Matrix
D	$[m^2/s]$	Dispersionskoeffizient
D_k	$[m^2/s]$	Diffusions- bzw. Konduktionskoeffizient
D_Z	$[m^2/s]$	longitudinaler Dispersionskoeffizient
d	$[m]$	Rohrdurchmesser bzw. Kluftweite
F	$[m^2]$	Kreisfläche
E	$[W]$	Energie
g	$[m/s^2]$	Erdbeschleunigung
$H(x)$		Heavyside-Funktion
h	$[m]$	hydraulisches Potential
h_t	$[m]$	hydraulisches Potential des Röhrensystems
h_c	$[m]$	hydraulisches Potential des Feinkluftsystems
k	$[m]$	Rohrrauhigkeit
\mathcal{L}		Laplacetransformation
l	$[m]$	Rohrlänge
n_e	$[-]$	speicherwirksame Porosität des Karstaquifers
P	$[-]$	Pecletzahl
p	$[Pa]$	Druck
P_{CO_2}	$[kPa]$	Kohlendioxidpartialdruck
$P_{CO_2}^i$	$[kPa]$	initialer Kohlendioxidpartialdruck
Q	$[m^3/s]$	Volumenstrom
Q_{dir}	$[m^3/s]$	Volumenstrom des direkten Zuflusses (direkte GWN)
Q_{ex}	$[m^3/s]$	Volumenstrom aus dem Feinkluftsystem
Q_i	$[m^3/s]$	Volumenstrom aus Röhre i
R	$[m^3/s]$	Quell-/ Senkterm
Re	$[-]$	Reynoldszahl
r	$[m]$	Zylinderkoordinate: Abstand von der z-Achse
r_c	$[m/s]$	Grundwasserneubildung im Kontinuum
S	$[-]$	Speicherkoeffizient
T	$[^\circ C]$	Temperatur
T_0	$[^\circ C]$	Temperatur zum Zeitpunkt 0 (Startbedingung)
T_{dir}	$[^\circ C]$	Temperatur des Direktzuflusses (direkte GWN)
T_{fl}	$[^\circ C]$	Temperatur in der Flüssigkeit
$T_{imp,k}$	$[^\circ C]$	Temperaturimpuls zum Zeitpunkt t_k
T_{node}	$[^\circ C]$	Temperatur am Knoten
T_{R_i}	$[^\circ C]$	Temperatur nach dem Durchfluß durch Röhre i
T_{sol}	$[^\circ C]$	Temperatur in der Gesteinsmatrix
T_x	$[m^2/s]$	Transmissivität in x-Richtung
T_y	$[m^2/s]$	Transmissivität in y-Richtung
\tilde{U}		Laplacetransformierte $\mathcal{L}(T_{sol})$
V	$[m^3]$	Volumen

Symbol	Einheit	Bedeutung
\bar{V}		Laplacetransformierte $\mathcal{L}(T_{fl})$
v	$[m/s]$	Geschwindigkeit
z	$[m]$	Zylinderkoordinate: Abstand vom Nullpunkt entlang z
α	$[m^2/s]$	Austauschkoefizient
α_R	$[1/s]$	Ratenkonstante
Γ	$[m^3/s]$	Austauschterm
γ	$[m/s]$	Zu- bzw. Abfluß in das diskrete System
Θ	$[^\circ]$	Zylinderkoordinate: Winkel
κ	$\lambda/(\rho c)$	thermische Leitfähigkeit
κ'	$\lambda_{sol}/(\rho_{fl} c_{fl})$	
λ	$[W/(mK)]$	Wärmeleitfähigkeit
λ_R	$[-]$	Reibungsbeiwert nach Darcy-Weisbach
λ_{sol}	$[W/(mK)]$	Wärmeleitfähigkeit der Gesteinsmatrix
ν	$[m^2/s]$	kinematische Viskosität
ρ	$[kg/m^3]$	Dichte
ρ_{fl}	$[kg/m^3]$	Fluiddichte
ρ_{sol}	$[kg/m^3]$	Gesteinsdichte

Kapitel 1

Einleitung und Vorgehensweise

Ein wesentlicher Teil der weltweiten Trinkwasserversorgung stammt aus Karstaquiferen. Dies sind Kluftgesteine in denen nicht nur auf den Trennflächen, sondern auch in den durch Lösung gebildeten Röhren Grundwasser zirkuliert. In Zeiten knapper Ressourcen gewinnen sie immer mehr an Bedeutung, werden doch bereits 25 % der Weltbevölkerung aus Karstaquiferen mit Trinkwasser versorgt (Ford und Williams, 1989).

Eine Verschlechterung der Trinkwasserqualität durch Umwelteinflüsse, wie auch lokale oder weitflächige Kontaminationen durch Havarien oder agrarwirtschaftlichen Eintrag von Düngemitteln oder Pestiziden, hat erhebliche Folgen für die betroffene Bevölkerung.

Das hydraulische Verhalten von Karstaquiferen wird entscheidend durch das Röhrensystem bestimmt. In den Röhren herrschen hohe Strömungsgeschwindigkeiten, so daß ein Schadstoffeintrag in das Röhrensystem zu einem schnellen Transport in Richtung Quelle führt. Für die Gefährdungsabschätzung von Quellfassungen, die aus Karstaquiferen gespeist werden, ist die Kenntnis der Lage und Geometrie des Röhrensystems essentiell. Herkömmliche hydrogeologische Methoden (Kartierung, Pumpversuche, klassische Tracer etc.) sowie geophysikalische Detektionsmethoden (z. B. Georadar oder Seismik) erlauben nur eine sehr begrenzte Aussage über die Parameter des Röhrensystems.

Ziel dieser Arbeit ist die Charakterisierung des schnellen Fließsystems. Hierzu wird zuerst ein genetisches Modell entwickelt, das un-

ter Einbeziehung der hydraulischen und chemischen Prozesse die Simulation der Entwicklung eines Karstaquifers ermöglicht. Der zweite Ansatz beruht auf der Charakterisierung des Röhrensystems unter Verwendung von Wärmeimpulsen als Tracer. Die Kombination dieser beiden Methoden ermöglicht nicht nur das bestehende Fließsysteme zu charakterisieren, sondern auch unter Einbeziehung der geologischen Randbedingungen, Aussagen über die grundsätzliche Entwicklung des betrachteten Fließsystems zu erhalten.

Im ersten Teil dieser Arbeit wird zunächst der genetische Ansatz verfolgt. In Zusammenarbeit mit Torsten Clemens (Clemens, 1997) wurde das Modellwerkzeug CAVE (Carbonate Aquifer Void Evolution) entwickelt. Mit diesem ist es möglich, die Genese eines Karstaquifers anhand von Computermodellen zu simulieren. Die Variation der Randbedingungen wie z. B. Klimaeinflüsse (Temperatur, Niederschlag, CO₂-Konzentration etc.), initialem Röhrensystems oder Festpotentiale ermöglicht es verschiedene Szenarien der Karstentwicklung zu untersuchen und die sich entwickelnden Röhrensysteme zu charakterisieren.

Zur Einführung in das Prozeßverständnis der Karstgenese wird zunächst die Entwicklung eines einfachen Röhrensystems untersucht. Hierzu werden die theoretischen Grundlagen der Hydraulik von Röhrensystemen erörtert. Die Prozesse der Kalklösung werden nur kurz behandelt. Eine ausführliche Darstellung findet sich in der Arbeit von Clemens (1997).

Anhand eines einfachen Röhrenstranges wird dann der Einfluß der wesentlichen hydraulischen Parameter wie z. B. die Anbindung der Röhren an das Feinkluftsystem oder der Zufluß von schnellem untersättigten Wasser durch die vadose Zone untersucht. Hierbei fällt eine vielseitige Formenentwicklung des Röhrensystems auf. Anschließend werden anhand komplexerer Röhrensysteme die dominierenden Prozesse analysiert. Die detaillierten Untersuchungen ermöglichen ein Prozeßverständnis der Verkarstung und entsprechende Rückschlüsse bzgl. bestehender Modellvorstellungen.

Im Vordergrund des zweiten Teils der Arbeit steht die Entwicklung eines weiteren Moduls im Programmpaket CAVE für den Wärmetransport in Röhren. Dieses ermöglicht es unter Verwendung von Wärme als Tracer das Röhrensystem zu detektieren. Mit dem Modul des Wärmetransports, in Verbindung mit Temperaturmessungen in Karstquellen, ergibt sich eine sehr kostengünstige und teilweise auch einzige Möglichkeit, genauere Erkenntnisse über die Geometrie der Röhren eines Karstsystems zu gewinnen.

Nach der Verifikation des Wärmemoduls für stationäre Strömungsbedingungen, wird ein Transportmodul für die instationäre Strömung entwickelt. Hiermit steht ein universelles Modellwerkzeug zur Verfügung, mit dessen Hilfe ein großer Teil existierender Karstsysteme bzgl. der Geometrien des Röhrensystems untersucht werden kann.

Die Simulationen des Wärmetransports zeigen weiterhin, daß ein Wärmeimpuls nur in Röhren mit großen Durchmessern und hohen Fließgeschwindigkeiten über weite Strecken ($\approx 100\text{ m}$) transportiert wird. Eine Beschränkung auf große schnell durchströmte Röhren bei der Interpretation von Quelltemperaturen erscheint möglich. Zum Schluß wird die Unterscheidung von dendritischen und vermaschten Röhrennetze untersucht.

Kapitel 2

Charakterisierung des Röhrensystems durch Karstgenese

2.1 Konzept für die Modellierung der Hydraulik in Karstaquiferen

Hohlräume in Karstaquiferen lassen sich wie folgt genetisch gliedern (Teutsch und Sauter 1991):

- primäre Porosität des Gesteins, entstanden durch diagenetisch angelegte Hohlräume;
- sekundäre Porosität, hervorgerufen durch tektonische Beanspruchungen (Klüfte);
- tertiäre Porosität, verursacht durch Röhren, die durch Lösungsprozesse entlang der tektonischen Klüfte gebildet wurden.

Die primäre Porosität spielt aufgrund schlecht ausgebildeter Wegsamkeiten zwischen den einzelnen Porenräumen weder für die Durchlässigkeit noch als Speicher bei Karstaquiferen eine hydraulisch relevante Rolle. Die sekundäre Porosität besitzt zwar ein hohes Speichervermögen, im Verhältnis zur tertiären aber eine geringe hydraulische Leitfähigkeit. Sie wird durch ein hydraulisch gut verbundenes Netz aus Feinklüften gebildet und entspricht damit der Matrix in den üblichen Doppelporositätsmodellen. Wir bezeichnen sie im

weiteren als Feinkluftsystem, um Verwechslungen mit der Gesteinsmatrix zu vermeiden. Letztere spielt für den Wärmetransport im zweiten Teil der Arbeit eine wesentliche Rolle.

Die durch Lösung gebildeten Wegsamkeiten besitzen einen mehr oder weniger guten Anschluß an das Feinkluftsystem und bestehen aus hydraulisch sehr gut leitenden Klüften bzw. Röhren. Durch sie strömt das im Feinkluftsystem gespeicherte Wasser in Richtung Quelle. Ihr Volumen entspricht in Karstaquiferen der Schwäbischen Alb einer Porosität von $n_e \approx 10^{-5}$, was bei etwa 1 - 2 % effektiver Gesamtporosität einen sehr geringen Anteil darstellt (Sauter, 1992). Da das Einzugsgebiet des Karstaquifers im allgemeinen einzig durch das Röhrensystem entwässert wird, sind aber auch entsprechend hohe Durchflugeschwindigkeiten von bis zu 1 m/s innerhalb der Röhren zu erwarten (Gale, 1984). So wurden bei Tracerversuchen auf der Schwäbischen Alb Abstandsgeschwindigkeiten von bis zu mehreren hundert Metern pro Stunde gemessen (Villinger und Ufrecht, 1989).

Grundwassermodelle bestehen aus einem Konzept welches festlegt, welche physikalische Gesetze die Hydraulik des Systems beschreibt. Für die hydraulische Modellierung von Karstaquiferen unterscheidet man drei wesentliche Ansätze: (1) den diskreten Ansatz, (2) den Kontinuumsansatz und (3) das 'Black-box'-Modell.

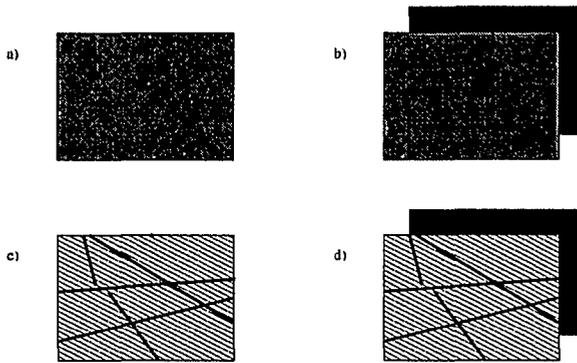


Abbildung 2.1: Verschiedene Modellansätze der Modellierung von Kluftaquifere: a) Kontinuum, b) Doppelkontinuum, c) diskretes Kluftmodell und d) Koppelung von Kontinuum und diskretem Ansatz.

Die 'Black-box'-Modelle simulieren mit Hilfe von Transferfunktionen das hydraulische Verhalten eines Karstaquifers (Maillet 1905, Mangin 1975, Atkinson 1977, Zaltsberg 1984, Ford & Williams 1989, Padilla et al. 1994). Hierbei wird mit einer oder mehreren Funktionen das Abflußverhalten eines Karstaquifers simuliert, ohne die im Karstaquifer hydraulisch wirksamen Hohlräume und deren Lage zu kennen. Im einfachsten Fall handelt es sich um Exponentialfunktionen, ähnlich denen der klassischen Abflußtrennung in Lockergesteinsaquifere.

Auch im Kontinuumsansatz entzieht sich die Lage und Geometrie des Röhrensystems einer genaueren Kenntnis (siehe Abb. 2.1). Ein ungefähre Rückschluß auf die Geometrie der höheren Wegsamkeiten im Modellgebiet kann jedoch durch Kalibrierung gewonnen werden (Mohrlok, 1996). Ansonsten entspricht die Modellbildung mit Hilfe eines Kontinuums einer Mittelung aller hydraulisch angeschlossenen Feinklüfte und Röhren. Für die einzelne hydrogeologische Einheit (mit gleichem hydraulischen Parametersatz) wird ein repräsentatives Elementarvolumen (REV) angestrebt, welches durch gleichförmige hydraulische Leitfähigkeit charakterisiert ist.

Das REV wurde von Bear (1972) für Lockergesteinsaquifere eingeführt und im weiteren auf Kluftaquifere übertragen. Die Größe des

REV's ist eine Frage der Kluftabstände und der Größe der Klüfte und wurde von zahlreichen Autoren für Kluftaquifere untersucht (Wilson & Witherspoon, 1970; Long, 1983; Wollrath, 1990).

Die Anwendbarkeit des Kontinuumsansatzes auf Kluftaquifere richtet sich nach der Gebietsgröße und der Fragestellung (Teutsch und Sauter, 1991). Ist das modellierte Gebiet groß und die Fragestellung mehr quantitativer Art ohne differenzierter zeitlicher Auflösung, so kann auch ein Karstaquifer durch einen Kontinuumsansatz modelliert werden (Teutsch, 1988).

Bereits eine Modellierung eines Karstaquifers mit Schwerpunkt einer lokal differenzierten Darstellung ist mit einem Kontinuumsansatz nicht mehr möglich, da das Feinkluftsystem deutlich langsamer als das Röhrensystme des Karstaquifers reagiert. Abhilfe bietet hier die Einführung des ursprünglich für die Erdölprospektion entwickelten Doppelporositätsansatzes (Barenblatt et al., 1960). Dieser besteht aus zwei über einen Austauschterm gekoppelte Kontinua. Das hydraulisch hochleitende Röhrensystme wird von dem einen Kontinuum und das Feinkluftsystem mit geringerer hydraulischer Leitfähigkeit von dem zweiten Kontinuum beschrieben. Mit diesem Ansatz ist das hydraulische Verhalten der Karstsysteme erfolgreich modellierbar (Teutsch, 1988; Yilin et al., 1988; Sauter, 1992; Lang et al. 1992). Neuere Untersuchungen zeigen, daß die geometrischen und physikalischen Parameter des Kontinuumsmodells zwar nicht vollständig äquivalent zu den des diskreten Systems sind, aber doch eine Parameterabschätzung möglich ist (Mohrlok, 1996).

Der Nachteil der Kontinuumsmodelle ist die homogene Behandlung von Transportprozessen innerhalb der kleinsten hydraulischen Einheiten. Diese hydraulisch definierten Einheiten sind meist im Modell größer als die Klüfte und Röhren des Aquifers. Da Lösungsprozesse innerhalb der mit Wasser durchflossenen Wegsamkeiten stattfinden, sind Kontinu-

2.1. KONZEPT FÜR DIE MODELLIERUNG DER HYDRAULIK IN KARSTAQUIFEREN⁵

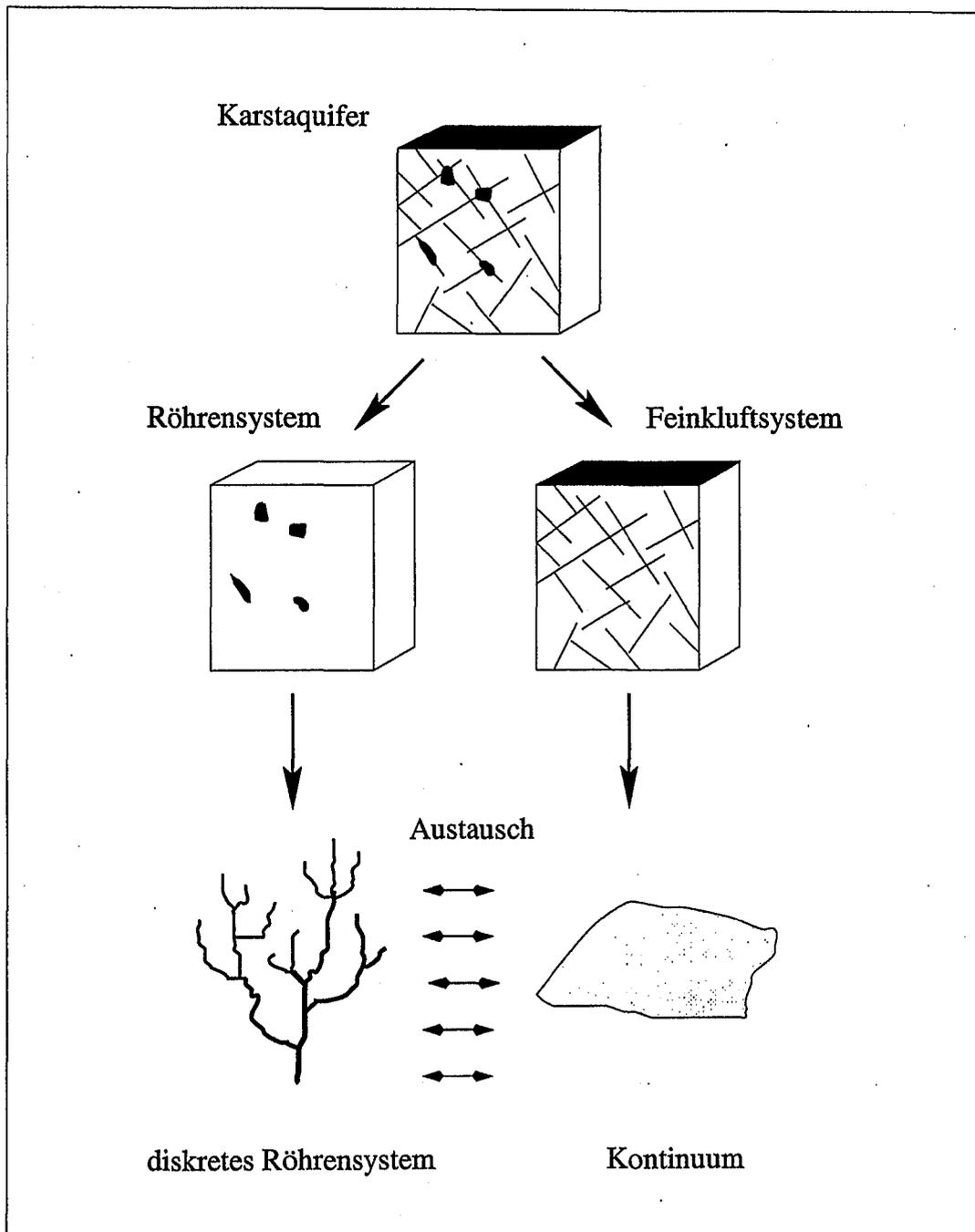


Abbildung 2.2: Modellkonzept: Im Karstaquifer wird das System der großen Klüfte vom Feinkluftsystem separiert behandelt und beide Systeme werden über einen Austauschterm gekoppelt.

umansätze gegenüber der diskreten Modellierung des Kluft- bzw. Röhrensystems im Nachteil.

Der diskrete Ansatz orientiert sich eher an der tatsächlichen Röhrenstruktur des Karstaquifers (z. B. Wilson & Witherspoon, 1979). Setzt man z. B. einen mittleren Kluftabstand von einem Meter voraus, dann wäre für ein kleines Gebiet von einem Quadratkilometer eine Berechnung von etwa einer Millionen Kluftkreuzungen nötig. Eine diskrete Simulation aller Klüfte, also auch der Feinklüfte, ist damit aus rechentechnischen Gründen derzeit nicht möglich.

Einen Ausweg bietet die Koppelung eines Kontinuumsansatzes mit diskreten Elementen (Király, 1984; Yusun & Ji, 1988). Dieser im folgenden gewählte Ansatz ermöglicht die Simulation des Feinkluftsystems durch ein Kontinuum und die Simulation des Transports bzw. der Lösung im Röhrensysteme mit Hilfe diskreter Röhren (siehe Abb. 2.2). Der Ansatz setzt allerdings die Kenntnis der ungefähren Lage und Geometrie des Systems voraus. Eine numerisch Umsetzung einer Drainageröhre findet sich in dem Artikel von MacQuarrie & Sudicky (1996).

2.2 Modellierung der Verkarstung

Erste Lösungsuntersuchungen von Kalzit, unter besonderer Berücksichtigung von Durchfluß und Sättigung, stammen von Kaye (1957) und Weyl (1958). Kaye (1957) ermittelte eine Koppelung von Lösungsgeschwindigkeit mit der Durchflußgeschwindigkeit. Erste Berechnungen von Eindringtiefen stammten von Weyl (1958). Die Arbeiten von Berner und Morse (1974) bzw. Plummer und Wigley (1976) führten zu einem detaillierteren Prozeßverständnis, indem festgestellt wurde, daß Kalzitlösung nur bei starker Untersättigung diffusionskontrolliert abläuft.

Aufbauend auf den Daten von Plummer und

Wigley (1976) führte White (1977) das 'kinetic trigger concept' ein. Dieses besagt, daß nahe am Lösungsgleichgewicht eine langsamere Kinetik höherer Ordnung existiert. Andernfalls wäre die Eindringtiefe der Verkarstung zu gering, um weitläufige Höhlensysteme entstehen zu lassen.

Plummer et al. (1978) bestimmen die Kinetik der Lösungsprozesse in Abhängigkeit vom pH-Wert. Unterhalb von pH 3 ist die Kinetik an die Konzentration der Wasserstoffionen gekoppelt. Im pH-Bereich von 3 bis 5 bestimmt der Kohlendioxidpartialdruck die Reaktion. Oberhalb von pH 5 spielt die Rückreaktion der Kalzitlösung, d. h. die Ausscheidung aus der Lösung, eine immer wesentlichere Rolle.

Für das offene System, d. h. bei einem konstanten Anteil von Kohlendioxid, bestimmten Buhmann und Dreybrodt (1985a) die Lösungsgeschwindigkeit von Kalzit in Abhängigkeit verschiedener Prozesse wie z. B. der Diffusionskontrolle oder der Übergang von CO_2 in HCO_3^- . Gleiche Untersuchungen folgten dann für das geschlossene System, d. h. bei einem Kohlendioxidanteil, der durch die Kalzitlösung allmählich verbraucht wird (Buhmann und Dreybrodt, 1985b).

Auf der Basis dieser Untersuchungen entwickelten Dreybrodt (1990a, 1990b) und Palmer (1991) numerische Modelle. Diese sind aber nur in der Lage, Simulationen der Kalzitlösung in einer Einzelröhre bzw. einer seriellen Anordnung einzelner Röhren unter Einschränkung der Durchflußsteuerung (konstante Potentialdifferenz oder Durchflußrate) durchzuführen. Die Aufweitung der Röhren erfolgt hierbei von der Seite des Wasserzutritts in die Röhre und nicht, wie meist in der Natur beobachtet, von der Quelle aus. Gut anwendbar sind diese Modelle allerdings für die Simulation der Unterströmung von Staudämmen in Karstgebieten.

Die für die Kinetik der Lösungsprozesse wichtige Unterscheidung zwischen laminaren und turbulenten Strömungszuständen

bleibt in obigen Modellen unberücksichtigt. Erst das Modell von Groves und Howard (1994a, 1994b) ermöglicht Untersuchungen von Röhrennetzwerken unter laminaren und später auch unter turbulenten Strömungsbedingungen (Howard und Groves, 1995). Dreybrodt (1996) widerlegt allerdings das Postulat über minimal existierende Bedingungen der Verkarstung von Groves und Howard (1994a). Dies sagt aus, daß bestimmte Mindestbedingungen wie z. B. Durchflußrate, hydraulischer Gradient etc. existieren müssen damit eine Verkarstung stattfinden kann. Werden sie unterschritten, dann findet keine Aufweitung der Röhren statt.

Allen Simulationsmodellen der Karstgenese fehlt die Berücksichtigung des Einflusses des Feinkluftsystems. In diesem System wird aber nicht nur der größte Teil des Karstgrundwassers mit entsprechenden Auswirkungen auf das Abflußverhalten gespeichert, sondern es wirkt sich auch unmittelbar auf die Karstgenese aus (Clemens, 1997). In dem hier vorgestellten Modell werden zum ersten Mal die bisher getrennt modellierten chemischen Prozesse mit dem charakteristischen hydraulischen Verhalten eines Karstaquifers in ein Modell integriert.

2.3 Hydraulik des Röhren- und Feinkluftsystems

Die Strömung im als Kontinuum betrachteten Feinkluftsystem wird mit der zweidimensionalen Boussinesq-Gleichung (Bear & Verruijt, 1987)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h_c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h_c}{\partial y} \right) + r_c + \gamma = S \frac{\partial h_c}{\partial t} \quad (2.1)$$

mit dem hydraulischen Potential des Feinkluftsystems h_c , den Transmissivitäten T_x, T_y entlang der Koordinaten x bzw. y , dem Speicherkoeffizienten S , der Grundwasserneubildung r_c und dem Zu- bzw. Abfluß γ aus dem Röhrensystem beschrieben.

In Rohrleitungen tritt beim Durchfluß aufgrund von Reibungsverlusten ein Potentialunterschied Δh_t auf, der nach der Beziehung von **Darcy-Weisbach**

$$\Delta h_t = \lambda_R \frac{l}{d} \frac{v|v|}{2g} \quad (2.2)$$

berechenbar ist. Hierbei bezeichnet λ_R den Reibungskoeffizienten, d den Rohrdurchmesser, l die Röhrenlänge, v die mittlere Querschnittsgeschwindigkeit und g die Erdbeschleunigung.

Der Reibungsbeiwert λ_R ist abhängig von den Strömungsverhältnissen, insbesondere von der Geschwindigkeit in der Röhre. Bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten, d. h. für Reynolds'sche Zahlen ($Re = \frac{vd}{\nu}$) unter 2300, herrscht die laminare Hagen-Poiseuille-Strömung (ν kinematische Viskosität). Ihr Reibungsbeiwert läßt sich leicht mit

$$\lambda_R = \frac{64}{Re} = \frac{64\nu}{vd} \quad (2.3)$$

berechnen (Horlacher & Lüdecke, 1992).

Setzt man die Beziehung 2.3 in die Gleichung 2.2 ein, so erhält man

$$\Delta h_t = \frac{64 l |v| \nu}{d^2 2g} \quad (2.4)$$

Der Durchfluß $Q = vF$ durch die Röhre mit der Kreisfläche $F = (\pi/4)d^2$ ergibt sich in Abhängigkeit des Potentialunterschieds Δh_t zu

$$Q = \frac{\pi d^4 \Delta h_t g}{128 l \nu} \quad (2.5)$$

Für turbulente Rohrströmungen gilt die implizite **Colebrook-White Formel** für die Berechnung des Reibungsbeiwertes

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_R}} = -2 \log \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda_R}} + \frac{k}{3.71d} \right) \quad (2.6)$$

mit der Kluftrauhigkeit k und dem dekadischen Logarithmus \log (Horlacher & Lüdecke, 1992). Wie man leicht beweisen kann, läßt

sich λ_R für physikalisch sinnvolle Werte iterativ berechnen¹. Die Formel von Colebrook-White ermöglicht eine geschlossene Beschreibung von hydraulisch glatten bis hin zu hydraulisch rauhen Röhren (Streeter & Wylie, 1983)².

Die implizite Gleichung 2.6 läßt sich nicht nach dem Reibungskoeffizienten auflösen. Um den Durchfluß durch ein Röhrensystem berechnen zu können sind die folgenden Umformungen notwendig.

Nach Einsetzen der Druckdifferenz $\Delta p = g\Delta h_{t\rho}$ (ρ Dichte der Flüssigkeit) in Gleichung 2.2 unter Verwendung von $v = 4Q/(\pi d^2)$ erhält man

$$\Delta p = \lambda_R \frac{8l\rho}{\pi^2 d^5} Q|Q| \quad (2.7)$$

Mit Auflösen nach Q folgt aus obiger Gleichung

$$Q = \sqrt{|\Delta p| \frac{1}{\lambda_R} \frac{\pi^2 d^5}{8l\rho} \frac{\Delta p}{|\Delta p|}} \quad (2.8)$$

und dies ist äquivalent mit

$$\frac{Q}{Y} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_R}} \quad (2.9)$$

wenn man

$$Y = \sqrt{|\Delta p| \frac{\pi^2 d^5}{8l\rho} \frac{\Delta p}{|\Delta p|}} \quad (2.10)$$

setzt. Wenn der Röhrendurchmesser sich nicht verändert dann ist der Wert Y für jede Röhre eine Konstante.

Einsetzen von 2.9 in die Formel von Colebrook-White 2.6 ergibt:

$$\frac{Q}{Y} = -2 \log \left(\frac{2.51Q}{ReY} + \frac{k}{3.71d} \right) \quad (2.11)$$

¹Für sinnvolle Werte gilt: $|f'(x)| < 1$ Nach dem Fixpunktsatz von Banach existiert dann genau ein Punkt mit $f(x) = x$ (Hämmerlin & Hoffmann, 1989).

²Die Strömungsbeschreibung von Klüften erfolgte früher mit Hilfe von Potenzgesetzen. Durch die heutigen Rechnerkapazitäten ist eine direkte Berechnung nach der Formel von Colebrook-White möglich (Horchlacher & Lüdecke, 1992).

Dies ist äquivalent mit

$$Q = Y * (-2) \log \left(\frac{2.51\pi d\nu}{4|Y|} + \frac{k}{3.71d} \right) \quad (2.12)$$

Nach dem 1. Kirchhoff-Gesetz ist für jeden Netzknoten i die Bilanz der zu- und abfließenden n_i Volumenströme gleich Null:

$$\sum_{j=1}^{n_i} Q_{ij} = 0 \quad (2.13)$$

Aus Gleichung (2.8) folgt

$$\lambda_R Q_{ij}^2 = |\Delta p_{ij}| \frac{\pi^2 d_{ij}^5}{8l_{ij}\rho} \quad (2.14)$$

Unter Verwendung von (2.14) erhalten wir

$$Q_{ij} = \sqrt{|\Delta p_{ij}| \frac{1}{\lambda_R} \frac{\pi^2 d_{ij}^5}{8l_{ij}\rho} \frac{\Delta p}{|\Delta p_{ij}|}} \quad (2.15)$$

und damit

$$Y_{ij} = \sqrt{|\Delta p_{ij}| \frac{\pi^2 d_{ij}^5}{8l_{ij}\rho} \frac{\Delta p_{ij}}{|\Delta p_{ij}|}} \quad (2.16)$$

für die Verbindungsröhre der Knoten i und j .

Einsetzen in die Gleichung 2.12 und Anwendung der Kirchhoff'schen Regel ergibt

$$0 = \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij} * (-2) \log \left(\frac{2.5\pi d_{ij}\nu}{4Y_{ij}} + \frac{k_{ij}}{3.71d_{ij}} \right) \quad (2.17)$$

Zu- und Abflüsse lassen sich einfach in obige Summe (pro Knoten) einfügen. Sei z. B. R_i eine Senke oder Quelle an der Verbindungsröhre zwischen dem i -ten und j -ten Knoten. Einsetzen in die Gleichung (2.17) ergibt:

$$0 = \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij} * (-2) \log \left(\frac{2.5\pi d_{ij}\nu}{4Y_{ij}} + \frac{k_{ij}}{3.71d_{ij}} \right) + R_i \quad (2.18)$$

Für einen Knoten i mit angrenzendem laminaren Durchfluß erhält man analog

$$0 = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\pi d_{ij}^4 \Delta h_{t_{ij}} g}{128 l_{ij} \nu} + R_i \quad (2.19)$$

unter Verwendung der Gleichung 2.5.

In einen Knoten können sowohl turbulent wie auch laminar durchflossene Röhren einmünden. Für diesen allgemeinen Fall gilt dann die Gleichung

$$0 = \sum_{j=1}^{n_i^{turb}} Y_{ij} * (-2) \log \left(\frac{2.5\pi d_{ij}\nu}{4Y_{ij}} + \frac{k_{ij}}{3.71d_{ij}} \right) + \sum_{j=1}^{n_i^{lam}} \frac{\pi d_{ij} \Delta h_{t_{ij}} g \nu}{128 l_{ij}} + R_i \quad (2.20)$$

mit der Anzahl n_i^{turb} und n_i^{lam} der turbulent bzw. laminar durchströmten Nachbarröhren des Knotens ($n_i^{lam} + n_i^{turb} = n_i$).

Existieren m Knoten im Röhrensystem, dann erhält man ein Gleichungssystem aus m Gleichungen der Form 2.20. Empirische Untersuchungen zeigen für die Auflösung des Gleichungssystems bzgl. der Potentiale an den Knoten des Röhrensystems eine gute Konvergenz unter Anwendung des Newton-Raphson-Iterationsverfahrens. Als Startpunkt der Iteration wird die Lösung einer Vorrechnung unter Annahme laminarer Strömungsbedingungen im gesamten Röhrensystem verwendet.

Feinkluft- und Röhrensystem sind an jedem Knoten des Systems über Austauschterme gekoppelt. Der zugehörige Volumenstrom Γ berechnet sich durch

$$\Gamma_i = \alpha_i (h_{ci} - h_{ti}) \quad (2.21)$$

mit dem Austauschkoefizienten α_i [m^2/s] und den hydraulischen Potentialen h_{ci} und h_{ti} im Feinkluftsystem bzw. in der Röhre an dem Knoten i . Dieser als stationär bezeichnete Austausch wurde zunächst für Doppelporositätsmodelle in der Erdölprospektion eingeführt (Barenblatt et al., 1960). Für den Durchfluß in Klüften mit Zonen hoher unterschiedlicher hydraulischer Durchlässigkeiten entlang der Kluftwand ('fracture skin') läßt sich die mathematische Exaktheit des stationären Austausches beweisen (Moench, 1984).

Das in diesem Abschnitt vorgestellte mathematische Modell beschreibt den lamina-

ren (Gl. 2.2) bzw. den turbulenten (Gl. 2,6) Fluß in den Karströhren in Abhängigkeit vom Potentialunterschied. Durch Einbau der Kalzitlösung (Clemens, 1997) und des Ionentransports in den Röhren entsteht ein Modell, das die Röhrenerweiterung und damit den Modelansatz der Genese eines Karstaquifers bereits beschreibt. Im Anhang 6.2.1 wird die numerische Umsetzung detaillierter behandelt.

2.4 Verifizierung des Röhrenmoduls CONDUIT

Die im vorigen Unterkapitel 2.3 vorgestellten Strömungsgesetze sind im Modul CONDUIT des Softwarepakets CAVE implementiert.

Das Programm CAVE setzt auf dem Programmcode von MODFLOW (McDonald & Harbaugh 1984) auf (siehe Abb. 2.3). MODFLOW berechnet die Druckhöhen des Feinkluftsystems und interagiert mit dem Modul CONDUIT, welches wiederum die Druckhöhen des Röhrensystems ermittelt.

Die Lösungsdaten des Kalzits werden im Modul CADI (Carbonate Dissolution) berechnet. Während eines Zeitschritts in MODFLOW wird dann aus der Massenbilanz des ausgetretenden Kalzits die neuen Durchmesser der Röhren festgelegt.

Das Wärmemodul HEAT agiert unabhängig von CADI. Es dient zur Berechnung des Wärmetransports. Eine Interaktion zwischen Wärmetransport und Röhrenaufweitung ist nicht vorgesehen. Da hier auch sehr verschiedene Zeitintervall berücksichtigt werden erscheint dies auch nicht sinnvoll.

Für die Verifizierung des Strömungsmoduls wurde das Programm STRO (STationäre Rohrströmung) von Horlacher (Horlacher und Lüdecke, 1992) verwendet. Das Programm ist besonders geeignet, da es auf derselben Formel (Colebrook-White) für die Berechnung des Reibungsbeiwertes basiert. Im Gegensatz zum knotenorientierten Verfahren

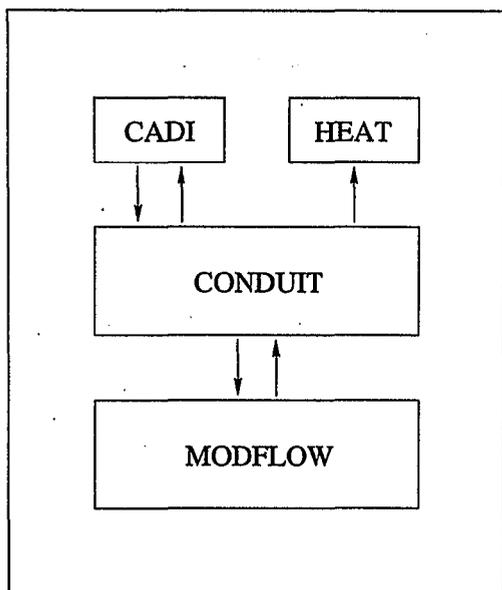


Abbildung 2.3: Struktureller Aufbau von CAVE.

kin. Visk.	Dichte [kg/m ³]
1.787205*10 ⁻⁶	999.8400
Abbruchkriterium	Kluftrauhigkeit [m]
10 ⁻¹⁰	0.002

Tabelle 2.1: In der Verifizierung verwendete geometrische und hydraulische Parameter.

des Moduls CONDUIT verwendet es das simultane maschenorientierte Verfahren³. Das maschenorientierte Verfahren faßt mehrere Röhren zu einer Masche zusammen und berechnet in dieser Einheit von Röhren die Durchflüsse und deren Differenzen.

Für die Verifizierung wurde in CAVE der Austauschkoefizient und die Grundwasserneubildung an den Knoten sowie die Aufweitung der Röhren ausgeschaltet. Im Modul CONDUIT wird die kinematische Viskosität und Dichte des Wassers bei der eingegebenen Temperatur berechnet (siehe Clemens, 1997). Beide Werte werden im Programm STRO explizit eingegeben (siehe Tab. 2.1). Ansonsten wurden keine weiteren Änderungen im Programm STRO oder im Eingabefile vorgenommen.

Zunächst wird ein einfaches Röhrensy-

³Eine Masche ist dadurch gekennzeichnet, daß alternative Durchflußwege von einem Knoten zu einem anderen Knoten existieren (siehe hierzu Abb. 2.5).

stem, bestehend aus drei aneinandergereihten Röhren, getestet (Abb. 2.4).

Der Durchmesser wird mit 0.5 m und einem Potentialunterschied von Knoten 1 zu Knoten 4 von 5 m so gewählt, daß im gesamten System turbulentes Strömen herrscht. Die Kluftrauhigkeit beträgt in allen folgenden Simulationen, falls nicht anders erwähnt, 0.002 m. In beiden Rechnungen stimmen die Druckhöhen bis auf einen Millimeter und die Durchflüsse bis auf 10⁻⁶ m³/s überein (siehe Tab. 2.6).

Um den laminaren Fall zu überprüfen, wird der Durchmesser unter Beibehaltung aller übrigen Werte auf 0.005 m herabgesetzt. Da für die Berechnung des Reibungskoeffizienten im Programm STRO immer iteriert wird, treten 17 Iterationsschritte bei dessen Berechnung auf. Im Programm CAVE wird die Lösung eines linearen Gleichungssystems berechnet. Eine Iteration ist vom Konzept her nicht nötig. Auch in diesem Fall sind die Abweichungen (vgl. Tab. 2.2) gering.

Maschen sind aufgrund der alternativen Durchflüsse schwieriger zu berechnen und reagieren sensibler als dendritische Systeme. Aus diesem Grund wird für die weitere Verifizierung das aus zwei Maschen bestehende Beispiel 1 von Horlacher und Lüdecke (1992, S. 24) verwendet (siehe Abb. 2.5). Auf eine zusätzliche Prüfung anhand eines dendritischen Systems wird verzichtet.

Da im Beispiel von Horlacher und Lüdecke an den Knoten 2 und 4 jeweils 100 l/s entnommen werden, wird die Röhrenstruktur für CAVE um jeweils eine zusätzliche Röhre an den Knoten 2 und 4 ergänzt. Die Endknoten dieser beiden Röhren werden mit Festpotentialen versehen und durch Variation der Durchmesser wird ein Abfluß von ca. 100 l/s eingestellt. Dies gelingt auch bis auf eine Genauigkeit von etwa 10⁻⁵ l/s.

Bei beiden Programmen herrscht in allen Röhren turbulentes Strömen. Die berechneten Potentiale von CAVE und STRO weichen weniger als 0.04 m (0.2 % der Potentialdifferenz)

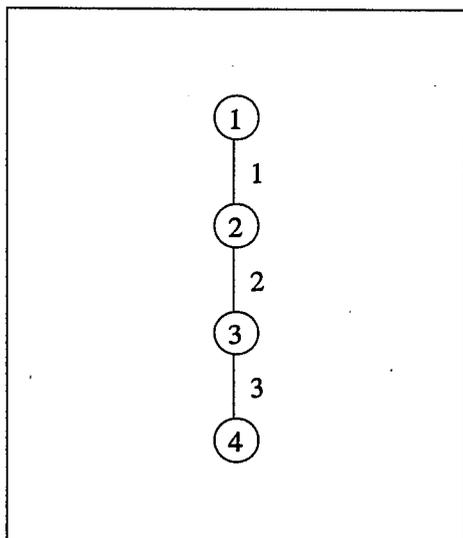


Abbildung 2.4: Einfacher Röhrenstrang zur Verifikation von CONDUIT. Die Länge der Röhren (Strich) beträgt 100 m zwischen den einzelnen Knoten (Kreise).

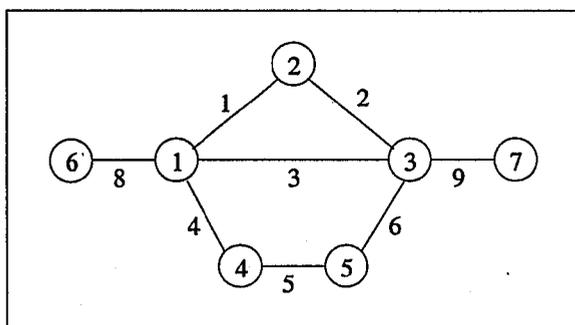


Abbildung 2.5: Vermaschtes Röhrensystem aus Horlacher und Lüdecke (1992).

Knoten	Druckhöhe [m]	
	CAVE	STRO
1	20.0	20.0
2	18.333	18.333
3	16.667	16.667
4	15.0	15.0

Röhre	Q [m ³ /s]	
	CAVE	STRO
1	.0013804	.0013810
2	.0013804	.0013810
3	.0013804	.0013810

Abbildung 2.6: Einfaches Röhrensystem (Abb. 2.4) mit 0.5 m Durchmesser in allen Röhren und einem Potentialunterschied von 5 m. Unter diesen Bedingungen herrscht in allen Röhren turbulentes Strömen.

voneinander ab (Tab. 2.3).

Diese Diskrepanz ist wie folgt zu erklären: Zwar wird sowohl für das Modul CONDUIT als auch für STRO die gleiche Strömungsformel (Colebrook-White, Gl. 2.6, S. 7) verwendet, aber das Modul CONDUIT benutzt ein knotenorientiertes Berechnungsverfahren, wohingegen STRO, wie bereits erwähnt, maschenorientiert rechnet. Damit lassen sich obige Differenzen erklären. Auch die Durchflußdifferenz der einzelnen Röhren liegt in Relation mit dem Gesamtdurchfluß (2.0 m³/s) unter einem Prozent (siehe Tab. 2.3).

Weiterhin wurden die Knotenbilanzen berechnet und die Absolutbeträge der einzelnen Bilanzdifferenzen addiert. Wir erhalten:

Bilanzfehler	Bilanzfehler [m ³ /s]	
	CAVE	STRO
Bilanzfehler	.013940	.000563

Das knotenorientierte Verfahren von CONDUIT weist einen etwas höheren Bilanzfehler auf. Dieser ergibt sich durch die verschiedenen Abbruchkriterien. In dem Modul CONDUIT wird das Abbruchkriterium aus den Druckhöhen, im Programm STRO von Horlacher (Horlacher & Lüdecke 1992) hingegen aus den sensitiveren Durchflußbilanzen an den einzelnen Knoten bestimmt. Das Modul CONDUIT benötigt jedoch im obigen Beispiel nur 4 Iterationen im Gegensatz zu 22 Iterationen von STRO. Für die Simulation einer Karstgenese ist der Vorteil des Rechenzeitgewinns sicherlich günstiger als eine minimale Verbesserung der Durchflußbilanzen.

Im weiteren Fall wird die Entnahme an den Knoten 2 und 4 im Beispiel von Horlacher (1992) abgestellt. Die beiden Rechnungen ergaben Durchflußdifferenzen unter 0.001 m³/s (vgl. Tab. 2.4). Dies entspricht einem prozentualen Fehler von unter 0.06 %.

Zur weiteren Überprüfung des Strömungsmoduls CONDUIT werden alle Röhren auf 100 m Länge und 0.5 m bzw. 0.05 m Durchmesser gesetzt. Die berechneten Werte finden sich in Tabelle 2.5 und 2.6.

Knoten	Druckhöhe [m]	
	CAVE	STRO
1	20.0	20.0
2	18.333	18.333
3	16.666	16.666
4	15.0	15.0

Röhre	Q [m ³ /s]	
	CAVE	STRO
1	.0000014034	.0000014029
2	.0000014034	.0000014029
3	.0000014034	.0000014029

Tabelle 2.2: Einfaches Röhrensystem (Abb. 2.4) mit 0.005 m Durchmesser in allen Röhren und einem Potentialunterschied von 5 m. In allen Röhren herrscht laminares Strömen.

Knoten	Druckhöhe [m]	
	CAVE	STRO
1	99.560	99.560
2	95.216	95.216
3	81.409	81.410
4	97.458	97.458
5	89.812	89.813

Röhre	Q [m ³ /s]	
	CAVE	STRO
1	.97350	.973925
2	.97350	.973925
3	.60066	.600938
4	.27937	.279498
5	.27937	.279498
6	.27937	.279498
8	1.8535	1.85436
9	1.8535	1.85436

Tabelle 2.4: Druckhöhen und Durchflüsse für das vermaschte Röhrensystem (Abb. 2.5) ohne Entnahme an den Knoten 2 und 4.

Knoten	Druckhöhe [m]	
	CAVE	STRO
1	99.482	99.483
2	94.461	94.494
3	81.352	81.345
4	95.906	95.911
5	88.974	88.960
6	100.0	100.0
7	80.0	80.0

Röhre	Q [m ³ /s]	
	CAVE	STRO
1	1.0482	1.0556
2	.94828	.9556
3	.60031	.6036
4	.36583	.3681
5	.26583	.2681
6	.26583	.2681
8	2.0144	2.0273
9	1.8144	1.8273

Tabelle 2.3: Vergleich der Durchflüsse und Druckhöhen für das vermaschte Röhrensystem (Abb. 2.5) mit 0.1 m³/s. Entnahme an den Knoten 2 und 4.

Knoten	Druckhöhe [m]	
	CAVE	STRO
1	90.90054	90.901
2	90.00000	90.000
3	89.09946	89.099
4	90.30018	90.300
5	89.69982	89.700
6	100.0	100.0
7	80.0	80.0

Röhre	Q [m ³ /s]	
	CAVE	STRO
1	.45048	.450675
2	.45048	.450675
3	.64182	.642106
4	.36583	.365985
5	.36583	.365985
6	.36583	.365985
8	1.4581	1.458766
9	1.4581	1.458766

Tabelle 2.5: Vermaschtes System (Abb. 2.5) mit 100 m Rohrlängen und 0.5 m Durchmesser der Röhren. In allen Röhren herrscht turbulentes Strömen.

Knoten	Druckhöhen [m]	
	CAVE	STRO
1	90.90054	90.901
2	90.00000	90.000
3	89.09946	89.099
4	90.30018	90.300
5	89.69982	89.700
6	100.0	100.0
7	80.0	80.0

Röhre	Q [m ³ /s]	
	CAVE	STRO
1	.001028	.001028
2	.001028	.001028
3	.001488	.001491
4	.000826	.000827
5	.000826	.000827
6	.000826	.000827
8	.003344	.003346
9	.003344	.003346

Tabelle 2.6: Vermaschtes System (Abb. 2.5) mit 100 m Rohrlängen und 0.05 m Durchmesser der Röhren. Es herrscht turbulentes Strömen im gesamten System.

Um rein laminares Strömen zu erzeugen, wird der Röhrendurchmesser auf 0.01 m und der Druckhöhenunterschied zwischen Ein- und Ausfluß auf 2 m herabgesetzt. Auch diese Werte zeigen maximale Abweichungen der Druckhöhen unter 10^{-3} m und Durchflußdifferenzen unter $2 \cdot 10^{-4}$ m³/s (siehe Tabelle 2.7).

Systeme mit simultanem laminares und turbulentem Strömen sind in der Berechnung aufgrund der unterschiedlichen Strömungsgesetze besonders sensibel. Für diesen Fall werden in der Berechnung die Röhren 4, 5 und 6 auf 0.01 m Durchmesser und alle übrigen auf 0.1 m Durchmesser gesetzt. Die Potentialdifferenz beträgt wie in den ersten Fällen 20 m (siehe Tab. 2.8). Auch in dieser Simulationsanordnung weichen die Durchflüsse weniger als 1 Prozent von einander ab. Die Druckhöhen stimmten sogar auf den Millimeter überein.

Bewußt wird auf Strömungen nahe dem Wechsel zwischen laminares und turbulenten Zustand (Reynoldszahl 2300) verzichtet.

Knoten	Druckhöhen [m]	
	CAVE	STRO
1	99.214	99.214
2	99.000	99.000
3	98.785	98.786
4	99.071	99.071
5	98.928	98.928
6	100.0	100.0
7	98.0	98.0

Röhre	Q [m ³ /s]	
	CAVE	STRO
1	.28859E-05	.288767E-05
2	.28859E-05	.288767E-05
3	.57718E-05	.577355E-05
4	.19239E-05	.192533E-05
5	.19239E-05	.192533E-05
6	.19239E-05	.192533E-05
8	.10582E-04	.105865E-04
9	.10582E-04	.105865E-04

Tabelle 2.7: Vermaschtes System (Abb. 2.5) mit 0.01 m Durchmesser der Röhren und geringer Potentialdifferenz (2 m) zwischen Input und Output. Es herrscht laminares Strömen im gesamten System.

Knoten	Druckhöhen [m]	
	CAVE	STRO
1	91.515	91.515
2	90.000	90.000
3	88.485	88.485
4	90.505	90.505
5	89.495	89.495
6	100.0	100.0
7	80.0	80.0

Röhre	Q [m ³ /s]	
	CAVE	STRO
1	.83864E-02	.839034E-02
2	.83864E-02	.839034E-02
3	.12027E-01	.120327E-01
4	.13602E-04	.136074E-04
5	.13602E-04	.136074E-04
6	.13602E-04	.136074E-04
8	.20427E-01	.204366E-01

Tabelle 2.8: Der Durchmesser der Röhren 4, 5 und 6 beträgt 0.01 m und für alle weiteren 0.1 m (Abb. 2.5). Die Potentialdifferenz zwischen Ein- und Ausfluß wurde auf 20 m gesetzt. Damit wurde sichergestellt, daß in den Röhren 4, 5 und 6 laminares und in allen übrigen turbulentes Fließen herrscht.

In diesem Bereich kommt es zu einem deutlich erkennbaren Sprung im Durchfluß. Um ein Alternieren zwischen den Zuständen turbulent und laminar in CONDUIT zu vermeiden, wird innerhalb eines Iterationszyklus nur der Wechsel von laminarem zu turbulentem Fließen in dem einzelnen Röhrenelement zugelassen. Für diesen Übergangsbereich wurde das Programm STRO von Horlacher weder entwickelt noch verwendet (pers. Mitteilung Horlacher, 1996).

Zusammenfassung

Die durchgeführten Vergleichsrechnungen zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen dem Modul CONDUIT und dem Programm STRO. Vorhandene leichte Differenzen sind auf die verfahrensbedingten Unterschiede in den Programmen STRO und CAVE zurückzuführen. Hierbei iteriert STRO, um den Reibungskoeffizienten zu bestimmen. In CAVE kommt es hingegen nur in der Lösung der nicht-linearen Gleichungssysteme im turbulenten Strömungszustand zu Iterationen.

Weitere Vergleiche, insbesondere mit dem Finite Elemente Programm ROCKFLOW (Wollrath & Helmig, 1992), finden sich in Clemens (1997). Die Durchflußdifferenzen zwischen CAVE und ROCKFLOW liegen unter 1.5 %.

2.5 Kalzitlösung in der Röhre

Der Transport der Kalziumionen innerhalb der Röhre läßt sich durch die eindimensionale partielle Differentialgleichung

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{A}{V} F - v \frac{\partial c}{\partial x} \quad (2.22)$$

mit der Ca^{2+} -Konzentration c in der Röhre, der Oberfläche A und Volumen V der Röhre, der Dispersion D und der Kalziumlösungsrate F beschreiben. Angaben zur Lösungsrate finden sich in den Arbeiten von Plummer & Wigley (1976), Plummer et al. (1978), Palmer (1984), Buhmann & Dreybrodt (1985a,b). Die

Lösungsrate läßt sich hierbei linear approximieren durch

$$F = \alpha_R (c_{eq} - c)^n \quad (2.23)$$

wobei die kinetische Ratenkonstante α_R eine Funktion der Dichte des Wasserfilms, des P_{CO_2} , der Fließbedingungen und der Temperatur ist. In CAVE ist sie eine Interpolation der von Buhmann und Dreybrodt (1985b) angegebenen Werte (siehe Clemens, 1997).

Für die Berechnung der Gleichgewichtskonzentration c_{eq} der gelösten Kalziumionen wird weiterhin unterschieden, ob das thermodynamische System offen oder geschlossen gegenüber dem Kohlendioxid ist. Im offenen System gilt für pH-Werte unter 8 und über 6 (Dreybrodt, 1988)

$$c_{eq}^3 = P_{CO_2} \frac{K_1 K_c K_H}{4 K_2 \gamma_{HCO_3}^2 \gamma_{Ca^{2+}}} \quad (2.24)$$

mit dem Kohlendioxidpartialdruck P_{CO_2} und den HCO_3^- - bzw. Ca^{2+} -Aktivitätskoeffizienten γ_{HCO_3} bzw. $\gamma_{Ca^{2+}}$. Letztere werden nach der modifizierten Debye-Hückel Gleichung berechnet (Clemens, 1997). In einem geschlossenen System gilt hingegen die Relation (Dreybrodt, 1988)

$$P_{CO_2} = P_{CO_2}^i - \frac{c_{eq}}{K_H(1 + 1/K_0)} \quad (2.25)$$

mit dem initialen Partialdruck $P_{CO_2}^i$. Die Berechnung der Koeffizienten K_1 , K_2 , K_H und K_C erfolgt nach der Tabelle 2.9.

Weitere Details, insbesondere die Umsetzung in das Programm CAVE, finden sich in Clemens (1997) und Hückinghaus et al. (1998). Die Abfolge der Kalziumlösung im Röhrensystem erfolgt mit dem Backtrackingalgorithmus MESHSEARCH. Eine detaillierte Angabe hierzu findet sich im Anhang 6.2.3 (Abb. 6.5).

2.6 Sensitivitätsanalyse

In den folgenden Sensitivitätsanalysen sollen die qualitativen und quantitativen Aspekte der Einflußnahme auf die Kalklösung

$\log K_H$	$= 108.3865 - 6919.53/T$ $+0.01985076 T - 40.45154 \log T$
(1)	$+669365 T^2$
$\log K_1$	$= -356.3094 - 0.06091964 T$ $+21834.37/T + 126.8339 \log T$
(1)	$-1684915/T^2$
$\log K_2$	$= -107.8871 - 0.03252849 T$ $+5151.79/T + 38.92561 \log T$
(1)	$-563713.9/T^2$
$\log K_C$	$= -171.9065 - 0.077993 T$ $+2839.319/T + 71.595 \log T$
(1)	
$\log K_0$	$= 1.7 \cdot 10^{-4}/K_1$
(2)	
(1)	Plummer & Busenberg (1982)
(2)	Wissbrun et al. (1954)
T	Temperatur in Kelvin

Tabelle 2.9: Konstanten der Gleichgewichtskonzentration der Kalziumionen.

Ratenkonstanten	
1. Ordnung:	
laminar	$2.5 \cdot 10^{-5}$ [cm/s]
turbulent	$5.0 \cdot 10^{-5}$ [cm/s]
4. Ordnung:	$1.3 \cdot 10^{13}$ [cm ¹⁰ mol ⁻³]
weitere Parameter	
Ca^{2+} -Konz.	0.02643621 [mol/cm ³]
Gleichgew.konz.	$2.0 \cdot 10^{-3}$ [mol/L]
Umschlag 1. zu 4. Ordnung	0.9
Temperatur	20.0 °C

Tabelle 2.10: Während der Sensitivitätsanalyse konstant gehaltene Parameter.

verschiedener Parameter untersucht werden. Hierfür werden die verschiedenen Parameter wie z. B. Austauschkoefizient oder direkte Grundwasserneubildung im Röhrensystem (direkte GWN) einzeln oder miteinander gekoppelt variiert und die verschiedenen Ergebnisse miteinander verglichen.

Die im folgenden konstant gehaltenen Parameter finden sich in Tab. 2.10: Die Gleichgewichtskonzentration von Kalzium beträgt in allen Simulationen $2 \cdot 10^{-3}$ mol/L, die kinetische Ratenkonstante für die Kinetik erster Ordnung für den laminaren Strömungszustand beträgt $2.5 \cdot 10^{-5}$ cm/s und für turbulentes Strömen $5 \cdot 10^{-5}$ cm/s. Für die Kinetik 4. Ordnung wird nicht zwischen turbu-

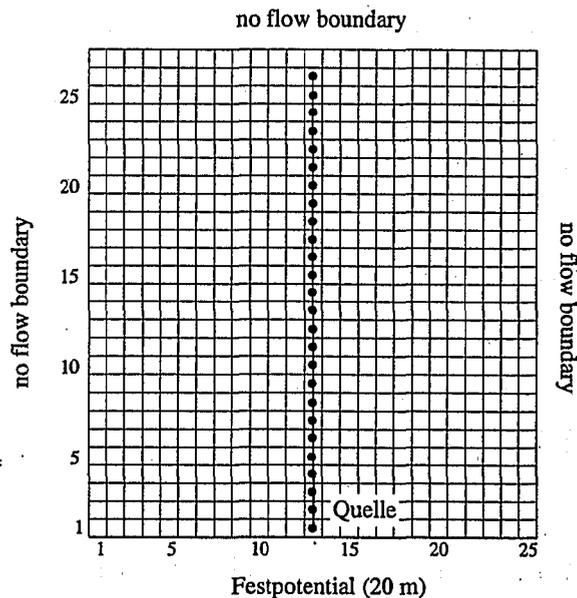


Abbildung 2.7: Schematisches Modellgebiet der Sensitivitätsanalysen.

lenter und laminarer Strömung unterschieden. Die Konstante der Lösungsrate beträgt in beiden Fällen $1.3 \cdot 10^{13}$ cm¹⁰/mol³. Erreicht das Verhältnis der Konzentration an Ca^{2+} -Ionen in der Lösung zur Gleichgewichtskonzentration (c/c_{eq}) den Wert 0.9, wechselt die Lösungskinetik von erster zu vierter Ordnung. Alle Simulationen erfolgen bei 20.0 °C.

2.6.1 Modellgebiet

In den Sensitivitätsanalysen wird ein aus 25 mal 27 quadratischen Zellen aufgebautes Modellgebiet (siehe Abb. 2.7) verwendet. Die Kantenlänge der einzelnen Zellen beträgt 25 m. Drei Seiten werden von 'No-flow-boundaries' eingegrenzt und eine der kürzeren Seiten besitzt ein Festpotential (20 m). Von ihr aus erstreckt sich ein Röhrenstrang bestehend aus 25 Einzelröhren, in der 13. Spalte des Modellgebietes. Das Ende einer Röhre wird im weiteren als Knoten bezeichnet. Der an das Festpotential gekoppelte unterstromige Endknoten des Röhrensystems wird im weiteren auch als Quelle und der am oberstromigen Ende gelegene Knoten als Wasser-

scheide bezeichnet. Die Quelle dieses Röhrensystems ist ebenfalls auf ein Festpotential von 20 m gesetzt (siehe Abb. 2.7). Die hydraulische Leitfähigkeit des Feinkluftsystems wurde auf $1.6 \cdot 10^{-5}$ m/s gesetzt, was im sinnvollen Rahmen für Karstaquifere der Schwäbischen Alb liegt (Teutsch, 1988; Sauter 1992).

Die Dauer eines einzelnen Zeitschritts beträgt etwa 5 Jahre ($1.6 \cdot 10^8$ Sekunden). Diese Auflösung der Simulationszeit erweist sich noch als fein genug, um 40.000 Jahre in vernünftigen Rechenzeiten berechnen zu können (8.000 Zeitschritte). Die Sensitivitätsanalysen der Zeitschritte belegen die sinnvolle Wahl (siehe Tabelle 2.11). Wesentlich feinere Zeitintervalle ergeben keine differenzierteren Informationen.

Das Potential im Feinkluftsystem wird sowohl durch räumlich wie auch zeitlich gleichförmige Neubildung des Grundwassers (GW) von $4.0 \cdot 10^{-8}$ m³/s pro Quadratmeter aufgebaut. Je nach Fragestellung wird ein Teil der Neubildung direkt den Röhren als direkte GWN zugeführt.

In den folgenden Simulationen kann GW auf drei verschiedenen Wegen zu einem Knoten⁴ des Röhrensystems gelangen:

- Zufluß aus den angrenzenden Röhren mit einer von der Lösungsrate und Fließgeschwindigkeit abhängigen Ca^{2+} -Ionenkonzentration.
- Zufluß aus dem Feinkluftsystem mit 90 % der maximalen Ca^{2+} -Sättigung. Dieser Zufluß wird durch die Potentialdifferenz zwischen Röhren- und Feinkluftsystem gesteuert.
- Direkte GW-Neubildung in den Knoten des Röhrensystems mit einer Ionenkonzentration $Ca^{2+} = 0$.

⁴Unter Knoten verstehen wir die Enden der Einzelröhren des Röhrensystems.

2.6.2 Zeitschrittanalyse

Die Berechnung der Kalziumlösungsrate und auch die Aufweitung der Röhre erfolgt am Ende eines Rechenzeitschrittes. Während des einzelnen Zeitschrittes ändern sich weder Fließgeschwindigkeit noch chemische Parameter. Es herrschen stationäre Bedingungen während des einzelnen Zeitschrittes. Die Aufweitung wird sich folglich erst im nächsten Zeitschritt hydraulisch und auch chemisch auswirken. Erhöhte Aufweitung führt zu höherer hydraulischer Wegsamkeit und im einfachsten Fall zu höherer Lösung und damit wiederum zu stärkerer Aufweitung. Das stark rückgekoppelte System hängt folglich nicht nur vom Durchfluß, sondern auch von den sich ändernden chemischen Zuständen, wie z. B. Ionenkonzentration, Lösungskinetik etc., ab (siehe Abb. 2.8).

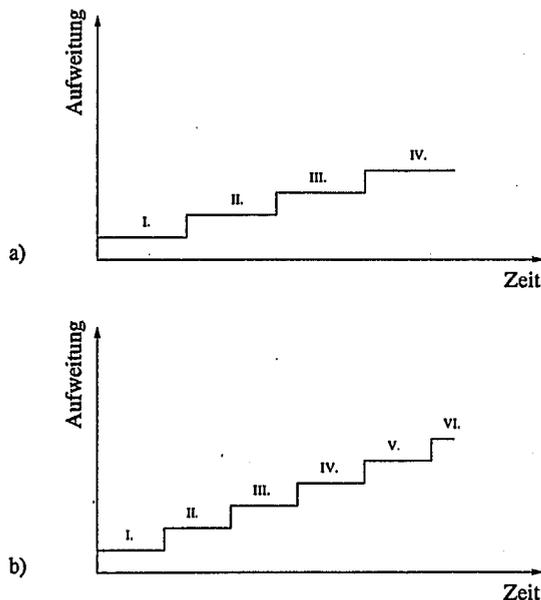
Da sich aber während einer Simulation die Verhältnisse, insbesondere die Löslichkeit durch Änderung der Lösungskinetik, deutlich verschieben können, ist eine geeignete Zeitschrittdiskretisierung unerlässlich. Zu kleine Zeitschritte führen zu sehr hohen Rechenzeiten, wohingegen zu lange Zeitschritte die tatsächliche Aufweitung nicht korrekt wiedergeben.

In der Zeitschrittanalyse wird die Gesamtsimulationszeit von $1.28 \cdot 10^{12}$ Sekunden (ca. 40000 Jahre) in unterschiedlich lange Zeitschritte zerlegt. So wird z. B. für die Rechnung '40000' in Tabelle 2.11 nur ein Zeitschritt eingegeben, wohingegen für die Rechnung mit jährlicher Zeitschrittlänge (Rechnung '1') der Gesamtzeitraum in 40000 Zeitschritte unterteilt wird. In die Röhre wird über alle Knoten 0.1 Prozent der GW-Neubildung zu gleichen Teilen eingegeben. Der initiale Durchmesser beträgt 0.05 m. Ansonsten werden die im vorigen Abschnitt (siehe Tabelle 2.10) festgelegten Parameter verwendet.

Unschwer läßt sich aus Tabelle 2.11 eine sehr hohe und unrealistische Aufweitungsrate für die Simulationsläufe mit großen Zeitschrittlängen erkennen. Durch die anfangs ge-

Koeffizient	Zeitschrittlänge (Jahre)						
	40000	10000	1000	100	10	5	1
$\alpha = 0$	8,02157	2,21222	0,99514	0,96841	0,96683	0,96675	0,96667
$\alpha = 1.0E-7$	4,5523	1,2564	0,5711	0,5579	0,5573	0,5573	0,5572
$\alpha = 1.0E-6$	9,5988	2,5250	0,5898	0,5419	0,5642	0,5553	0,5627

Tabelle 2.11: Arithmetisches Mittel der Öffnungsweiten in Meter für 0.1 % gleichverteilte GW-Neubildung in der Röhre bei einer Simulationsperiode von $12.8 \cdot 10^{11}$ Sekunden (40000 Jahre). Der Austauschkoefizient ist abhängig von der in den Austausch involvierten Röhren und wächst mit Zunahme der Öffnungsweite (siehe Formel 2.27).



I. Zeitschritt:
 a) Berechnung der Strömung
 2) Berechnung der Chemie stationär
 3) Berechnung der Aufweitung

II. Zeitschritt:
 1) Berechnung der Strömung stationär
 2) Berechnung der Chemie
 3) Berechnung der Aufweitung

Abbildung 2.8: Die Berechnung der Aufweitung einer Röhre erfolgt innerhalb eines Zeitschrittes unter stationären Bedingungen. Durchfluß und Kalzitaustrag aus der Röhre sind aber stark gekoppelte Prozesse, die zeitabhängig sind: Verfeinert man die Zeitschritte, wie im Fall b der Abbildung dargestellt, dann kann durch die sich schneller aufweitende Röhre mehr Wasser fließen. Eine höhere Lösung an Kalziumionen ist die Folge. Die gröbere Zeitdiskretisierung (a) führt hingegen zu einem höheren Röhrenwachstum als die feinere Zeitdiskretisierung (b).

ringen Durchmesser kommt es in den ersten Zeitschritten zu hohen Durchflußgeschwindigkeiten mit einer Lösungskinetik 1. Ordnung. Sind die Zeitschritte groß, wird entsprechend viel Kalzium gelöst. Wie in den folgenden Abschnitten dargelegt, ändern sich diese Zustände aber im Laufe der Simulation. Selbst für Simulationen mit geringem Austausch herrscht, bedingt durch die direkte GWN in den Röhren, noch in den ersten Zeitschritten turbulentes Fließen.

Die Schwankungen für die Simulationen mit Zeitschrittlängen von 1 bis 10 Jahren sind in Relation zur Gesamtaufweitung der Durchmesser (0.5 m) für alle Simulationen als gering zu betrachten. Die Abweichungen liegen in den Simulationen mit dem Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ unter 1.5 Prozent und für die beiden übrigen Simulationen unter 0.2 Prozent.

Bis auf die Simulationen mit dem Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ nehmen alle Öffnungsweiten monoton mit Kürzung der Zeitschrittlänge ab. Für die Simulationen mit dem Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ tritt turbulentes Strömen in isolierten Röhrenelementen auf. Diese abrupt auftretenden Turbulenzen sind im Algorithmus der Zustandsänderungen innerhalb des Programms CONDUIT begründet⁵.

⁵Innerhalb eines Iterationszyklus des CONDUIT-Moduls ist nur ein Wechsel vom laminaren in den turbulenten Zustand erlaubt. Der umgekehrte Wechsel vom turbulenten in den laminaren Zustand ist dann erst wieder im nächsten Zeitschritt möglich. Dadurch werden unendliche Zustandswechsel, in denen das System keinen Endzustand findet, verhindert.

Um die Ergebnisse in den folgenden Sensitivitätsuntersuchungen vergleichen zu können, wird eine einheitliche Diskretisierung von 5 Jahren verwendet. Sie ermöglicht die Berechnung von längeren Zeiten (z. B. 40000 Jahren) in einem rechenzeitlich vertretbaren Rahmen. Konkreten Simulationen sollte jedoch immer eine explizite Zeitschrittanalyse vorausgehen, da unterschiedliche Randbedingungen auch eine angepasste Zeitdiskretisierung erfordern.

2.6.3 Kluftrauigkeit

Unter der Kluftrauigkeit verstehen wir ein Maß für die Abweichung der wirklichen Rohrwand von einer ideal glatten Wand. Im laminaren Fall hängt der Widerstandsbeiwert λ_R [-] nur vom Verhältnis der Zähigkeit zur Trägheit ab. Für die turbulente Strömung tritt die Kluftrauigkeit k [m] jedoch als additiver Term in der logarithmischen Funktion auf (siehe Formel 2.6).

Um die Kluftrauigkeit isoliert von anderen möglichen Einflüssen zu untersuchen, werden der Austausch zwischen Röhre und Feinkluftsystem sowie die direkte GWN 'abgeschaltet'. Der Durchfluß wird nur noch durch die Potentialdifferenz (1 m) zwischen Anfang und Ende des Röhrensystems bestimmt. Durch die Wahl der Öffnungsweite von 0.05 m herrscht bereits im ersten Zeitschritt turbulentes Strömen. Die gesamte Simulationszeit, die wieder in 5-Jahresschritte unterteilt wird, beträgt 1000 Jahre. Eine längere Simulationszeit ist nicht nötig, da durch die hohen Durchflußraten bereits nach 1000 Jahren infolge der Kalzitlösung eine Öffnungsweite von fast 2.5 m erreicht wird.

Für die Kluftrauigkeiten 10^{-3} m bis 10^{-8} m ist nur eine sehr geringe Aufweitungsdifferenz (unter 4 mm) zu erkennen. Eine Zunahme der Öffnungsweiten von rauhen zu glatten Oberflächen war zu erwarten, da in glatten Röhren der Durchfluß höher ist als in rauhen. Mit einer Abweichung unter 0.2 Prozent der Gesamtaufweitung kann für den Bereich von

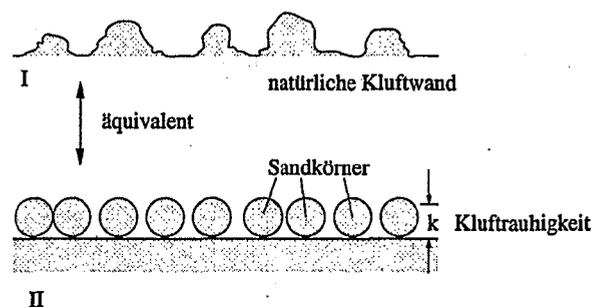


Abbildung 2.9: Die natürliche Rauheit von Strömungswandungen läßt sich nicht unmittelbar messen. Zur Charakterisierung der Rauheit wird nach Nikuradse (1933) gleichförmiger Sand auf eine glatte Wandung aufgetragen. Der Durchmesser der Sandkörner ergibt dann die Kluftrauigkeit k .

10^{-3} m bis 10^{-8} m nicht mehr von einem sensitiven Parameter der Verkarstung gesprochen werden.

Bei einer Rauigkeit von 0.1 m^6 zeigt sich ein gewisser Einfluß. Der prozentuale Unterschied über die gesamte Spannweite der Rauigkeiten liegt hier bei 7 Prozent. Dies überrascht nicht sehr. Mit einer Kluftrauigkeit von 0.1 m und einer Öffnungsweite von 2.5 m sowie einer Fließgeschwindigkeit von ca. 0.6 m/s in der Simulation befindet man sich nach dem Moody-Diagramm noch in der vollausgebildeten Rauigkeitsströmung. Bereits unter einer Kluftrauigkeit von 10^{-3} m wird jedoch der Übergangsbereich glatt-rauh erreicht (Becker, 1969).

2.6.4 Austauschkoeffizient

Der Wasseraustausch zwischen Feinkluft- und Röhrensystem wird durch die Differenz der Druckpotentiale bestimmt. Dieser wird während eines Zeitschritts als explizit zeitunabhängig betrachtet und deshalb als quasistationär bezeichnet. Die quasistationäre Austauschrate zwischen den beiden Fließsystemen

⁶Bei einer Initialöffnung von 0.05 m erscheint dies nicht sehr sinnvoll. Jedoch ist der Wert im Rahmen des Möglichen, sobald in der Simulation Durchmesser von 0.5 m erreicht werden. In das Verhältnis k/d geht dann auch die Sinusität (Röhrenwindungen) der Röhren ein (Mohrlok 1996).

Kluftrauhigkeit [m]							
1.0E-1	1.0E-2	1.0E-3	1.0E-4	1.0E-5	1.0E-6	1.0E-7	1.0E-8
2.307452	2.445124	2.455904	2.457972	2.458596	2.458656	2.458676	2.458676

Tabelle 2.12: Arithmetisches Mittel der Öffnungsweiten in Meter für 1 m Potentialunterschied der Röhrenenden. Während der Simulation wird der Durchfluß in der Röhre einzig durch den Potentialunterschied bestimmt. Der Initialdurchmesser beträgt 0.05 m und die Simulationsperiode $3.2 \cdot 10^{10}$ Sekunden (ca. 1000 Jahre) wird in Zeitschritten von 5 Jahren berechnet.

men wird durch die Formel

$$\gamma = \alpha(h_t - h_c) \quad [m^3/s] \quad (2.26)$$

an jedem Knoten des Röhrensystems berechnet. Hierbei sind h_t und h_c die jeweiligen Potentiale des Röhren- bzw. Feinkluftsystems.

Im weiteren werden zwei verschiedene Ansätze untersucht, wobei der erste von einem nicht von der Manteloberfläche der Röhren abhängigen Austauschkoefizienten ausgeht. Diesem Konzept liegt die Annahme zugrunde, daß den Zufluß inhibierende Randbedingungen, wie z. B. eine 'fracture skin', oder nur wenige hydraulische Anschlüsse an das Feinkluftsystem in der Nähe der Röhre existieren (siehe Abb. 2.10 (a)).

Der zweite Ansatz behandelt den Austauschkoefizienten als Funktion der Manteloberflächen aller an den Knoten angrenzenden Röhren (siehe 2.27). In diesem Fall wächst der Austauschkoefizient mit der Aufweitung der Röhre. Als Berechnungsgrundlage des Austauschkoefizienten dient jeweils nur die halbe Mantelfläche jeder an den Knoten grenzenden Röhre (siehe Abb. 2.11). Die Röhre erhält durch die Aufweitung einen weiteren bzw. günstigeren Anschluß an das Feinkluftsystem. Zur Abkürzung und leichteren Unterscheidung zum mantelflächenabhängigen Austauschkoefizienten wird im folgenden der mantelflächenunabhängige auch als 'konstanter Austausch' bezeichnet.

Alle Untersuchungen erfolgen für die Koeffizienten (α) $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$. Die untersuchten Werte wurden empirisch ermittelt. Für höhere Austauschkoefizienten brechen die Rechenläufe aufgrund numerischer Probleme zu früh ab.

Kleinere Austauschkoefizienten zeigen hingegen keine wesentlich neuen Ergebnisse.

Die im Anhang (Kap. 6.1, S. 89) beigelegten Tabellen geben einen gestrafften Überblick der Ergebnisse. Während einer Simulation erfolgte die Datenausgabe nur alle hundert Zeitschritte. Nur die ersten 1000 Zeitschritte werden alle 5 Jahre ausgegeben.

Austausch ohne direkte Grundwasserneubildung (GWN) und konstanten Austauschkoefizienten

In den Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoefizienten wird der Austauschkoefizient α [m^2/s] der Formel 2.26 als konstant angenommen. Er bleibt im Gegensatz zu dem mantelflächenabhängigen Koeffizienten während der einzelnen Simulation unverändert.

Der Zufluß in die Röhre erfolgt nur aus dem Feinkluftsystem. Die Steuerung des Wasseraustauschs zwischen Röhre und Feinkluftsystem erfolgt durch den konstanten Austauschkoefizienten und den Potentialunterschied der beiden Systeme. Dieser Zutritt von Wasser in die Röhre erfolgt mit 90 Prozent der möglichen Ca^{2+} -Gleichgewichtssättigung. In den Simulationen ist eine hohe Sensitivität der Röhrenaufweitung auf Änderungen des Austauschkoefizienten zu erwarten. Weiterhin stellt sich die Frage nach der Auswirkung der Größe des Koeffizienten auf die Form der Aufweitung.

Für Austauschkoefizienten α von $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ oder $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ erhält man eine vergleichbare Aufweitungsform. Beide unterscheiden

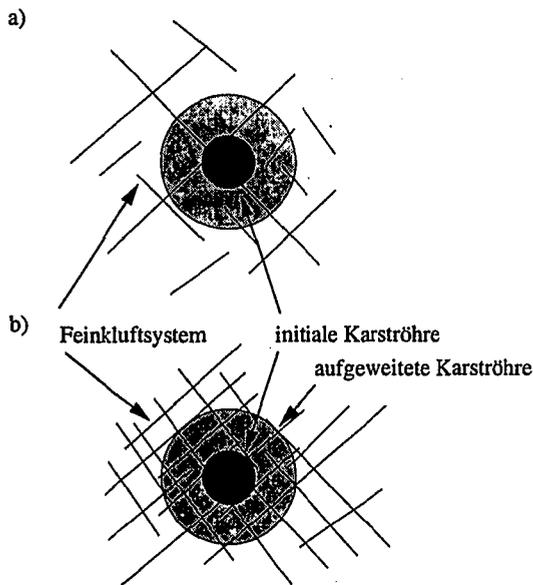


Abbildung 2.10: Unterschiedliche Ausbildung des Feinkluftsystems für a) mantelflächenunabhängigen und b) mantelflächenabhängigen Austauschkoefizienten. Im letzteren Fall werden durch die Aufweitung neue, mit dem Feinkluftsystem hydraulisch verbundene, Klüfte an das Röhrensystem angeschlossen.

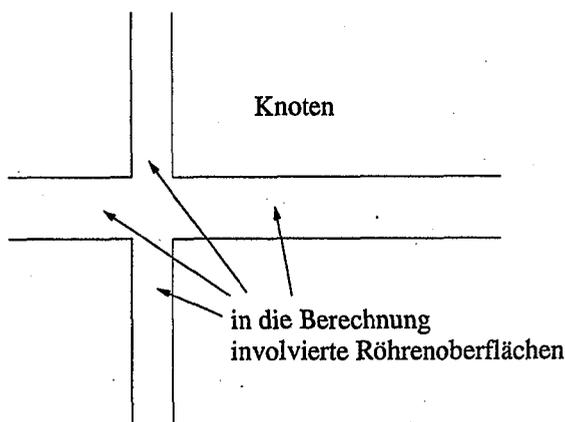


Abbildung 2.11: In die Berechnung des mantelflächenabhängigen Austauschkoefizienten ist jeweils nur die Hälfte der Mantelfläche (vgl. 2.27) der angrenzenden Röhren involviert (grau).

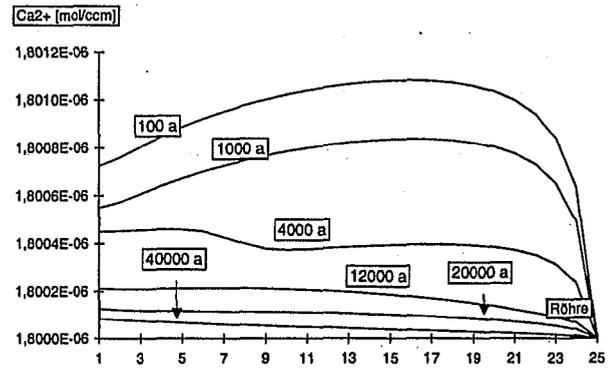


Abbildung 2.12: Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit konstantem Austauschkoefizientem $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.

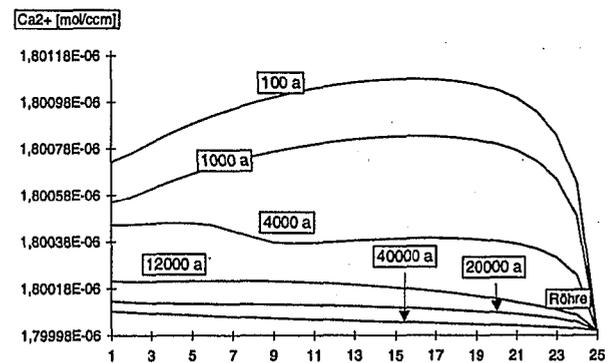


Abbildung 2.13: Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit konstantem Austauschkoefizientem $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.

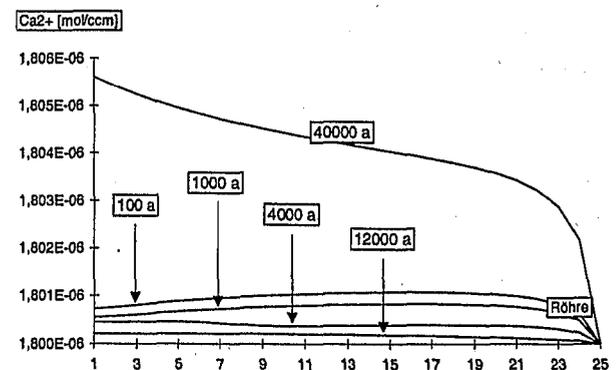


Abbildung 2.14: Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.

sich nur durch die etwas größere Aufweitungsrates für den höheren Austauschkoefizienten. Bei einem initialen Röhrendurchmesser von 0.05 m herrscht während der gesamten Simulation laminares Strömen (siehe Tabelle 6.3 im Anhang). Diese Konstanz des Strömungszustandes über die Röhrenelemente führt zu einer gleichmäßigen Aufweitung (siehe Abb. 2.15 u. 2.16).

Erhöht man den Austauschkoefizienten auf $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (siehe Abb. 2.13), so bleibt der laminaire Strömungszustand für die Röhren nahe der Wasserscheide (25 - 21) erhalten. In den weiteren Röhren in Richtung Quelle fließt das Wasser hingegen turbulent. Rein turbulente Verhältnisse vom ersten Zeitschritt an herrschen für den gesamten Simulationslauf mit dem Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Der höhere Durchfluß führt zu stärkerer Aufweitung (Abb. 2.18).

Beginnt man die Simulationen mit 0.005 m Durchmesser als Initialwert, so entwickeln sich analoge Aufweitungformen wie in den Simulationen mit größeren Initialwerten der Röhre. Unabhängig vom Austauschkoefizienten beginnt die Entwicklung mit laminarem Fließen, um dann teilweise oder vollständig in den turbulenten Zustand überzugehen (siehe Tab. 6.2 im Anhang). Interessant ist der Simulationslauf mit dem Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. Nach anfangs laminarem Strömen in allen Röhrenelementen schlägt der Strömungszustand nach 1200 Jahren in den Röhrenelementen 1 und 2 in Turbulenzen um. Sukzessiv kommt es dann zu turbulenten Strömen in den weiteren Röhrenelementen bis hin zum Element 7. Nach 2700 Jahren beginnt ein 'turn around' und die turbulent durchströmten Elemente wechseln nacheinander in den laminaren Zustand. Strömung weicht in Richtung Quelle zurück. Bereits nach 3700 Jahren herrscht im gesamten Röhrensystem nur noch laminares Strömen.

Die Erklärung findet sich in der Trennung

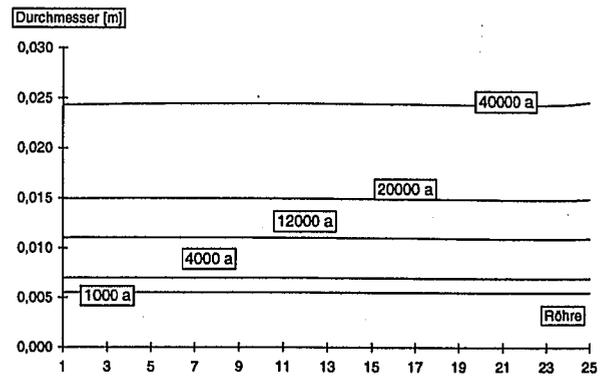


Abbildung 2.15: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.

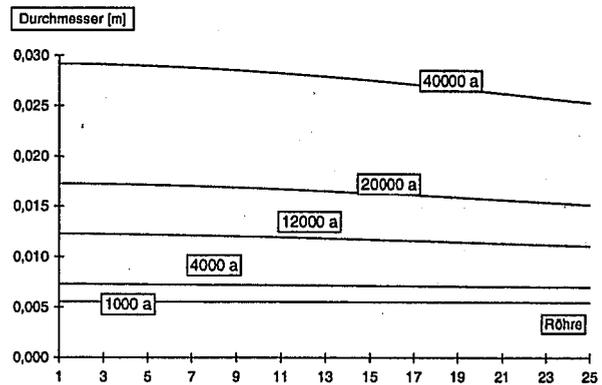


Abbildung 2.16: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.

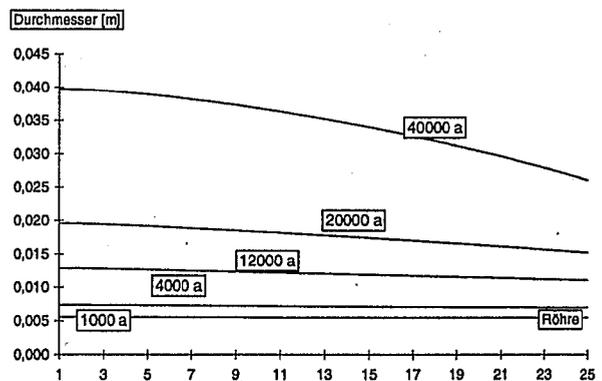


Abbildung 2.17: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.

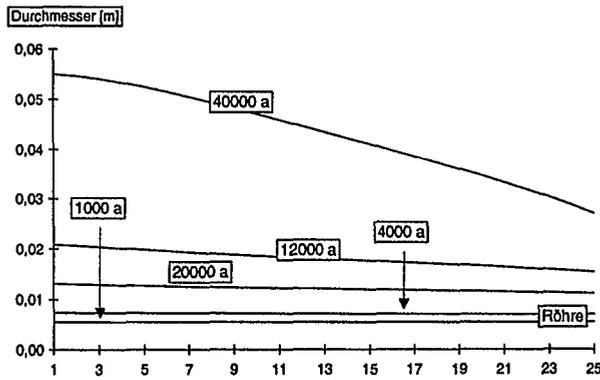


Abbildung 2.18: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ohne GWN im Röhrensystem.

des laminaren vom turbulenten Strömungszustand durch die Reynoldszahl Re . Sie spiegelt das Verhältnis zwischen Trägheits- und Zähigkeitskräften wieder. Mit der Formel $Re = dv/\nu$ ist die Reynoldszahl abhängig von den in der Simulation sich ändernden Durchmessern und der in der Röhre herrschende Geschwindigkeit. Wächst der Durchmesser der Röhre, bedingt durch Lösungsprozesse, erhöht sich bei gleichem Druckpotential der Durchfluß nach dem Gesetz von Hagen-Poiseuille in der 4. Potenz (siehe Formel 2.5 S. 7). Turbulentes Strömen setzt ein, wenn die Reynoldszahl den Wert 2300 überschreitet. Weitet sich die Röhre deutlich auf, fließt aus dem Feinkluftsystem ab einem bestimmten Röhrendurchmesser nicht mehr genügend Wasser nach. In der Folge fällt das Potential des Feinkluftsystems. Der Zufluß, der eine Funktion aus Druckdifferenz und Austauschkoefizient ist (Formel 2.26), bleibt trotz größerem Durchmesser konstant und die Strömungsgeschwindigkeit sinkt. Turbulentes Strömen fällt darauf in den laminaren Strömungszustand zurück.

Da der Zufluß aus dem Feinkluftsystem bereits eine 90-prozentige Kalziumsättigung besitzt, herrscht in den in diesem Abschnitt besprochenen Simulationen die langsame Lösungskinetik 4. Ordnung. Es gilt der einfache Grundsatz: Je höher der Durchfluß in der Röhre, desto mehr Kalzit wird gelöst. Der Durchfluß wird aber einzig durch den Zufluß aus dem Feinkluftsystem bestimmt. So

mit reagiert die Aufweitung der Röhre auf Änderungen des Austauschkoefizienten hoch sensitiv.

Die höheren Initialwerte von 0,05 m Durchmesser führen auch zu höheren Aufweitungsraten der Röhren (vergleiche Tab. 6.2 Seite 90 mit Tab. 6.3 Seite 90). Während der Simulationszeit von 40000 Jahren bleibt die Differenz des größeren zum kleineren initialen Durchmesser der Röhrenelemente erhalten. Im nächsten Abschnitt werden wir erkennen, daß bei höherer Aufweitungsraten der Initialwert keinen wesentlichen Einfluß auf die Endaufweitung und deren Form hat.

Mantelflächenunabhängiger Austausch mit punktueller direkter GWN

Nach dem bisher nur die Koppelung des Feinkluft- an das Röhrensystems betrachtet wurde, wird jetzt der Zufluß durch Karstschloten betrachtet. Er enthält durch seine kurze Kontaktzeit zum umliegenden Gestein nur wenig gelöste Kalziumionen und wird in den Simulationen gleich 0 gesetzt. Der Zufluß in das Röhrensystem wird im weiteren als direkte Grundwasserneubildung bezeichnet. Er erfolgt in diesem Abschnitt während der Simulationen in den Knoten 26 (siehe Abb. 2.19 (a)) des Röhrensystems mit 0,1 bzw. 1,0 % Neubildung. Von besonderem Interesse ist die Sensitivität der direkten GWN auf die Form der Aufweitung.

Die direkte GWN besitzt ein hohes Lösungspotential, da sie keine Kalziumionen enthält und führt dementsprechend zu einer starken Aufweitung in den Röhren. Wie aber wirkt sich der Austauschkoefizient α auf die Aufweitung aus? Große Austauschkoefizienten führten im vorigen Abschnitt zu hohen Aufweitungen. Für die gekoppelten Prozesse der direkten GWN, mit einem Zufluß aus dem Feinkluftsystem, ist eine derart einfache Aussage nicht mehr möglich.

Durch die direkte GWN in den Knoten 26 entsteht während der Simulation eine koni-

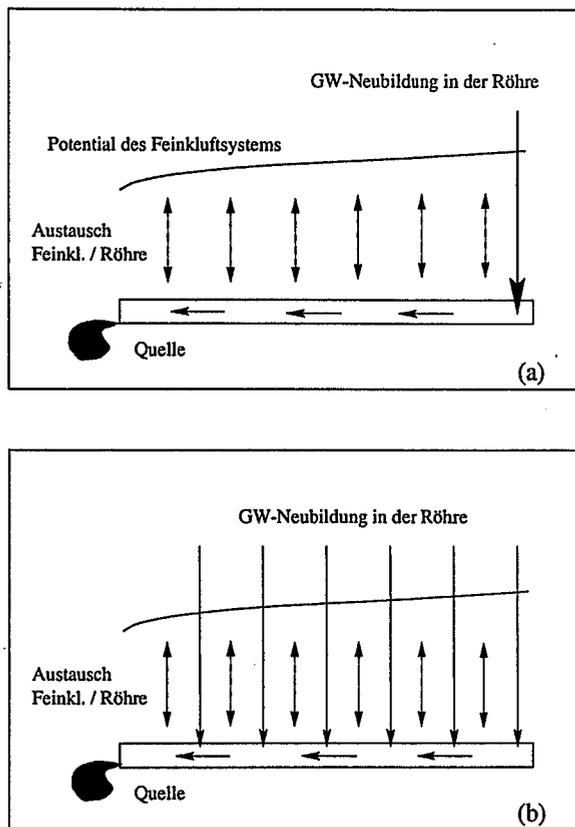


Abbildung 2.19: Schema der (a) punktuellen und (b) gleichmäßigen GW-Neubildung in der Röhre.

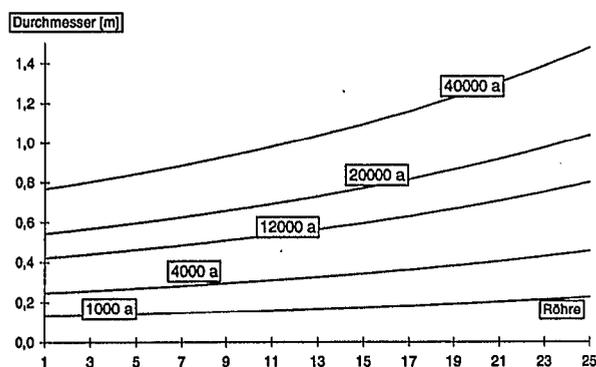


Abbildung 2.20: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

sche Trichterform mit geringeren Öffnungsweiten in Richtung Quelle (siehe Abb. 2.20, 2.21 und 2.22). Diese Grundform der Simulationen mit punktueller GWN wird jedoch bei Verwendung eines hohen Austauschkoefizienten von $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ durchbrochen. In diesen Simulationen herrscht in den nahe der Quelle gelegenen Röhren über längere Zeiträume (bis 33000 Jahre) turbulentes Strömen und eine Lösungskinetik erster Ordnung (vgl. Abb. 6.4 und Abb. 6.5). Dadurch entsteht eine konvexe Form mit höchsten Aufweitungen an der Quelle (vgl. Abb. 2.23).

In den Simulationen mit den Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ stellt sich in den Simulationen spätestens nach 1000 Jahren laminares Strömen ein (Aufweitungsformen siehe Abb. 2.24, Abb. 2.25 und Abb. 2.26). Nur für den höchsten Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ bleibt der turbulente Strömungszustand länger erhalten (siehe Tab. 6.4). Dies umso länger, je langsamer sich die Röhrenelemente aufweiten. So wird der laminare Zustand im gesamten System bereits nach 5000 Jahren erreicht, wenn man 1.0 % Grundwasserneubildung dem Röhrensystem direkt zuführt (Tab. 6.5). Bei 0.1 % direkter GWN herrscht hingegen noch nach 30000 Jahren turbulentes Strömen im quellnahen Bereich (siehe Tab. 6.4). Durch die geringere GWN wird die Röhre langsamer geweitet, so daß der Zeitpunkt an dem nicht mehr genügend Wasser aus dem Feinkluftsystem heran geführt werden kann, erst später als bei der Simulation mit höherer GWN erreicht wird.

In den Simulationen kommt es nur am Anfang bei kleinen Röhrendurchmessern und hoher GWN zu Strömungen aus dem Röhrensystem in das Feinkluftsystem. Folglich nimmt der Durchfluß in Richtung Quelle kontinuierlich zu. Ein sukzessives Fortschreiten des laminaren Strömungszustandes in Richtung Quelle wird bei allen Simulationen beobachtet. Durch den limitierten Zufluß sowohl aus dem Feinkluftsystem (konstanter Austauschkoefizient) als auch durch die konstante GWN wird der laminare Strömungszustand in der gesam-

ten Röhre am Ende aller Simulationen erreicht.

Nur in den Simulationen mit dem höchsten Austauschkoeffizienten in Verbindung mit geringer GWN werden 90 % der maximalen Ca^{2+} -Sättigung in den nahe der Quelle gelegenen Röhrenelement überschritten und die Lösungskinetik 1. Ordnung wechselt zur Kinetik 4. Ordnung. In allen übrigen Simulationen herrscht die Lösungskinetik 1. Ordnung (siehe Tab. 6.4 u. 6.5).

Mit den Untersuchungen ohne direkte GWN im Röhrensystem (Seite 19) gilt: Je höher der Austauschkoeffizient gewählt wurde, desto größer ist die Röhrenaufweitung. Sowohl höhere direkte Grundwasserneubildung, als auch höherer Zufluß aus dem Feinkluftsystem führen in separierten Simulationen zu höheren Aufweitungen. Kombiniert man jedoch beide Zuflüsse in den Simulationen, dann verringert der Zufluß aus dem Feinkluftsystem mit seiner hohen Kalziumionenkonzentration die Lösungsrate im Röhrensystem. Für geringe Austauschkoeffizienten nimmt die Aufweitung von der Simulation mit dem Koeffizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ über die Simulation mit dem Koeffizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, bis zur Simulation mit dem Koeffizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ sowohl an der Quelle als auch im arithmetischen Mittel zu (siehe Tabelle 6.4 u. 6.5). Für diese Fälle gilt: Je geringer der Zufluß aus dem Feinkluftsystem ist, desto mehr Lösung findet statt. In diesem Fall wird die Lösungsrate von der GWN im Röhrensystem dominiert.

Erhöht man den Zufluß aus dem Feinkluftsystem durch Heraufsetzen des Austauschkoeffizienten auf $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, tritt der Anteil der Kalzitlösung, der auf direkte GWN zurückzuführen ist, gegenüber der Lösung durch den Zufluß aus dem Feinkluftsystem zurück (vgl. Abb. 2.27 u. 2.28). Das arithmetische Mittel der Öffnungsweite der Röhren für die Simulation mit dem höchsten Austauschkoeffizienten ($10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$) liegt bei 0.1 % direkter GWN zwischen dem arithmetischen Mittel der Röhren der Simulation mit den Koeffizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$. Erhöht man

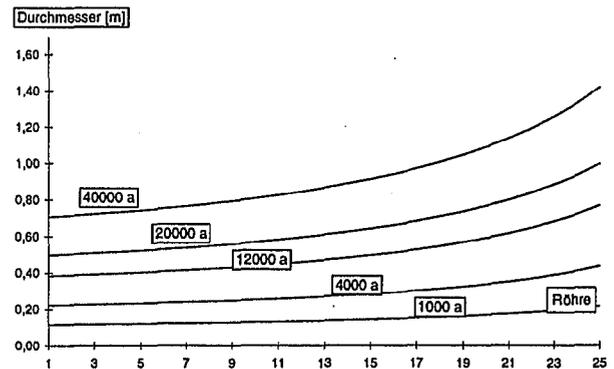


Abbildung 2.21: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoeffizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

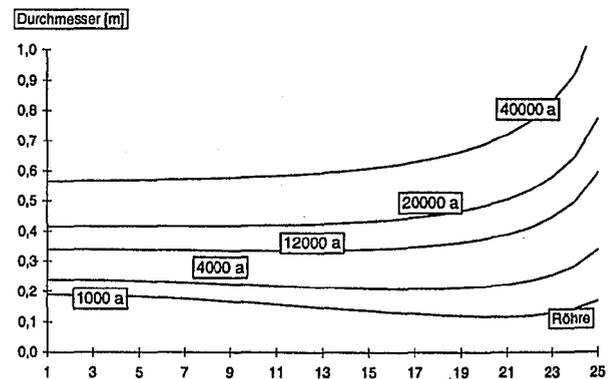


Abbildung 2.22: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoeffizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

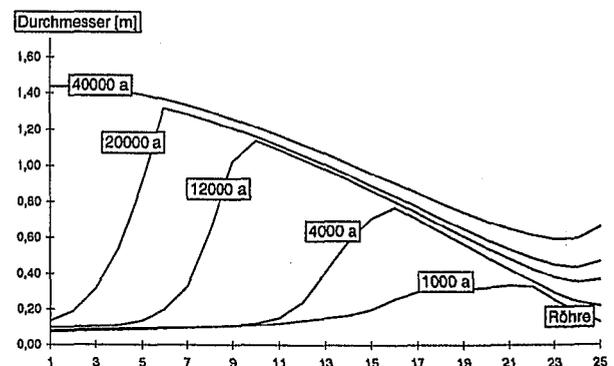


Abbildung 2.23: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoeffizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

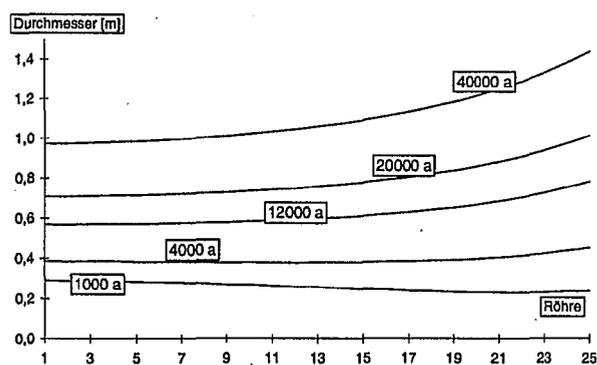


Abbildung 2.24: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.

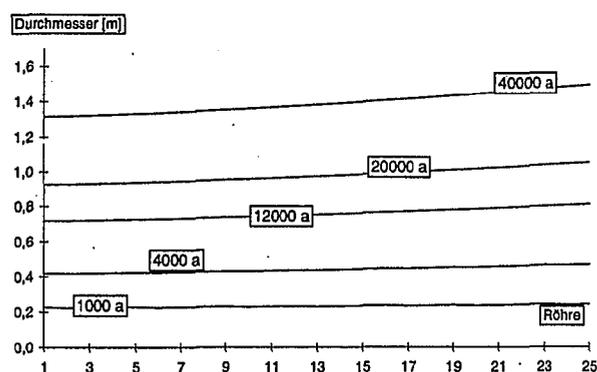


Abbildung 2.25: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.

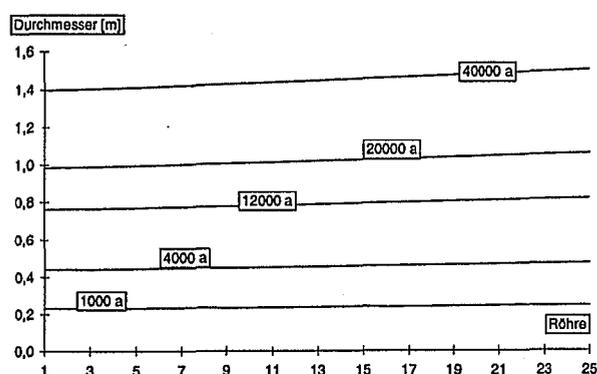


Abbildung 2.26: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.

die direkte GWN auf 1 %, liegt das arithmetische Mittel der Öffnungsweite der Röhren für den Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ zwischen der arithmetischen Mittel der Öffnungsweiten derer mit den Koeffizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ (siehe Tab. 6.5 u. Tab. 6.6). Auch diese Beobachtung bestätigt die hemmende Wirkung des Feinkluftzuflusses auf die Lösung, wenn direkte GWN in der Röhre existiert.

Eine weitere wichtige Fragestellung für die Simulation von Karstsystemen ist der Einfluß der initialen Öffnungsweite. D. h. mit welcher Öffnungsweite kann man bzw. soll man eine Genesesimulation starten?

Über längere Zeiträume, wie z. B. die Simulation von 40000 Jahren, zeigt sich nur noch ein minimaler Unterschied in der Öffnungsweite zwischen den initialen Werten 0.05 und 0.005 m (vergleiche die Tabellen 6.4 u. 6.5 mit 6.6 u. 6.7). Die Unterschiede liegen für das arithmetische Mittel der Röhrendurchmesser, Öffnungsweite an der Quelle und der Standardabweichung der Röhrendurchmesser deutlich unter 3 mm, zum überwiegenden Teil sogar unter 1 mm. Dies gilt sowohl für die punktuelle wie auch für die im nächsten Abschnitt behandelte gleichmäßig verteilte direkte Grundwasserneubildung. Die minimale Einflußnahme des Startdurchmessers auf die Aufweitung unterscheidet sich jedoch deutlich von den Simulationsergebnissen ohne GWN in das Röhrensystem des vorigen Abschnitts.

Im Fall des kleineren Initialdurchmessers wird bei quantitativ konstantem Zufluß der lösungsaggressiven direkten GWN im Anfangsstadium der Simulation weniger kalziumionenreiches Wasser aus dem Feinkluftsystem in die Röhre fließen. Die Lösungsrate ist folglich am Beginn der Simulation höher als in der Simulation mit größeren Initialdurchmesser. Dadurch nimmt die Austragsrate aus der Röhre mit kleinerem Initialdurchmesser zu.

Der zweite und wesentlichere Grund für die minimalen Abweichungen im Endstadium der Simulationen trotz verschiedener Initialdurch-

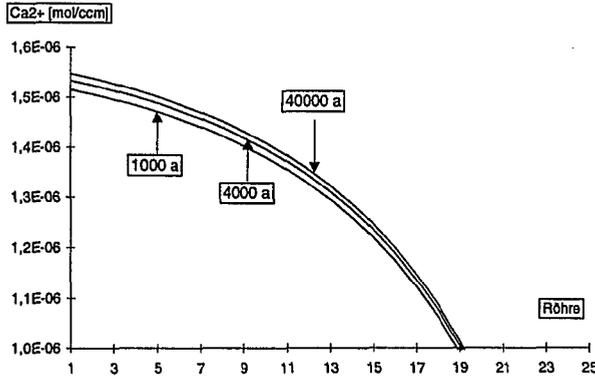


Abbildung 2.27: Konzentration der Kalziumionen für die Simulation mit konstanten Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

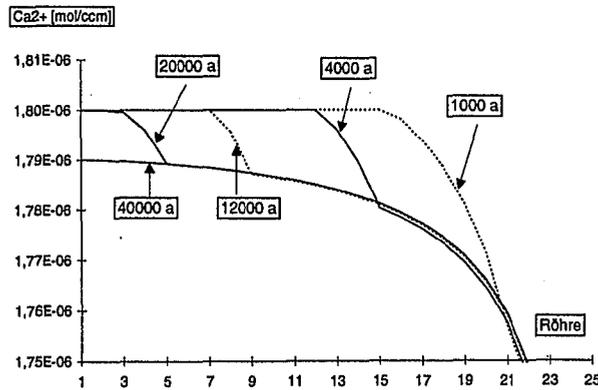


Abbildung 2.28: Konzentration der Kalziumionen für die Simulation mit konstanten Austauschkoefizient $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

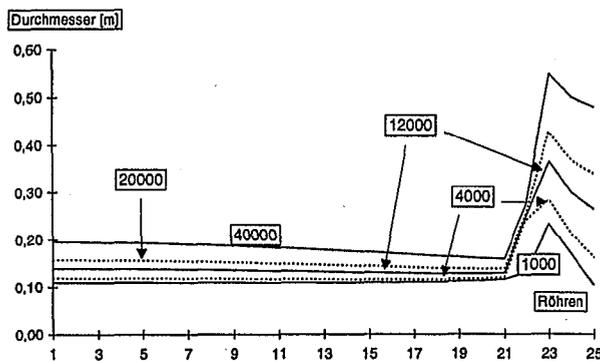


Abbildung 2.29: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN.

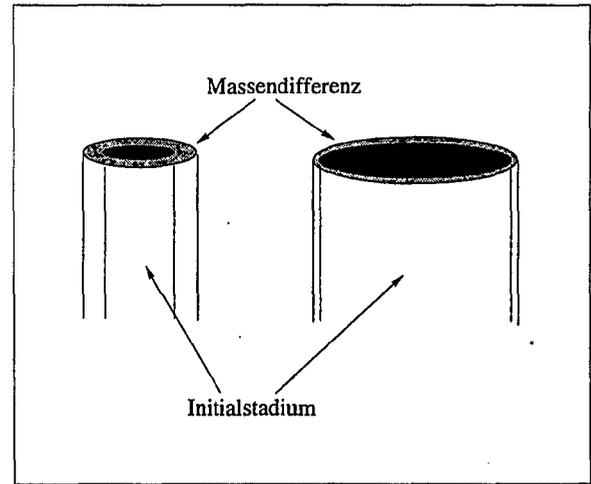


Abbildung 2.30: Durch hohen Massenausstrag nimmt die initiale Differenz der Öffnungsweiten in Relation zum Durchmesser ab.

messer, liegt in der Massendifferenz zwischen den beiden Initialwerten der Röhrendurchmesser. Auch wenn diese während der Simulation bestehen bleibt, so macht sie sich bei größeren Aufweitungen der Röhren immer weniger bemerkbar (siehe Schema in Abb. 2.30), nimmt doch das Volumen mit dem Radius quadratisch zu.

Mantelflächenunabhängiger Austauschkoefizient mit gleichmäßig verteilter direkter GWN

In den folgenden Untersuchungen wird die direkte GWN dem Röhrensystem gleichmäßig verteilt zugeführt (siehe Abb. 2.19b). Hierdurch soll die Auswirkung der Diskretisierung des Röhrensystems und insbesondere der Knoten auf Simulationen von realen Karstsystemen untersucht werden.

Ein quantitativer Vergleich mit dem vorigen punktuellen Eintrag ist jedoch nur eingeschränkt möglich. An dem Knoten 1 (Quelle) bleibt jegliche direkte GWN hydraulisch unwirksam. Unterschiedliche Aufweitungen sind zu erwarten, da sich andere Potentiale im Röhrensystem entwickeln. Sie führen zu einem im Vergleich zur punktuellen direkten GWN sehr verschiedenen Zustrom aus dem

Feinkluftsystem. Durch die Zugabe der direkten GWN in jeden Knoten kommt es zu einer, von der punktuellen Zugabe sehr verschiedenen Verteilungen des Kalziumionenanteils in den Röhren (vergleiche die Abb. 2.27 u. 2.28 mit den Abb. 2.32 u. 2.33).

Auch in den Simulationen mit gleichmäßig verteilter direkter GWN ist der Startdurchmesser der Röhren für die Aufweitungsform und Größe der Aufweitung nicht relevant (vgl. die Tabellen 6.10 mit 6.11 bzw. 6.8 mit 6.9). Dies gilt ungeachtet des prozentualen Zuflusses der Grundwasserneubildung in das Röhrensystem. Eine Beobachtung, die bereits bei der punktuellen Zugabe gemacht wurde.

Je geringer der Austauschkoeffizient, desto geringere Sättigung an Kalziumionen liegt in dem Röhrensystem vor (vgl. die Abb. 2.32 mit Abb. 2.33). Eine höhere Aufweitung der Röhre (vgl. die Abb. 2.29 mit Abb. 2.31) an der Quelle und auch im arithmetischen Mittel der einzelnen Elemente ist die Folge. Ausnahme von dieser Regel bildet die Simulation mit 1 % direkter GWN und dem Austauschkoeffizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. In diesem Fall ist die Aufweitung der Röhre nach 40000 Jahren größer als die der Simulation mit dem Koeffizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Betrachtet man die zeitliche Entwicklung (siehe Tab. 6.8 S. 95 u. Tab. 6.9 S. 96), so herrscht hier ein längeres turbulentes Strömen mit einer Lösungskinetik erster Ordnung als bei den Simulationen mit kleineren Austauschkoeffizienten. Höhere Lösungsraten sind die Folge.

Längerfristiges turbulentes Strömen tritt nur in dieser Simulation auf. Da der Zufluß in das Röhrensystem durch die Leitfähigkeit des Feinkluftsystems limitiert ist, existiert abhängig von der direkten GWN eine Öffnungsweite bei der turbulentes Fließen in den laminaren Zustand umschlägt. Für die Simulation mit 1 % direkter GWN in der Röhre ist diese Öffnungsweite bereits nach 5000 Jahren erreicht. Mit geringer direkter GWN wird dieser Punkt nicht in allen Röhrenelementen erreicht. Die Öffnungsweiten der Simulationen mit 0.1 %

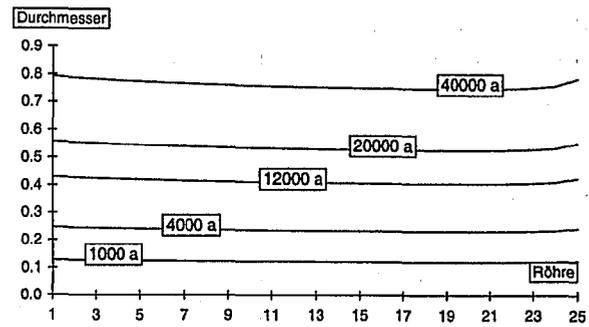


Abbildung 2.31: Öffnungsweiten der Simulation mit konstantem Austauschkoeffizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN.

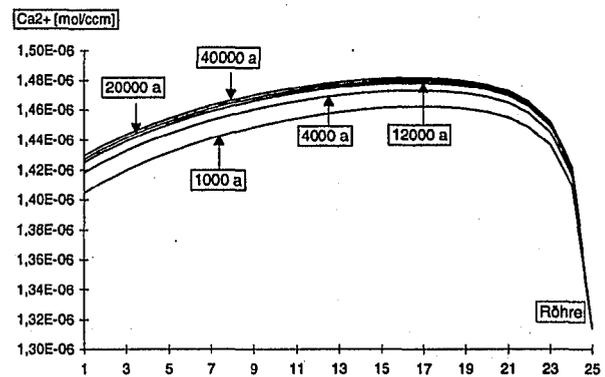


Abbildung 2.32: Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit konstantem Austauschkoeffizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN.

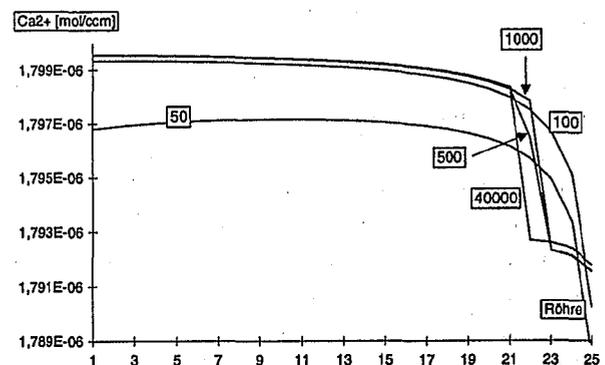


Abbildung 2.33: Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit konstantem Austauschkoeffizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN.

GWN in dem Röhrensystem bleiben jedoch deutlich hinter den Weiten der Simulationen mit 1 % GWN zurück (vgl. Tab. 6.10 mit Tab. 6.8).

Zusammenfassung

Für punktuelle und gleichmäßig verteilte direkte GWN ist das Initialstadium in der Simulation nicht relevant, wenn das Röhrensystem nur genügend aufgeweitet wird. Existiert keine GWN in der Röhre, dann läßt sich auch noch nach einer Simulationsdauer von 40000 Jahren der unterschiedliche Startdurchmesser erkennen. In Netzwerken mit in der Aufweitung konkurrierenden Röhren gilt dies jedoch nicht. Hier dominieren die Röhren mit höheren Initialwerten in der hydraulischen Entwicklung (siehe Kap. 2.7).

Eine allgemeingültige Aussage zum Vergleich zwischen punktuell und gleichmäßigem Eintrag von direkter GWN ist schwierig. Der Gesamtaustrag im Röhrensystem ist für Simulationen mit punktueller GWN in allen untersuchten Fällen höher als bei gleichmäßig verteilter GWN. Ausgenommen von dieser Beobachtung sind die Aufweitungen im Quellbereich bei Simulationen mit geringer direkter GWN. Wie erwartet ist hier die Aufweitung für eine gleichmäßige Verteilung am höchsten, da das Lösungspotential bei punktuell zufließendem Wasser in Richtung Quelle schnell abnimmt (siehe Abb. 2.27, 2.28, 2.32 u. 2.33).

Für beide Zugaben der direkten GWN ist der Gesamtaustrag durch Lösung umso höher, je weniger Zufluß aus dem Feinkluftsystem existiert. Der zu 90 % gesättigte Zufluß aus dem Feinkluftsystem setzt das Gesamtlösungspotential deutlich herab. Eine Ausnahme bildet die Simulation mit dem höchsten untersuchten Austauschkoefizienten. Durch den hohen Anteil von Wasser aus dem Feinkluftsystem wird hier zwar das Lösungspotential herabgesetzt, gleichfalls aber auch der Durchfluß erhöht. Die Lösungsrate ist für die in dieser Simulation herrschende Lösungskinetik 4. Ordnung gering, aber die Quantität des Durch-

flusses führt zu einer kürzeren Aufenthaltszeit des Wassers in der Röhre und damit zu einer höheren Lösung.

Am Anfang strömt das Wasser in den Röhren nahe der Quelle, bei höherer direkter GWN auch im gesamten Röhrensystem, turbulent. Im Verlauf der Aufweitung geht sie in den laminaren Zustand über.

Die Entwicklung eines Karstsystems kann mit der fortschreitenden Aufweitung des Röhrensystems zu einer stärkeren Koppelung an das Feinkluftsystem führen. Dieser Fall wird in den folgenden Abschnitten durch den mantelflächenabhängigen Austauschkoefizienten untersucht.

Mantelflächenabhängiger Austauschkoefizient

Wie bereits erwähnt, liegt dem mantelflächenabhängigen Austausch der Gedanke zugrunde, daß die Aufweitung der Karströhre weitere Klüfte des Feinkluftsystems in den Austauschprozeß einbezieht. Dies ist in stark geklüfteten Kalken vorstellbar. Ob eine geringe Aufweitung in massigen Kalken zusätzliche hydraulisch wirksame Klüfte erschließt, bleibt jedoch fraglich. Denkbar ist aber auch im Zuge des Kalzitaustrags eine Aufweitung des Feinkluftsystems, welches ebenso wie das Röhrensystem den Lösungsprozessen unterliegt. Hierdurch kann sich die hydraulische Wegsamkeit ebenfalls erhöhen.

Der Koeffizient α [m^2/s] für mantelflächenabhängigen Austausch berechnet sich nach der Formel

$$\alpha = k\pi dl \quad (2.27)$$

mit dem Durchmesser d [m], der Länge l [m] der in den Austausch involvierten Röhre, sowie einem Parameter k [1/s]. Letzterer wird etwa in der Größenordnung der Durchlässigkeit des Feinkluftsystems liegen (Lang 1995).

Nach Gleichung 2.27 wächst der Austauschkoefizient proportional zum Durchmesser der

Röhre. D. h. an Stellen großer Aufweitungen kann ein besonders hoher Austausch zwischen dem Röhrensystem und dem Feinkluftsystem erfolgen. Der Austausch und seine Fließrichtung sind hierbei abhängig von den jeweiligen Potentialunterschieden der beiden Fließsysteme (Formel 2.26). Ein potentiell erhöhter Zufluß muß aber aufgrund der hohen Sättigung an Kalziumionen des aus dem Feinkluftsystem stammenden Wassers nicht unbedingt zu erhöhter Lösung in der Röhre führen. Hohe Austauschterme führen in Verbindung mit direkter GWN eher zu einer Verringerung der Aufweitungen. Dies wurde bereits für mantelflächenunabhängige Austauschkoefizienten diskutiert.

Um den mantelflächenabhängigen mit dem konstanten Austauschkoefizienten vergleichen zu können, wird ersterer entsprechend dem Initialdurchmesser der Röhre berechnet. Danach sind die Austauschkoefizienten für den konstanten und den mantelflächenabhängigen Austausch im ersten Zeitschritt gleich groß. Ist z. B. der Austauschkoefizient für konstanten Austausch mit $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ angegeben, beträgt der Eingabewert für den mantelflächenabhängigen Koeffizienten $k = 0.12732 * 10^{-6}$ (bei 0.05 m Initialdurchmesser und 100 m Röhrenlänge). Dieser Wert k berechnet sich nach der Formel 2.27 wie folgt:

$$k = \frac{10^{-6}}{\pi dl} \quad (2.28)$$

Damit läßt sich die Entwicklung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen und mantelunabhängigen Austauschkoefizienten vergleichen, da beide Koeffizienten für den ersten Zeitschritt bis auf numerische Ungenauigkeiten äquivalent sind. Weitert sich die Röhre, dann nimmt jedoch der mantelflächenabhängige gegenüber dem konstanten Austauschkoefizienten entsprechend der Aufweitung zu.

Punktuelle Grundwasserneubildung

Wie für die Simulationen mit konstantem Austauschkoefizienten wird nur in den Knoten 26 0.1 bzw. 1.0 Prozent der GW-

Neubildung eingegeben (siehe Abb. 2.19).

In allen übrigen Knoten erfolgt keine Neubildung. Aufgrund geringer Ca^{2+} -Sättigung kommt es zur verstärkten Lösung in den an den Knoten 26 gelegenen oberen Röhren (Abb. 2.39 u. 2.40).

Geringe Grundwasserneubildung im Röhrensystem

Auch hier gilt der bereits bei konstanten Austauschkoefizienten beobachtete Sachverhalt: Je geringer der Zufluß aus dem Feinkluftsystem, desto größer ist die Aufweitung (Abb. 2.34). Ausnahmen bilden die Simulationen mit dem initialen Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Hier tritt turbulentes Fließen mit entsprechend höheren Lösungsraten in den Simulationen auf (siehe Tab. 6.16 S. 103 u. Tab. 6.17 S. 104). Während der übrigen Simulationen (kein Austausch, $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ u. $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$) herrscht fast über die gesamte Simulationszeit der laminare Strömungszustand. Es bildet sich eine trichterförmige Aufweitung des Röhrensystems (Abb. 2.35 u. 2.36) mit zunehmender Öffnung in Richtung Knoten 26. Höhere Austauschkoefizienten führen zu einem höheren Zufluß in das Röhrensystem und damit zu einer turbulenten Strömung. Hierbei bleibt die Kalziumionenkonzentration in der Röhre unter 90 Prozent der Sättigung. Folglich herrscht eine Lösungskinetik 1. Ordnung. Dies gilt allerdings nicht für den gesamten Zeitraum. So kommt es im Falle des initialen Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ bereits in den ersten Jahren in den nahe der Wasserscheide liegenden Röhren zum laminaren Strömen. Im Laufe der Simulation wandert die laminare 'Strömungsfront' in Richtung Quelle, so daß nach etwa 10000 Jahren nur noch in dem zur Quelle gerichteten Bereich turbulentes Strömen herrscht. Durch den hohen Zufluß aus dem Feinkluftsystem hat sich der Kalziumionenanteil so stark erhöht, daß über 90 Prozent Sättigung erreicht wird und nur noch die Lösungskinetik 4. Ordnung herrscht (Abb. 2.37).

In der Simulation mit dem höchsten Aus-

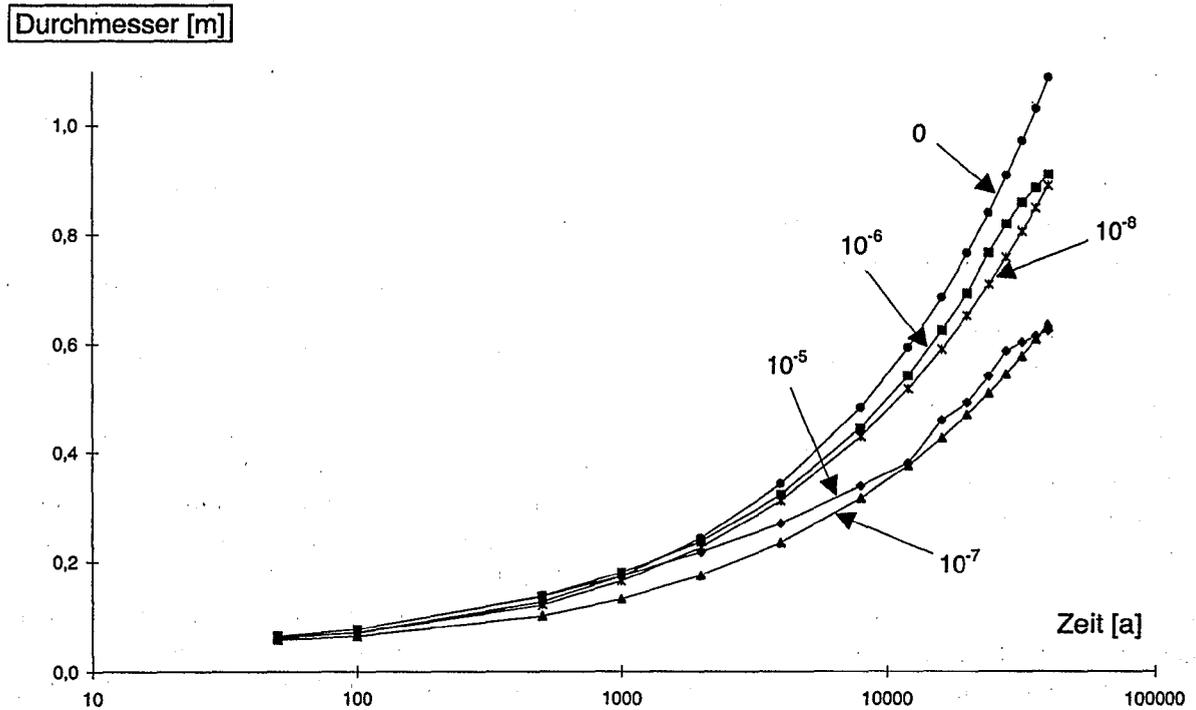


Abbildung 2.34: Arithmetisches Mittel der Röhrendurchmesser in der zeitlichen Entwicklung bei 0.1 % der Grundwasserneubildung im Knoten 26 für mantelflächenabhängige Austauschkoefizienten. Die angegebenen Werte an den Kurven sind die initialen Koeffizienten.

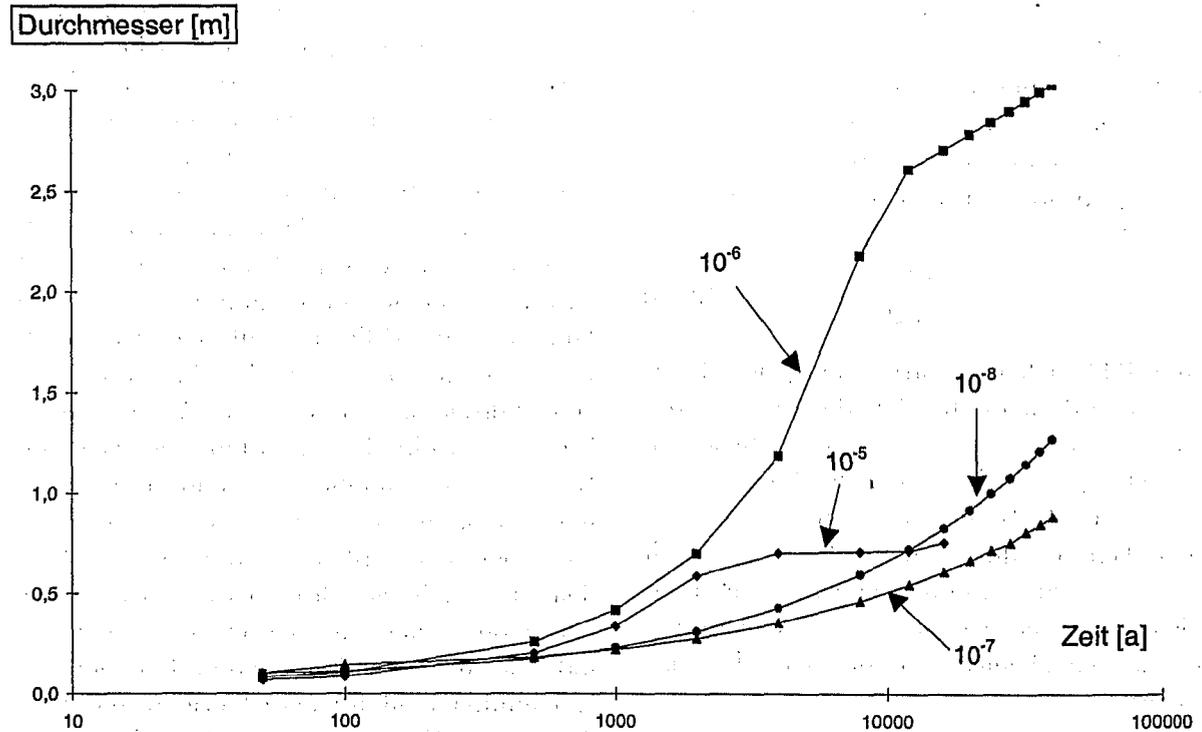


Abbildung 2.41: Arithmetisches Mittel der Röhrendurchmesser in der zeitlichen Entwicklung der Simulationen mit hoher punktueller direkter GW-Neubildung mit mantelflächenabhängigem Austauschkoefizienten. In der Abbildung sind die initialen Austauschkoefizienten der Kurven angegeben.

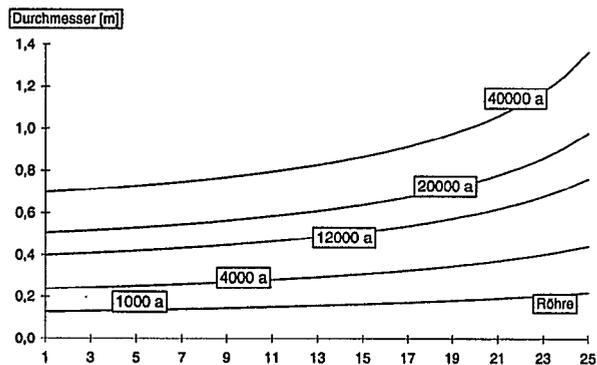


Abbildung 2.35: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoeffizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

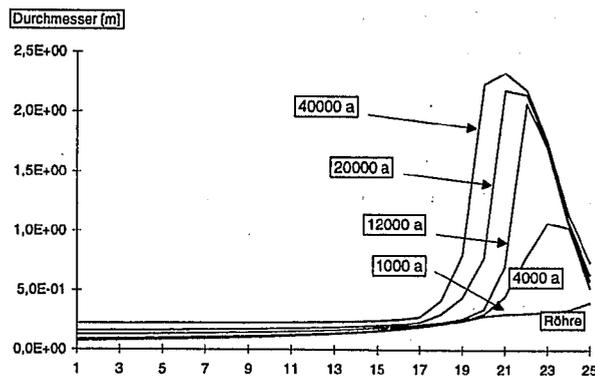


Abbildung 2.38: Entwicklung der Röhrenaufweitung für die Simulationen mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoeffizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

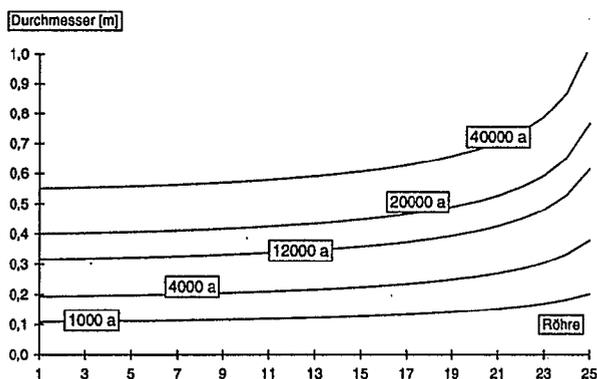


Abbildung 2.36: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoeffizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

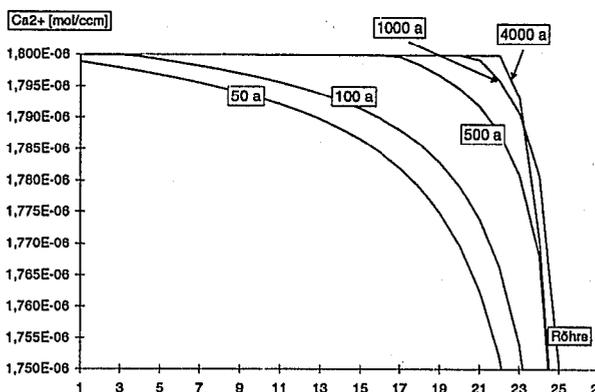


Abbildung 2.39: Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoeffizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

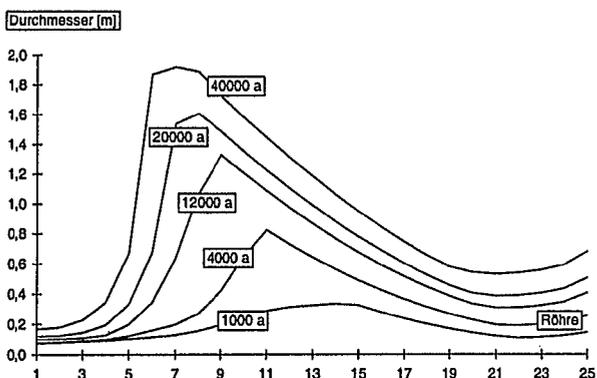


Abbildung 2.37: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoeffizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

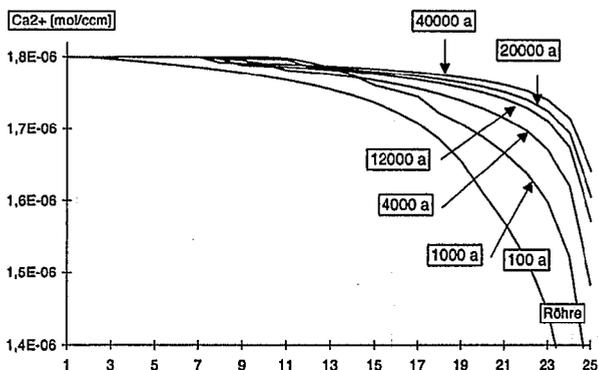


Abbildung 2.40: Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoeffizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % direkter GWN im Knoten 26.

tauschkoeffizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ erstreckt sich die Lösungskinetik 4. Ordnung noch weiter in Richtung der Wasserscheide. Nur in den ersten fünf unterstromigen Röhren des Knoten 26 herrscht die Lösungskinetik erster Ordnung, die zu deutlich erhöhter Aufweitung führt (siehe Abb. 2.38). Diese hohe Lösungsrate in Röhre 21 führt, verbunden mit dem hohen Austauschkoefizienten, zu einer hohen Kalziumsättigung der unterstromigen Röhren (siehe Abb. 2.39). In diesen herrscht dann nur noch die langsame Lösungskinetik 4. Ordnung. Durch die gekoppelten Prozesse - die hohe Lösungsrate verbunden mit einem hohem Zufluß aus dem Feinkluftsystem - 'verharrt' die erhöhte Aufweitung über lange Zeiten an einer Stelle (siehe Abb. 2.38).

Hohe direkte GWN im Röhrensystem

In den Knoten 26 wird 1 % der GW-Neubildung eingegeben. Wie für die gleichförmig verteilte direkten GW-Neubildung (s. u.) konvergiert das Iterationsverfahren bei 1-prozentiger Zugabe der GW-Neubildung in das Röhrensystem ohne möglichen Austausch zwischen den beiden Systemen nicht mehr. Ansonsten gelten alle Beobachtungen wie für die geringe Grundwasserneubildung. Durch den erhöhten Anteil an direkter GWN verschiebt sich jedoch die 'Sättigungsfront', d. h. die Front mit über 90-prozentiger Kalziumionensättigung, in Richtung Quelle (vergl. Abb. 2.39 mit Abb. 2.46). Dies wirkt sich auf die Aufweitungsformen aus (vergleiche Abb. 2.38 mit Abb. 2.42 und Abb. 2.37 mit Abb. 2.43).

Für überwiegend laminar durchflossene Systeme (Austauschkoefizienten 10^{-8} und $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$) ändert sich die Form gegenüber der geringen GWN nicht (siehe Abb. 2.45 u. Abb. 2.44). Hier herrscht nach kurzzeitigem turbulenten Strömen nur noch ein laminarer Fluß mit der Lösungskinetik 1. Ordnung im Röhrensystem (siehe Tab. 6.18 und Tab. 6.19). Im Falle höheren Austauschkoefizienten verschiebt sich die 90-prozentige Sättigung in Richtung Wasserscheide und mit ihr die typische punktuelle Aufweitung (vgl. Abb. 2.37 u. 2.38). Ganz ähnliche Formen wie im vorigen Abschnitt entstehen (siehe Abb. 2.43).

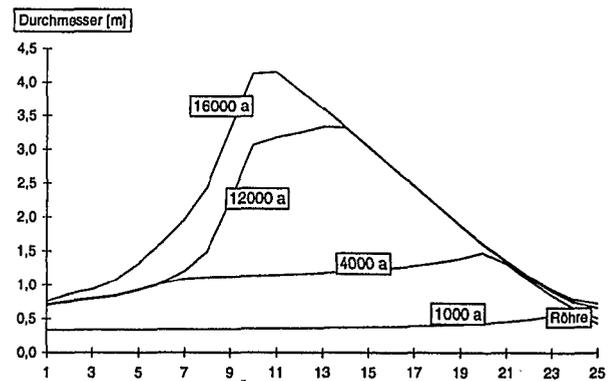


Abbildung 2.42: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.

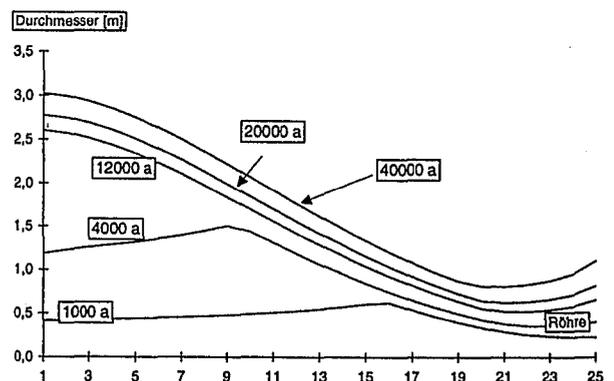


Abbildung 2.43: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.

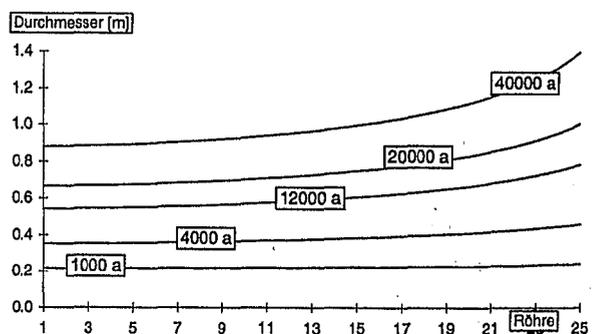


Abbildung 2.44: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.

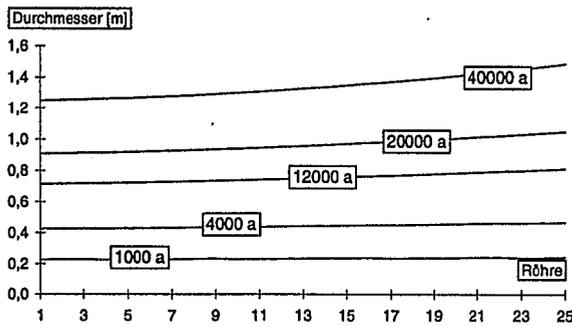


Abbildung 2.45: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.

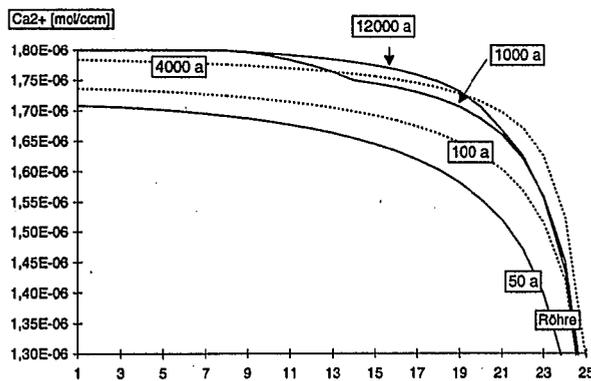


Abbildung 2.46: Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 % direkter GWN im Knoten 26.

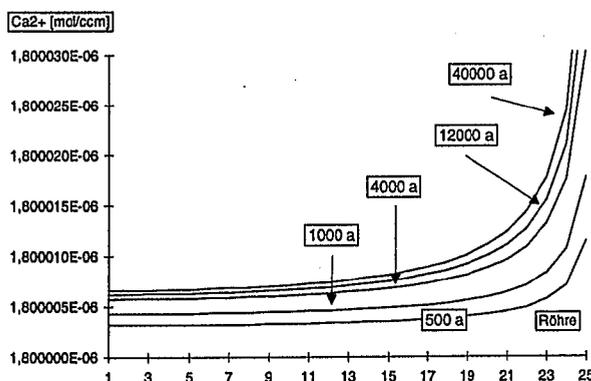


Abbildung 2.47: Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN.

u. Abb. 2.42.

Gleichmäßig verteilte Grundwasserneubildung

Für die folgenden Analysen wurde 0.1 bzw. 1.0 Prozent der GW-Neubildung direkt dem Röhrensystem zugeführt. Die Verteilung erfolgt gleichmäßig über alle Knoten (siehe Abb. 2.19 b).

Geringe GWN im Röhrensystem

Die zeitliche Entwicklung des arithmetischen Mittels der Öffnungsweiten in den Simulationen (Abb. 2.48) zeigt umso größere Aufweitungen, je geringer der initiale Austauschkoefizient gewählt wird, d. h. je weniger Zufluß in das Röhrensystem aus dem Feinkluftsystem erfolgt. Durchbrochen wird dieser Trend durch die Simulationen mit dem initialen Austauschkoefizienten $k = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (siehe auch Tabelle 6.12). Sie liegt bis zum Ende der Simulation (40000 Jahre) oberhalb der Simulationskurve des initialen Koeffizienten $k = 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$.

Die Erklärung für diese Beobachtung findet sich in dem sich über die gesamte Simulation erstreckenden laminaren Strömungszustand für die initialen Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ und $0 \text{ m}^2/\text{s}$. Für den initialen Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ kommt es im zur Quelle gerichteten Bereich zu turbulentem Strömen mit höherer Lösungsrate während der ersten 1000 Jahre der Simulation (siehe Tab. 6.12). Im Laufe der Zeit wechselt die Lösungskinetik im turbulent durchströmten Bereich von der Kinetik 1. zur Kinetik 4. Ordnung. Dieser Trend beginnt in den der Quelle fernsten Röhrenelementen und setzt sich dann mit der Simulationszeit in Richtung Quelle fort. Nach 1500 Jahren herrscht in allen turbulent durchströmten Elementen die Kinetik 4. Ordnung. Der geringere initiale Austauschkoefizient ($10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$) führt zwar zu niedrigeren Durchflußraten mit laminarem Strömen, jedoch herrscht die schneller Lösungskinetik 1. Ordnung über den gesamten Simulationszeitraum. Der Lösungsvorsprung für den Koeffizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ge-

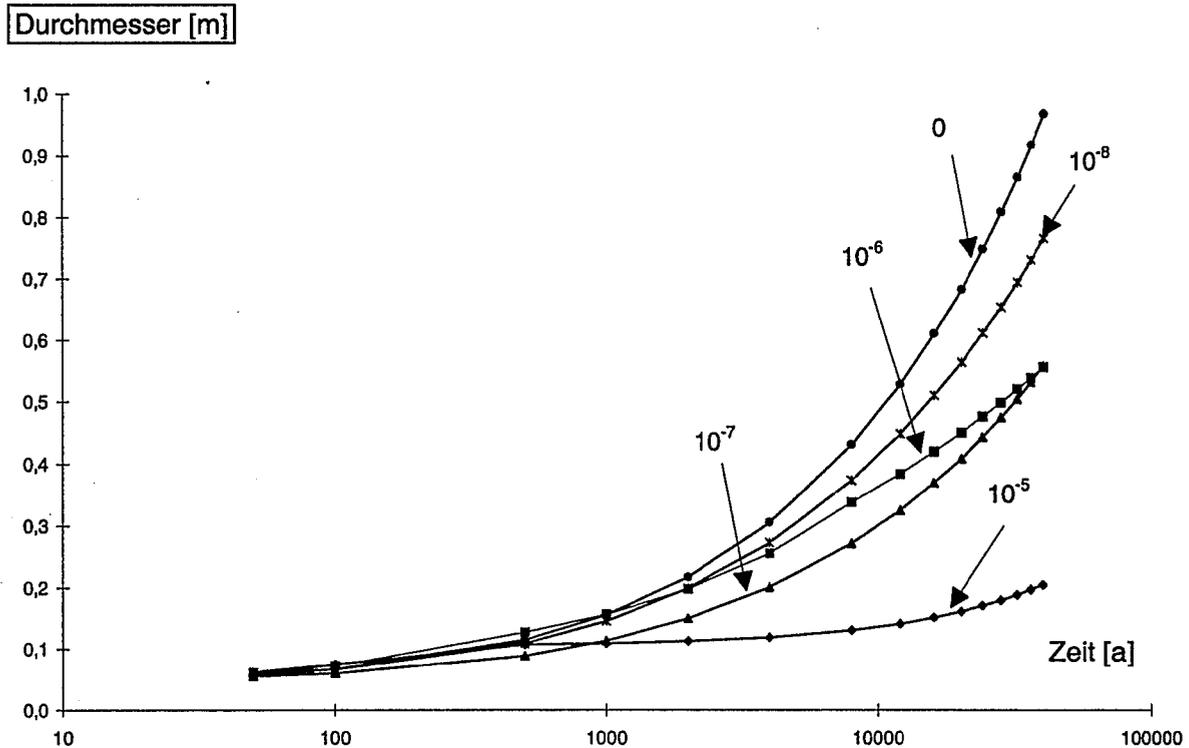


Abbildung 2.48: Arithmetisches Mittel der Röhrendurchmesser in der zeitlichen Entwicklung der Simulation mit gleichmäßig verteilter geringer direkter GW-Neubildung mit mantelflächenabhängigem Austauschkoefizienten. Die angegebenen Werte an den Kurven sind die initialen Koeffizienten.

genüber dem kleineren initialen Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ verliert sich.

Ein ähnliches Phänomen zeigt sich für die Simulation mit dem größten initialen Austauschkoefizienten ($10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$). Hier herrscht bei turbulentem Fließen eine Lösungskinetik 1. Ordnung, die bereits nach 25 Jahren in die langsamere Lösungskinetik 4. Ordnung umschlägt. Die anfangs höheren Öffnungsweiten fallen daher gegenüber der Simulation mit dem initialen Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ zurück, obwohl für letzteren während der gesamten Simulation nur laminares Strömen, aber mit der schnelleren Lösungskinetik 1. Ordnung herrscht.

Die Form der Aufweitungen läßt sich in drei Klassen gliedern. Für die Simulationsläufe mit den drei kleinsten initialen Austauschkoefizienten ($10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$, $0 \text{ m}^2/\text{s}$) zeigt sich eine gleichmäßige Aufweitung mit leicht konischer Zunahme in Richtung Quelle (siehe Abb. 2.49). Diese drei Simulationen zeigen eine ähnliche Entwicklung der Röhren-

aufweitungen, da während der gesamten Simulation nur laminares Fließen herrscht. An der Endröhre 25 bildet sich eine höhere Aufweitung, da an dieser Stelle nur Zufluß aus dem Feinkluftsystem und direkte GWN in der Röhre existiert. Es kommt jedoch nicht zu einem Zufluß aus benachbarten Röhren. Folglich strömt Wasser mit deutlich geringerer Kalzium-Sättigung und damit höherem Lösungspotential in diese Röhre als in allen unterstromigen Elementen.

Erhöht man den initialen Austauschkoefizienten auf $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, entsteht in der Simulation nahe der Mitte des Röhrensystems eine verstärkte Aufweitung (Abb. 2.51). Im zur Wasserscheide gerichteten Bereich ist die Aufweitung der Röhren deutlich höher als im quellfernen Bereich. Diese läßt sich wie für die punktuelle direkte GWN im Röhrensystem durch zwei Prozesse erklären: Im oberstromigen Bereich herrscht zwar nur laminares Strömen mit geringeren Durchflußraten als in dem zur Quelle gewandten Be-

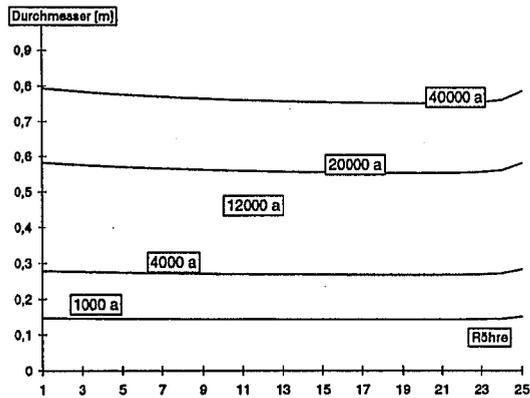


Abbildung 2.49: Entwicklung der Röhrenaufweitung der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1.0 % gleichmäßig verteilter direkter GW-Neubildung.

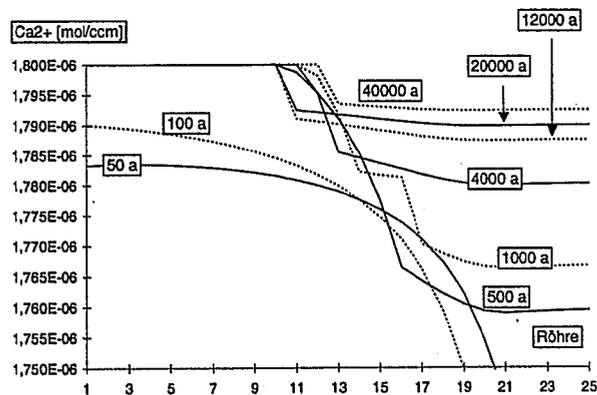


Abbildung 2.50: Konzentration der Kalziumionen in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter direkter GW-Neubildung.

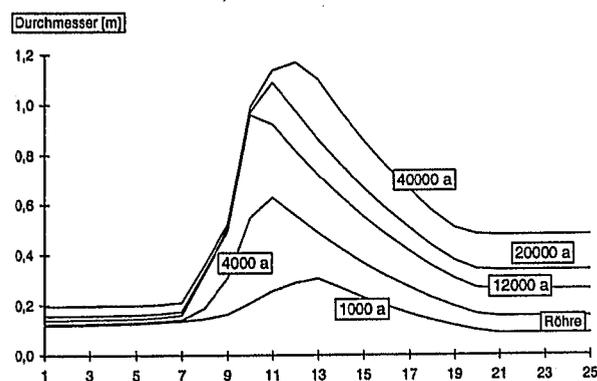


Abbildung 2.51: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter GW-Neubildung im Röhrensystem.

reich. Dafür stellt sich nach der 11. Röhre in Richtung Quelle die Kinetik 4. Ordnung ein, welche in der Lösung deutlich langsamer als die Kinetik 1. Ordnung für den laminar durchflossenen oberstromigen Bereich ist. Die verstärkte Aufweitung im mittleren Bereich des Röhrensystems entsteht durch die Kombination von turbulentem Durchfluß gekoppelt mit der Lösungskinetik 1. Ordnung (siehe Tab. 6.12). Durch den an die Aufweitung gekoppelten Austauschkoefizienten tritt verstärkt Wasser aus dem Feinkluftsystem. Dieses führt jedoch bereits einen hohen Kalziumionenanteil mit sich (siehe Abb. 2.50). Fern des verstärkten Zuflusses in Richtung Wasserscheide kommt es zu einer erhöhten Aufweitung, so daß die Lösungskinetik in die langsamere Kinetik der 4. Ordnung umschaltet, während die Röhrenaufweitung im quellnahen Bereich gegenüber den oberstromigen Röhren zurückbleibt.

Wird der Koeffizient nochmals um eine Zehnerpotenz auf $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ erhöht, wird die Röhrenentwicklung im wesentlichen durch den Zufluß aus dem Feinkluftsystem dominiert. Der Einfluß der direkten Grundwasserneubildung auf die Aufweitung der Röhre tritt gegenüber dem des Zuflusses aus dem Feinkluftsystem zurück. Durch den hohen initialen Austauschkoefizienten fließt genügend Wasser aus dem Feinkluftsystem in die Röhre, so daß die Strömung während der gesamten Simulation in turbulentem Zustand verbleibt. Nur in den ersten 20 Jahre der Simulation herrscht in den Röhren eine Lösungskinetik 1. Ordnung. Sie wechselt dann recht plötzlich zur Kinetik 4. Ordnung innerhalb der gesamten Röhre (siehe Tab. 6.12). Eine in Richtung Quelle kontinuierlich zunehmende Aufweitung ist die Konsequenz (siehe Abb. 2.52).

Hohe direkte Grundwasserneubildung im Röhrensystem

Außer dem höheren Anteil der GW-Neubildung von 1 Prozent im Röhrensystem gelten die gleichen Randbedingungen wie im vorigen Abschnitt. Unterbindet man den Austausch ($\alpha = 0 \text{ m}^2/\text{s}$), dann ist keine Konvergenz des Röhren-

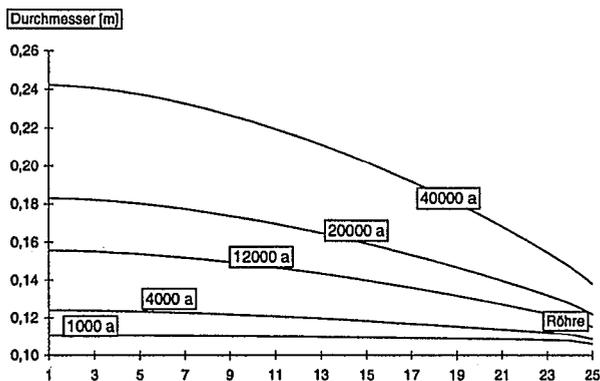


Abbildung 2.52: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 0.1 % gleichmäßig verteilter GW-Neubildung im Röhrensystem.

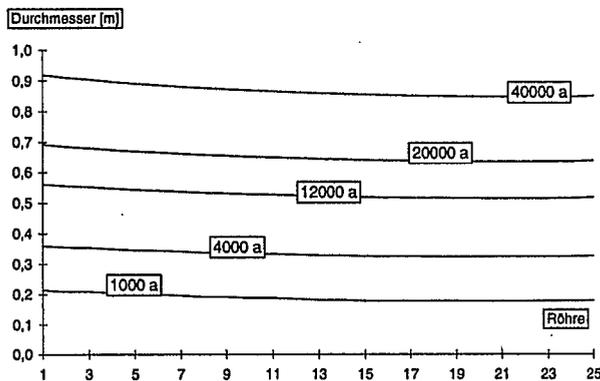


Abbildung 2.53: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 Prozent gleichmässig verteilter direkter GW-Neubildung im Röhrensystem.

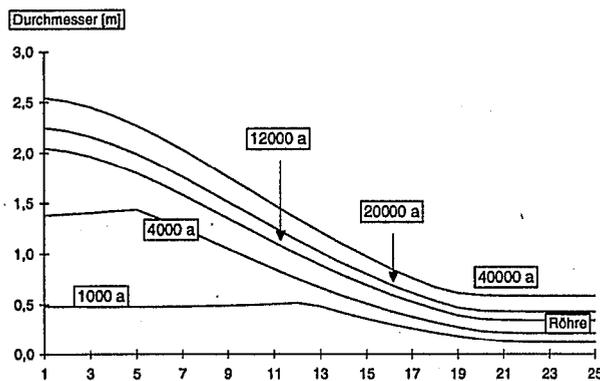


Abbildung 2.54: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 Prozent gleichmäßig verteilter direkter GWN.

moduls mehr möglich⁷. Weitere numerische Probleme entstehen für den größten Austausch ($10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$). In der Simulation fallen bereits nach 3300 Jahren die Zellen 12-17 der Matrix trocken und bleiben während der gesamten weiteren Simulation⁸ in diesem Zustand. Hier wächst bei erreichten Öffnungsweiten von 2.5 m der Röhre der mantelflächenabhängige Austausch entsprechend schnell. Da die Leitfähigkeit des Feinkluftsystems mit $1.6 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$ ein hohes Nachströmen verhindert, fallen die einzelnen MODFLOW-Zellen trocken. Die Aufweitung des Röhrensystems zeigt aufgrund dieses Defektes eine unrealistische Aufweitungsförmung (Abb. 2.55) in Form einer Eindellung.

Wie in den vorigen Simulationen gilt auch hier die allgemeine Regel: Je größer der initiale Austauschkoefizient, desto kleiner die Aufweitung. Dies läßt sich sehr gut am arithmetischen Mittel der Röhrendurchmesser erkennen (Abb. 2.56). Äquivalent zur Situation mit 0.1 prozentiger GWN herrscht - bis auf die ersten 40 Jahre - nur laminares Strömen in den Simulationen mit den initialen Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ und $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ (siehe Tab. 6.14 u. 6.13). Hier bleibt das Röhrenwachstum in der Simulation mit dem initialen Austauschkoefizienten $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ gegenüber der Simulation mit dem kleinsten initialen Austauschkoefizienten ($10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$) während der gesamten Simulation zurück.

Für die beiden Simulationsläufe mit höheren initialen Austauschkoefizienten ($10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$) herrscht zumindest in den ersten 4000 Jahren der Simulation turbulentes Strömen im zur Quelle gerichteten Röhren-

⁷In diesen Simulationen werden physikalisch unrealistische Druckhöhen beobachtet. Es treten Potentiale von bis zu mehreren tausend Metern auf. Eine Konvergenz kann in diesen Fällen nur durch deutliches Heraufsetzen des Konvergenzkriteriums erzwungen werden.

⁸Die Zellen fielen aufgrund numerischer Probleme in MODFLOW trocken. Durch den hohen Austausch wird dem Feinkluftsystem plötzlich so viel Wasser entzogen, daß es zu extremen Schwankungen von einem Zeitschritt zum nächsten kommt, die die Numerik nicht mehr abfangen kann. Die gesamte Simulation wird nur der Vollständigkeit halber angegeben.

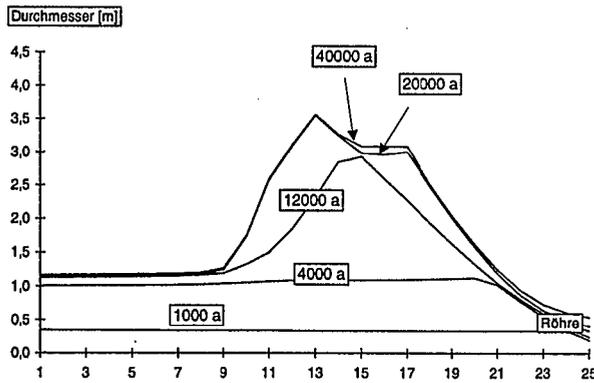


Abbildung 2.55: Entwicklung der Röhrenaufweitung in der Simulation mit mantelflächenabhängigem initialen Austauschkoefizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und 1 Prozent gleichmäßig verteilter direkter GWN.

teil. Es erfolgt ein schnelleres Röhrenwachstum als für die laminar durchströmten Elemente. Nach 4000 Jahren setzt auch in der Simulation für den initialen Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ laminares Fließen ein, und das anfänglich höchste Röhrenwachstum fällt gegenüber den Simulationen mit dem Koeffizienten $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ zurück (Abb. 2.56).

Die Form des Aufweitungprofil nach 40000 Jahren ist für die beiden kleinsten Koeffizienten äquivalent den vorigen Simulationen mit 0.1 Prozent direkte GWN im Röhrensystem. Es bildet sich in beiden Fällen eine leicht konkave Form mit einer Öffnungszunahme in Richtung Quelle (Abb. 2.53).

Der Simulationslauf für den Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ führt anfänglich zu turbulentem Strömen, welches im Laufe der Simulation von der Wasserscheide in Richtung Quelle in laminares Strömen wechselt. Nach 4000 Jahren existiert nur noch laminares Strömen im gesamten Röhrensystem. Die erhöhte Aufweitung in Richtung Quelle bestimmt auch weiterhin die Form der Aufweitung. Eine deutlich trichterförmige Form entsteht (Abb. 2.54).

Zusammenfassung

Der mantelflächenabhängige initiale Austauschkoefizient wurde so gewählt, daß er für den ersten Zeitschritt gleich dem konstanten Austauschkoefizienten ist. Nach Formel 2.27 gilt die Gleichheit nur für den ersten Zeitschritt. Verändert sich der Durchmesser durch Lösung, dann vergrößert sich der mantelflächenabhängige Austauschkoefizient.

Der Faktor d des Durchmessers des Röhrenelements im Koeffizienten beeinflusst die Aufweitung der Röhren stärker als erwartet. Er führt zu unterschiedlichen Aufweitungformen. Dies bewirken die insbesondere im frühen Stadium der Röhrenentwicklung entstandenen Unterschiede des Austausches an den einzelnen Knoten. An Röhrenelementen mit hohen Durchmessern kommt es entsprechend der Formel πdlk des Austauschkoefizienten zu höheren Zuflüssen aus dem Feinkluftsystem. Im extremen Fall wird in den Simulationen mit höheren initialen Austauschkoefizienten in den unterstromig gelegenen Röhren kaum noch Kalzium gelöst. Es bilden sich Aufweitungformen, die sich von denen des konstanten Austausches deutlich unterscheiden.

In diesen Fällen treten markante punktuelle Aufweitungen zutage. Höhlenbildungen werden meist mit Klüften in Verbindung gebracht (Ford & Williams, 1989) und auf Lösungsprozesse zurückgeführt. Die durchgeführten Sensitivitätsanalysen zeigen, daß die Zufuhr gering gesättigter Wässer durch Schlotten oder Klüfte allein nicht genügt, um wesentliche Hohlräume zu bilden. Es kommt vielmehr ebenso auf das Verhältnis zwischen der direkten GW-Neubildung in der Röhre und dem hydraulischen Anschluß an das Feinkluftsystem an. Der Vergleich zwischen konstantem und mantelflächenabhängigem Austauschkoefizienten liefert keine neuen Erkenntnisse bzgl. der Aufweitungsgeschwindigkeit. Sind die Strömungszustände während der Simulationsperioden etwa gleich, führt der mantelflächenabhängige Austauschkoefi-

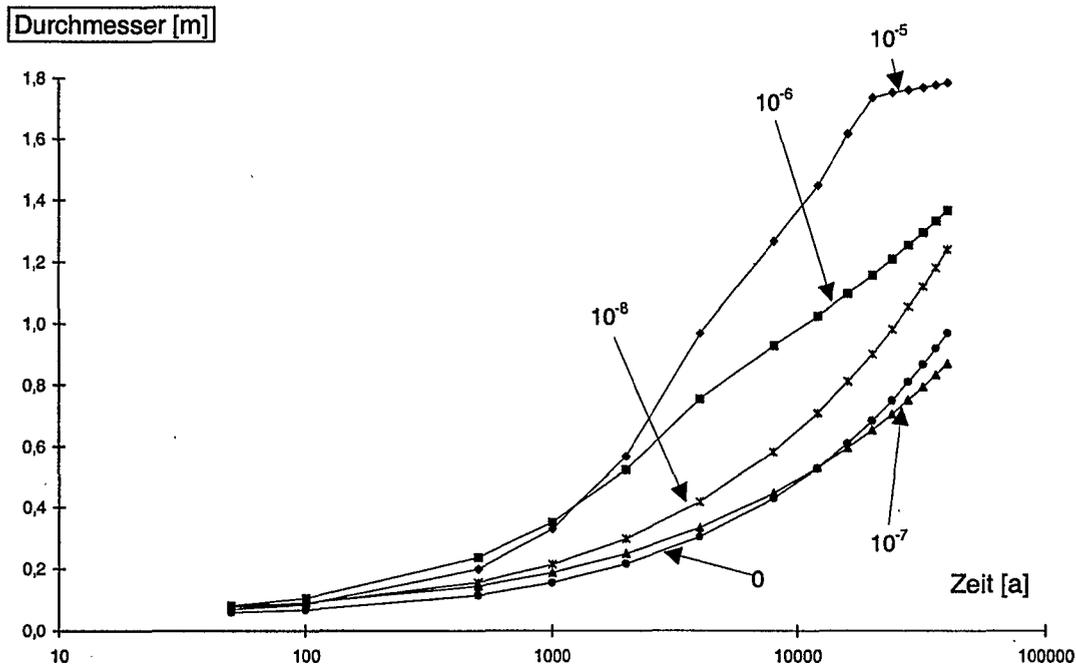


Abbildung 2.56: Arithmetisches Mittel der Röhrendurchmesser in der zeitlichen Entwicklung für die Simulationen mit 1 % gleichmäßig verteilter direkter GWN in dem Röhrensystem. Angegeben ist der initiale Austauschkoefizient.

konstanter Austauschkoefizient								
0.1 % direkte GWN in der Röhre								
	punktuell				gleichmäßig			
Koeff. m ² /s	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸
0.005 m initial	1.0431	0.6494	0.9268	1.0645	0.2224	0.5417	0.7606	0.9343
.05 m initial	1.0404	0.6505	0.9286	1.0661	0.2230	0.5428	0.7628	0.9361
1 % direkte GWN in der Röhre								
	punktuell				gleichmäßig			
Koeff. m ² /s	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸
0.005 m initial	1.2336	1.1086	1.3904	1.4473	1.1004	0.9008	1.2955	1.3978
0.05 m initial	1.2337	1.1088	1.3908	1.4477	1.1008	0.9013	1.2962	1.3985

Tabelle 2.13: Arithmetisches Mittel [m] der Öffnungsweiten nach 40000 Jahren

mantelflächenabhängiger Austauschkoefizient								
0.1 % direkte GWN in der Röhre								
	punktuell				gleichmäßig			
Koeff. m ² /s	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸
0.005 m initial	0.6663	0.9001	0.6367	0.8903	0.2031	0.5768	0.5560	0.7639
.05 m initial	0.6256	0.9116	0.6382	0.8916	0.2041	0.5553	0.5573	0.7650
1 % direkte GWN in der Röhre								
	punktuell				gleichmäßig			
Koeff. m ² /s	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸
0.005 m initial	2.0826	1.7563	1.0157	1.3441	1.7613	1.3642	0.8680	1.2377
0.05 m initial	2.0864	1.7565	1.0159	1.3444	1.7839	1.3653	0.8682	1.2380

Tabelle 2.14: Arithmetisches Mittel [m] der Öffnungsweiten nach 40000 Jahren

direkte GWN	Austauschkoeffizienten	Auswirkung auf Aufweitung
erhöht	konstant	Erhöhung
fest	erhöht	Erhöhung
erhöht	erhöht	individuell abhängig vom dominierenden Prozeß

Tabelle 2.15: Hydraulischer Einfluß auf die Aufweitung der Röhren.

zient zu geringeren Öffnungsweiten. Mit Zunahme des Röhrendurchmessers durch Kalzitastrag wächst der mantelflächenabhängige Austauschkoefizient. Fließt mehr gesättigtes Wasser in die Röhre dann wird die Lösungsrate verringert. In Verbindung mit direkter GWN bleibt das Prinzip der geringeren Öffnungsweiten bei höherem Zufluß aus dem Feinkluftsystem zumindest für das arithmetische Mittel bestehen (siehe Tabelle 2.13 u. 2.15).

Hält jedoch durch den höheren Austauschkoefizienten turbulentes Fließen mit Lösungskinetik 1. Ordnung über längere Zeiträume an, kommt es zu höheren Aufweitungen des Röhrensystems. Dies läßt sich z. B. für die Simulationen mit den Austauschkoefizienten $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ bei geringer und in den Fällen $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ bei hoher punktueller Grundwasserneubildung beobachten.

Werden die Lösungsprozesse durch den Zufluß vom Feinkluftsystem dominiert, bilden sich konvexe Formen mit Aufweitungen in Richtung Quelle. Die Ursache findet sich in der Koppelung von turbulenter Strömung mit den Lösungskinetiken 1. Ordnung. Der turbulente Zustand hält in den Bereichen nahe der Quelle länger an. Er kann aber nur durch hohen Zufluß aus dem Feinkluftsystem über längere Zeiträume in der Simulation erhalten bleiben. In der Natur werden diese verstärkten Aufweitungen möglicherweise noch durch punktuellen Zufluß aus der vadosen Zone (= direkte GWN; im Modell) unterstützt. Nach Niederschlagsereignissen sammelt sich das Grundwasser in der subkutanen Zone (Epikarst) und wird dann durch Schloten dem Röhrensystem zugeführt. Mit der Dauer der Verkarstung kommt es zu einer immer stärkeren punktuellen Zufuhr. Endprodukte dieser Entwicklung bilden die Dolinen (Williams, 1983).

Mantelflächenabhängige und konstante Austauschkoefizienten führen bei gleichen Randbedingungen zu verschiedenen Aufweitungsformen eines Röhrensystems und zu unterschiedlichen Aufweitungsbeträgen. Letztere lassen sich nicht durch allgemein gültige Regeln abschätzen, sondern sind von leicht verschiebbaren hydraulischen und kinetischen Zuständen abhängig (siehe Tabelle 2.15). Diese Zustände ändern sich während einer Simulation. Bedingt durch den Zufluß wird als Endzustand des Systems laminares Strömen mit Kinetiken 1. bzw. 4. Ordnung angestrebt. Die Lösungskinetik des erreichten Zustandes hängt von dem Volumen der direkten Grundwasserneubildung ab.

Welcher Austausch für eine konkrete Simulation bevorzugt wird, hängt im wesentlichen von der geologischen Situation des zu simulierenden Gebietes ab. Ein dichtes und hydraulisch gut verbundenes Feinkluftnetz läßt sich mit mantelflächenabhängigen Austauschkoefizienten am sinnvollsten simulieren. Konstante Koeffizienten sind hingegen bei schlecht geklüfteten und hydraulisch mäßig verbundenen Kalken angebracht (siehe Abb. 2.10).

2.7 Dominierende hydraulische Prozesse der Karstgenese

Nach den Sensitivitätsuntersuchungen anhand einer einzelnen Röhre stellt sich die Frage, welche hydraulischen Parameter die Entwicklung eines Röhrensystems beherrschen. So blieb bislang beispielsweise die Frage ungeklärt, wie stark sich eine direkte GWN in Kombination mit verschiedenen Austauschkoefizienten auf die strukturelle Entwicklung ei-

nes vermaschten Röhrensystems auswirkt.

Im weiteren wird daher ein vermaschtes Röhrensystem bestehend aus 24 Röhren mit 16 Knoten untersucht, welches in einem 25 mal 27 Zellen großen Netz angeordnet ist (siehe Abb. 2.57). Bis auf einen Festpotentialrand mit 20 m Potentialhöhe entlang einer der kürzeren Ränder des Modellgebietes, wird das Gebiet von 'No-flow'-Rändern umgeben. Das Potential des dem Festpotentialrand am nächsten gelegenen Knotens (Quelle) wurde auf 19 m festgelegt. Dadurch ist ein gleichmäßiger Zustrom in das Röhrensystem gewährleistet und ein Rückfluß aus dem Röhrensystem in das Feinkluftsystem wird weitgehend vermieden. Alle weiteren Potentiale berechnen sich anhand der Zu- und Abflüsse in das System. Die GW-Neubildung von 10^{-8} m/s erfolgt gleichmäßig über Gebiet und Zeit. Weiterhin gelten die gleichen Parameterwerte wie in den vorigen Sensitivitätsuntersuchungen (siehe Tab. 2.10. Als Initialwert der Röhren wird, wenn nicht anders erwähnt, ein Durchmesser von 2 mm gewählt. Allen Rechnungen liegt jeweils eine Zeitspanne von $1.28 \cdot 10^{11}$ Sekunden (ca. 40000 Jahre), zerlegt in 800 Zeitschritte (50 Jahre), zugrunde.

In den schematischen Darstellungen der Röhrensysteme repräsentieren die stärkeren Striche die Röhren mit höheren Aufweitungen, die sich deutlich von den Weiten der übrigen Röhren absetzen.

2.7.1 Einfluß hydraulisch wirksamer Klüfte der vadosen Zone

Als erster einfacher Fall wird die Auswirkung des stark untersättigten Zuflusses über hydraulisch hochwirksame Klüfte untersucht. Hierzu werden 0.1 Prozent der GW-Neubildung zu gleichen Teilen direkt in die Knoten 3, 4, 7 und 8 eingegeben (Numerierung siehe Abb. 2.58). Die Knoten des Röhrensystems sind mit einem konstanten Austauschkoeffizienten von 10^{-5} m²/s an das Feinkluftsystem gekoppelt. Durch das höhere Lösungspotential der direkten GWN ist eine

asymmetrische Entwicklung des Röhrennetzes mit starken Aufweitungen in der Nähe des Direktzuflusses zu erwarten.

Tatsächlich weiten sich die Röhren 1, 2, 3, 6 und 7 mit Öffnungsweiten von ca. 22 bis 30 cm am stärksten (Abb. 2.59). Alle übrigen Röhren zeigen Weiten von nur 2.3 - 2.9 cm. Interessant ist, daß die Röhre Nr. 18 nur gering geweitet wurde. Sie hebt sich zu Beginn der Simulation gegenüber den übrigen Röhren mit höheren Öffnungsweiten deutlich ab, bleibt dann aber in der Entwicklung zurück, sobald eine gute hydraulische Verbindung über die Röhren 2 und 1 zur Quelle existiert. Die Röhre 3 entwickelt sich schneller als die Röhre 6, da in letztere ein Zufluß aus Röhre 10 existiert, der kalziumreiches Wasser zuführt. Dadurch bildet sich der hydraulisch wirksame Pfad bestehend aus den Röhren 7, 3, 2 und 1 schneller als die mögliche Alternative (Pfad 18, 6, 2 und 1).

Setzt man den Austauschkoeffizienten auf 10^{-4} m²/s herauf und erhöht den Direktzufluß in die Röhren auf 1.0 Prozent, dann werden nur die Röhren 3, 6, 2 und 1 verstärkt bis auf 2.5 m aufgeweitet. Alle übrigen erreichen maximale Durchmesser von 2.8 cm. Selbst die in der vorigen Simulation noch auf 28 cm aufgeweitete Röhre 7 verbleibt bei 3.4 cm Aufweitung (siehe Abb. 2.60). Der sehr hohe Austauschkoeffizient verhindert durch Zufuhr von kalziumionenreichem Wasser des Feinkluftsystems eine verstärkte Aufweitung der Röhre 7. Der Zufluß von Ca^{2+} -freiem Wasser in Knoten 8 setzt den Kalziumionenanteil gegenüber den übrigen Knoten zwar herab. Dies genügt aber nicht, um eine verstärkte Lösung in den unterstromigen Röhren 7 und 18 einsetzen zu lassen. Erst in Verbindung mit weiterer GW-Neubildung in den unterstromigen Knoten 3 und 6 kommt es zu verstärkter Lösung.

Gibt man einen geeigneten Fließpfad vor, indem man beispielsweise die Röhren 1, 5 und 17 auf 2 cm Durchmesser (übrige Röhren 0.2 cm) setzt und behält die Verteilung der GW-Neubildung der letzten Simulation bei, dann wird dieser hydraulisch verbun-

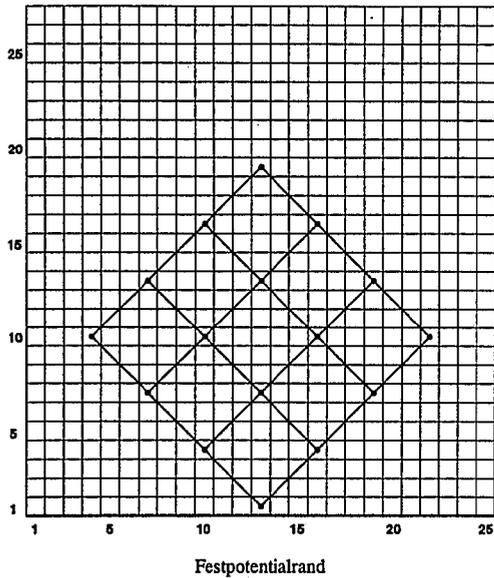


Abbildung 2.57: Modellgebiet des vermaschten Systems.

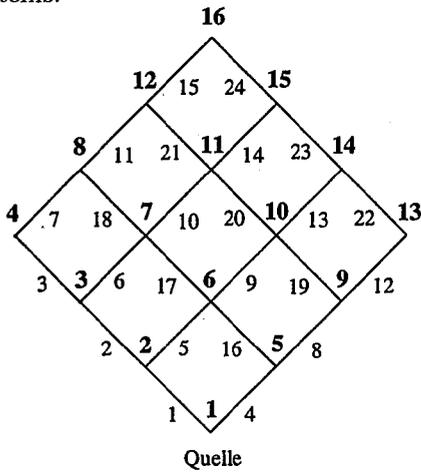


Abbildung 2.58: Anordnung und Bezeichnung der Röhren (normal) und Knoten (fett).

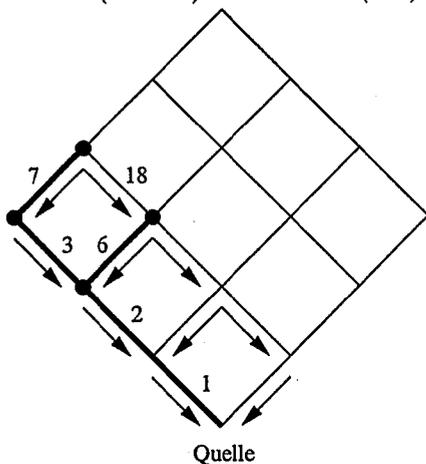


Abbildung 2.59: Schematische Darstellung der Aufweitung nach 40000 Jahren bei 0.1 % GW-Neubildung in die Knoten 3, 4, 7 und 8 (Kreise). Der Austauschkoeffizient wurde auf $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ gesetzt.

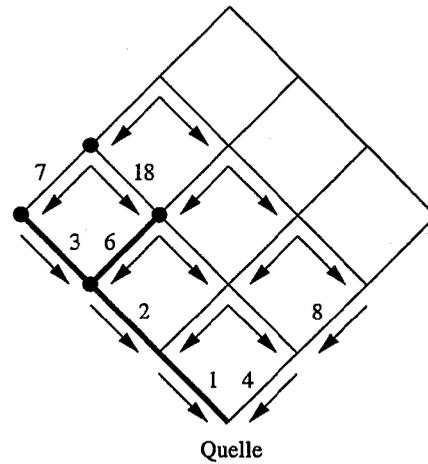


Abbildung 2.60: Aufweitung nach 40000 Jahren bei 1 % GW-Neubildung in die Knoten 3, 4, 7 und 8 (Kreise). Der Austauschkoeffizient wurde gegenüber obigen Fall auf $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ heraufgesetzt.

dene Pfad bevorzugt erweitert (siehe Abb. 2.61). Es kommt sogar zu einer Umkehrung der ursprünglichen Fließrichtung in den Röhren 7 und 6, so daß der vorgegebene Weg vollständig genutzt wird und die in den beiden obigen Simulationen festgestellte Aufweitung der Röhren 2 und 3 unterbleibt.

Gleichmäßige Verteilung von 0.1 % der GW-Neubildung auf alle Knoten unter Festhalten aller übriger Parameter der obigen Simulation führt ebenfalls zu einer bevorzugten Aufweitung des vorgegebenen Pfades (siehe Abb. 2.62). Bemerkenswert ist hier die Aufweitung der Röhren 18 und 10. Diese wurden bevorzugt erweitert, da sie in Fließrichtung des Gesamtsystems liegen. Die Röhre 9 erhält durch ihre zentrale Lage höher gesättigten Zufluß als die Röhre 10. Folglich bleibt sie in der Aufweitung gegenüber dieser zurück.

Im weiteren wird der Einfluß des Austauschkoeffizienten auf die Ausbildung von Karstsystemen untersucht. Hierzu werden 0.1 Prozent der GW-Neubildung gleichverteilt direkt in alle Knoten eingegeben. Die Austauschkoeffizienten der Knoten 5, 9, 10, 13, 14 und 15 (rechte Seite des Systems) werden auf $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ und alle übrigen auf $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ gesetzt. Alle Röhren beginnen mit

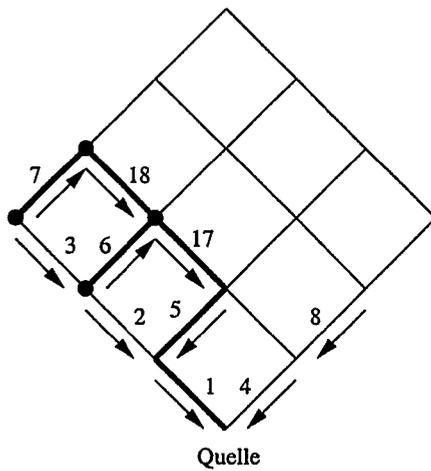


Abbildung 2.61: In dieser Simulation wurde den Röhren 1, 5 und 17 bereits eine höhere hydraulische Leitfähigkeit zugeordnet. Alle weiteren Eingabeparameter sind mit der Simulation der Abb. 2.60 identisch.

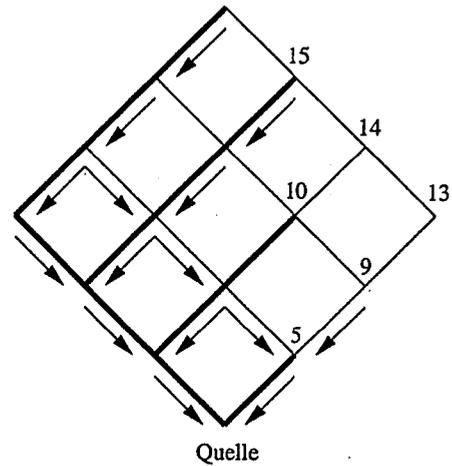


Abbildung 2.64: Die Knoten der rechten Seite bis zur Mittellinie wurden mit einem höheren mantelflächenabhängigen Austauschkoefizienten versehen. Die GW-Neubildung direkt in das Röhrensystem (0.1 Prozent) erfolgt gleichmäßig verteilt in alle Knoten.

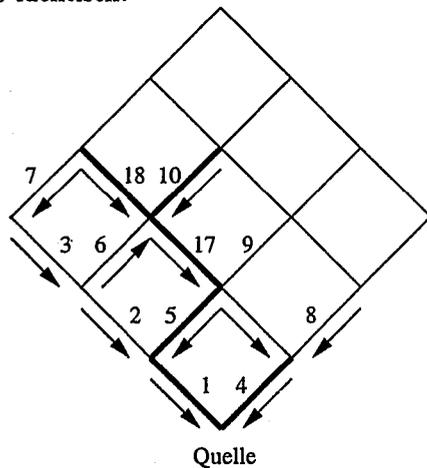


Abbildung 2.62: Den Röhren 1, 5 und 17 wird eine höhere hydraulische Leitfähigkeit zugeordnet. Die Simulation unterscheidet sich gegenüber der von Abb. 2.61 durch eine gleichmäßig verteilte GWN in allen Knoten.

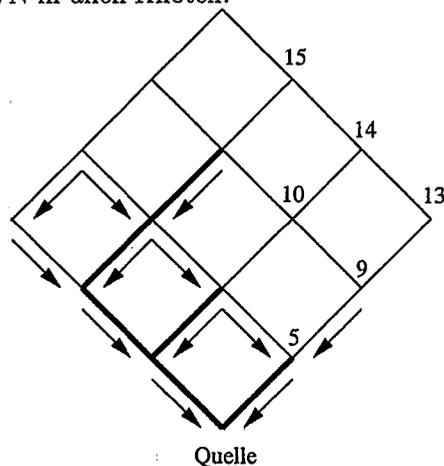


Abbildung 2.63: Die Knoten der rechten Seite bis zur Mittellinie wurden mit einem höheren konstanten Austauschkoefizienten versehen. Die GW-Neubildung (0.1 %) direkt in das Röhrensystem erfolgt gleichmäßig verteilt in alle Knoten.

0.2 cm Durchmesser. Nach 40000 Jahren zeigt sich, daß der geringere Austauschkoefizient zu erhöhtem Röhrenwachstum führt (Abb. 2.63). Ein höherer Zufluß aus dem Feinkluftsystem setzt die Lösungsrate in den Röhren herab. Diese Beobachtung wurde bereits in den Sensitivitätsanalysen für eine Röhre festgestellt (vergleiche Kap. 2.6.4).

Für die nächste Simulation verwenden wir einen mantelflächenabhängigen Austauschkoefizienten mit Initialwerten von $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ und $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ in analoger Anordnung wie in der vorigen Simulation. D. h. die höheren Koeffizienten finden sich an den Knoten im rechten Teil des Gitters. Wieder zeigt sich eine deutlich höhere Aufweitung für die Röhren mit kleinerem initialem Austauschkoefizient (Abb. 2.64).

Es stellt sich nun die Frage: Welche Wechselwirkung besteht zwischen hydraulisch gut verbundenen Klüften / Röhren der phreatischen Zone und einem hydraulisch hochwirksamen Anschluß an das Feinkluftsystem?

Zu dieser Untersuchung wird keine GWN direkt in die Knoten eingegeben und die Röhren 1, 5 und 17 werden auf die doppelte Initialweite gesetzt (0.4 cm gegenüber 0.2 cm).

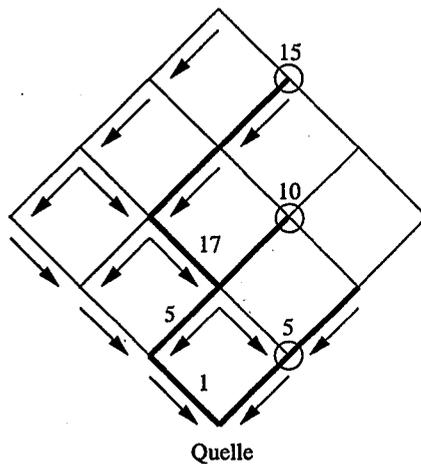


Abbildung 2.65: Den Röhren 1, 5 und 17 wurde im Initialzustand ein doppelt so großer Durchmesser (4 cm) zugeordnet. An den Knoten 5, 10, 15 wird mit einem Koeffizienten von $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ein um eine Potenz höherer Austauschkoefizient als an den übrigen Knoten festgelegt. Im Resultat zeigt sich eine bevorzugte Ausrichtung des Röhrenwachstums in Richtung des vorgegebenen Initialpfades.

Weiterhin wird der konstante Austauschkoefizient der Knoten 5, 10 und 15 mit $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ um eine Potenz höher gesetzt als an allen übrigen Knoten. Am Ende der Simulation zeigt sich, daß die Knoten mit höheren Koeffizienten durch eine möglichst direkte Verbindung zum hydraulisch gut wirksamen Initialpfad angebunden sind (siehe Abb. 2.65).

2.7.2 Zusammenfassung

In den Untersuchungen wurden Vereinfachungen vorgenommen. So existieren in den Simulationen über 40000 Jahre konstante Randbedingungen, und der Durchfluß durch die vadosse Zone erfolgt ohne Ca^{2+} -Ionen aufzunehmen (direkte GWN). Trotzdem lassen sich für die Entwicklung natürlicher Röhrensysteme der Verkarstung folgende Aussagen treffen:

- Die Ausbildung von Röhrensystemen unterliegt einem sehr komplexen Zusammenspiel der Initialklüfte zwischen phreatischen und vadosen Bereichen.

- Ein hydraulisch hochwirksamer Anschluß an das Feinkluftsystem führt in Verbindung mit den die vadosse Zone querenden Klüften nicht unbedingt zu einer höheren Aufweitung der angeschlossenen Klüfte. In gut gebankten Kalken mit wenigen Klüften und Schlotten ist ein schnelleres Röhrenwachstum als in stark zerrütteten Gesteinen zu erwarten.
- Durch Klüftung bevorzugte Pfade werden unter den verschiedensten Randbedingungen in der Röhrenentwicklung bevorzugt erweitert, soweit sie eine Verbindung zum Vorfluter gewähren.

2.7.3 Diskussion

Erste Simulationen für Röhrennetzwerke unter Beachtung des Wechsels zwischen 'schneller' und 'langsamer' Lösungskinetik finden sich in Groves & Howard (1994b) bzw. mit der Unterscheidung zwischen lamina-rem und turbulentem Strömen in Howard & Groves (1995). Beide Ansätze gehen von festen Potentialen oder konstanten Durchflüssen im Röhrensystem aus, beinhalten also einen einfacheren methodischen Ansatz für die Strömung als das Simulationspaket CAVE. Ein Zufluß aus dem Feinkluftsystem bleibt völlig unberücksichtigt.

Gerade dieser zeigt nach den obigen Sensitivitätsuntersuchungen einen wesentlichen Einfluß auf die Röhrenentwicklung. Clemens (1997) konnte zeigen, daß größere Initialradien ($> 1 \text{ cm}$) eine gleichmäßige Erweiterung und die Entstehung netzwerkartiger Röhrensysteme ermöglichen. Er führt diese gleichförmige Erweiterung auf ein gleichmäßiges Absinken der Potentiale im Feinkluftsystem zurück. In seinen durchgeführten Simulationen mit kleinen Initialradien bilden sich dendritische Röhrensystemen aus, wenn am bereits zu Beginn ein bevorzugter Fließpfad existierte. Ähnliche Resultate zeigen die oben durchgeführten Simulationen.

Durch Einführung einer den Zufluß in das

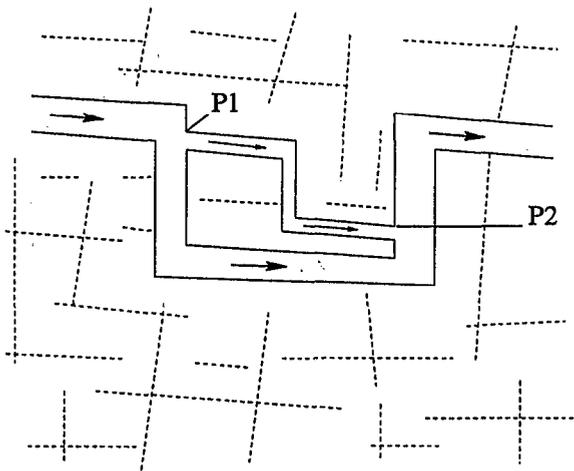


Abbildung 2.66: Bypassbildung nach Dreybrodt (1990b). Durch die Druckdifferenz zwischen P1 und P2 sollen sich weitere primäre Fugen öffnen. Diese Annahme steht im Widerspruch zu den mit CAVE durchgeführten Simulationen. In diesen zeigt sich eher eine dominante Aufweitung der primär geweiteten Röhre.

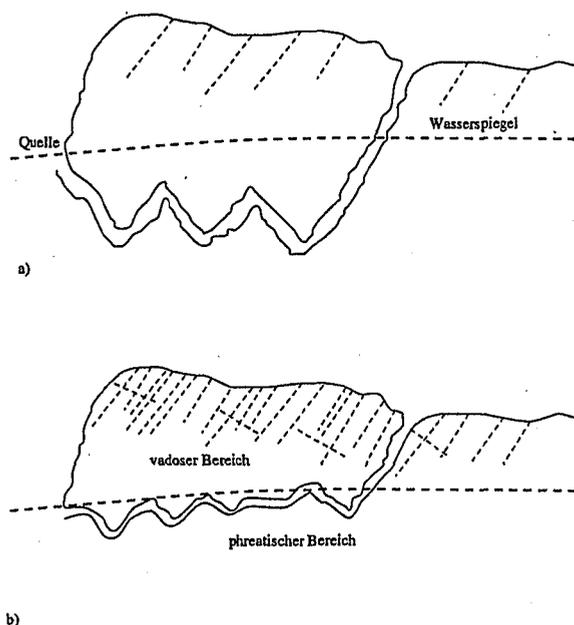


Abbildung 2.67: Die Tiefe der Verkarstung ist stark gebunden an die Häufigkeit der initialen Klüfte. Geringe Dichte der Klüfte in Verbindung mit großen Kluftweiten führt zu einer tiefen Verkarstung weit unter dem Wasserspiegel (a). Mit einer flachen Verkarstung ist hingegen bei einer hohen Kluftdichte zu rechnen (b).

Röhrensystem inhibierenden Sandsteinlage beobachtet Clemens (1997) eine vermaschte Ausbildung des Röhrensystems. Nach obigen Sensitivitätsuntersuchungen führt auch ein verstärkter Anschluß an das Feinkluftsystem in Verbindung mit Direktzufluß durch Dolinen (direkter GWN) zu einer Verringerung der Aufweitung. Möglicherweise führt aber auch ein mantelflächenabhängiger, d. h. vom Röhrendurchmesser abhängiger Austauschkoefizient zu ähnlichen vermaschten Strukturen. Dies steht nicht im Widerspruch zu der von Clemens (1997, S. 50) beschriebenen Auswirkung einer positiven Rückkoppelung eines hydraulisch wirksamen Anschlusses an das Feinkluftsystem. Es relativiert allerdings seine Aussage in die Richtung, daß die Entwicklung eines Karströhrensystems stark abhängig von seinen Randbedingungen ist. Weitere Untersuchungen in diese Richtung sind notwendig (siehe hierzu auch Hückinghaus et al. (1998)).

Alle mit dem Modell CAVE durchgeführten Simulationen lassen keinen Grund erkennen, daß sich die von Dreybrodt (1990b) beschriebene Bypässe bilden. Nach dessen Konzept sollen offene Fugen durch Lösung sekundäre Verbindungen schaffen, obwohl bereits geweitete Kanäle bestehen (siehe Abb. 2.66). In den oben durchgeführten Simulationen zeigt sich eher eine Dominanz in der Entwicklung der bereits geöffneten Kanäle.

Diese Ergebnisse steht auch in Einklang mit der von Clemens (1997) beobachteten Tiefe der Verkarstung in Abhängigkeit von der Häufigkeit initialer Trennflächen. Sind diese selten, dann kommt es zur tiefen Verkarstung. Eine hohe Anzahl von hydraulisch homogen verbundenen Klüften führt hingegen eher zu einer seichten Verkarstung. Diese Vorstellung wurde bereits in Ford & Ewers (1978) postuliert (siehe Abb. 2.67).

Auf natürliche Karstsysteme übertragen läßt sich feststellen: Ein Kalkgestein mit gut entwickeltem und hydraulisch verbundenem Feinkluftsystem neigt eher zu einer langsameren und gleichmäßigen Röhrenentwicklung. Massige Kalke mit wenigen, aber größeren

Klüften lassen eine schnellere, auf wenige Einzelröhren beschränkte Verkarstung erwarten.

Kapitel 3

Wärmetransport in Karstaquiferen

3.1 Einleitung

Lösungsprozesse führen in Karbonatgesteinen zu mehr oder weniger großvolumigen Hohlräumen, die vollständig mit Wasser (phreatische Zone) oder teilweise mit Luft (vadose Zone) gefüllt sind. Im ersten Teil der Arbeit wurde das komplexe Zusammenspiel der Randbedingungen der Karstgenese untersucht. Je nach Randbedingungen, wie initialem Kluftnetz, Überdeckung oder Dauer der Verkarstung, kann sich ein Röhrennetz mit typischer 'Conduit-flow'- oder ein Karstsystem mit 'Diffuse-flow'-Charakteristik bilden (Shuster & White, 1971).

Durch simultane Messung von Niederschlag und Quellschüttung ist es möglich, quantitative und qualitative Aussagen über einige Parameter des Röhrensystems zu machen. Ansätze der quantitativen Bestimmung von Kluftparametern liegen in mehreren Arbeiten, beginnend mit Ashton (1966) oder Wilcock (1968), vor. Sie beruhen im wesentlichen auf der Zeitverzögerung der Spitzen zwischen Schüttungssignal und physiko-chemischen Parametern, unterliegen hierbei aber möglichen quantitativen Fehlern, die durch zeitliche Verzögerung und Überlagerung der Durchbruchkurven mehrerer Röhren auftreten können. Eine quantitative Abschätzung des Röhrenvolumens nach der Änderung des Parameters führt zu einer Überhöhung des Volumenanteils (Atkinson et al., 1973).

Bemerkbar machen sich die verschiedenen Transportwege des schnellen Wassers

durch eine starke Oszillation der gemessenen physiko-chemischen Parameter (Dreiss, 1989a, b; Hess & White, 1974; Bakalowicz & Mangin, 1980). Unter schnellem Wasser versteht man hierbei das Wasser, welches unmittelbar nach einem Ereignis in die Röhren gelangt, ohne den vadosen Bereich im wesentlichen durch das Feinkluftsystem zu durchqueren¹. Mehrere Möglichkeiten einer quantitativen Trennung der Abflusskomponenten werden in der Arbeit von Sauter (1992) beschrieben.

Niederschlagswasser muß zunächst die Bodenzone und dann den vadosen Bereich passieren, ehe es zur GW-Neubildung beiträgt. Dies geschieht nicht unbedingt unmittelbar nach einem Ereignis, sondern der Niederschlag kann im oberen Bereich (subkutane Zone) zurückgehalten werden und erst mit einer Verzögerung bis zu mehreren Wochen die phreatische Zone erreichen (Williams, 1983). Dabei kommt es zu einer Anpassung an die in der oberen Zone herrschende Temperatur. Schon der obere Bereich über dem Aquifer unterliegt nur noch geringen Temperaturschwankungen. So kommt es bereits in etwa 15 m Tiefe zu Temperaturschwankungen unter 1 % gegenüber der Oberfläche (Mercer et al., 1982). Ein entsprechend langsamer Durchfluß durch den oberen Bereich führt folglich zu einer jahreszeitlich unabhängigen Adaptation des Niederschlagswassers an die Temperatur der oberen vadosen Zone. Durchquert das Wasser dann die restliche vadose Zone, ohne sich der

¹Entspricht der direkten Grundwasserneubildung (GWN) im ersten Teil der Arbeit!

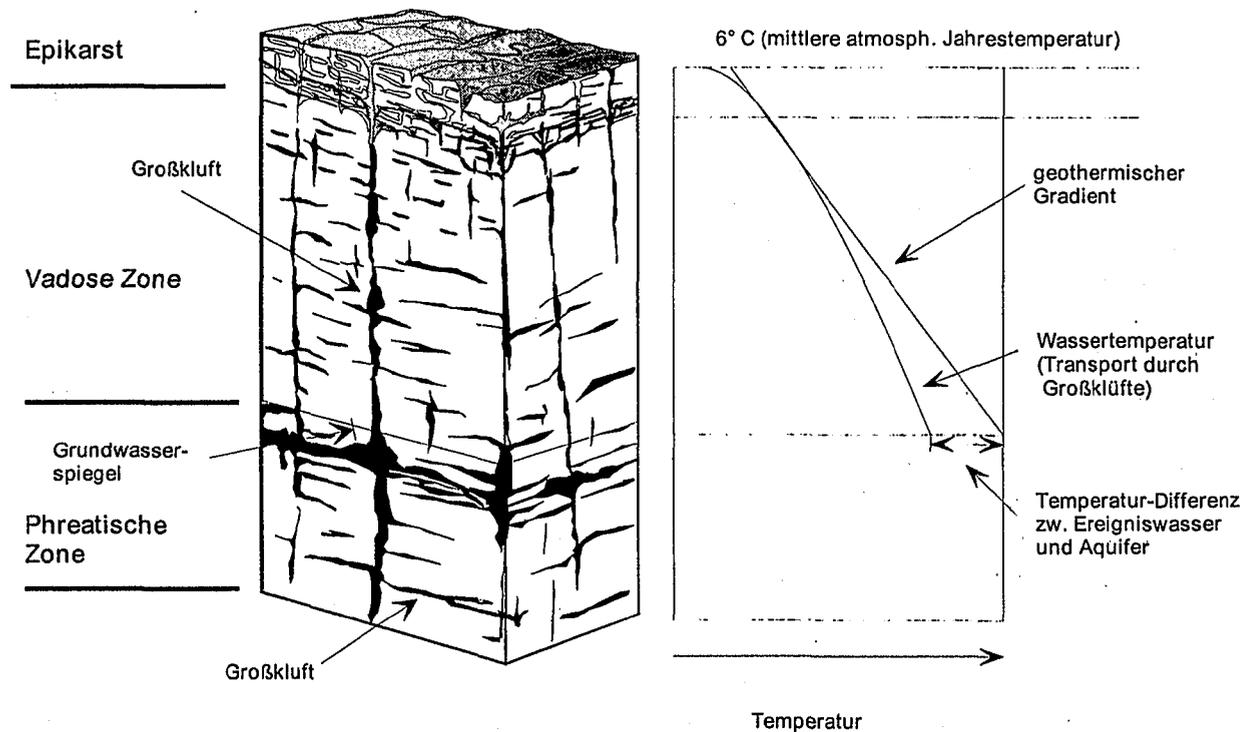


Abbildung 3.1: Konzept der Temperaturabweichung nach Niederschlägen im Karstaquifer: Nach einem Niederschlagsereignis wird der Niederschlag im Epikarst (subkutane Zone) zwischengespeichert und dann durch hydraulisch hochwirksame Schlotten / Klüfte der phreatischen Zone zugeführt. Dabei kommt es nicht zur vollständigen Temperaturangleichung an die umliegende Gesteinsmatrix, so daß die GW-Neubildung mit einer Temperaturabweichung gegenüber dem Wasser des phreatischen Bereichs die Karströhren erreicht. Durch die hohen Strömungsgeschwindigkeiten innerhalb der Röhren wird auch hier eine vollständige Temperaturanpassung verhindert und ein vom Ausgangszustand abweichendes, negatives Temperatursignal erreicht die Quelle (Abb. aus Renner, 1996).

umliegenden Temperatur der Gesteinsmatrix anzupassen, erhält der Aquifer nach einem Niederschlagsereignis einen grundsätzlich negativen Temperaturimpuls (siehe Abb. 3.1). Diese Art der jahreszeitlich unabhängigen Abweichungen wurde z. B. in der Gallusquelle (siehe Abb. 3.2) beobachtet (Sauter, 1992).

Ist die vadose Zone des Karstaquifers jedoch nicht mächtig genug oder quert der Niederschlag diese schnell, dann beobachtet man der jahreszeitlichen Temperatur entsprechende Impulse an der Karstquelle. So stellen Benderitter et al. (1993) bei warmem Herbstregen eine Erhöhung und im Winter eine Absenkung der Temperatur in der Quellschüttung fest.

Das Signal, welches die Quelle erreicht, ist eine Funktion der Temperatur, mit der der Impuls die phreatische Zone erreicht, der Strömungsgeschwindigkeit, der Gesteinsparameter und der Geometrie des Röhrensystems. Sind diese Parameter bis auf einen bekannt, so ist es möglich, durch Kalibrierung den fehlenden zu ermitteln. Renner (1996) konnte so für die Gallusquelle die Geometrie einer Äquivalentkluft ermitteln. Diese repräsentiert das arithmetische Mittel der Oberfläche und der Klüftöffnungen aller Klüfte. Er ging hierbei von einer einfachen Klüftgeometrie des hydraulischen Systems aus. Vergleichsrechnungen in Kapitel 3.3.2 zeigen, daß sich Röhren und Klüfte jedoch im Wärmeimpuls an der Quelle unterscheiden.

Experimentelle Untersuchungen belegen ein sog. 'channeling' in Klüften (Moreno et al., 1985 u. 1988; Neretnieks et al., 1982; Abelin et al., 1982), d. h. Flüssigkeitstransport in Klüften findet im wesentlichen auf bevorzugten Bahnen statt. Interpretiert man diese Beobachtung genetisch, so ist die Entstehung von Röhren in Karstsystemen wahrscheinlicher als von Klüften. Diese Annahme deckt sich auch eher mit Beobachtungen in der Natur (Ford & Williams, 1989). Aus diesem Grund wird in der vorliegenden Arbeit, im Gegensatz zu Renner (1996), von einem Röhrensystem und nicht von einem Klüftsystem

ausgegangen.

Bestehende Softwarepakete zur Simulation von Strömung in Festgesteinsaquiferen mit Wärmetransport wie z. B. ROCKFLOW (Wollrath & Helmig, 1992) ermöglichen im Gegensatz zu dem Programmpaket CAVE keinen Wechsel zwischen laminaem und turbulentem Fließen innerhalb einer Simulation. Um Röhrensysteme überhaupt identifizieren zu können, ist ein deutlicher Wechsel in den Strömungen notwendig (Renner, 1996). Renner (1996) demonstrierte mit seinem Programm EFT (Equivalent Fracture Transport) daß Wärme als Tracer einen sehr effektiven Indikator für die Bestimmung von Klüftparametern darstellt.

CAVE unterscheidet sich vom Programm EFT im wesentlichen durch die Verwendung von Röhren, sowie die Freiheit, sich von einem einfachen Klüftstrang zu lösen und komplexe Geometrien (z. B. Dendriten oder Maschensysteme) untersuchen zu können.

Für Röhrengometrien ergeben sich besondere Schwierigkeiten in der Entwicklung eines geeigneten Simulationswerkzeuges, da einfache analytische Lösungen wie für Klüfte (Grisak und Pickens, 1980; 1981) nicht zur Verfügung stehen. Die in dieser Arbeit durch Laplacetransformation gewonnene 'halbanalytische' Lösung ermöglicht die Simulation des Wärmetransports unter stationären Strömungsbedingungen.

3.2 Theorie

3.2.1 Dominierende Prozesse

Unter Wärme versteht man die kinetische Energie der ungeordneten Molekülbewegung (Gerthsen et al. 1989). Der Energietransport erfolgt entweder als Wärmestrahlung, Wärmeleitung (Konduktion) oder durch materiellen Transport (Konvektion).

Da Wärmestrahlung nur bei hohen Temperaturen und unterschiedlicher Absorption

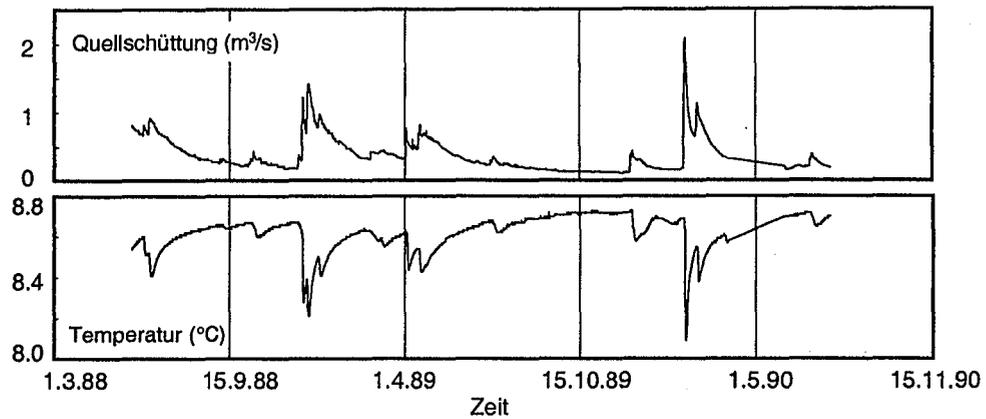


Abbildung 3.2: Temperatur und Schüttung der Gallusquelle (Abb. Renner, 1996)

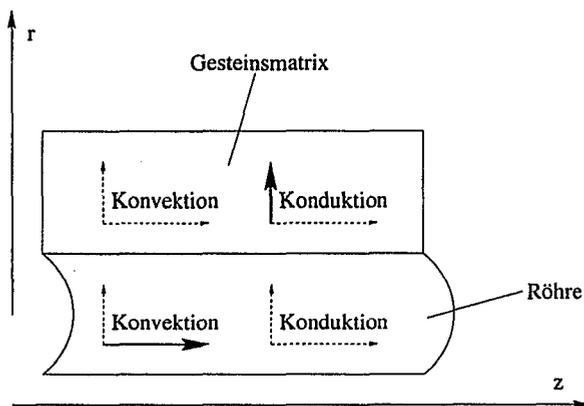


Abbildung 3.3: Prozesse des Wärmetransports im Karstaquifer. Die im Modell berücksichtigten Prozesse sind durchgezogen und die vernachlässigbaren gestrichelt dargestellt.

der beteiligten Körper zu berücksichtigen ist (Baehr & Stephan, 1996), läßt sich Strahlung als relevanter Prozeß für den Wärmetransport in Karstaquiferen vernachlässigen. In Karstaquiferen spielen somit nur Konduktion und Konvektion eine Rolle.

Im Karstsystem treffen wir auf zwei Systeme, die unterschiedlichen Formen des Wärmetransports unterliegen. Zum einen bildet die Gesteinsmatrix den skeletalen Teil des Aquifers. Man geht davon aus, daß der Flüssigkeitstransport in der Matrix gegenüber dem Transport in Klüften und Röhren vernachlässigbar ist (Teutsch, 1988). Daraus folgt für den Wärmetransport in der Matrix eine Beschränkung auf den konduktiven Transport (siehe Abb. 3.3).

Der Energietransport pro Zeiteinheit E [W] mittels Wärmeleitung berechnet sich aus der Wärmeleitfähigkeit λ [$\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$], dem Temperaturgradienten $\text{grad}T$ [K m^{-1}] und der durchströmten Fläche A [m^2] wie folgt:

$$E = -\lambda A \text{grad}T \quad (3.1)$$

In dem mit Wasser durchströmten Röhrensystem sind zwei Prozesse der Wärmeübertragung möglich. Da durch Konduktion in der Flüssigkeit nur wenig Wärme in Relation zum konvektiven Transport weitergeleitet wird, wird die Konduktion in der Flüssigkeit in weiteren vernachlässigt.

Für den konvektiven Wärmetransport pro Zeiteinheit ergibt sich aus der Wärmekapazität c [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$], der Dichte des Wassers ρ [kg m^{-3}], dem Volumenstrom Q [$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$] und der Temperaturdifferenz ΔT [K] die Gleichung

$$E = \rho c Q \Delta T \quad (3.2)$$

3.2.2 Mathematische Beschreibung der Konduktion

Die Grundgleichung der Wärmeleitung in Zylinderkoordinaten (siehe Abb. 3.4) lautet nach Carslaw und Jaeger (1959):

$$\frac{\partial T_{sol}}{\partial t} = \frac{\kappa}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{sol}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T_{sol}}{\partial \Theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial T_{sol}}{\partial z} \right) \right) \quad (3.3)$$

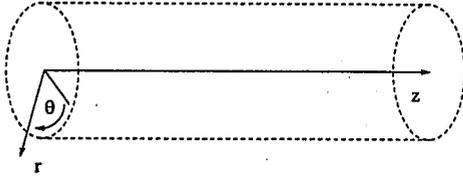


Abbildung 3.4: Anordnung der Zylinderkoordinaten in einer Röhre.

mit der thermischen Leitfähigkeit $\kappa = \frac{\lambda_{sol}}{\rho_{sol} c_{sol}}$ und der Temperatur T_{sol} in der Gesteinsmatrix. Parallel zur Röhre sind die Temperaturdifferenzen im Gestein deutlich geringer als senkrecht zur Röhre. Vernachlässigt man somit die Wärmeleitung entlang der Röhrenrichtung (z -Achse) und geht von isotropem Material und damit von einer thermischen Unabhängigkeit bzgl. des Winkels Θ aus, so reduziert sich die partielle Differentialgleichung (3.3) auf

$$\frac{\partial T_{sol}}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T_{sol}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{sol}}{\partial r} \right) \quad (3.4)$$

Der Wärmetransport in der Röhre erfolgt durch konvektiven Transport mit der Strömungsgeschwindigkeit v . Alle von der mittleren Geschwindigkeit abweichenden lokalen Transportprozesse wie Diffusion oder Inhomogenitäten des Strömungsfeldes werden als Dispersionen bezeichnet (Kinzelbach, 1992) und durch einen Dispersionskoeffizienten D [m^2/s] ausgedrückt. Betrachtet man den Transport in einer Röhre, der nur in der Koordinatenrichtung z des Koordinatensystems möglich ist, ergibt sich für die Temperatur in der Flüssigkeit T_{fl} folgende Transportgleichung (Häfner et al., 1992):

$$\frac{\partial T_{fl}}{\partial t} = -v \frac{\partial T_{fl}}{\partial z} + D \frac{\partial^2 T_{fl}}{\partial z^2} \quad (3.5)$$

Koppelt man nun Matrix und Röhre durch einen Wärmefluß in radialer Richtung proportional dem Gradienten an der Röhrenoberfläche, erhält man in der Röhre die partielle Differentialgleichung (PDGL)

$$\frac{\partial T_{fl}}{\partial t} = \kappa' \frac{A}{V} \frac{\partial T_{sol}}{\partial r} \Big|_{Röhrenrand} - v \frac{\partial T_{fl}}{\partial z} + D \frac{\partial^2 T_{fl}}{\partial z^2} \quad (3.6)$$

mit $\kappa' = \frac{\lambda_{sol}}{\rho_{fl} c_{fl}}$. Dabei bedeutet ρ_{fl} die Dichte der Flüssigkeit sowie c_{fl} die Wärmekapazität [$cal/g^\circ C$], A die Austauschfläche und V das Volumen der Flüssigkeit.

In der Formel 3.6 ist der Term auf der linken Seite proportional zur zeitlichen Änderung der in der Flüssigkeit gespeicherten Wärme (Speicherterm). Der erste Summand der rechten Gleichungsseite berücksichtigt den Austausch zwischen Röhre und Matrix. Der konvektive Transport wird durch den zweiten und der dispersive Transport durch den dritten Summanden beschrieben.

3.2.3 Mathematische Beschreibung des Wärmetransports in der Röhre

Im weiteren wird in der Röhre turbulentes Strömen vorausgesetzt. Somit wird die Grenzschicht zwischen Fluid und Feststoff vernachlässigt. Eine weitere Vereinfachung durch Streichen des dispersiven Anteils ergibt:

$$\frac{\partial T_{fl}}{\partial t} = \kappa' \frac{A}{V} \frac{\partial T_{sol}}{\partial r} \Big|_{(r=\frac{d}{2})} - v \frac{\partial T_{fl}}{\partial z} \quad (3.7)$$

mit dem Röhrendurchmesser d .

In der Röhre wird nicht nur Wärme konvektiv transportiert. Über die Mantelfläche der Röhre wird Energie von der Gesteinsmatrix ab- bzw. zugeführt. Der Wärmetransport in der Matrix wird bereits durch die oben dargestellte Gleichung (3.4) vollständig beschrieben. Die Koppelung an die Röhre erfolgt durch die 2. Randbedingung ($T_{fl} = T_{sol}$).

Im Gestein und in der Röhre sei die Temperatur $T = T_0$ zum Zeitpunkt $t = 0$ konstant. Vom Zeitpunkt $t > 0$ fließt dann Wasser mit der Temperatur T_{imp} zu. Dieser Impakt kann sich von der Ausgangstemperatur T_0 unterscheiden.

Es gelten die folgenden Anfangsbedingungen:

$$T_{fl} = T_0$$

für
 $t = 0: 0 \leq r \leq d/2, \quad 0 \leq z < \infty$
 und

$$T_{sol} = T_0$$

für
 $t = 0: d/2 \leq r < \infty, \quad 0 \leq z < \infty$

mit den Randbedingungen:

$$T_{fl} = T_{imp} \quad \text{für } t > 0 : z = 0$$

$$T_{fl} = T_{sol} \quad \text{für } r = d/2$$

$$T_{sol} = T_0 \quad \text{für } r = \infty$$

3.2.4 Mathematisches Lösungsverfahren

Partielle Differentialgleichungen (PDGL) unterscheiden sich gegenüber gewöhnlichen Differentialgleichungen (GDGL) dadurch, daß Ableitungen nicht nur nach einer Variablen vorkommen. Dies erschwert aber deutlich das Lösungsverfahren. Einfache Techniken zur Lösung von PDGL wie z. B. die häufig verwendete Trennung der Variablen versagen bei den hier behandelten Gleichungssystemen aufgrund der Komplexität und Inhomogenität des untersuchten Systems.

Ein möglicher und häufig gewählter Weg ist die Transformation in den Laplaceraum durch die Transformation

$$\mathcal{L}f(t) = \int_0^{\infty} e^{st} f(t) dt \quad (3.8)$$

Hierbei reduziert sich die partielle auf eine gewöhnliche Differentialgleichung, soweit vorher nur Ableitungen nach der Zeit t und einer weiteren Variablen existierten. Sind Ableitungen nach mehreren Variablen vorhanden, führt man die Transformation auch mehrfach aus.

Die gewöhnliche DGL läßt sich meist einfach im Laplaceraum lösen. Durch Rücktransformation anhand der komplexen Inversionsformel

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{st} f(s) ds \quad (3.9)$$

erhält man die Lösung der PDGL im Ursprungsraum. In vielen Fällen existieren entsprechende tabellierte Korrespondenzen (z. B. Abramowitz und Stegun, 1984), so daß eine Lösung des komplexen uneigentlichen Integrals nicht nötig ist.

Nach dem oben beschriebenen Verfahren wurde das den Wärmetransport beschreibende System von PDGL gelöst (siehe Abb. 3.5). Eine Ausnahme bildet die Rücktransformation. In der Lösung im Laplaceraum treten sog. modifizierte Bessel-Funktionen auf, deren Korrespondenzen nicht bekannt sind. Eine einfache Rücktransformation unter Anwendung des Residuensatzes (siehe Formel 3.9) ist ebenfalls nicht möglich, da die Singularitäten nicht explizit beschreibbar sind.

Aus diesem Grund wurde auf die numerische Rücktransformation nach Stehfest ausgewichen (Stehfest, 1970). Das Verfahren von Stehfest zeichnet sich durch Robustheit, Schnelligkeit und vor allem dadurch aus, daß es auf eine Darstellung der Funktionen im Komplexen verzichtet (Häfner et al., 1992). Das genauere Verfahren nach Talbot läßt sich nicht anwenden, da es eine Beschränktheit der Werte aller Singularitäten entlang der y -Achse voraussetzt (Talbot, 1978).

In den folgenden Abschnitten wird die analytische Lösung des partiellen Differentialgleichungssystems im Laplaceraum behandelt. Obwohl in das bestehende Modell die Dispersion nicht integriert wurde, wird sie aus Gründen der Vollständigkeit einbezogen.

3.2.5 Lösung des Systems von PDGL im Laplaceraum

Analytische Lösung der Konduktionsgleichung

Zuerst wird die den Wärmeleitungsprozeß im Boden beschreibende Gleichung

$$\frac{1}{\kappa} \frac{\partial T_{sol}}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2 T_{sol}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{sol}}{\partial r} \right) \quad (3.10)$$

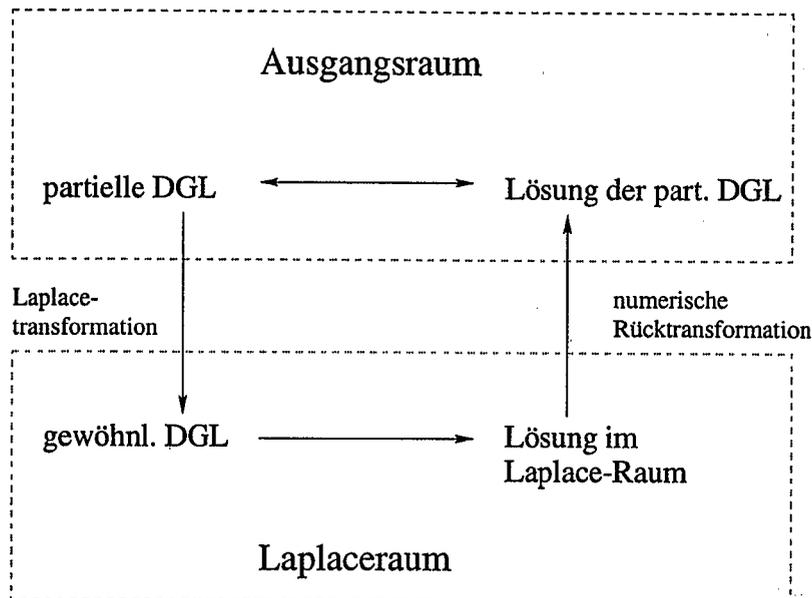


Abbildung 3.5: Schema des in dieser Arbeit verwendeten mathematischen Lösungsverfahrens.

gelöst. Zur einfacheren Berechnung wird zunächst $T_0 = 0$ gesetzt. Nach Transformation in den Laplaceraum gilt dann:

$$\frac{1}{\kappa}(s\tilde{U} - T_{sol}(0, r, z)) = \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial r} \quad (3.11)$$

Die Funktion \tilde{U} ist hierbei die Laplacetransformierte von T_{sol} ($\tilde{U} = \mathcal{L}(T_{sol})$) und s die transformierte Zeit t im Laplaceraum. Mit der Anfangsbedingung $T_{sol} = 0$ ist also

$$\frac{1}{\kappa}s\tilde{U} = \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial r} \quad (3.12)$$

Für die zweite Randbedingung gilt dann

$$\tilde{U}(s, \infty, z) = 0 \quad (3.13)$$

und mit $\tilde{V} = \mathcal{L}(T_{fl})$ für die Dirichlet-Randbedingung

$$\tilde{U}(s, d/2, z) = \tilde{V}(s, z) \quad (3.14)$$

Modifiziert nach Häfner et al. (1992, S. 211) ist die Lösung der Differentialgleichung im Laplaceraum:

$$\tilde{U}(s, r, z) = \tilde{V}(s, z) \frac{K_0(rp)}{K_0(\frac{d}{2}p)} \quad (3.15)$$

mit $p = \sqrt{s/\kappa}$ und der modifizierten Besselschen Funktion zweiter Gattung nullter Ordnung K_0 .

Verifikation der analytischen Lösung im Laplace-Raum

Da die DGL 3.12 im Laplace-Raum homogen ist, genügt es zu zeigen, daß $K_0(rp)$ Lösung dieser ist. Für die modifizierte Besselsche Funktion zweiter Gattung nullter Ordnung gilt die Ableitung (Bronstein & Semendjajew 1985, S. 444):

$$\frac{\partial}{\partial r} K_0(rp) = -K_1(rp)p \quad (3.16)$$

und nach Carslaw & Jaeger (1959, S. 489)

$$\frac{\partial}{\partial r} K_1(rp) = (-K_0(rp) - \frac{1}{rp} K_1(rp))p \quad (3.17)$$

Also ist

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} K_0(rp) = (K_0(rp) + \frac{1}{rp} K_1(rp))p^2 \quad (3.18)$$

Nach Einsetzen in die Differentialgleichung 3.12 ergibt sich

$$\frac{s}{\kappa} K_0(rp) = p^2 (K_0(rp) + \frac{1}{rp} K_1(rp)) - \frac{p}{r} K_1(rp) \quad (3.19)$$

Einfache Berechnung bestätigt nun die Richtigkeit der Lösung.

Zur Verifikation bleiben nur noch die Randbedingungen nachzuweisen. Für große Werte gilt die asymptotische Formel (Bronstein & Semendjajew, 1985; S. 444):

$$K_0(x) = \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{1/2} e^{-x} \left[1 + O\left(\frac{1}{x}\right)\right]. \quad (3.20)$$

Folglich gilt $\lim_{r \rightarrow \infty} \tilde{U}(s, r, z) = 0$, womit die erste Randbedingung gezeigt ist. Die Richtigkeit der zweiten Randbedingung ist trivial.

Analytische Lösung der Konvektionsgleichung

Die partielle Differentialgleichung für den Transport in der Röhre lautet ($\kappa' = \lambda_{sol}/\rho_{fl}c_{fl}$):

$$\frac{\partial T_{fl}}{\partial t} = \kappa' \frac{A}{V} \frac{\partial T_{sol}}{\partial r} \Big|_{(r=\frac{d}{2})} - v \frac{\partial T_{fl}}{\partial z} \quad (3.21)$$

mit der Anfangsbedingung:

$$T_{fl}(0, z) = 0 \quad (3.22)$$

und der Randbedingung

$$T_{fl}(t, 0) = T_{imp} - T_0 = T_{imp} \quad \text{für } t > 0. \quad (3.23)$$

Nach Transformation in den Laplaceraum gilt dann:

$$s\tilde{V} = \kappa' \frac{A}{V} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial r} \Big|_{r=d/2} - v \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z}. \quad (3.24)$$

Einsetzen der Lösung (3.15) unter Beachtung der Ableitung (3.16) ergibt

$$s\tilde{V} = -\kappa' \frac{A}{V} \tilde{V} \frac{K_1(\frac{d}{2}p)}{K_0(\frac{d}{2}p)} - v \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z}. \quad (3.25)$$

Diese Gleichung ist äquivalent mit:

$$0 = \left(s + \kappa' \frac{A}{V} \frac{K_1(\frac{d}{2}p)}{K_0(\frac{d}{2}p)}\right) \tilde{V} + v \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z}. \quad (3.26)$$

Die transformierte Randbedingung lautet $\tilde{V}(s, 0) = \frac{T_{imp} - T_0}{s}$. Wir erhalten eine homogene gewöhnliche Differentialgleichung des Typs $0 = ay + by'$, die sich leicht durch Trennung

der Variablen lösen läßt. Die Lösung der konvektiven DGL im Laplaceraum lautet

$$\tilde{V}(s, z) = \frac{T_{imp} - T_0}{s} \quad (3.27) \\ * \exp\left(-\left(s + \kappa' \frac{A}{V} \frac{K_1(\frac{d}{2}p)}{K_0(\frac{d}{2}p)}\right) \frac{z}{v}\right).$$

Die Überprüfung der Randbedingung ist trivial.

Dispersiver Transport

Mathematische Beschreibung

Vernachlässigt man die Dispersion in der Röhre nicht, so erhält man in der Gleichung (3.21) einen weiteren additiven Term. Die PDGL lautet dann:

$$\frac{\partial T_{fl}}{\partial t} = \kappa' \frac{A}{V} \frac{\partial T_{sol}}{\partial r} \Big|_{(r=\frac{d}{2})} - v \frac{\partial T_{fl}}{\partial z} + D \frac{\partial^2 T_{fl}}{\partial z^2} \quad (3.28)$$

mit dem Dispersionskoeffizienten D [m^2/s].

Als weitere noch fehlende Randbedingung setzen wir $T_{fl}(t, \infty) = 0$. Die in den Laplaceraum transformierte Gleichung lautet dann

$$s\tilde{V} = -\kappa' \frac{A}{V} \tilde{V}(s, z) \frac{K_1(\frac{d}{2}p)}{K_0(\frac{d}{2}p)} - v \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z} + D \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial z^2}. \quad (3.29)$$

Setzt man $C = s + \kappa' \frac{A}{V} \frac{K_1(\frac{d}{2}p)}{K_0(\frac{d}{2}p)}$, dann ist obige Gleichung äquivalent mit

$$0 = -C\tilde{V} - v \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z} + D \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial z^2}. \quad (3.30)$$

Die beiden Fundamentallösungen dieser gewöhnlichen Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten gewinnt man nun durch Auflösen des Polynoms $DT^2 - vT - C = 0$. Mit den beiden Lösungen

$$x_{1,2} = \frac{v}{2D} \pm \sqrt{\left(\frac{v}{2D}\right)^2 + \frac{C}{D}} \quad (3.31)$$

erhält man durch Linearkombination den Lösungsraum ($\lambda, \mu \in \mathcal{C}$):

$$\lambda \exp(x_1 z) + \mu \exp(x_2 z). \quad (3.32)$$

Beachtet man die weitere Randbedingung $\tilde{V}(s, \infty) = 0$, dann folgt

$$\tilde{V}(s, z) = \lambda \exp \left\{ \left(\frac{v}{2D} - \sqrt{\left(\frac{v}{2D} \right)^2 + \frac{C}{D}} \right) z \right\}. \quad (3.33)$$

Mit der Randbedingung 3.23 ergibt sich $\lambda = \frac{T_{imp} - T_0}{s}$.

Verifikation

Die obige Lösung 3.33 muß für $D \rightarrow 0$ gegen die Lösung 3.27 konvergieren:

$$\begin{aligned} & \frac{v}{2D} - \sqrt{\left(\frac{v}{2D} \right)^2 + \frac{C}{D}} \\ &= \frac{v}{2D} - \frac{v}{2D} \sqrt{1 + \frac{4DC}{v^2}} \\ &\approx \frac{v}{2D} - \frac{v}{2D} \left(1 + \frac{4DC}{2v^2} \right) \\ &= -\frac{C}{v} \end{aligned}$$

Hierbei gilt die Approximation natürlich nur für sehr kleine D .

3.3 Verifikation des Wärmetransports in einer Einzelröhre

Da die analytische Rücktransformation für den instationären Wärmetransport zu aufwendig ist, wird das Wärmetransportmodul anhand von Sensitivitätsanalysen (3.3.1), durch Vergleiche mit Transportberechnungen in Klüften (3.3.2) und unter stationären Bedingungen, für die eine analytische Lösung existiert (3.3.3), verifiziert bzw. untersucht.

3.3.1 Sensitivitätsanalyse

Die Sensitivitätsanalysen werden an einer einzelnen Röhre durchgeführt (siehe Abb. 3.6). Unter konstantem Durchfluß (Parameter siehe Tab. 3.1) wird die Temperatur auf 6 °C

Durchmesser	4.0 cm
Dichte Flüssigk.	1.0 g/cm ³
Dichte Gestein	2.5 g/cm ³
Kapazität Flüssigk.	1.0 cal/(g °C)
Kapazität Gestein	0.22 cal/(g °C)
Leitfähigkeit	0.005131 cal/(s °C)
Initialwert	8 °C
Impulswert	6 °C
Geschwindigkeit	1 cm/s

Tabelle 3.1: Physikalische Parameter der Sensitivitätsanalyse.

gesetzt. Die Initialtemperatur in der Röhre bzw. Matrix beträgt 8 °C. Sie dient auch als Randbedingung der Gesteinsmatrix in unendlicher Entfernung. Nach 100 Sekunden wird dann das Wärmeprofil innerhalb der Röhre betrachtet. Durch Variation der drei Parameter: Wärmekapazität des Gesteins bzw. der Flüssigkeit und Leitfähigkeit der angrenzenden Gesteinsmatrix wird das System überprüft.

In allen Simulationen beobachtet man in 100 cm vom Eingabeort des Temperaturimpulses die Initialtemperatur von 8 °C. Diese Beobachtung läßt sich wie folgt erklären: Bei einer Strömungsgeschwindigkeit von 1 cm/s verläuft hier die Temperaturfront des Impulses. Nach einem von der Matrix abweichenden Temperaturimpuls fließt Wasser durch die Röhre, welches im vorderen Bereich der Impulsfront einen sehr hohen (bis unendlichen) Temperaturgradienten zur umliegenden Matrix aufweist. Nach 100 Sekunden Simulationszeit befindet sich diese Front 100 cm vom ursprünglichen Eingabeort entfernt. Dieser Prozeß wird bei allen hier behandelten Sensitivitätsanalysen beobachtet und im folgenden nicht weiter erwähnt.

Wärmeleitfähigkeit

Durch Heraufsetzen der Wärmeleitfähigkeit des Gesteins, wird in Abhängigkeit vom Gradienten mehr Wärme durch die Matrix abgeführt. Folglich ist eine schnellere Angleichung der Temperatur des Wassers in der Röhre an die Initialtemperatur zu erwarten. In Abb. 3.7 (S. 57) ist diese Reaktion deut-

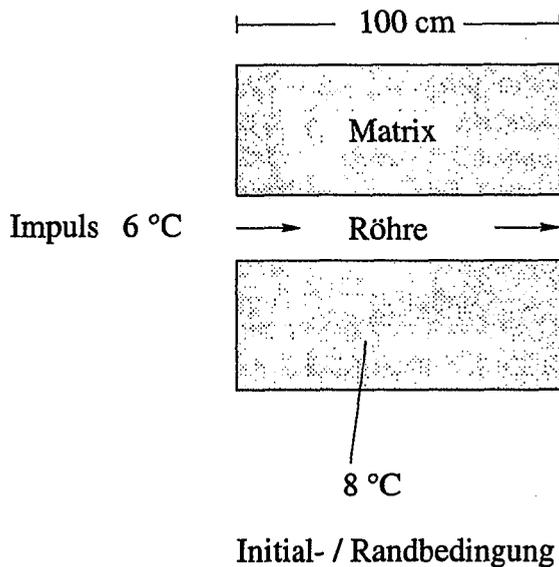


Abbildung 3.6: Geometrie für die Sensitivitätsanalysen. Der Impuls von 6°C erfolgt von der linken Seite. Die Initialtemperatur der umliegenden Matrix beträgt 8°C .

lich erkennbar. Sehr hohe Leitfähigkeit führt zu einem starken Anstieg der Temperatur, und schon 30 cm vom Impulsort entfernt ist die Temperatur der Röhre an die umliegende Matrix angeglichen. Rechenläufe mit sehr geringer Leitfähigkeit zeigen hingegen eine anfangs langsam ansteigende Temperaturkurve, die kurz vor dem letztmöglichen Beobachtungspunkt steil ansteigt, um die Initialtemperatur zu erreichen.

Wärmekapazität

Die spezifische Wärmekapazität $c = \frac{\Delta W}{M\Delta T}$ eines Stoffes ist das Verhältnis zwischen zugeführter Energie und Temperaturanstieg bezogen auf die Stoffmasse (Gerthsen et al. 1989). Daraus folgt: Je höher die Wärmekapazität der die Röhre durchströmenden Flüssigkeit, desto mehr Wärme kann von dem umliegenden Gestein aufgenommen oder abgegeben werden, ohne daß es zu einer signifikanten Temperaturangleichung kommt. Besitzt die Flüssigkeit nur eine geringe Wärmekapazität, gleicht sich die Temperatur bereits auf sehr kurzen Wegstrecken an (Abb. 3.8). Die getestete Parameterspanne weicht bis zu zwei Größenordnungen von der normalen Kapazität ($1.0 \text{ cal} / (\text{g } ^\circ\text{C})$) des Wassers ab.

Setzt man hingegen eine hohe Wärmekapazität der Gesteinsmatrix voraus, kann viel Wärmeenergie von der Gesteinsmatrix an die Flüssigkeit abgegeben werden, ohne daß die Matrix sich deutlich abkühlt. Der Temperaturgradient zwischen Flüssigkeit und Gesteinsmatrix ändert sich folglich nur langsam. Bei hoher Kapazität des Gesteins kommt es zu einer schnelleren Angleichung der Temperatur des Wassers in der Röhre an die der Matrix. Dies zeigt die Sensitivitätsanalyse (Abb. 3.9).

3.3.2 Vergleich Röhre / Kluft

Für den Wärmetransport in lateral unendlich ausgedehnten Klüften existiert eine analytische Lösung (Carslaw und Jaeger, 1959), insofern man analoge Voraussetzungen wie für die Transportprozesse in Röhren trifft. Diese sind:

1. Konduktiver Transport findet nur senkrecht zur Kluft statt (siehe Abb. 3.10),
2. ausschließlich konduktiver Transport in der Matrix und
3. die Vernachlässigung der Wärmeleitung im Fluid.

Die eingehende Darstellung der analytischen Lösung mit Rand- und Startbedingungen findet sich in Renner (1996, S. 12). Sie wird unter Bezugnahme des Superpositionsprinzips umgesetzt. Die Berechnung der Temperatur in den Röhren erfolgt mit der halbanalytischen Lösung (in Kapitel 3.2.5).

In beiden Systemen wird die Wärmekonduktion nur orthogonal zur Begrenzung der Röhre bzw. Kluft angenommen. Das Verhältnis von Oberfläche zu Volumen ist für die Kluft $2/d$ bzw. für die Röhre $4/d$ (d : Durchmesser der Röhre bzw. Kluftweite). Um das gleiche Volumen-Oberflächen-Verhältnis zu erhalten, muß die Röhre einen Durchmesser besitzen, der der doppelten Kluftweite entspricht. Durch die Radialsymmetrie der Röhre

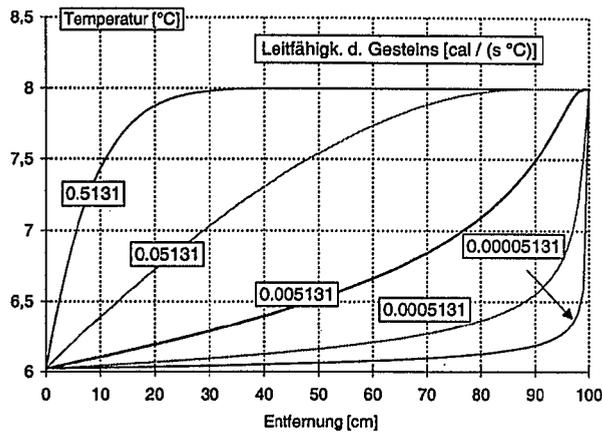


Abbildung 3.7: Einfluß der Wärmeleitfähigkeit [cal/(s °C)] der umliegenden Gesteinsmatrix auf den Temperaturverlauf innerhalb einer Röhre (100 Sekunden nach dem Impuls). Die Kurve für den Simulationsverlauf mit natürlichen Parametern ist jeweils dick hervorgehoben.

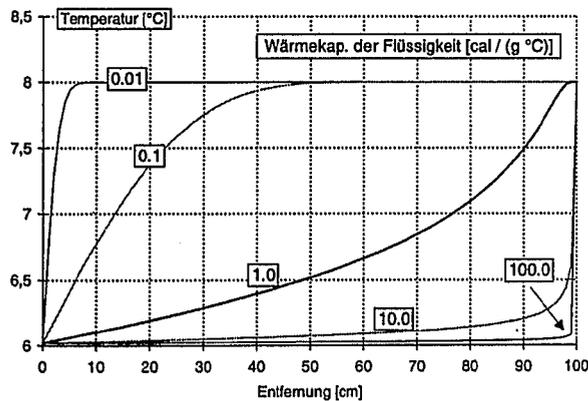


Abbildung 3.8: Sensitivität des Temperaturverlaufs in Abhängigkeit zur Wärmekapazität [cal / (g °C)] der Flüssigkeit (100 Sekunden nach dem Impuls).

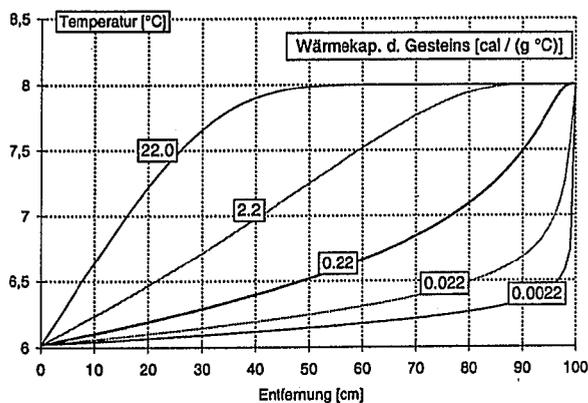


Abbildung 3.9: Sensitivität des Temperaturverlaufs in Abhängigkeit zur Wärmekapazität [cal / (g °C)] des umliegenden Gesteins (100 Sekunden nach dem Impuls).

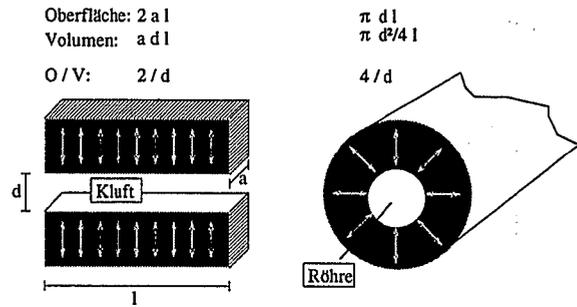


Abbildung 3.10: Wärmekonduktion in der Matrix für Kluft und Röhre.

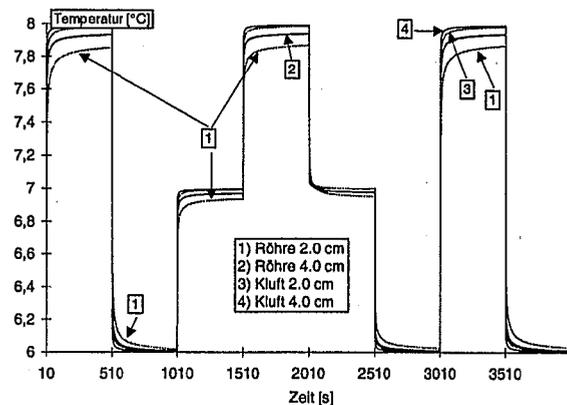


Abbildung 3.12: Durchbruchkurven für Röhren und Klüfte in 10 cm Entfernung vom Eingabeort der Impulse.

wird jedoch schneller Wärme ab- bzw. zugeführt, da mit zunehmender Entfernung von der Röhre das Verhältnis zwischen dem Volumen der Gesteinsmatrix und der Oberfläche der Röhre stärker zunimmt als für die Kluft. In den drei folgenden Abbildungen sind Durchbruchkurven an den Punkten 10, 100 und 1000 cm dargestellt. Die Temperaturimpulse zeigt Tabelle 3.2, die Randbedingungen und der Längsschnitt die Abb. 3.11.

Die in den Durchbruchkurven betrachtete Wärme wird konvektiv transportiert. Bei niedrigen Temperaturimpulsen kommt es aber auch zu einer Wärmeabgabe von der Gesteinsmatrix in die Röhre. Je größer der Durchmesser der Kluft bzw. Röhre ist, desto mehr Masse durchfließt sie bei gleicher Durchfließgeschwindigkeit. Die Durchbruchkurven für Röhren / Klüfte mit kleineren Durchmessern zeigen aufgrund des geringeren Energietransports niedrigere Amplituden sowohl bei

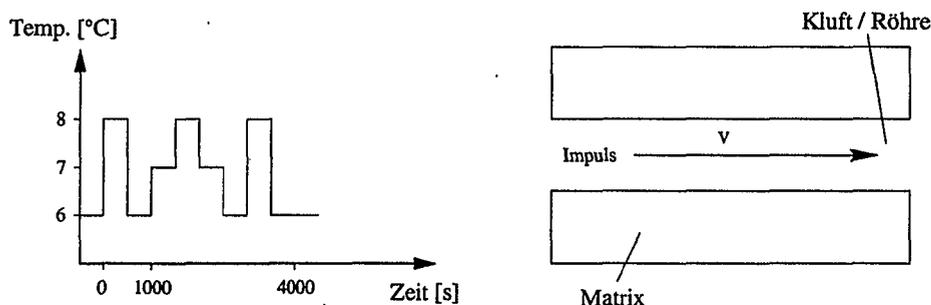


Abbildung 3.11: Die Temperaturimpulse (Tab. 3.2) werden an der einen Seite der Kluft / Röhre eingegeben. Nach 10, 100 bzw. 1000 cm wird dann die Durchbruchkurve betrachtet (siehe Abb. 3.12, 3.13 u. 3.14).

bis Zeitpunkt [s]	0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000
Temperatur [°C]	6.0	8.0	6.0	7.0	8.0	7.0	6.0	8.0	6.0

Tabelle 3.2: Zeitpunkte und Temperaturen der Impulse.

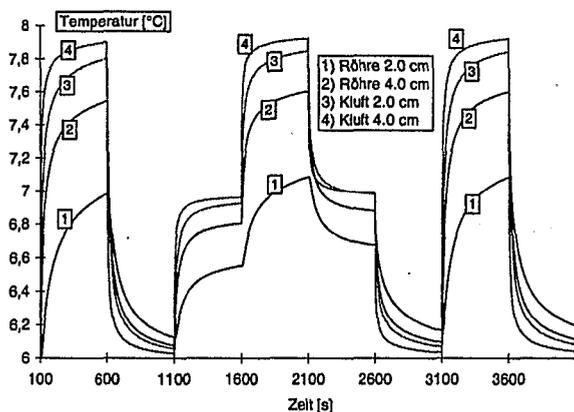


Abbildung 3.13: Durchbruchkurven für Röhren und Klüfte in 100 cm Entfernung vom Eingabeort der Impulse.

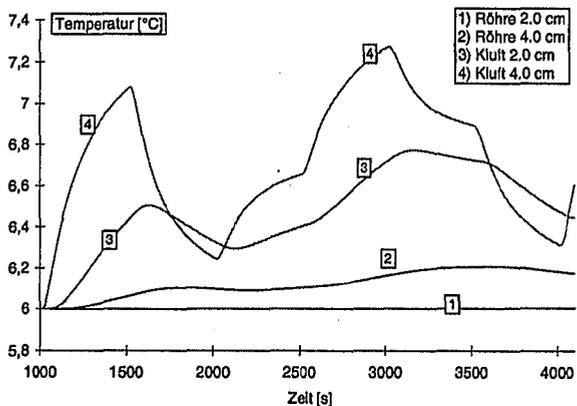


Abbildung 3.14: Durchbruchkurven für Röhren und Klüfte in 1000 cm Entfernung vom Eingabeort der Impulse.

Erhöhung wie auch bei Absenkung der Temperatur des Impulses (siehe Abb. 3.12, 3.13 u. 3.14). Bei geringeren Durchfluß wirkt sich der konvektive Transportterm gegenüber dem Speicherterm der Matrix schwächer aus.

Entfernt man sich vom Ort der Impulszugabe, tritt gleichfalls eine stärkere Dämpfung der Amplitude, aber auch eine Abrundung der Kanten der Durchbruchkurven auf. Die Kurve wird 'geglättet'. Mit der Entfernung von dem Ort des Impulses ist durch die Interaktion mit der Gesteinsmatrix Energie aus der Flüssigkeit abgegeben worden. Die Dämpfung entsteht durch Verminderung der Temperaturdifferenz durch den konduktiven Wärmetransport der Matrix. Die Abrundung der Kanten erfolgt durch die Zwischenspeicherung von Energie in der Gesteinsmatrix.

Kluft und Röhre besitzen aufgrund ihrer Geometrien und der für den konduktiven Transport in der Gesteinsmatrix getroffenen Voraussetzungen (isotrop und senkrecht zu Kluft / Röhre) quantitativ stark voneinander abweichende Transportprozesse. Nach Voraussetzung erfolgt der Energietransport von der Röhre in die Gesteinsmatrix radialsymmetrisch. In der Interaktion zwischen Kluft und Matrix ist hingegen eine geringere Matrixmasse in den Transport der Wärmeenergie involviert. Obwohl eine Kluft mit 2.0 cm mit einer

Röhre von 4.0 cm Durchmesser vom Volumen-Oberflächen-Verhältnis gleich ist, weichen die zugehörigen Durchbruchkurven voneinander ab. Die Begründung liegt im radialsymmetrischen konduktiven Transport in der die Röhre umgebenden Matrix, der schneller Wärmeenergie ab- bzw. zuführt (siehe Abb. 3.10). Dies läßt sich deutlich an den Durchbruchkurven erkennen. Selbst die Kluftöffnung mit einer Öffnungsweite von 2 cm und damit geringeren Volumen-Oberflächen-Verhältnis zeigt ein deutlicheres Temperatursignal als die Röhre mit 4 cm Durchmesser. Je weiter man sich vom Impulsort bei der Beobachtung entfernt (Abb. 3.13 u. 3.14), desto stärker wird der Einfluß der Matrix und damit die Abweichung zwischen Kluft und Röhre.

Die Durchbruchkurven der Röhren mit kleineren Durchmesser steigen während eines positiven Impulses nie so stark an wie die der größten Kluft (Abb. 3.12). Dafür fallen sie jedoch umso stärker bei niedrigen Impulstemperaturen. Die Erklärung findet sich in der Randbedingung der Gesteinsmatrix. Sie ist im Unendlichen gleich der ersten Impulstemperatur und somit auf 6 °C festgelegt. Je geringer das Volumen der durchströmten Röhre (Kluft), bzw. je günstiger die Energieabfuhr durch die Matrix ist, desto stärker wirkt sich die aktuelle Temperatur der Matrix aus.

Entfernt man sich vom Ort der Impuls-eingabe, dann weichen auch die Signale für die verschiedenen Geometrien voneinander ab (3.14). Bei geringem Durchmesser wirkt die Gesteinsmatrix verstärkt puffernd. Weniger Wärmeenergie wird heran- bzw. abgeführt, wodurch es länger dauert, bis entsprechende Maxima (Minima) der Kurve erreicht sind.

3.3.3 Verifikation durch analytische Lösung

Wie bereits erwähnt, konnte eine effizient auswertbare analytische Lösung weder durch Literaturstudium noch durch eigene mathematische Ansätze gefunden werden. Für einen Hohlzylinder mit Randbedingung 1. Art (kon-

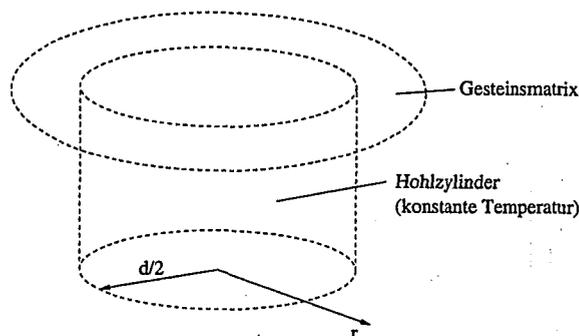


Abbildung 3.15: Zylindrischer Hohlraum mit angrenzender Gesteinsmatrix.

stante Temperatur an der Innenfläche) existiert eine analytische Lösung (siehe Abb. 3.15) nach Carslaw & Jaeger (S. 335, 1959). Im Folgenden wird ein Vergleich zwischen analytischer und der in 3.2.5 beschriebenen halbnumerischen Lösung zur Verifikation durchgeführt.

Hierzu wurde die den konduktiven Wärmetransport beschreibende PDGL 3.4 mit numerischer Rücktransformation gelöst und dann mit der analytischen Lösung verglichen. Für die analytische Lösung liegt allerdings keine geschlossene Darstellung vor. Sie wird je nach Wert auf zwei Zeitintervallen durch verschiedene Approximationen angenähert (siehe Häfner et. al., 1992; S. 599). Zwischen beiden Intervallen liegt eine größere Lücke. Somit werden nur für kleinere Zeiten die Temperaturverläufe untersucht. Zeitlich große Werte sind wenig aussagekräftig, da sich dann konstante Temperaturen im Bereich der Röhre entwickeln.

Für die beiden numerischen Ergebnisse ist eine gewisse Differenz zu erwarten. So handelt es sich bei der analytischen Lösung nur um Approximationen, die wiederum numerisch angenähert werden müssen (z. B. komplementäre Gaußsche Fehlerfunktion). Auch die numerische Rücktransformation nach Stehfest zeigt gewöhnlich Abweichungen zum exakten Wert von etwa 0.1 %. Die Abweichungen können in ungünstigen Fällen jedoch auch höher liegen (Stehfest, 1970).

Um beide Lösungen vergleichen zu können,

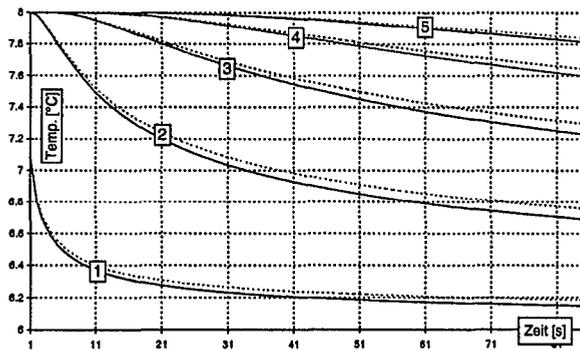


Abbildung 3.16: Temperaturentwicklung in der Matrix eines Hohlzylinders mit 4 cm Durchmesser in (1) 2.1 cm, (2) 2.5 cm, (3) 3.0 cm, (4) 3.5 cm und (5) 4.0 cm Entfernung vom Mittelpunkt der Röhre. Die Initialtemperatur beträgt 8°C und der Impuls im Hohlzylinder 6°C . Die durchgezogenen Linien stellen jeweils die Rechnungen nach der analytischen und die gestrichelten nach der halbanalytischen Lösung dar.

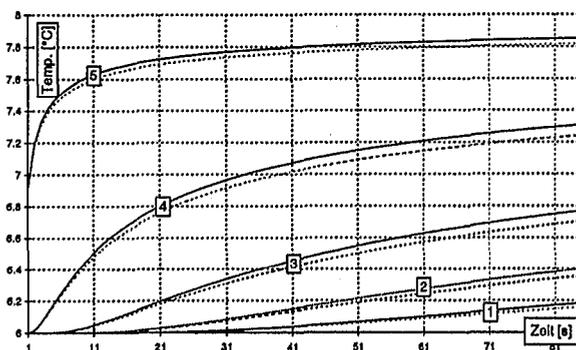


Abbildung 3.17: Temperaturentwicklung in der Matrix eines Hohlzylinders mit (1) 4.0 cm, (2) 3.5 cm, (3) 3.0 cm, (4) 2.5 cm und (5) 2.1 cm Entfernung vom Mittelpunkt der Röhre. Die Initialtemperatur beträgt 6°C und der Impuls im Hohlzylinder 8°C .

müssen für den Fall der numerischen Rücktransformation möglichst stationäre Bedingungen innerhalb der Röhre geschaffen werden. Dies wird durch Heraufsetzen der Wärmekapazität der Flüssigkeit auf $100\text{ cal}/(\text{g}^{\circ}\text{C})$ und einer hohen Strömungsgeschwindigkeit von 1000 cm/s erreicht. Dann wird ausgehend von 6°C (8°C) Initialtemperatur ein Impuls von 8°C (6°C) in die Röhre gegeben. Im Hohlzylinder wird die Starttemperatur auf 6°C (8°C) und in der Matrix auf 8°C (6°C) gesetzt.

In den Abbildungen 3.16 und 3.17 sind die Temperaturverläufe innerhalb der Matrix dargestellt. Zwischen den beiden Fällen zeigen sich leichte Diskrepanzen, die aber durch die unterschiedlichen Randbedingungen (stationäre Temperatur im Zylinder gegen instationäre im halbanalytischen Fall) sowie durch die bereits besprochenen numerischen Diskrepanzen hervorgerufen werden. Ansonsten ist aber in beiden Fällen eine gute prinzipielle Übereinstimmung im Kurvenverlauf erkennbar.

3.3.4 Verifikation der Diskretisierung

Im weiteren wird der Wärmetransport in komplexeren Röhrensystemen untersucht. Hierfür werden nun die Simulationen die bisher in einer Röhre durchgeführt wurden, auf mehrere Röhrenelemente ausgedehnt.

Zur Verifikation wird ein Röhrenelement von 2000 cm in zwei gleich lange Elemente zerlegt. Die Fließgeschwindigkeit beträgt 1 cm/s . Nach einer Verweildauer von 100 Sekunden bei 8°C erfolgt ein Temperaturimpuls von 6°C . Die Temperatureingabe des ersten Teilelementes dient als Eingabewert für das zweite Element. Da die Impulseingabe in das zweite Element nur für Intervalle und nicht als stetige sich verändernde Funktion möglich ist, muß der Temperaturverlauf der aus dem ersten Element stammt durch eine Stufenfunktion angepaßt werden. Hierfür wird die zeitliche Diskretisierung von 100 s gewählt; d. h.

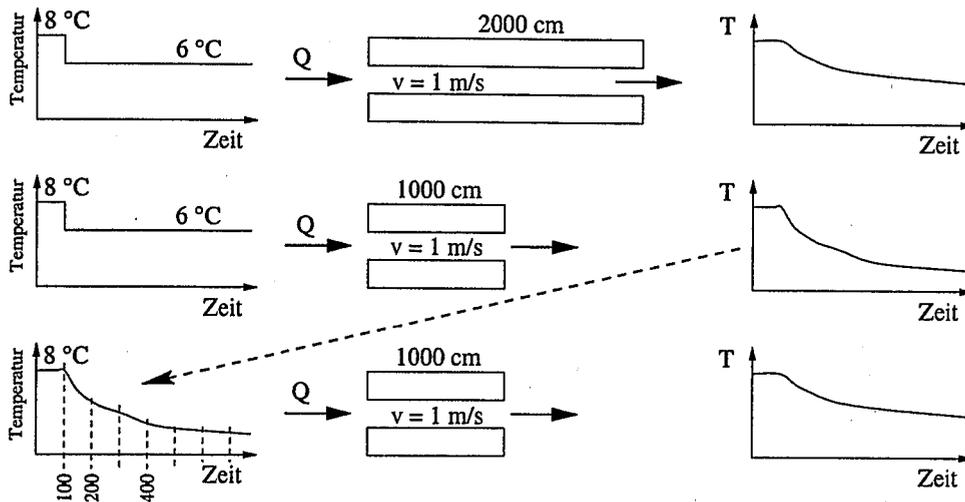


Abbildung 3.18: Simulationsaufbau für das Temperatursignal der Abbildung 3.19. In der linken Spalte ist das jeweilige 'Inputsignal' und in der rechten Spalte das 'Outputsignal' der Röhre dargestellt.

nur alle 100 s erfolgte die Ausgabetemperatur als Eingabeimpuls in die zweite Röhre (Abb. 3.18).

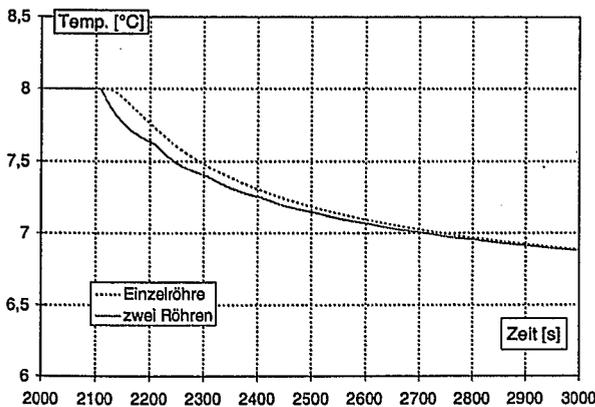


Abbildung 3.19: Temperatursignal am Ende einer 2000 cm langen Röhre, bzw. zweier 1000 cm langen Teilröhren. Die Initialtemperatur beträgt 8 °C und nach 100 Sekunden erfolgt ein Temperaturimpuls von 6 °C. Das Temperatursignal der ersten Teilröhre dient als Eingabeimpuls der zweiten bei einer zeitlichen Auflösung von 100 Sekunden. Während der gesamten Simulation werden die Röhren (20 cm Durchmesser) mit einer Geschwindigkeit von 1 cm/s durchflossen.

Die Signale sind in Abb. 3.19 dargestellt. Am Anfang ist eine deutliche Differenz zu erkennen. Die Simulation der Einzelröhre zeigt ein etwas zu spätes Eintreffen des Temperatursignals. Diese Diskrepanz ist auf das numerische Inversionsverfahren zurückzuführen. Im zeitlichen Verlauf kommt es jedoch zu einer guten Deckung der beiden Kurven. Das aus den zwei Einzelröhren resultierende Temperatursignal läßt die zeitliche Diskretisierung in 100 Sekunden noch in Form kleiner lokaler Maxima erkennen.

Obige Simulation dient nicht nur der Verifikation der geometrischen Diskretisierung, sondern auch zur Überprüfung der Richtigkeit der gefundenen Gleichungen und deren numerische Umsetzung. Ein Fehler in der Lösung der partiellen Gleichungen oder deren numerische Umsetzung würde zu einer deutlichen Diskrepanz bei unterschiedlichen geometrischen Diskretisierungen führen.

3.4 Simulation des Wärmetransports in einem Röhrennetz

3.4.1 Prozesse des Wärmetransports

Konvektiver Wärmetransport in Karstquiferen geht von drei unterschiedlichen Transportprozessen aus:

1. Transport im phreatischen Teil des Aquifers auf hydraulisch hochdurchlässigen Bahnen. Geometrisch werden sie in dieser Arbeit als Röhren angenommen.
2. Transport in gering durchlässigen Klüften, die aber miteinander in Kontakt stehen und an die hochdurchlässigen Bahnen (Röhren) gekoppelt sind. Wir bezeichnen sie als Feinkluftsystem oder auch als 'fissured system'.
3. Transport in hydraulisch hochdurchlässigen Klüfte / Röhren, die den vadosen Bereich queren und direkt in die Röhren des phreatischen Bereiches münden.

Dieses Konzept wurde bereits für die Simulationen der Karstgenese angewandt. Die obigen Transportprozesse bestimmten im ersten Teil der Arbeit die unterschiedliche Konzentration und Konzentrationsberechnung der Ca^{2+} -Ionen an den Knoten des Röhrensystems. Auch im Wärmetransport führt eine differenzierte Gewichtung der verschiedenen Transportprozesse zu unterschiedlichen Rand- und Startbedingungen an den Knoten.

Unter den Knoten des Röhrennetzes verstehen wir, wie auch im ersten Teil der Arbeit, lokale Punkte des Röhrennetzes, an denen im Zuge der Hydraulik Druckhöhen berechnet werden. Nur an den Knoten ist ein Zusammentreffen der unterschiedlichen Transportprozesse möglich, aber nicht zwingend. Treffen zwei oder allen drei verschiedenen

Transportprozesse aufeinander, dann erfolgt an diesem Knoten eine quantitativ gewichteten Berechnung (s. u.). Der neue Temperaturwert dient dann als Randbedingung für den Wärmetransport aller unterstromigen Röhren.

Treffen aus zwei Röhren Ströme mit unterschiedlichen Temperaturen zusammen, sind genau zwei Extremzustände nach Verlassen des Knotens möglich (siehe Abb. 3.20):

1. Ein von der Entfernung vom Zusammenfluß abhängiger Temperaturgradient existiert im unterstromigen Bereich des Knotens (= unvollständige Mischung am Knoten).
2. Eine Homogenisierung der Temperaturunterschiede hat unmittelbar am Knoten stattgefunden (= vollständige Mischung am Knoten).

Im allgemeinen wird keiner dieser Extremfälle in der Natur auftreten. Dafür sorgen im Falle des Wärme-, aber auch des Lösungstransports, Konduktion / Diffusion bzw. Dispersion innerhalb der Röhre. Unter Dispersion verstehen wir in dieser Arbeit die durch konvektiven Transport verursachte Abweichung gegenüber dem mittleren konvektiven Wert (s. u.). Diffusion und Konduktion sind gradientengesteuerte Prozesse, die folglich immer existieren, sobald lokale Konzentrations- bzw. Energieunterschiede existieren. Dispersion in Strömungsfeldern läßt sich noch weiter in Mikro- und Makrodispersion aufteilen. Letztere entsteht durch den Transport auf unterschiedlichen Bahnen. Mikrodispersion unterliegt hingegen kleinmaßstäblichen Geschwindigkeitsabweichungen (Genske, 1996).

Makrodispersion entsteht im Karstquifer durch Wahl unterschiedlicher Transportwege innerhalb des Kluftnetzes. Die Mikrodispersion unterliegt hingegen Unterschieden im Geschwindigkeitsprofil innerhalb einer Karströhre. Letztere wird durch den Dispersionskoeffizienten D [m^2/s] in Gleichung 3.28 be-

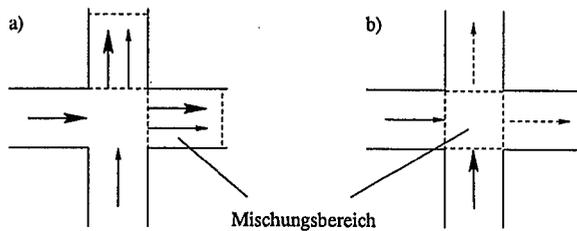


Abbildung 3.20: Konzepte der Mischung an Kluft- oder Röhrenkreuzungen. Im Fall (a) erfolgt die Mischung noch nicht im Kreuzungsbereich, sondern zieht sich entlang der unterstromigen Röhren. Den weiteren Extremfall mit vollständiger Mischung im Knoten zeigt Fall (b).

schrieben. Eine weitere Behandlung der Mikrodispersion unterbleibt aber im folgenden.

Setzen wir laminare Strömungsverhältnisse im Röhrensystem voraus, ist die Parametergleichung der Ströme an einer Kluftkreuzung eine Funktion der Geschwindigkeit v [m/s] und des Diffusions- bzw. Konduktionskoeffizienten D_k [m²/s]. Sie wird durch die dimensionslose Peclet-Zahl

$$P = \frac{vr}{D_k}$$

mit dem charakteristischen Radius r [m] der Kluftkreuzung beschrieben (Berkowitz et al., 1994). Hohe Geschwindigkeiten im Bereich der Kluftkreuzung führen zu geringeren Vermischungen im Kreuzungsbereich zweier Röhren (Smith & Schwartz, 1993). Robinson & Gale (1990) zeigen, daß bei sehr hohen Fließgeschwindigkeiten durch turbulentes Strömen die Vermischung sogar vernachlässigbar ist.

Unter laminaren Strömungszuständen kann allerdings eine Vernachlässigung der Stromlinien, bzw. der Diffusion als Mischungsprozeß, zu einem signifikanten Unterschied im Ergebnis führen (Hull et al., 1987). In diesen Fällen ist eine Betrachtung der quantitativen Abflüsse unter Berücksichtigung der Stromlinien für die unterstromigen Röhren angebracht.

Dennoch wird in dem in dieser Arbeit beschriebenen Modellansatz die vollständige Durchmischung an den Knoten angenommen.

Hohe Temperaturunterschiede zwischen unterschiedlichen Strömungswegen sind im wesentlichen nach starken Niederschlagsereignissen zu erwarten. Kleinere Niederschläge zeigen für die Identifikation des Röhrensystems keine relevanten Temperaturabweichungen (vergl. Kap. 4.1). Tritt jedoch ein starker Zufluß durch die hydraulisch hochwirksamen Wege des vadosen Bereichs in den Röhren auf, erhöht sich entsprechend die Fließgeschwindigkeit, und turbulentes Fließen herrscht vor. Es kommt zu einer starken Vermischung.

Röhren mit geringem Durchmesser, in denen laminares Fließen existiert, führen schon nach kurzen Wegstrecken zu einer Temperaturangleichung an die Temperatur der Gesteinsmatrix (siehe Kap. 4.1). Diese Röhren sind für die Betrachtung erst relevant, wenn sie auf Röhren mit schnellem Durchfluß und großen Radien treffen. In diesen herrscht aber meist turbulentes Strömen, das zu einer vollständigen Vermischung bereits im Kreuzungsbereich führt. Aus oben genannten Gründen wird im Modell von einer vollständigen Durchmischung am Knoten des Röhrensystems ausgegangen.

Die Temperatur für einen Knoten wird wie folgt berechnet:

$$T_{node} = \frac{T_{sol}\Gamma + T_{dir}Q_{dir} + \sum_{i=1}^4 T_{R_i}Q_i}{\Gamma + Q_{dir} + \sum_{i=1}^4 Q_i} \quad (3.34)$$

Hierbei bildet Γ [m³/s] den Zufluß aus dem Feinkluftsystem mit der Temperatur T_{sol} [°C], Q_{dir} [m³/s] ist der direkte Zufluß mit der entsprechenden Temperatur T_{dir} [°C] und Q_i [m³/s] ist der Zufluß aus der oberstromigen Röhre i . Ihre Temperatur T_{R_i} [°C] berechnet sich aus der Impulstemperatur des oberstromigen Knotens und den entsprechenden Parametern der Röhre. Zu Beginn der Simulation wird die Anfangstemperatur an den Knoten gleich der Matrixtemperatur gesetzt.

3.4.2 Zeitliche Variation des Impulses

Die bisherigen Gleichungen behandeln das Eintreffen eines einzigen Impulses T_{imp} zum Zeitpunkt $t > 0$ in einer Röhre. Für die Simulation der instationären Strömung im Röhrensystem ist dies noch nicht ausreichend. Da die den Wärmetransport beschreibenden partiellen Differentialgleichungen linear sind, kann das Superpositionsprinzip angewendet werden. Dieses Prinzip besagt, daß die lineare Kombination von Lösungen einer homogenen linearen PDGL wiederum eine Lösung der PDGL ist. Seien $T_{imp,k}$ die Temperaturimpulse zu den Zeitpunkten t_k ($k = 0, 1, 2, \dots, n$) und $u(z, t)$ eine Lösung der PDGL 3.7 mit $T_0 = 0$ und $T_{imp} = 1$, dann ist

$$T_{fl}(z, t) = \quad (3.35)$$

$$T_{imp,0} + \sum_{k=1}^n (T_{imp,k} - T_{imp,k-1}) * u(z, t - t_{k-1})$$

eine Lösung für $t > t_n$.

3.4.3 Instationäre Strömungsbedingungen

In der Natur ändert sich nach Niederschlagsereignissen die Durchflußrate in Karströhren deutlich. Im Programm CAVE wird das Strömungsfeld pro Zeitschritt (TIMESTEP in MODFLOW) neu berechnet. Damit ändert sich aber auch die den Transport in der Röhre beschreibende PDGL 3.7. Unter Verwendung der Heaviside-Funktion läßt sich aber auch das bereits entwickelte Konzept der Superposition auf den instationären Fall anwenden. Die Heaviside-Funktion ist wie folgt definiert (siehe Abb. 3.21):

$$H(x) = 1 \quad \text{für } x > 0$$

$$H(x) = 0 \quad \text{für } x \leq 0.$$

Sei v_i die Geschwindigkeit in der Röhre zum Zeitpunkt t_i und $t_i < t_{i+1}$ mit $i \in 1, \dots, n$,

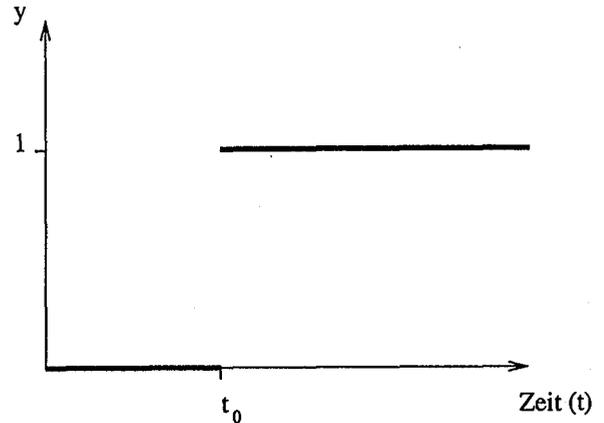


Abbildung 3.21: Verlauf der Funktion $H(t - t_0)$.

dann gilt zum Zeitpunkt t mit $t_{n_0} < t \leq t_{n_0+1}$:

$$\begin{aligned} v_{n_0} &= 0 + v_{n_0} + 0 \\ &= \sum_{i=1}^{n_0-1} (v_i - v_i) + (v_{n_0} - 0) + 0 \\ &= \sum_{i=1}^{n_0-1} (H(t - t_i) - H(t - t_{i+1}))v_i \\ &\quad + (H(t - t_{n_0}) - H(t - t_{n_0+1}))v_i \\ &\quad + \sum_{i=n_0+1}^n (H(t - t_i) - H(t - t_{i+1}))v_i \\ &= \sum_{i=1}^n (H(t - t_i) - H(t - t_{i+1}))v_i. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Setze $H(\tilde{n}) = \sum_{i=1}^n (H(t - t_i) - H(t - t_{i+1}))v_i$, dann erhält man zur Beschreibung des Wärmetransports anstelle von 3.7 eine PDGL der Form

$$\frac{\partial T_{fl}}{\partial t} = \kappa' \frac{A}{V} \frac{\partial T_{sol}}{\partial r} \Big|_{(r=\frac{d}{2})} - H(\tilde{n}) \frac{\partial T_{fl}}{\partial z}, \quad (3.37)$$

die den instationären Fluß in der Röhre beschreibt. Für die obige PDGL konnte keine geeignete Laplacetransformation gefunden werden, die eine Lösung der gewöhnlichen DGL des Laplaceraums noch ermöglicht. Somit wird im folgenden nur der stationäre Fall, d. h. unter zeitlich konstanter Rohrströmung, betrachtet. Der Wärmetransport bei instationärer Strömung wird im Kapitel 3.6, S.68 behandelt.

3.4.4 Verifikation von CAVE mit dem Programm SINGLE

Um das Konzept und dessen Umsetzung in das Programmpaket CAVE zu überprüfen, wird der Wärmetransport in einer 100 m lange Röhre mit dem Programm SINGLE berechnet. Für das Programm CAVE wurde die Röhre in zwei einzelne Röhren mit 50 m Länge zerlegt. Der Durchmesser der Röhre beträgt 20 cm. In der Simulation mit CAVE wird Direktzufluß (= direkte GWN) nur an einem Ende der Röhre mit 6 °C eingegeben. Weitere Zuflüsse in die Röhre existieren nicht. Die aus der Rechnung von CAVE resultierende Strömungsgeschwindigkeit von 0.20053 cm/s dient dann als Eingabeparameter für die Simulation mit SINGLE.

Die Gesamtsimulationsdauer von 7400000 Sekunden wurde für die Rechnung mit CAVE in einzelne Intervalle von 9250 Sekunden unterteilt. Wir erkennen eine gute Übereinstimmung der Temperaturkurven (Abb. 3.22). Da das Programm SINGLE keine Superposition verwendet und außerdem nur eine Laplaceinversion nötig ist, sind numerische Abweichungen zu erwarten. Trotzdem sind die Unterschiede gering.

Für die Überprüfung des Programmpakets CAVE wird eine 9000 cm lange Röhre mit einem Durchmesser von 20 cm verwendet. Unter variierendem Volumenstrom wird sie einmal im ganzen und danach in zwei gleich langen Röhren durchflossen. Da das Temperatursignal sich nur während eines Berechnungsschritts fortpflanzen kann, wird für die Simulation mit zwei Röhren mit einer doppelten Zeitdiskretisierung der einzelnen Zeitschritte wie für die Einzelröhre gerechnet. Beide Temperaturkurven zeigen eine sehr gute Übereinstimmung und sind, da fast deckungsgleich, in den beiden Abbildungen 3.23 und 3.24 getrennt dargestellt.

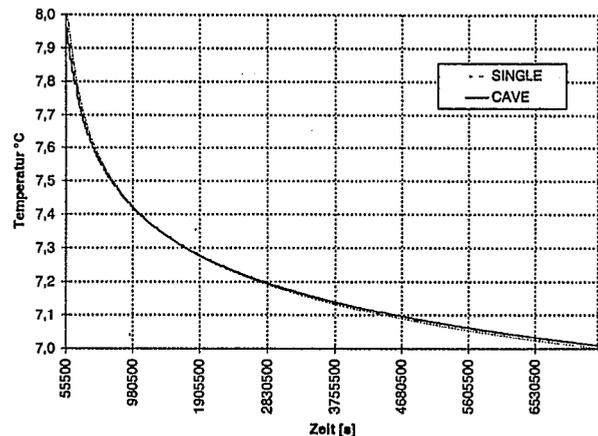


Abbildung 3.22: Durchbruchkurven der Programme CAVE und SINGLE beim Durchfluß durch eine 100 m lange Röhre mit 20 cm Durchmesser. Der Zufluß erfolgt mit 6 °C bei einer Initialtemperatur von 8 °C. Die Kurven sind fast deckungsgleich.

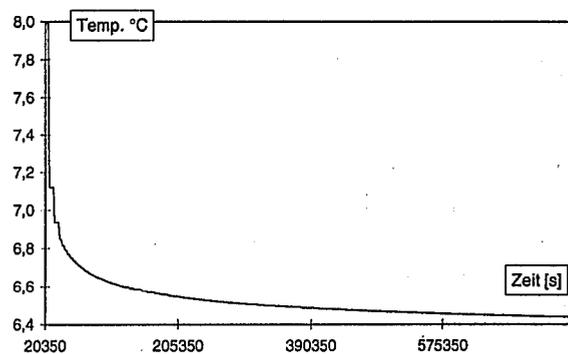


Abbildung 3.23: Durchbruchkurve einer 9000 cm langen Röhre unter variierendem Volumenstrom. Die Temperatur des Direktzuflusses beträgt 6 °C und die Initialtemperatur 8 °C.

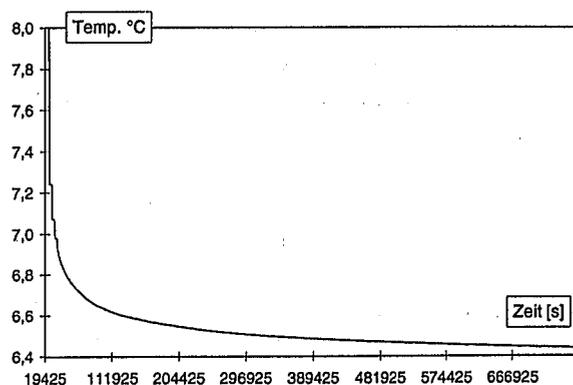


Abbildung 3.24: Durchbruchkurve zweier hintereinander geschalteter 4500 cm langen Röhren. Ansonsten herrschen dieselben Start- und Randbedingungen wie in der in Abbildung 3.23 dargestellten Simulation.

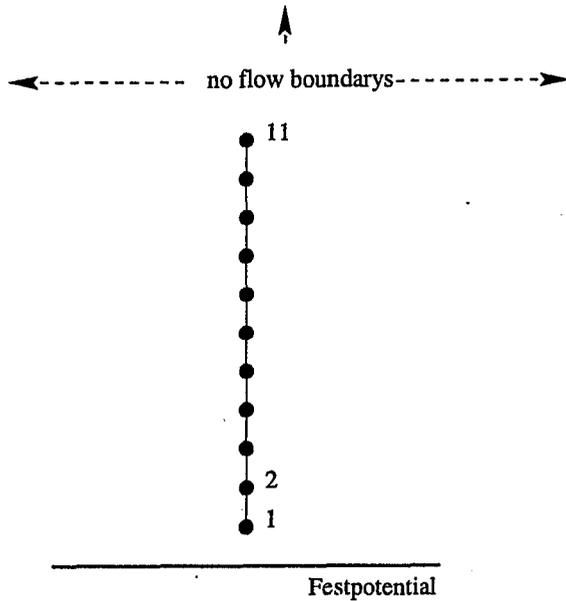


Abbildung 3.25: Schematisches Modellgebiet der Sensitivitätsanalysen.

3.5 Sensitivitätsanalysen

Das Modellgebiet (Schema siehe Abb. 3.25) für die Sensitivitätsanalyse des Wärmetransports ist aus 20×37 Zellen aufgebaut. Jede einzelne Zelle hat eine Kantenlänge von 10 Metern. Einer der kürzeren Ränder wird auf 20.0 m Festpotential gesetzt. Alle übrigen sind 'no flow boundaries'. Vom Festpotentialrand ausgehend wird in die Mitte ein kurzes Röhrensystem, bestehend aus 11 Knoten mit 10 Röhren, gelegt. Entsprechend den Zellen ist ein Röhrenelement 10 m lang. Die Grundwasserneubildung wird auf 1.0×10^{-8} m/s gesetzt. Sie erfolgt während der 7585000 Sekunden langen Simulationsdauer gleichmäßig über das Modellgebiet.

Die 40 Stressperioden sind nochmals in 20 Wärmezeitschritte unterteilt. Der Durchmesser jeder Röhre beträgt in allen Sensitivitätsanalysen 20.0 cm. Im weiteren wird die Impulstemperatur, mit der Wasser als Direktzufsusses in die Röhre eintritt, auf 6°C festgesetzt. Die Temperatur der Gesteinsmatrix beträgt hingegen 8°C . Sie entspricht damit auch der Initialtemperatur aller Knoten am Beginn der Rechnung.

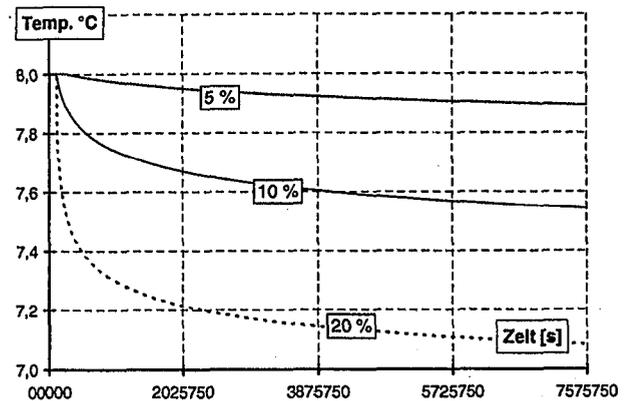


Abbildung 3.26: Temperatursignal an der Quelle mit unterschiedlichem Anteil an Direktzufsusses in das Röhrensystem. Die Initialtemperatur in Röhre und Matrix beträgt 8°C und die Impulstemperatur 6°C . Die Röhren werden je nach Anteil des Direktzufsusses mit 0.10026 cm/s, 0.2005 cm/s und 0.40107 cm/s durchströmt.

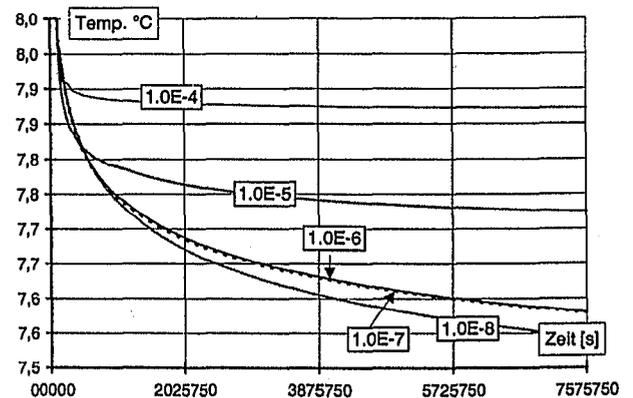


Abbildung 3.27: Sensitivitäten des Austauschkoefizienten auf das Temperatursignal an der Quelle. Als Direktzufsusses mit 6°C wurden 10 Prozent der Grundwasserneubildung in den der Quelle entferntesten Knoten gegeben.

Zunächst wird die Zugabe von direkter Grundwasserneubildung in den vom Festpotentialrand entferntesten Knoten untersucht. Ein weiterer Zufluß z. B. durch Austausch mit dem Feinkluftsystem unterbleibt. Die direkte Folge einer Erhöhung des Direktzuflusses (= direkte GWN) in die Röhre ist eine höhere Durchflußgeschwindigkeit. Mit steigender Durchflußgeschwindigkeit nimmt der konvektive Teil der Transportgleichung zu. Folglich sind stärkere Temperaturabnahmen in der Quelle bei erhöhtem Direktzufluß zu erwarten.

In der Simulation mit 20 % direkter GWNeubildung wird mit 7.0845 °C die stärkste Temperaturabweichung erreicht (Abb. 3.26). Gibt man nur 10 Prozent der Grundwasserneubildung in die Röhre, wird eine Temperatur von 7.5433 °C und mit 5 Prozent nur eine von 7.8919 °C erreicht.

In allen Kurven kommt es innerhalb der ersten $11 \cdot 10^6$ Sekunden zum stärksten Abfall. Danach fällt die Temperatur am Ende der Röhre zwar weiterhin monoton ab, aber mit deutlich geringerem Gefälle. Dieser Effekt wird durch die Wärmezufuhr aus der Matrix hervorgerufen. Durch konvektive Energieabfuhr durch die Röhre kommt es in der Matrix zu einem steileren Temperaturgradienten, sodaß mit der Zeit der konduktive Term der Transportgleichung immer stärker wird.

Im folgenden wird der Einfluß des Austauschkoefizienten untersucht. Durch Zufluß aus dem Feinkluftsystem tritt Wasser mit 8 °C Initialtemperatur in die Röhre. Wird weiterhin Wasser als Direktzufluß in die Röhre eingegeben, mischen sich die Zuflüsse an den Knoten vollständig (siehe Kap. 3.4.1). Hohe Austauschkoefizienten in Verbindung mit einem gleichbleibenden Direktzufluß führen folglich zu einem geringeren Temperatursignal an der Quelle. Abbildung 3.27 zeigt dieses Verhalten deutlich. In dieser Simulation kann an allen Knoten, auch an dem des Direktzuflusses, Wasser aus dem Feinkluftsystem entsprechend dem Austauschkoefizienten eintreten. Je größer der Austauschkoefizient, desto

höher der Durchfluß und desto schneller erreicht das Temperatursignal die Quelle.

Zwischen den Simulationen mit den Koeffizienten 10^{-6} m²/s und 10^{-7} m²/s herrscht ein auffällig geringe Temperaturdifferenz. Der Temperaturverlauf der Simulation mit dem Koeffizienten 10^{-8} m²/s weicht von diesen deutlich ab. In dieser Simulation fließt in den von der Quelle entferntesten Knoten kein Wasser des Feinkluftsystems in die Röhre. Bei den anderen Koeffizienten trat dieser Austausch noch auf. Da an diesem Knoten auch der Direktzufluß erfolgt, kommt es durch die fehlende Mischung mit Wasser des Feinkluftsystems zur deutlichen Temperaturabweichung, die sich dann bis zur Quelle hin bemerkbar macht. Anscheinend ist die Lokalität der Zuflüsse, bedingt durch die Annahme der vollständigen Mischung, auch entscheidend für den weiteren Temperaturverlauf.

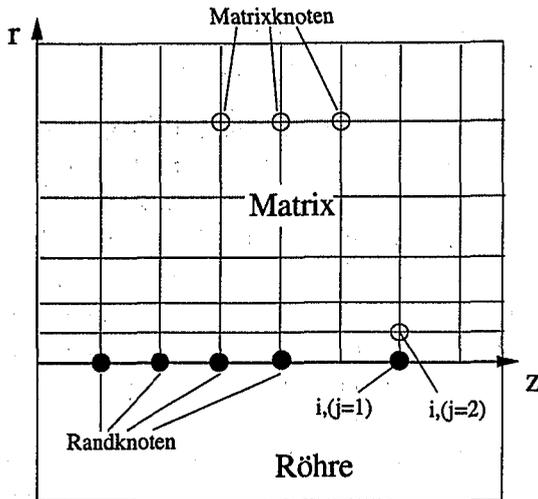


Abbildung 3.28: Anordnung und Indizierung der Röhren- und Matrixknoten für die Finite Differenzen.

3.6 Wärmetransport bei instationärer Strömung

3.6.1 Numerische Umsetzung

Die bisher verwendete Lösung des Wärmetransports diente dem Verständnis der Transportprozesse für stationäre Strömung. Für den Wärmetransport bei instationärer Strömung stellt sie keine brauchbare Lösung der partiellen Differentialgleichung (PDGL) dar. Unter instationären Strömungsbedingungen muß die PDGL mit numerischen Methoden gelöst werden. Aufgrund der Einfachheit und Überschaubarkeit wird das Finite-Differenzenverfahren verwendet, welches auf der Approximation der Differentialquotienten durch Differenzenquotienten beruht.

Hierzu wird ein entlang der Röhre äquidistantes knotenzentriertes Gitter gewählt. Die senkrecht zur Röhre orientierten Differenzen sind hingegen bis auf die ersten vier gleich großen Schrittweiten nicht äquidistant, sondern vergrößern sich mit einem Streckungsfaktor, wenn man sich von der Röhre entfernt (siehe Abb. 3.28).

Ersetzt man die Differentialquotienten in Gleichung 3.7 durch Differenzenquotienten,

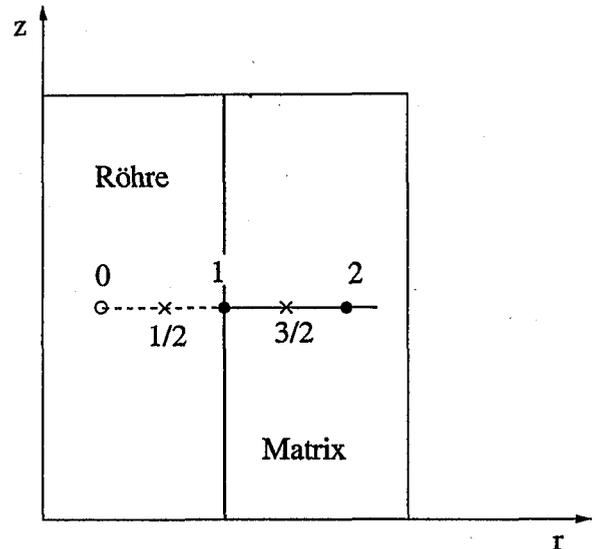


Abbildung 3.29: Anordnung und Indizierung der Röhren- und Matrixknoten für die Finite Differenzen am Übergang von der Matrix zur Röhre.

ist die Temperatur in der Röhre zum $(k+1)$ -ten Zeitschritt:

$$T_{i1}^{k+1} = T_{i1}^k + \Delta t \kappa' \frac{A}{V} \left(\frac{\partial T_{sol}}{\partial r} \right)_{i1}^k - v \Delta t \left(\frac{T_{i,1}^k - T_{i-1,1}^k}{\Delta z} \right) \quad (3.38)$$

Hierbei bedeuten Δt und Δz die Diskretisierungen der Zeit und des Raumes entlang der z -Richtung.

Der Temperaturgradient am Übergang von der Matrix zur Röhre wird durch Einführung zweier zusätzlicher Hilfspunkte berechnet (siehe Abb. 3.29). Durch Wahl der Hilfspunkte $r_{1/2}$ und $r_{3/2}$ läßt sich der Gradient wie folgt approximieren:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_1 \approx \frac{T_{3/2} - T_{1/2}}{r_{3/2} - r_{1/2}} \quad (3.39)$$

Die Differenzengleichung an der Stelle $r = r_1$ lautet:

$$\frac{T_1^{k+1} - T_1^k}{\Delta t} = \frac{\kappa r_{3/2} \frac{T_2^k - T_1^k}{r_2 - r_1} - r_{1/2} \frac{T_1^k - T_0^k}{r_1 - r_0}}{r_1 r_{3/2} - r_{1/2}} \quad (3.40)$$

Einfache Umformungen ergeben dann

$$\frac{T_1^k - T_0^k}{r_1 - r_0} = \frac{r_{3/2} T_2^k - T_1^k}{r_{1/2} r_2 - r_1} - \frac{r_1(r_{3/2} - r_{1/2}) T_1^{k+1} - T_1^k}{r_{1/2} \kappa \Delta t} \quad (3.41)$$

Gewichtete Mittelung für den Wärmefluß am Übergang von der Gesteinsmatrix zur Röhre ergibt

$$2r_1 \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_1^k = r_{1/2} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{1/2}^k + r_{3/2} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{3/2}^k \quad (3.42)$$

und diese in Finite Differenzen geschrieben:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_1^k = \frac{r_{1/2}}{2r_1} \left(\frac{T_1 - T_0}{r_1 - r_0} \right)^k + \frac{r_{3/2}}{2r_1} \left(\frac{T_2 - T_1}{r_2 - r_1} \right)^k \quad (3.43)$$

Einsetzen von Gleichung 3.41 in 3.43 ergibt:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_1^k = \frac{r_{3/2} T_2^k - T_1^k}{r_1 r_2 - r_1} - \frac{r_{3/2} - r_{1/2}}{2\kappa} \frac{T_1^{k+1} - T_1^k}{\Delta t} \quad (3.44)$$

Setzt man diesen Gradienten in die Finite-Differenzgleichung 3.38 ein, ergibt sich:

$$T_{i1}^{k+1} = T_{i1}^k + \frac{\Delta t \kappa' \frac{A}{V} \frac{r_{3/2} T_2^k - T_1^k}{r_1 r_2 - r_1} - v \Delta t \frac{T_{i1}^k - T_{i-1,1}^k}{\Delta z}}{1 + \kappa' \frac{A}{V} \frac{r_{3/2} - r_{1/2}}{2\kappa}} \quad (3.45)$$

Die in Zylinderkoordinaten geschriebene Konduktionsgleichung 3.4 ergibt in Differenzen umgesetzt:

$$T_{ij}^{k+1} = T_{ij}^k + \kappa \frac{1}{r_j} \Delta t \left(\frac{(r_j + r_{j+1})(T_{ij+1}^k - T_{ij}^k)}{\Delta r_j (\Delta r_{j-1} + \Delta r_j)} - \frac{(r_{j-1} + r_j)(T_{ij}^k - T_{ij-1}^k)}{\Delta r_{j-1} (\Delta r_{j-1} + \Delta r_j)} \right) \quad (3.46)$$

Die Temperaturen in der Röhre und in der Gesteinsmatrix sind nur durch den Temperaturgradienten am Übergang zwischen Röhre und Matrix gekoppelt. Ihre Berechnung erfolgt zwar separat, aber im ständigen Wechsel. D. h. während eines Zeitschritts im Wärmemodul wird erst die Konduktions- und dann die Konvektionsgleichung gelöst.

Stabilitätskriterien

Explizite Lösungsverfahren beinhalten immer eine gewisse Einschränkung an die Diskretisierung der Zeit oder des Ortes. Ansonsten werden die Verfahren instabil oder führen zu falschen Ergebnissen.

Als erstes und wesentliches Kriterium sei hier das **Courant-Kriterium** für konvektiven Transport genannt:

$$Co = |\Delta t v / \Delta z| \leq 1. \quad (3.47)$$

Es stellt sicher, daß die Stoff- oder Wärmemenge, die eine Zelle in einem Zeitschritt Δt abgibt, nicht höher ist als die zu Beginn des Zeitschritts enthaltene Menge.

Das **Neumann-Kriterium** stellt sicher, daß Gradienten nicht durch Dispersion, Diffusion oder Konduktion allein umgekehrt werden können (Richtmyer und Morton, 1967). In der Röhre existieren diese Prozesse nicht. Es gilt daher nur für den Transport in der Matrix. Durch die nicht äquidistante Unterteilung wird in der Umsetzung das Kriterium nur für die ersten vier äquidistanten Gitter an der Röhre berechnet. Es heißt dann

$$\frac{\Delta r^2}{\frac{\lambda_{sol}}{c_{sol} \rho_{sol}}} \geq 2\Delta t \quad (3.48)$$

und ist für jeden Parametersatz in den Simulationen zu ermitteln.

Weiterhin ist noch zu gewährleisten, daß es nicht zu einer Umkehr des Gradienten im Gestein durch den Wärmestrom von Gestein in die Röhre kommt. Um diese Umkehr zu vermeiden, muß gelten:

$$\Delta t \leq 0.5 \Delta r \frac{\rho_{fl} c_{fl}}{\lambda_{sol} A}. \quad (3.49)$$

Weitere Details finden sich in Renner (1996).

3.6.2 Verifizierung des numerischen Moduls

Die Verifikation der numerischen Umsetzung der Transportgleichung erfolgt mit der in Ka-

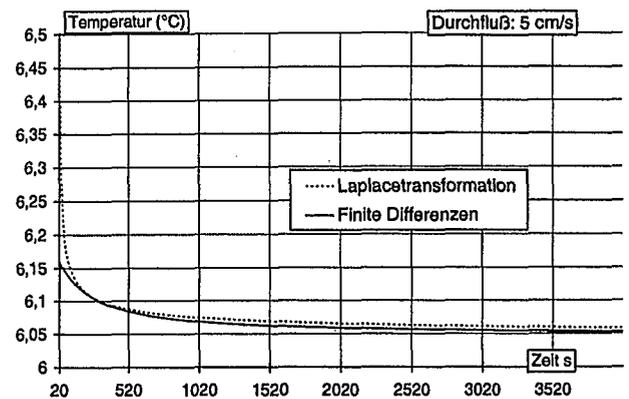


Abbildung 3.30: Vergleich der Durchbruchkurven einer 100 cm langen Röhre der halbanalytischen mit der rein numerischen Lösung. Der Durchmesser der Röhre betrug 5.0 cm.

pitel 3.2.4 dargestellten Laplacetransformation und deren numerischer Rücktransformation. Kritisch ist der Übergangsbereich zwischen Matrix und Röhre. Der Energieaustausch erfolgt durch den Temperaturgradienten an dieser Stelle. Da beide Temperaturen, nämlich die Temperatur in der Gesteinsmatrix und die Temperatur in der Röhre alternierend, aber separat berechnet werden, ist ein Fehler zu erwarten! Insbesondere zeigt sich eine Abhängigkeit von der Diskretisierung der Matrix, die den Gradienten zwischen den beiden Systemen bestimmt. Für die erste Schrittweite in Richtung Matrix wird der empirisch ermittelte Wert von 1.6 cm verwendet. Simulationen mit diesem Wert zeigen die geringsten Abweichungen zur halbanalytischen Lösung.

In den Verifikationen zeigt sich eine gute Übereinstimmung zur halbanalytischen Lösung, solange der konvektive Anteil stark ist. Tritt er gegenüber dem konduktiven zurück, treten Differenzen auf (siehe Abb. 3.30, 3.31, 3.32 u. 3.33). Die durchgeführten Rechnungen zeigen geringe Abweichungen auch für kleine Durchmesser bis zu 5.0 cm. Noch kleinere Durchmesser sollten in den Simulationen nicht verwendet werden! Sie sind nach Kapitel 4.1 auch nicht nötig, da für

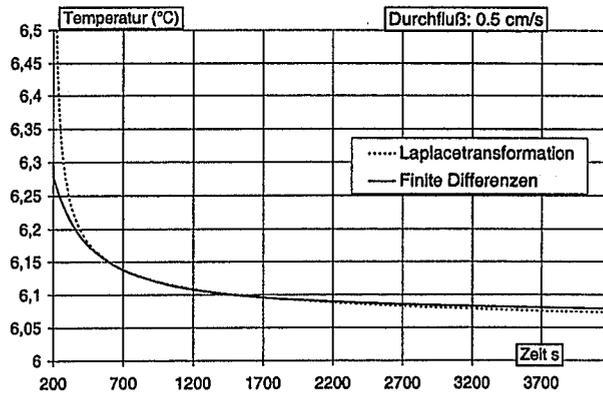
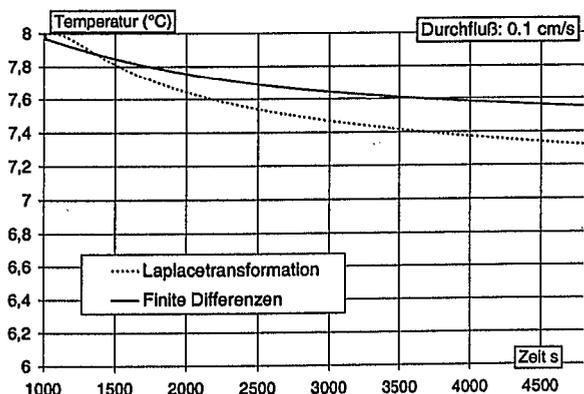
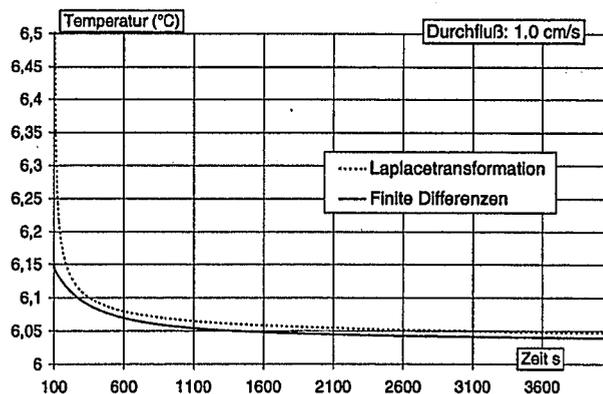
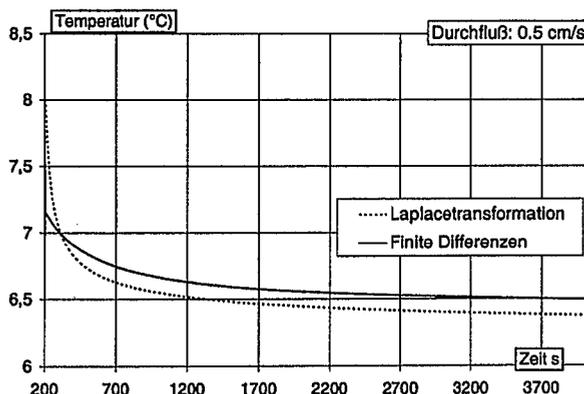
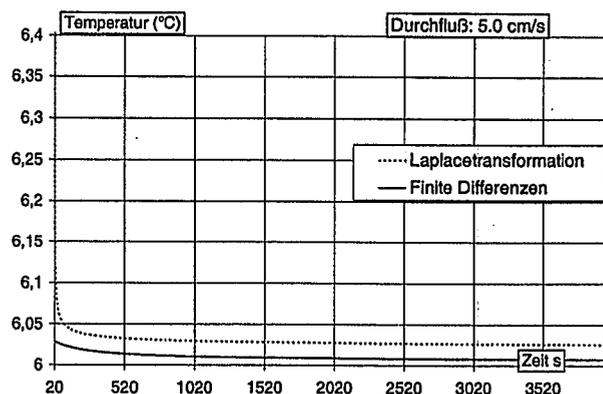
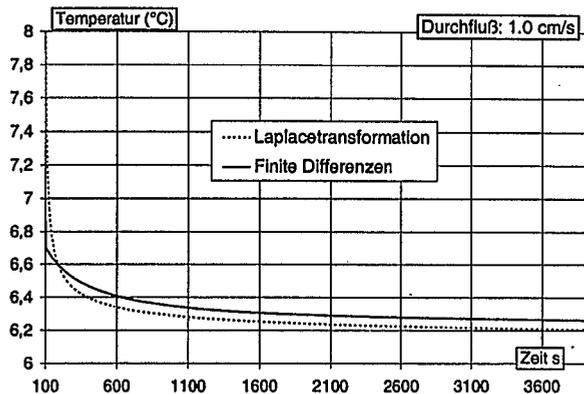


Abbildung 3.31: Vergleich der Durchbruchkurven einer 100 cm langen Röhre der halb-analytischen mit der rein numerischen Lösung unter verschiedenen Durchflußgeschwindigkeiten. Der Durchmesser der Röhre betrug 5.0 cm.

Abbildung 3.32: Vergleich der Durchbruchkurven einer 100 cm langen Röhre der halb-analytischen und der rein numerischen Lösung unter verschiedenen Durchbruchgeschwindigkeiten. Der Durchmesser der Röhre betrug 20.0 cm.

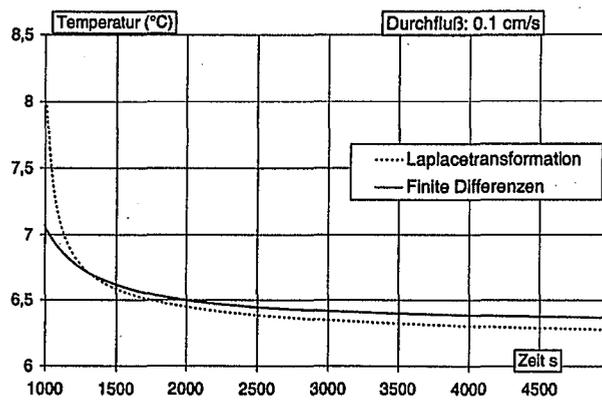


Abbildung 3.33: Vergleich der Durchbruchkurven einer 100 cm langen Röhre nach der halbanalytischen und der rein numerischen Lösung. Der Durchmesser der Röhre betrug 20.0 cm.

kleinere Karströhren nur bei extrem hohen Durchflußgeschwindigkeiten ein Temperatursignal zu erwarten ist.

Kapitel 4

Anwendung des Wärmetransports

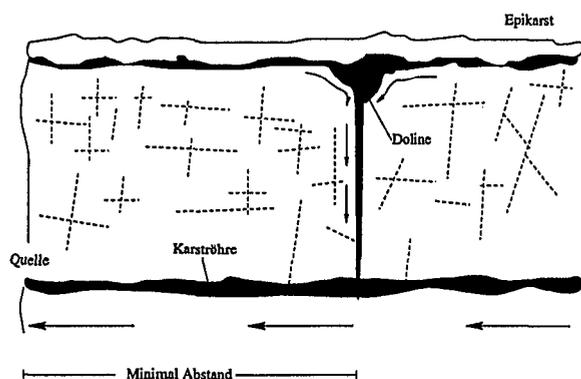


Abbildung 4.1: An der Quelle sind Strömungsgeschwindigkeit und Durchmesser der Karströhre bekannt bzw. meßbar. Der Minimalabstand zwischen Quelle und Eintritt eines verstärkten Direktzufflusses in die Karströhre ist durch Transportsimulationen ermittelbar. Diese Information ist insbesondere für den Schutz von Quelfassungen wichtig.

4.1 Transportweite eines Temperatursignals in Karströhren

Eine grundlegende Fragestellung für die Detektierbarkeit der Geometrie eines Karstsystems, nicht nur durch Messung von Wärmesignalen im Quellbereich, ist die Quantität und Lokalität des Zutritts des schnellen Wassers (Direktzufluß) in das Röhrensystem. Um eine Vorstellung von der potentiellen Transportweite eines Signals nach einem Niederschlagsereignis zu bekommen, wird in diesem Abschnitt die Sensitivität des Temperatursignals im Zusammenspiel zwischen Röhrendurchmesser und Transportgeschwindigkeit untersucht.

cm/s	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	5.0
m/h	3.6	7.2	18.0	36.0	72.0	180.0

Tabelle 4.1: Um die Transportweite eines Temperaturimpulses zu ermitteln wurden Simulationen mit obigen Strömungsgeschwindigkeiten unter verschiedenen Röhrendurchmessern durchgeführt.

Die Kenntnis der Transportweite eines Temperatursignals durch eine Karströhre ermöglicht eine grobe Abschätzung der Entfernung des Zutrittspunktes der direkten GWN in die Röhre (siehe Abb. 4.1). Dadurch ist mit Hilfe von Temperaturmessungen an der Quelle ein Rückschluß auf den minimalen Gefährdungsbereich einer Quelfassung möglich.

In Karstgrundwasserleitern wurden Fließgeschwindigkeiten bis zu 500 m/h anhand von Tracertests gemessen (Villinger 1977, Villinger & Ufrecht, 1989). Smart & Ford (1986) berichten von sehr hohen Tracergeschwindigkeiten (600 m/h) im Castleguard-Mountain-Karstaquifer. Die in den Simulationen verwendeten Strömungsgeschwindigkeiten liegen folglich mit 0.1 - 5.0 cm/s im durchaus realistischen Rahmen und sind als Angaben in Meter pro Stunde nochmals in Tabelle 4.1 dargestellt.

Aus den oben genannten Gründen wird nun die Entfernung untersucht, bis zu der Temperatursignale noch gut detektierbar sind. Hierzu wird durch eine Röhre ein fest vorgegebener Volumenstrom geleitet und die Temperatur im Intervall von 10 m bis 1000 m zu einem festen Zeitpunkt berechnet. Dieser Zeitpunkt ergibt sich aus der Transport-

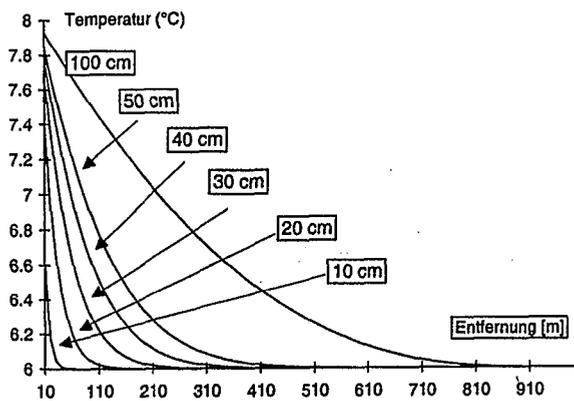


Abbildung 4.2: Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 0.1 cm/s.

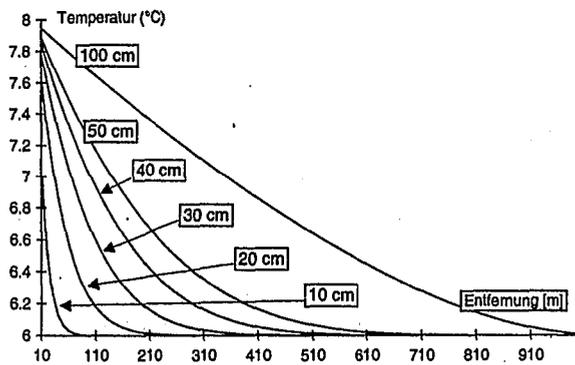


Abbildung 4.3: Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 0.2 cm/s.

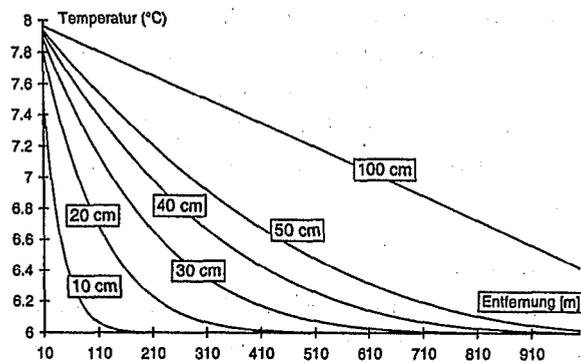


Abbildung 4.4: Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 0.5 cm/s.

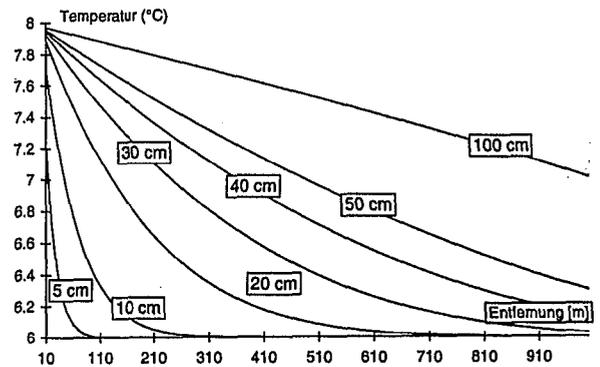


Abbildung 4.5: Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 1.0 cm/s.

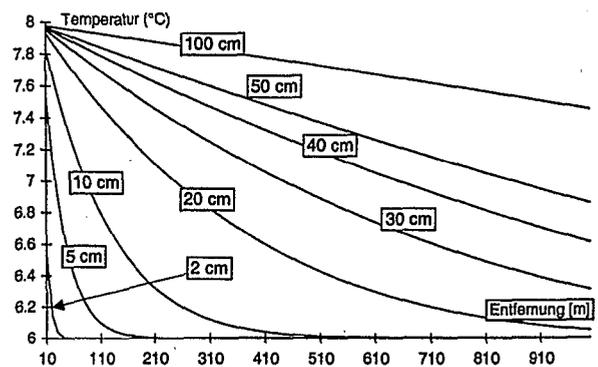


Abbildung 4.6: Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 2.0 cm/s.

zeit, die das Signal benötigt, um 1000 m zu überwinden, zuzüglich der Zeit von 10 Tagen (864000 Sekunden). Es werden jeweils verschiedene Röhrendurchmesser zwischen 1 bis 100 cm untersucht. Die Initialtemperatur des Systems ist auf 6 °C festgelegt, und der Temperaturimpuls tritt mit 8 °C in das oberstromige Ende der Röhre ein. Renner (1996) verwendete zur Kalibrierung der Äquivalentkluft Temperaturdifferenzen von 1.3 bis 4.0 °C, abhängig von Jahreszeit und Stärke des Niederschlagsereignisses. Die hier benutzte Temperaturdifferenz von 2 °C stellt einen mittleren Wert dar. Die Temperaturdifferenz ist abhängig von der Mächtigkeit der vadosen Zone des Aquifers.

Alle Simulationen zeigen eine hohe Sensitivität des Röhrendurchmessers und der Strömungsgeschwindigkeit auf das Temperatursignal an der Quelle. Dies war auch zu er-

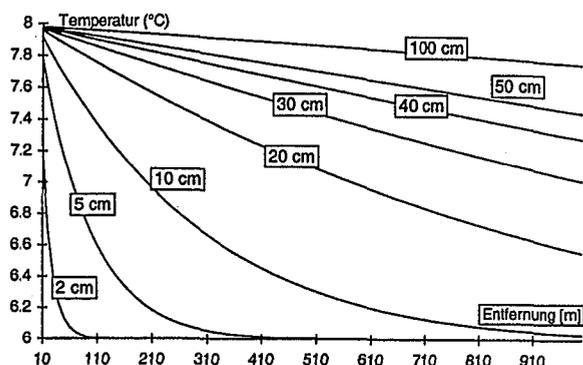


Abbildung 4.7: Temperatursignale verschiedener Röhrendurchmesser bei einer konstanten Durchflußgeschwindigkeit von 5.0 cm/s.

warten, beschreiben doch neben der Speicherkapazität des Gesteins ein konduktiver und ein konvektiver Term die Transportgleichung. Überwiegt in der Simulation der konvektive den konduktiven Anteil, dann wird das Signal weitergegeben. Der konduktive Term wiederum ist durch die Oberfläche der Röhre an die Gesteinsmatrix gekoppelt. Somit ergibt sich eine starke Abhängigkeit zum Röhrendurchmesser. Das Verhältnis zwischen Volumen und Oberfläche ist umso günstiger für den konvektiven Transport, je größer der Durchmesser ist.

In sehr kleinen Röhren (Durchmesser unter 5 cm) wird das Temperatursignal selbst bei sehr hohen Strömungsgeschwindigkeiten nur über kurze Distanzen bis etwa 210 m vom Eintritt in das Röhrensystem weitergegeben (siehe Abb. 4.2 - 4.7). Sehr große Röhrendurchmesser (100 cm) ermöglichen hingegen auch bei langsamen Strömungsgeschwindigkeiten (0.1 cm/s) eine Weitergabe des Signals bis zu mehreren hundert Metern (siehe Abb. 4.2). Hohe Geschwindigkeiten von 5 cm/s können selbst durch kleine Röhren (2 bzw. 5 cm) ein Temperatursignal über weite Distanzen transportieren (siehe Abb. 4.6 u. 4.7). Da aber in Röhren mit geringen Durchmessern kaum mit hohen Geschwindigkeiten zu rechnen ist, tragen im wesentlichen Röhren mit großen Durchmessern (über 10 cm) zum Temperatursignal an der Quelle bei. Eine Reduktion auf wenige Ereignisse, wie sie z. B. für die Kalibrierung mit Tracern der Aachquelle

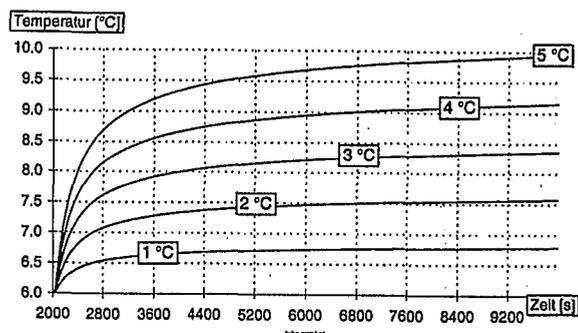


Abbildung 4.8: In eine 2000 cm lange Röhre mit 20 cm Durchmesser werden unterschiedlich hohe Temperaturdifferenzen zur Initialtemperatur eingegeben. Es zeigt sich, daß sie als Faktor in den Kurvenverlauf eingehen.

durchgeführt wurde (Werner et al., 1997), erscheint in Bezug auf Wärmetracer möglich.

Die durchgeführten Simulationen fanden alle mit dem Programm SINGLE statt und berücksichtigen damit keinen Zutritt von Wasser aus dem Feinkluftsystem. Trotzdem ermöglichen die Simulationen eine grobe Abschätzung der maximalen Entfernung des Eintritts von Ereigniswasser über hydraulisch hochwirksame Verbindungen der phreatischen Zone (z. B. Doline) in das Röhrensystem. Insbesondere am Beginn des Ereignisses, wenn Wasser aus der Röhre in das Feinkluftsystem gedrückt wird (Lang, 1995) und keine Mischung mit Vorereigniswasser stattfindet, kann obige Abschätzung sinnvoll sein.

4.2 Identifikation der Röhrengometrie

Einfluß der Temperaturdifferenz auf die Durchbruchkurve

Abhängig von Jahreszeit oder Stärke des Niederschlagsereignisses tritt der Direktzufluß mit unterschiedlicher Temperatur in das Röhrensystem ein (Renner, 1996). Die Gleichung 3.27 der Lösung im Laplaceraum zeigt, daß die Temperaturdifferenz nur als Faktor in das Signal eingeht. Folglich sind je nach Temperaturdifferenz unterschiedliche Steigungen im Kurvenverlauf zu erwarten (siehe Abb.

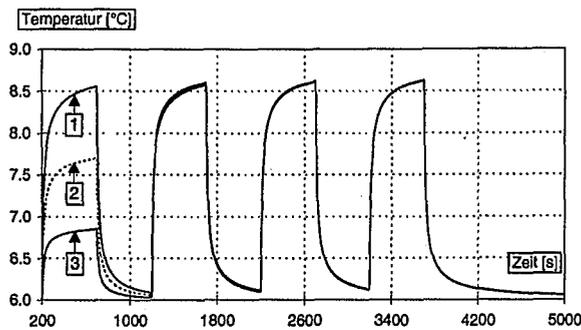


Abbildung 4.9: In eine 200 cm lange Röhre mit 20 cm Durchmesser wird ein Impuls von (1) 9 °C, (2) 8 °C und (3) 7 °C im festen Zeitschritt eingegeben. Die weiteren Temperaturdifferenzen zur Ausgangstemperatur von 6 °C betragen in allen weiteren Zeitpunkten 3 °C (siehe Tab. 4.2). Der Einfluß des Temperaturunterschiedes ist nach 1000 Sekunden kaum noch bemerkbar. Die Röhre wird in der Simulation konstant mit 1 cm/s durchflossen.

4.8).

Einfluß eines einzelnen Temperaturimpulses auf den weiteren Signalverlauf

Die Temperatur, mit der Wasser nach einem Niederschlagsereignis die Röhre erreicht, ist abhängig von verschiedenen Faktoren. Bei hohen Niederschlägen durchfließt das Wasser die vadoso Zone schneller und tritt damit auch mit einer stärkeren Temperaturabweichung zur Aquifertemperatur in die Röhren ein. Weiterhin wird das sogenannte 'schnelle Wasser' die phreatische Zone auf verschiedenen Bahnen erreichen. Insbesondere zu Beginn eines Niederschlagsereignisses wird mit sehr unterschiedlichen Temperaturimpulsen in den Röhren zu rechnen sein. Ist hingegen der Zwischenspeicher des Epikarstsystems aufgefüllt und gibt Wasser durch Schlotten in die phreatische Zone kontinuierlich ab, wird das Signal welches die Röhren erreicht, von relativ einheitlicher Temperatur sein. Damit ergibt sich die Frage nach dem Einfluß unterschiedlicher Temperaturimpulse zu Beginn eines Niederschlagsereignisses auf das Temperatursignal der Quelle zu späteren Zeitpunkten.

Für die Untersuchung wird eine 200 cm lange Röhre mit 20 cm Durchmesser mit verschiedenen Temperaturimpulsen berechnet (siehe

Tab. 4.2). Die Temperaturdifferenz zur Ausgangstemperatur beträgt für den ersten kurzen Temperaturimpuls 1 °C, 2 °C bzw. 3 °C. Alle späteren Impulse erreichen einheitlich mit einer Differenz von 3 °C die Röhre.

Als 'Gedächtnis' der Temperatursignale wirkt die umliegende Gesteinsmatrix. In ihr wird die zu- oder abgeführte Energiemenge gespeichert und dann dem Temperaturgradienten folgend an die übrige Matrixtemperatur angeglichen. Mögliche Temperaturunterschiede sind also nur über eine gewisse Zeit speicherbar. Der abweichende erste Temperaturimpuls ist in der Simulation noch deutlich im 'Rückfall' zur Initialtemperatur von 6 °C der Matrix zu erkennen. Aber bereits im nächsten Impuls, dessen Temperatur für alle Simulationen gleich ist, verschwinden die Unterschiede bis auf geringe Differenzen. Im Laufe der Simulation ist dann das erste Signal nicht mehr erkennbar (siehe Abb. 4.9).

Für die Identifikation von Karströhrensystemen ergibt sich eine Vernachlässigung der ersten Niederschlagsereignisse. Wesentlich ist nur die Temperaturdifferenz des letzten, länger andauernden Hauptimpulses in das Röhrensystem. Besitzt das Karstsystem einen Epikarst, so wird nach Sättigung der subkutanen Zone das Temperatursignal an der Quelle unabhängig von den Vorereignissen sein.

Identifikation der Röhrengometrie unter konstantem Volumenstrom

Es stellt sich nun die Frage: Ist es möglich, unter konstantem Volumenstrom unterschiedliche einfache Röhrengometrien zu identifizieren? Hierzu werden die gleichen Temperaturimpulse und Zeitpunkte wie in Kap. 3.3.2 verwendet (Tab. 4.3). Die Röhren werden so gewählt, daß sie sich mindestens in einem der folgenden Parameter unterscheiden: 1) Volumen, 2) Fläche oder 3) Verhältnis von Volumen zu Fläche (siehe Tab. 4.4).

Zu erwarten sind die stärksten Signale für Röhren mit hohem Volumen und geringer Austauschfläche. Hier wirkt besonders der konvektive Term der Transportgleichung. Die-

bis Zeitpunkt [s]		500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500
Temperatur [°C]	(1)	6.0	9.0	6.0	9.0	6.0	9.0	6.0	9.0	6.0
Temperatur [°C]	(2)	6.0	8.0	6.0	9.0	6.0	9.0	6.0	9.0	6.0
Temperatur [°C]	(3)	6.0	7.0	6.0	9.0	6.0	9.0	6.0	9.0	6.0

Tabelle 4.2: Zeitpunkte und Temperaturen der Impulse (Numerierung siehe Abb. 4.9).

se Feststellung wird durch die Abb. 4.10 bestätigt. Die höchste Temperaturdifferenz ergibt sich für die Röhre 2, die ein Volumen-Oberflächen-Verhältnis von 5 besitzt. Ob die hohen Amplituden nur auf dieses Verhältnis zurückzuführen sind, ist fraglich. Die Simulation zeigt auch aufgrund der sehr kurzen Distanz zum Impulsort ein so deutliches Signal an der Quelle. Der Kurvenverlauf wird aber nicht nur von dem Verhältnis Oberfläche zu Volumen bestimmt. Die Röhre 5 reagiert fast gleich wie Röhre 1. Beide haben ein sehr unterschiedliches Verhältnis von Volumen zu Oberfläche. So existiert eine Abhängigkeit zwischen Länge und Durchmesser, wie die Kurven der Röhren 1 und 5 belegen. Ihr Verhältnis zwischen den beiden Parametern ist jeweils 10.

Die Erklärung findet sich womöglich in dem einfachen Zusammenhang, daß in das Verhältnis Oberfläche zu Volumen nur der Durchmesser mal einer Konstanten eingeht, folglich die Temperaturberechnung zunächst von der Länge der Röhre unabhängig erscheint. Um die Distanz zwischen Impulsort und Quelle zu überbrücken, bedarf es jedoch einer gewissen Zeit. Hier wirkt sich die Länge der Röhre auf die Durchbruchkurve aus. Für längere Zeiten, bis die Quelle erreicht wird (längere Röhren), scheint sich dann die Durchbruchkurve einer gewissen linearen Beziehung zwischen Durchmesser und Länge zu nähern. Für kurze Röhren gilt diese Beziehung nicht!

Die Simulationen unterscheiden sich zum Teil deutlich im Anstieg der Kurven (siehe Abb. 4.10). Unterschiedlicher Kurvenanstieg für ein und dieselbe Röhre wird allerdings auch durch die Temperaturdifferenz, mit der Wasser in die Röhre eintritt, hervorgerufen (siehe Abb. 4.8). Daraus ergibt sich die wesentliche

Feststellung, daß ohne Kenntnis der Entfernung des Impulsortes und der Strömungsgeschwindigkeit keine eindeutige Beziehung zum Röhrendurchmesser möglich ist!

Gleichfalls zeigt sich, daß unterschiedliche Anordnungen von Röhren unter konstantem Volumenstrom nicht zu unterscheiden sind. Dies wurde auch bereits von Renner (1996) für Kluftgeometrien festgestellt. Die Begründungen gelten jedoch auch für Röhren (s. u.). Allerdings werden wir im folgenden unterschiedliche Röhrensysteme unter variierendem Volumenstrom charakterisieren.

4.2.1 Identifikation von Röhrensystemen unter variierendem Volumenstrom

Einzelröhre mit zwei Teilstücken

Die Anordnung zweier gleich langer Röhren verschiedenen Durchmessers (Abb. 4.11) läßt sich unter stationären Strömungsbedingungen nicht unterscheiden. Hier dient das Ausgangssignal der ersten Röhre als Eingangssignal in die zweite. Beide Signale gleichen die verschiedenen Konstellationen aus. Bereits Renner (1996) konnte für Klüfte die Gleichheit der Signale für verschiedene Anordnungen zeigen. Für zwei Klüfte existiert eine gleich lange Kluft mit mittlerer Kluftöffnung, die unter stationären Bedingungen gleiche Signale liefert.

Ob auch für Röhren ein mittlerer Durchmesser existiert, der dasselbe Signal liefert wie zwei Röhren unterschiedlichen Durchmessers, soll nicht Aufgabe dieser Untersuchungen sein. Vielmehr sind wir an der Identifikation und Charakterisierung unterschiedlicher Systeme interessiert. Dafür wird ein Röhrensystem bestehend aus zwei einzelnen Röhren

bis Zeitpunkt [s]	0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000
Temperatur [°C]	6.0	8.0	6.0	7.0	8.0	7.0	6.0	8.0	6.0

Tabelle 4.3: Zeitpunkte und Temperaturen der Impulse.

Röhre	1	2	3	4	5
Durchm. [cm]	10	20	11.54	10	20
Länge [cm]	100	50	75	200	200
Volumen [cm ³]	7853.98	15707.96	7853.98	15707.96	62831.85
Oberfläche [cm ²]	3141.59	3141.59	2720.70	6283.18	12566.37
Vol./ Oberfl. [cm]	2.5	5.0	2.88	2.5	5.0

Tabelle 4.4: Geometrien der Röhren und deren geometrische Verhältnisse der in Abb. 4.10 dargestellten Simulationen. Es werden jeweils nur die ersten zwei Stellen nach dem Komma angegeben.

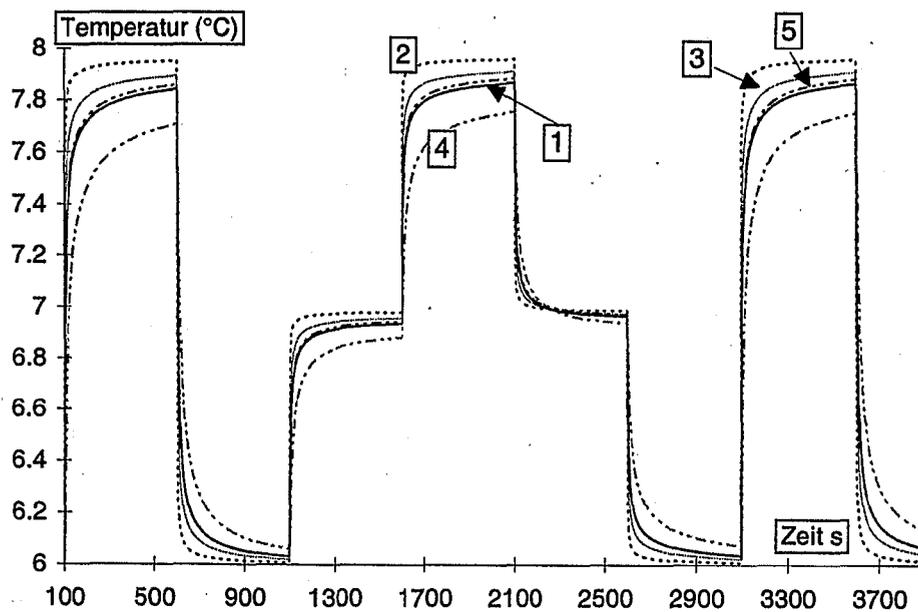


Abbildung 4.10: Durchbruchkurven der in Tabelle 4.4 dargestellten Röhren 1-5. Die Ankunftszeiten der Durchbruchkurven sind alle auf den Zeitpunkt 100 Sekunden verschoben. Die Durchflußgeschwindigkeit beträgt in den Simulationen 1 cm/s.

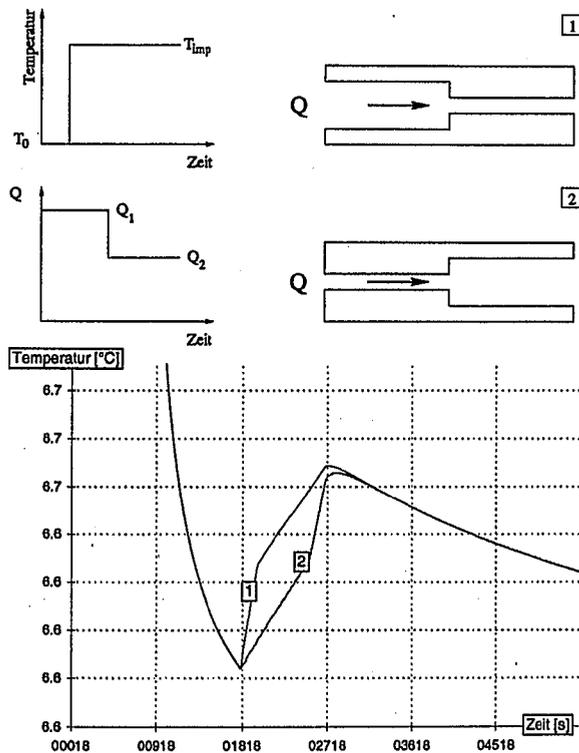


Abbildung 4.11: Die Röhrensysteme 1 und 2 unterscheiden sich nur in den verschiedenen Anordnungen der Einzelröhren. Hält man den Volumenstrom konstant, decken sich die beiden Durchbruchkurven. Eine Variation des Volumenstromes führt hingegen zum Aufspalten in zwei Kurven. Der unterschiedliche Kurvenverlauf erfolgt etwa in der Zeit, die der neue Volumenstrom benötigt, das Röhrensystem zu passieren - 'Transitionszeit' (Renner, 1996).

mit unterschiedlichen Durchmessern untersucht (siehe Abb. 4.11). Variiert man den Volumenstrom, indem man ihn während der Simulation herabsetzt, dann laufen die Kurven für eine bestimmte Zeit auseinander. Nach einer sogenannten 'Transitionszeit' (Renner, 1996), nämlich ungefähr der Zeit, die benötigt wird, das Röhrensystem zu durchlaufen, vereinen sich die Kurven wieder.

Durch eine Veränderung des Volumenstroms ändert sich der konvektive Energietransport. Der über den Temperaturgradienten gesteuerte konduktive Transport reagiert langsamer als der konvektive. Der Temperaturgradient in der Matrix ist durch den Speicherterm gepuffert. Folglich ist der Energiefluß zwischen Matrix und Röhre etwa gleich dem des Zeitpunktes vor Änderung des Volumenstroms. Dieser ist aber abhängig von der Geometrie der Röhre. Röhren mit geringen Volumen weichen entsprechend stärker von großvolumigen Röhren ab. Die Kurven spalten sich auf. Erst nachdem sich der Temperaturgradient in der Gesteinsmatrix dem neuen Zustand angeglichen hat, laufen die Kurven wieder zusammen. Dies geschieht erst nach der Zeit, die benötigt wird, die Röhre zu queren zuzüglich einer Zeitspanne, die die Matrix benötigt, sich der neuen Situation anzupassen.

Untersucht wird ein Röhrensystem bestehend aus zwei gleich langen Röhren unterschiedlichen Durchmessers. In der Konstellation 1 (Durchbruchkurve 1 der Abb. 4.11) ist die Röhre mit größerem Volumen fern der Quelle angeordnet. Verändert sich der Volumenstrom, steigt die Kurve 1 zunächst steiler an. Hier wird erst das Wasser, welches aus der dünneren Röhre stammt, herausgedrückt. Dieses paßt sich der Matrixtemperatur schneller an als das Wasser aus der Röhre mit dem größeren Durchmesser des zweiten Systems. Erreicht das Wasser aus der Röhre mit größerem Volumen die Quelle, steigt die Kurve 1 langsamer an. Das System 2 reagiert genau umgekehrt. In ihm erreicht erst das Wasser der Röhre mit größerem Volumen und damit mit niedrigerer Temperatur die Quelle. Danach erreicht das Wasser der Röhre mit klei-

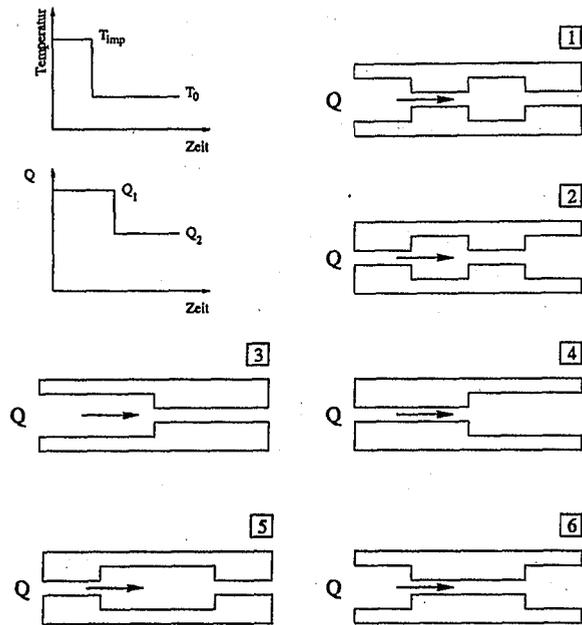


Abbildung 4.12: Selbst die unterschiedliche Anordnung von vier Einzelröhren mit zwei verschiedenen Durchmessern läßt sich noch im variablen Volumenstrom unterscheiden.

nerem Durchmesser die Quelle. In der Folge steigt die Kurve 2 steiler an.

In beiden Röhren steigt die Temperatur während der Verringerung der Durchfluggeschwindigkeit an. Die Temperatur des Impulses hat noch nicht lange vor der Durchflußänderung sich geändert. Dadurch hat die Gesteinsmatrix noch nicht die Impulstemperatur angenommen. Verändert sich nun der Volumenstrom, dann gibt die Matrix Wärme ab. Die Temperatur der Durchbruchkurven nimmt zu.

Einzelröhre mit mehreren Teilstücken

Funktioniert die Unterscheidung für den denkbar einfachsten Fall, so wird nun ein etwas komplexeres System untersucht. Dieses besteht aus 4 einzelnen Röhren mit zwei verschiedenen Durchmessern, deren 6 mögliche serielle Anordnungen in Abbildung 4.12 dargestellt sind. Unter konstantem Volumenstrom ist eine Unterscheidung ausgeschlossen. Variiert man den Volumenstrom, erhält man für die Transitionszeit auch 6 verschiedene Kurven (siehe Abb. 4.13).

Die Anordnungen 3 und 4 wurden bereits in Abb. 4.11 dargestellt und im obigen Text behandelt. In der Anordnung 1 wird zunächst das Wasser aus der schmalen Röhre gedrückt. Folglich steigt die Temperaturkurve steil an. Danach erscheint das Wasser aus der großvolumigen Röhre an der Quelle. Es hat sich noch nicht so weit an die Matrixtemperatur angepaßt wie das Wasser des vorangegangenen Flusses. Die Kurve knickt deutlich ab, um dann wieder wie am Anfang anzusteigen. Hier trifft wieder Wasser aus dem schmaleren Teil der Röhre ein. Der Durchfluß im letzten Abschnitt der Transitionszeit zeigt dann wieder, entsprechend dem großvolumigen Röhrenteil, ein langsames Ansteigen. Das zweite System zeigt, wie erwartet, einen umgekehrten Kurvenverlauf, da die Einzelröhren jetzt in umgekehrter Reihenfolge angeordnet werden.

Für die Anordnungen 5 und 6 zeigt sich am Anfang der Transitionszeit ein zur Kurve 1 bzw. 2 analoger Verlauf. Beide Röhrenabschnitte stimmen ja auch mit der rechten Hälfte der Anordnung 1 bzw. 2 sowie im Durchfluß überein. Nur im mittleren Teil spiegeln die Kurven mit längerem steilen bzw. flachen Anstieg die längeren schmalen bzw. breiten Röhrenabschnitte wieder.

Vermaschte Systeme

Nach den seriellen Röhrenanordnungen wird nun das gewonnene Prozeßverständnis auf einfache vermaschte Geometrien übertragen. Es zeigt sich, daß verschiedene Anordnungen und Geometrien der Röhren zwar zu unterschiedlichen Durchbruchkurven führen, aber diese letztendlich in 'Äquivalenzklassen' zusammengefaßt werden können. Für die folgende Untersuchung wird eine aus vier Einzelröhren bestehende Raute an einer Ecke mit einer Röhre verbunden. In diese wird der Direktzufluß eingegeben. Auf der gegenüberliegenden Seite der Raute finden sich drei seriell angeordnete Röhren, die zur Quelle führen (siehe Abb. 4.14).

Wieder wird ein Impuls von 6 °C bei einer Temperatur von 8 °C der Matrix eingegeben. Nach 1800 Sekunden wird dann der Volu-

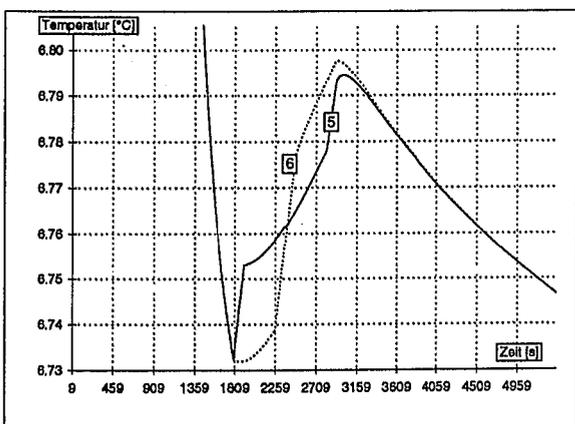
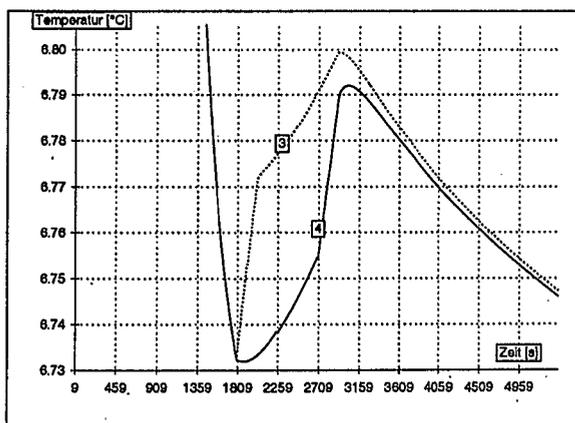
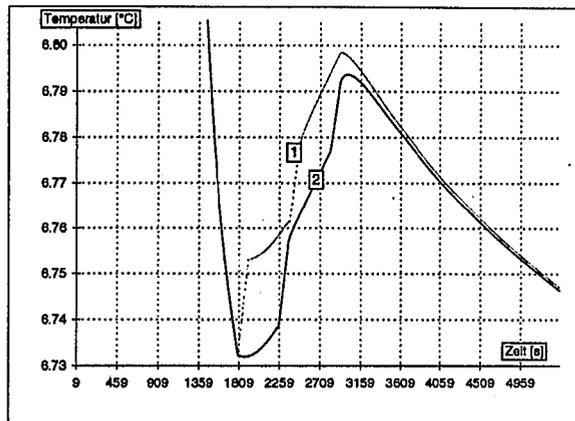


Abbildung 4.13: Durchbruchkurven der Anordnungen des Schemas 4.12. Die schmaleren Röhren haben einen Durchmesser von 5 cm und die größeren von 10 cm.

menstrom und damit die Strömungsgeschwindigkeit unter Beibehaltung der Impulstemperatur herabgesetzt. Die zugehörigen Durchbruchkurven finden sich in Abb. 4.15.

Unter einer 'stationär-äquivalenten Klasse' verstehen wir ein Röhrensystem, das unter stationären Strömungsbedingungen identische Durchbruchkurven liefert. Diese unterscheiden sich nur unter instationären Bedingungen innerhalb der Transitionszeit. Auffällig für die Simulation der verschiedenen Röhrensysteme in Abb. 4.14 ist die Untergliederung in drei stationär-äquivalente Klassen:

1. Die Röhrensysteme 1 und 2 besitzen jeweils nur eine großvolumige Röhre außerhalb der Raute. Sie unterscheiden sich in den Durchbruchkurven nur in dem Zeitraum, in dem Wasser nach der Volumenstromänderung aus der ersten großvolumigen Röhre in der Quelle eintrifft. Nach dem letzten Zufluß aus diesen Röhren größeren Durchmessers laufen die Kurven wieder zusammen.
2. Die Systeme 3 und 4 zeichnen sich gegenüber den restlichen dadurch aus, daß eine Röhre mit größerem Durchmesser in der Raute liegt. Aus Symmetriegründen sind auch noch zwei weitere Konstellationen denkbar, die aber keine neuen Durchbruchkurven erzeugen. Durch die asymmetrische Verzweigung kommt es auch zu einem asymmetrischen Volumenstrom mit höherem Durchfluß im Zweig der großvolumigen Röhre. Dadurch fließt aber auch Wasser mit geringerer Geschwindigkeit durch den anderen Zweig der Raute. Das Wasser erwärmt sich hierbei stärker als in der ersten Äquivalenzklasse. Ein Signal mit etwas höherer Temperatur erreicht die Quelle.
3. Die Systeme 5, 6 und 7 zeichnen sich durch jeweils zwei Röhren höheren Durchmessers aus, die symmetrisch in der Raute angeordnet sind. In diesem System stimmen die Volumenströme in

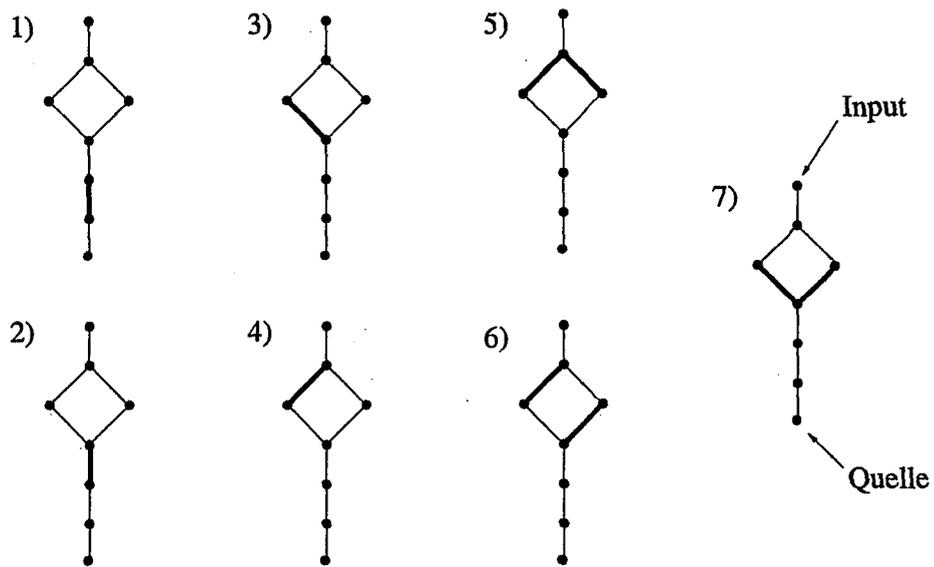


Abbildung 4.14: Röhrenkonfiguration für die Durchbruchkurven der Abb. 4.15. Die Röhrendurchmesser betragen 5 cm bzw. 10 cm. Nur an dem oberstromigen Knoten gelangt Wasser als Direktzufluß mit $6\text{ }^{\circ}\text{C}$ in das Röhrensystem. Die Initial- bzw. Randbedingung der Gesteinsmatrix beträgt $8\text{ }^{\circ}\text{C}$.

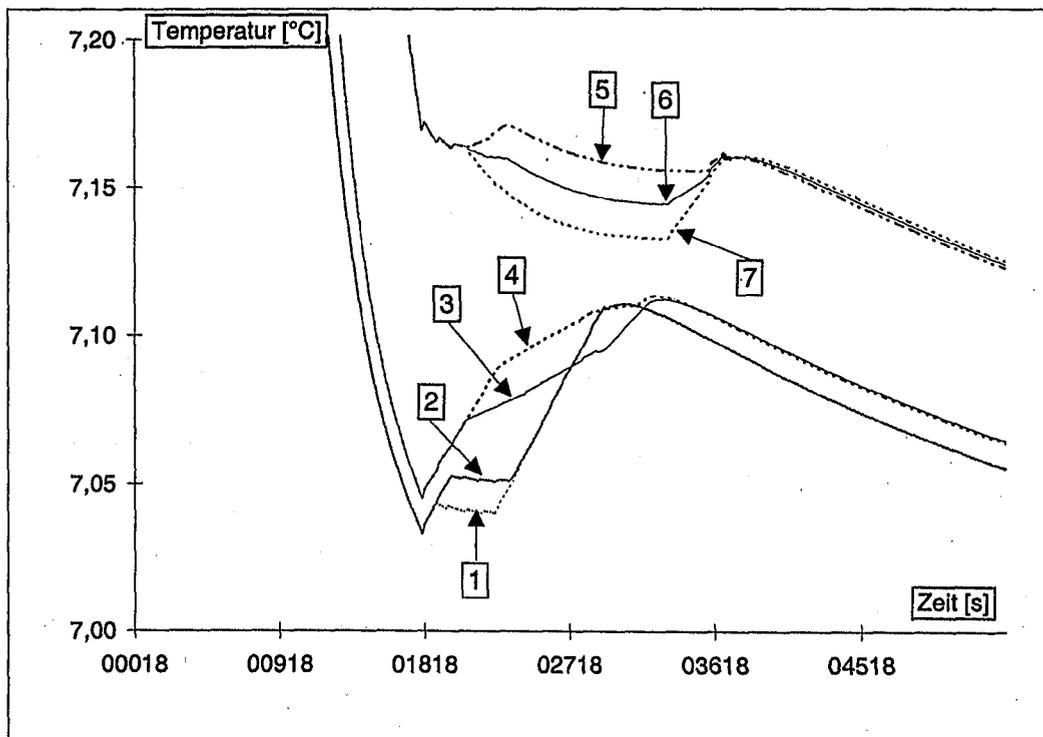


Abbildung 4.15: Durchbruchkurven der in Abb. 4.14 dargestellten Systeme. Auch im Falle von Mätschen lassen sich die verschiedenen Konfigurationen noch anhand der Durchbruchkurven identifizieren. Im Prinzip liefern verschiedene Anordnungen unter stationären Bedingungen das gleiche Signal, wenn die Röhren mit derselben Strömungsgeschwindigkeit durchflossen werden.

den einzelnen Röhren mit denen der ersten Klasse überein. Jedoch zeigen sich sehr deutliche Unterschiede in der Fließgeschwindigkeit. In den großvolumigen Röhren treten die niedrigsten Fließgeschwindigkeiten aller Simulationen auf. Dadurch kommt es zu einem gegenüber der ersten Äquivalenzklasse stärkeren Energieaustausch mit der Gesteinsmatrix. Die Temperaturen in den Durchbruchkurven sind entsprechend höher. Interessant ist, daß das System 6, trotz anderer Anordnung, analog zu 5 und 7 reagiert.

4.2.2 Unterscheidung zwischen vermaschten und dendritischen Systemen

Vermaschte Röhrensysteme unterscheiden sich von dendritischen dadurch, daß ein Knoten mehrere unterstromige Röhren besitzen kann. Systeme mit gleichen Röhrengemetrien, deren einzelne Röhren gleicher Geometrie mit jeweils gleicher Strömungsgeschwindigkeit durchflossen werden, liefern außerhalb der 'Transitionszeit' die gleichen Durchbruchkurven (stationär-äquivalente Systeme). Dies war das Ergebnis obiger Untersuchungen. Sie lassen sich folglich nur unter instationären Strömungsbedingungen unterscheiden. Sind hingegen die Röhren mit derselben Geometrie gleich weit von der Quelle entfernt, dann wird aus Symmetriegründen auch das gleiche Temperatursignal die Quelle erreichen.

Zu einem vermaschten System läßt sich ein entsprechendes dendritisches System finden, welches dieselbe Durchbruchkurve liefert. Wir bezeichnen Systeme, die dieselben Durchbruchkurven unter instationärer Strömung liefern als 'instationär-äquivalente Systeme'. Hierbei geht man wie folgt vor:

1. Die einzelnen Röhrenelemente des Systems werden so angeordnet, daß eine dendritische Struktur entsteht (siehe Abb. 4.16).

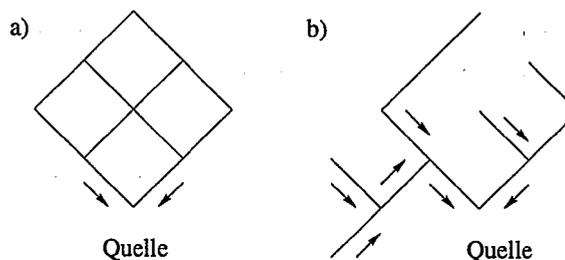


Abbildung 4.16: Konstruktion eines instationär-äquivalenten dendritischen Systems aus einem vermaschten System. Unter Einhaltung der Geometrie der einzelnen Röhren wird das vermaschte System nur umstrukturiert. Danach wird durch Kalibrierung der Impulstemperatur und des Direktzufflusses der Strömungszustand des vermaschten Systems in den einzelnen Röhren wieder eingestellt. Die Systeme (a) und (b) liefern unter diesen Bedingungen die gleichen Durchbruchkurven.

2. Durch Variation von Quantität und Temperatur des Direktzufflusses an den einzelnen Knoten werden dieselben Strömungsgeschwindigkeiten innerhalb der einzelnen Röhren und dieselben Impulstemperaturen an den Knoten erzeugt.

Der umgekehrte Weg vom dendritischen zum vermaschten System ist analog durchführbar. Allerdings ist er in der Kalibrierung sicherlich aufwendiger. Da die Bedingungen unter instationärer GW-Neubildung auch noch erfüllt sein müssen, ist die Überführung von einem vermaschten in ein dendritisches System eher theoretischer Natur. Ohne entsprechende unterstützende Kalibrierungssoftware ist dies für große Systeme jedoch kaum noch zu bewältigen.

Obige Überlegungen beruhen auf den Freiheitsgraden des Direktzufflusses, dessen Temperatur und Verteilung. Diese Randbedingungen können sich von einem Niederschlagsereignis zum nächsten noch ändern, erlauben damit aber auch jeweils eine vollständig neue Kalibrierung der einzelnen Ereignisse. Solange nicht weitere Kenntnisse wie z. B. Lokalitäten des Direktzufflusses, dessen quantitative Verteilung und deren Eintrittstemperatur in das Röhrensystem bekannt sind, ist eine prinzipielle Unterscheidung von dendriti-

schen und vermaschten Systemen anhand der Durchbruchkurven nicht möglich!

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit stellt ein neues Konzept zur Parameteridentifikation des hydraulischen Systems eines Karstaquifers vor. Mit Hilfe des in diesem Rahmen entwickelten Programmpakets CAVE (Carbonate Aquifer Void Evolution) können alle wesentlichen hydraulischen und chemischen Prozesse der Karstgenese und des Wärmetransports simuliert werden. Unter Berücksichtigung verschiedener Eingabeparameter ist es nun möglich, die genetische Entwicklung des schnellen Fließsystems zu simulieren und damit neue Erkenntnisse über das Zusammenwirken der einzelnen Prozesse der Karstgenese zu gewinnen.

Im ersten Teil der Arbeit wurde zunächst das entwickelte Modell mit seinen hydraulischen und chemischen Gesetzen vorgestellt. Anschließend wurde anhand eines einzelnen Röhrenstrangs die Aufweitung in Abhängigkeit von direkter Grundwasserneubildung (GWN) und des Austauschkoeffizienten untersucht. Es zeigte sich, daß sowohl die Erhöhung der direkten GWN als auch eine Erhöhung des Austauschkoeffizienten isoliert betrachtet zu einer Aufweitung des Röhrensystems führen. Koppelt man beide Zuflüsse in das Röhrensystem, so führt ein hoher Austauschkoeffizient zu einer geringeren Weitung. Dieser Sachverhalt liegt in dem Anteil des unterschiedlichen Kalziumionenanteils beider Zuflüsse begründet. Ein hoher Zufluß aus dem Feinkluftsystem führt kalziumionenreiches Wasser dem Röhrensystem zu und setzt so das Lösungspotential herab!

Interessant sind die unterschiedlichen Aufwei-

tungsformen. Sie hängen nicht alleine davon ab, wo die lösungsaggressive direkte GWN zugegeben wird, sondern auch von der Höhe des Austauschkoeffizienten. Prinzipiell lassen sich zwei wesentliche Formen unterscheiden: Eine konkave Form der Aufweitung mit größtem Durchmesser in Richtung der Wasserscheide und eine konvexe Form mit einer sich in Richtung Wasserscheide verjüngenden Form. Außerdem treten noch Formen mit sehr starken lokalen Aufweitungen auf. Da auch in der Natur ein Zusammenwirken der verschiedensten hydraulischen Prozesse zu erwarten ist, sind so die unterschiedlichsten Aufweitungen zumindest in der Simulation nachvollziehbar.

Die Simulationen an vermaschten Systemen unter den verschiedensten Randbedingungen zeigten ein sehr komplexes Zusammenspiel zwischen Initialklüften des vadosen und des phreatischen Bereiches.

Anhand dieser Simulationen zeigte sich, daß in gut gebankten Kalken mit wenigen Klüften ein schnelleres Wachstum der Röhren als in zerrütteten Gesteinen zu erwarten ist. Die Entwicklung der hydraulisch wirksamen Pfade orientiert sich hierbei an bereits geweiteten Pfaden, insofern diese eine Verbindung zum Vorfluter gewähren.

Im zweiten Teil der Arbeit wurde für den instationären Wärmetransport in Karströhren unter zunächst stationären Strömungsbedingungen eine halbanalytische Lösung entwickelt. Diese wird als halbanalytisch bezeichnet, da für das in den Laplace-Raum transformierte System von partiellen DGLen zwar ei-

ne analytische Lösung gefunden wurde. Für die Rücktransformation aus dem Laplace-Raum jedoch das numerische Verfahren nach Stehfest verwendet wird.

Die Ergebnisse wurden anhand von verschiedenen Sensitivitätsanalysen und einem Spezialfall, für den die analytische Lösung existiert, verifiziert. Im Rahmen des Vergleichs von Kluft- zu Röhrengemetrien zeigt sich ein deutlicher Unterschied im Temperatursignal. Diese Unterschiede schränken die von Renner (1996) beschriebene Kalibrierung der Kluftweiten der Gallusquelle insofern ein, daß die gewonnenen Werte einzig unter Voraussetzung einer Idealkluft gelten. Eine direkte Ableitung des dränierbaren Hohlraumvolumens des Karstaquifers aus der Kalibrierung des Wärmetransports bleibt fraglich!

Das für stationäre Strömungsbedingungen entwickelte Programm diente weiterhin zur Überprüfung der numerischen Lösung des Wärmetransports unter instationären Strömungen.

Transportsimulationen von Temperaturimpulsen zeigen, daß eine hohe Sensitivität zwischen Durchflußgeschwindigkeit, Röhrendurchmesser und Temperatursignalen existiert. So wird nur ein Temperatursignal in Röhren mit Durchmessern größer als 10 cm über bemerkenswerte Strecken (> 100 m) transportiert. Nur bei Durchflußgeschwindigkeiten von 5 cm/s (180 m/h) ist der Temperaturimpuls auch über Distanzen von 900 m detektierbar. Diese Erkenntnis ermöglicht für Transportsimulationen in Karstaquiferen eine Einschränkung auf nur wenige größere Röhren!

Weiterhin zeigen die Simulationen, daß kurzfristige Ereignisse vor dem Hauptimpuls vernachlässigt werden können. Dies ist insofern wichtig, da eine Beschränkung z. B. auf die Zeit möglich ist, in der der Epikarst gefüllt ist und schnelles Wasser in die Röhren abgibt. Eine Betrachtung einzelner Ereignisse im Vorfeld des Hauptereignisses braucht in der Transportsimulation folglich nicht berück-

sichtigt zu werden!

Für die Identifikation von einzelnen Röhren ist die Kenntnis der Strömungsgeschwindigkeit und der Entfernung vom Impulsort essentiell. Wie bereits Renner (1996) feststellte, liefern verschiedene serielle Anordnungen zweier Röhren unterschiedlichen Durchmessers unter stationären Strömungsbedingungen das gleiche Temperatursignal. Erst unter instationären Bedingungen sind die verschiedenen Anordnungen detektierbar!

Dies Phänomen beruht auf der verschiedenen Reaktionszeit von konvektivem und konduktivem Transport. Der in der Gesteinsmatrix existierende Temperaturgradient wird gespeichert. Somit ist der Energiefluß zunächst gleich dem Vorereigniszustand und natürlich abhängig von der Geometrie der Röhre. Es kommt zu einer Aufspaltung der Temperaturdurchbruchskurven an der Quelle. Erst nachdem sich der Temperaturgradient in der Gesteinsmatrix dem neuen Zustand angeglichen hat, laufen die Kurven wieder zusammen. Dies geschieht in der Zeit (Transitionszeit), die benötigt wird, die Röhre zu durchfließen zuzüglich einer Zeitspanne, in der die Matrix sich der neuen Situation anpaßt.

Mit instationärem Volumenstrom ist nicht nur eine Unterscheidung zweier Röhren möglich, sondern auch die mehrerer seriell angeordneter Röhrenelemente mit unterschiedlichen Durchmessern. Die behandelten unterschiedlichen Anordnungen derselben Röhren lassen sich hierbei zu einer **'stationär-äquivalenten Klasse'** zusammenfassen. Dies sind Röhrensysteme, die unter stationären Bedingungen identische Durchbruchskurven liefern. Nach Definition sind alle unterschiedlich in Reihen angeordneten Röhren stationär-äquivalent. Mit der Definition **'instationär-äquivalent'** wird der obige Begriff noch enger gefaßt. Hierunter versteht man Systeme, die dieselben Durchbruchskurven unter instationären Strömungen liefern. Eine Hypothese dieser Arbeit besagt, daß zu jedem vermaschten Röhrensystem auch ein instationär-äquivalent dendritisches existiert. Der vorgestell-

te Algorithmus zur Konstruktion beruht auf der freien Wahl des Zuflusses und der Impulstempertur an den einzelnen Knoten. So lange diese nicht bestimmt sind, ist keine Unterscheidung zwischen vermaschten und dendritischen Systemen anhand von Temperaturdurchbruchskurven möglich!

Kapitel 6

Anhang

6.1 Tabellen der Röhrenentwicklung

Die beigegefügteten Tabellen 6.2 - 6.19 geben einen gestrafften Überblick der Simulationen an einer einzelnen Röhre wieder. In den Tabellen wird zunächst die Aufweitungsform der Röhren beschrieben (Klassifizierung der Aufweitungsformen siehe Übersicht Abb. 6.1). Hierbei sind die Adjektive 'stark' bzw. 'leicht' subjektive Begriffe. Anschließend werden der Durchmesser der Röhre an der Quelle (Röhre 1) angegeben sowie das arithmetische Mittel aller Röhrendurchmesser. Letzteres wird als Maß für die Gesamtaufweitung des Röhrensystems gewählt. Da alle Röhrenelemente dieselbe Länge besitzen, kann der Gesamtaustrag durch Lösung beobachtet werden. Um die Abweichung der Röhrenweiten aller Elemente zu beschreiben, wird die Standardabweichung angegeben. Die Ausgabe aller physikalischer Kennwerte erfolgen in Meter bzw. Meter pro Sekunde.

Ferner geben die Tabellen einen zeitlichen Überblick über die Strömungsgesetze und die chemischen Reaktionskinetiken. Jede Angabe besteht aus zwei Zeilen: Die erste gibt Zeitpunkt / Zeitdauer der Beobachtung an. In der zweiten Zeile stehen erst die Röhrenelemente (in Klammern), danach jeweils die hydraulischen und chemischen Angaben. Um Platz zu sparen, sind sie verschlüsselt (siehe Tabelle 6.1). Da während einer Simulation die Datenausgabe nur alle hundert Zeitschritte erfolgt¹, ist die zeitliche Genauigkeit der tabellarischen

¹Nur die ersten 1000 Zeitschritte werden alle 5 Jah-

Strömung	Kinetik	Tabelleneintrag
laminar	1. Ordnung	1
turbulent	1. Ordnung	2
laminar	4. Ordnung	4
turbulent	4. Ordnung	3

Tabelle 6.1: Verschlüsselung hydraulischer und kinetischer Zustände in den Tabellen.

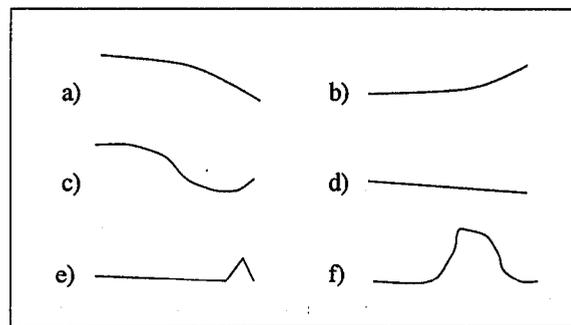


Abbildung 6.1: Unterschiedliche Aufweitungsformen der Röhren in den Sensitivitätsuntersuchungen: a) konvex, b) konkav, c) konvex-konkav, d) linear, e) linear-roof, f) humpback.

Angaben auf hundert Jahre eingeschränkt.

re ausgegeben.

Austauschkoeff.:	$10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Aufweit.profil	stark konvex	leicht konvex	linear	leicht konkav
Aufw. Quelle	0.0550 m	0.0398 m	0.0292 m	0.0243 m
arith. Mittel	0.0428 m	0.0345 m	0.0277 m	0.0244 m
Stand. Abw.	0.0088 m	0.0043 m	0.0012 m	0.0001 m
chem. Entw.	300 a: (1-25): 4	400 a: (1-25): 4	1100 a: (1-25): 4	1-40000 a: (1-25): 4
	400 a: (1,2): 3 (3-25): 4	500 a: (1,2): 3 (3-25): 4	1200 a: (1,2): 3 (3-25): 4	
	500 a: (1-3): 3 (4-25): 4	600 a: (1-3): 3 (4-25): 4	1300 a: (1-3): 3 (4-25): 4	
	⋮	⋮	⋮	
	4300 a: (1-24): 3 (25): 4	3200 a: (1-22): 3 (23-25): 4	1700 a: (1-7): 3 (8-25): 4	
	4400 - 40000 a: (1-25): 3	3300 a: (1-23): 3 (24,25): 4	2700 a: (1-7): 3 (8-25): 4	
			2800 a: (-6): 3 (7-): 4	
			⋮	
			3600 a: (1): 3 (2-): 4	
			3700 - 40000 a: (1-25):4	

Tabelle 6.2: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser ohne direkter Grundwasserneubildung (GWN) in der Röhre.

Austauschkoeff.:	$10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Aufweit.profil	stark konvex	leicht konvex	linear	leicht konkav
Aufw. Quelle	0.1597 m	0.0863 m	0.0714 m	0.0663 m
arith. Mittel	0.1279 m	0.0803 m	0.0709 m	0.0671 m
Standard Abw.	0.0265 m	0.0049 m	0.0005 m	0.0004 m
chem. Entw.	1-40000 a: (1-25): 3	1-40000 a: (1-20): 3 (21-25): 4	1- 40000 a: (1-25): 4	1-40000 a: (1-25): 4

Tabelle 6.3: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser ohne direkter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	$10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Aufweit.profil	stark konvex	konkav	konkav	leicht konkav
Aufw. Quelle	1.4378 m	0.5664 m	0.7060 m	0.7676 m
arith. Mittel	1.0404 m	0.6505 m	0.9286 m	1.0661 m
Stand. Abw.	0.3094 m	0.1295 m	0.2059 m	0.2151 m
chem. Entw.	1 - 50 a: (1-25): 2	1 - 10 a: (-21):2 (-25):1	1 - 40000 a: (1-25): 1	1-40000 a: (1-25): 1
	100 a: (-2):3 (-24):2 (25):1	15 - 30 a: (-20):2 (-25):1		
	150 a: (-5):3 (-24): 2 (25): 1	35 - 50 a: (-19):2 (-25):1		
	200 a: (-8): 3 (-24): 2 (25): 1	⋮		
	250 a: (-10): 3 (-24): 2 (25): 1	500 a: (1):2 (-25): 1		
	⋮	1000 - 40000 a: (1-25):1		
	7500 a: (-11):3 (-13):2 (-25):1			
	8000 a: (-8):3 (-11):2 (-25):1			
	⋮			
	29500 a: (1):3 (2):2 (-25):1			
	30000 - 33000 a: (1):2 (-25):1			
	33500 - 40000 a: (1-25):1			

Tabelle 6.4: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % punktueller direkter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	$10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Aufweit.profil	stark konvex	konkav	konkav	leicht konkav
Aufw. Quelle	1.5878 m	0.9718 m	1.3143 m	1.3971 m
arith. Mittel	1.2337 m	1.1088 m	1.3908 m	1.4477 m
Stand. Abw.	0.2418 m	0.1382 m	0.0568 m	0.0324 m
chem. Entw.	50 a: (1-25):2	25 a: (1-25): 2	1 - 25 a: (1-25): 2	1 - 20 a: (1-25): 2
	-150 a: (1-24):2 (25):1	30-35 a: (1-24): 2 (25): 1	25 a: (-23): 2 (-25): 1	25 a: (-22): 2 (-25): 1
	200 - 300 a: (1-23): 2 (-25): 1	40 a: (1-23): 2 (24,25): 1	30 a: (-19): 2 (-25): 1	30 a: (-15): 2 (-25): 1
	350 - 450 a: (1-22): 2 (-25): 1	45-50 a: (1-22): 2 (23-25): 1	35 a: (-16): 2 (-25): 1	35 a: (-8): 2 (-25): 1
	500 a: (1-22): 2 (-25): 1	100 a: (-17): 2 (-25): 1	40 a: (-12): 2 (-25): 1	40 a: (1,2): 2 (-25): 1
	⋮	150 a: (-13): 2 (-25): 1	45 a: (-9): 2 (-25): 1	45-40000 a: (1-25): 1
	4500 a: (1-3): 2 (-25): 1	200 a: (-10): 2 (-25): 1	50 a: (-5): 2 (-25): 1	
	5000 -40000 a: (1-25): 1	250 a: (-6): 2 (-25): 1	100 - 40000 a: (1-25): 1	
		300 a: (1): 2 (-25): 1		
		350 - 40000 a: (1-25):1		

Tabelle 6.5: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 1 % punktueller direkter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	$10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Aufweit.profil	konvex - konkav	konkav	konkav	konkav
Aufw. Quelle	1.4372 m	0.5653 m	0.7040 m	0.7657 m
arith. Mittel	1.0431 m	0.6494 m	0.9268 m	1.0645 m
Stand. Abw.	0.3079 m	0.1293 m	0.2060 m	0.2153 m
chem. Entw.	5 a: (-17):4 (-25):1	5 a: (-4):4 (-25):1	5 a: (-22):1 (-25):2	5 a: (-4):1 (-25):2
	10 - 15 a: (1 - 25): 1	10 a: (1 - 25):1	10 a: (-12):2 (-25):1	10 a: (-5):2 (-25):1
	20 a: (-22):2 (-25):1	15 a: (-17):2 (-25):1	15 a: (-20):2 (-25):1	15 - 40000 a: (1-25): 1
	25 - 30 a: (-24):2 (25):1	20 - 25 a: (-23):2 (-25):1	20 a: (15):2 (-25):1	
	35 - 50 a: (1-25):2	30 - 40 a: (-22):2 (-25):1	25 a: (-8):2 (-25):1	
	100 - 150 a: (-24):2 (-25):1	45 - 50 a: (-21):2 (-25):1	30 a: (-6):2 (-25):1	
	200 a: (1,2):3 (-24):2 (25):1	100 a: (-19):2 (-25):1	35 a: (-3):2 (-25):1	
	250 a: (-6):3 (-24):2 (25):1	150 a: (-18):2 (-25):1	40 - 40000 a: (1-25):1	
	300 a: (-9):3 (-24):2 (25):1	⋮		
	350 a: (-9):3 (-23):2 (-25):1	500 a: (-7):2 (-25):1		
	400 a: (-11):3 (-23):2 (-25):1	1000 - 40000 a: (1-25):1		
	450 a: (-12):3 (-23):2 (-25):1			
	500 a: (-13):3 (-23):2 (-25):1			
	1000 a: (-16):3 (-22):2 (-25):1			
	1500 a: (-16):3 (-21):2 (-25):1			
	⋮			
	30000 a: (1):3 (2):2 (-25): 1			
	30500 - 33500 a: (1):2 (-25): 1			
	34000 - 40000 a: (1-25): 1			

Tabelle 6.6: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % punktueller GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	$10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Aufweit.profil	stark konvex konkav	konkav	leicht konkav	linear
Aufw. Quelle	1.5875 m.	0.9716 m	1.3135 m	1.3965 m
arith. Mittel	1.2336 m	1.1086 m	1.3904 m	1.4473 m
Stand. Abw.	0.2416 m	0.1382 m	0.0569 m	0.0325 m
chem. Entw.	5 a: (-13):4 (-24):1 (25):2	5 a: (1):4 (-20):1 (-25):2	5 a: (-7):1 (-25):2	5 - 40 a: (1-25): 2
	10 a: (-21):1 (-25):2	10 a: (-12):1 (-25):2	10 - 40 a: (1-25): 2	45 a: (1-21):2 (-25):1
	15 a: (-15):1 (-25):2	15 - 45 a: (1-25): 2	45 a: (-23): 2 (-25): 1	50 a: (-16):2 (-25):1
	20 - 50 a: (1-25):2	50 a: (-24): 2 (25): 1	50 a: (-20): 2 (-25): 1	100 - 40000 a: (1-25): 1
	100 - 150 a: (-24):2 (25):1	100 a: (-19): 2 (-25): 1	100 - 40000 a: (1-25): 1	
	200 - 300 a: (-23):2 (-25):1	150 a: (-15):2 (-25): 1		
	350 - 450 a: (-22):2 (-25):1	200 a: (-12):2 (-25):1		
	500 a: (-21):2 (-25):1	250 a: (-9):2 (-25):1		
	⋮	300 a: (-5):2 (-25):1		
	⋮			
	4500 (-4): 2 (-25): 1	350 a: (1):2 (-25):1		
	5000 - 40000 a: (1-25): 1	400 - 40000 a: (1-25): 1		

Tabelle 6.7: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoeffizienten, mit 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 1 % punktueller GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	$10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Aufweit.profil	linear - roof	linear	linear	linear
Aufw. Quelle	0.1951 m	0.5704 m	0.79132 m	0.9419 m
arith. Mittel	0.2224 m	0.5417 m	0.7606 m	0.9343 m
Stand. Abw.	0.1108 m	0.0158 m	0.0141 m	0.0084 m
chem. Entw.	5 a: (1-25):1	5 a: (1-25):1	5 a: (1-25):1	5a: (1-3):2 (-25):1
	10 a: (-14):2 (-25):1	10 a: (-14):2 (-25):1	10 a: (-12):2 (-25):1	10 - 40.000 a: (1-25):1
	15 a: (-21):2 (-25):1	15 a: (-22):2 (-25):1	15 a: (-15):2 (-25):1	
	20 a: (-24):2 (25):1	20 - 50 a: (-23):2 (-25):1	20 a: (-8):2 (-25):1	
	25 - 200 a: (1-25):2	100 a: (-21):2 (-25):1	25 a: (-5):2 (-25):1	
	250 a: (-20):3 (-25):2	⋮	30 - 40.000 a: (1-25):1	
	300 a: (-19):3 (-24):2 (25):1	500 a: (-7):2 (-25):1		
	350 a: (-22):3 (-24):2 (25):1	1.000 - 40.000 a: (1-25):1		
	400 - 500 a: (-23):3 (24):2 (25):1			
	1.000 - 1.500 a: (-23):3 (-25):1			
	2.000 - 40.000 a: (-22):3 (-25):1			

Tabelle 6.8: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoeffizienten, 0,005 m Initialröhrendurchmesser und 0,1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	$10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Aufweit.profil	linear - roof	linear	linear	linear
Aufw. Quelle	0.1955 m	0.5712 m	0.7930 m	0.9345 m
arith. Mittel	0.2230 m	0.5428 m	0.7628 m	0.9361 m
Stand. Abw.	0.1096 m	0.0154 m	0.0139 m	0.0084 m
chem. Entw.	1 - 50 a: (1-25): 2	1 - 20 a: (1-21): 2 (-25): 1	5 a: (-14): 2 (-25): 1	5 - 40.000 a: (1-25):1
	100 a: (1-24): 2 (25): 3	- 35 a: (-20): 2 (-25): 1	10 a: (-12): 2 (-25): 1	
	150 a: (-19):3 (-24):2 (25):1	- 100 a: (-16): 2 (-25): 1	15 a: (-10): 2 (-25): 1	
	200 - 350 a: (1-23): 3 (24):2 (25): 1	- 150 a: (-12): 2 (-25): 1	20 a: (-8): 2 (-25): 1	
	400 - 450 a: (1-24): 3 (25): 1	- 200 a: (-9): 2 (-25): 1	25 a: (-6): 2 (-25): 1	
	500 a: (-22):3 (23):2 (-25):1	- 250 a: (-4): 2 (-25): 1	30 a: (-5): 2 (-25): 1	
	1000 a: (-23):3 (-25): 1	300 - 40.000 a: (1-25): 1	35 a: (-3): 2 (-25): 1	
	1500 - 40.000 a: (-22):3 (-25):1		40 a: (1): 2 (-25): 1	
			45 - 40.000 a: (1-25): 1	

Tabelle 6.9: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	$10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Aufweit.profil	konvex - konkav	konkav	linear	linear
Aufw. Quelle	1.5833 m	0.9709 m	1.31782 m	1.3984 m
arith. Mittel	1.1004 m	0.9008 m	1.2955 m	1.3978 m
Stand. Abw.	0.3558 m	0.0341 m	0.0104 m	0.0076 m
chem. Entw.	5 a: (1-25):1	5 a: (-2):2 (-25):1	5 a: (-9):2 (-25):1	5 a: (-22):2 (-25):1
	10 a: (-16):2 (-25):1	10 a: (-18):2 (-25):1	10 a: (-23):2 (-25):1	10 a: (-21):2 (-25):1
	15 a: (-24):2 (25):1	15 - 20 a: (-24):2 (25):1	15 a: (-21):2 (-25):1	∴ ∴
	20 - 150 a: (1-25):2	25 - 35 a: (-22):2 (-25):1	∴ ∴	45 a: (-3):2 (-25):1
	200 - 400 a : (-24):2 (25):1	40 - 50 a: (-21):2 (-25):1	50 a: (-5):2 (-25):1	50 - 40.000 a: (1-25):1
	450 - 500 a: (-23):2 (-25):1	100 a: (-19):2 (-25):1	55 - 40.000 a: (1-25):1	
	1000 a: (-21):2 (-25):1	150 a: (-15):2 (-25):1		
	∴ ∴	200 a: (-12):2 (-25):1		
	4.500 a: (-5):2 (-25):1	250 a: (-8):2 (-25):1		
	5.000 - 40.000 a: (1-25):1	300 a: (-3):2 (-25):1		
		350 - 40.000 a: (1-25):1		

Tabelle 6.10: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	$10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$	$10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Aufweit.profil	stark konvex - konkav	konkav	konkav	leicht konkav
Aufw. Quelle	1.5844 m	0.9717 m	1.3188 m	1.3991 m
arith. Mittel	1.1008 m	0.9013 m	1.2962 m	1.3985 m
Stand. Abw.	0.3556 m	0.0339 m	0.0104 m	0.0078 m
chem. Entw.	1 - 50 a: (1-25): 2	1 - 30 a: (-20): 2 (-25): 1	1 - 40.000 a: (1-25): 1	1 - 40.000 a: (1-25): 1
	100 - 300 a: (-24): 2 (25): 1	35 - 50 a: (-19): 2 (-25): 1		
	150 a: (-19): 3 (-24): 2 (25): 1	100 a: (-17): 2 (-25): 1		
	350 - 500 a: (-23): 2 (-25): 1	150 a: (-16): 2 (-25): 1		
	1000 a: (-21): 2 (-25): 1	⋮		
	⋮	450 a: (-4): 2 (-25): 1		
	4.500 a: (-4): 2 (-25): 1	500 - 40.000 a: (1-25): 1		
	5.000 - 40.000 a: (1-25): 1			

Tabelle 6.11: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenunabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
Form	stark konvex	humpback	linear	leicht konkav
Aufw. Quelle	0.2423 m	0.1956 m	0.5744 m	0.7939 m
arith. Mittel	0.2041 m	0.5553 m	0.5573 m	0.7650 m
Standard Abw.	0.0325 m	0.3213 m	0.0070 m	0.0131 m
chem. Entw.	5 - 20 a: (1-25):2	-50 a: (-20): 2 (-25): 1	- 40.000 a: (1-25) : 1	- 40.000 a: (1-25): 1
	25 - 40.000 a: (1-25): 3	100 - 150 a: (-19): 2 (-25): 1		
		- 200 a: (-2): 3 (-17): 2 (-25): 1		
		- 250 a: (-7): 3 (-17): 2 (-25): 1		
		- 300 a: (-8): 3 (-16): 2 (-25): 1		
		- 400 a: (-8): 3 (-15): 2 (-25): 1		
		- 1000 a: (-11): 3 (-13): 2 (-25): 1		
		- 40.000 a: (-10): 3 (-25): 1		

Tabelle 6.12: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoeffizienten, 0,05 m Initialröhrendurchmesser und 0,1 % gleichmäßig verteilter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
Form	konvex	humpback	linear	linear
Aufw. Quelle	0.2416 m	0.1994 m	0.5736 m	0.7928 m
arith. Mittel	0.2031 m	0.5768 m	0.5560 m	0.7639 m
Standard Abw.	0.0330 m	0.3323 m	0.0072 m	0.0132 m
chem. Entw.	5 a: (1-25):1	5 a: (1-25):1	5 a: (-4):2 (-25):1	5 a: (-11):2 (-25):1
	10 a: (-14):2 (-25):1	10 a: (-13):2 (-25):1	10 a: (-4):1 (-6):2 (-25):1	10 - 40.000 a: (1-25):1
	15 a: (-22):2 (-25):1	15 - 50 a: (-19):2 (-25):1	15 - 40.000 a: (1-25):1	
	20 - 35 a: (-24):2 (25):1	100 a: (-17):2 (-25):1		
	40 - 200 a: (1-25):2	150 a: (-16):2 (-25):1		
	250 a: (-22):3 (25):2	200 a: (-15):2 (-25):1		
	300 - 40.000 a: (1-25):3	250 a: (-14):2 (-25):1		
		300 a: (1):3 (-14):2 (-25):1		
		350 a: (-6):3 (-15):2 (-25):1		
		⋮		
		⋮		
		1.500 - 40.000 a: (-15):3 (-25):1		

Tabelle 6.13: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % gleichmässig verteilter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
Form	'humpback' !!!	leicht konkav	leicht konkav	
Aufw. Quelle	1.1690 m	2.5440 m	0.9194 m	1.2680 m
arith. Mittel	1.7839 m	1.3653 m	0.8682 m	1.2380 m
Standard Abw.	0.9531 m	0.7320 m	0.0220 m	0.0131 m
chem. Entw.	-450 a: (1-25): 2	- 25 a: (-21): 2 (-25): 1	- 5 a: (-13): 2 (-25): 1	- 5 a: (-12): 2 (-25): 1
	-1000 a: (1-24): 2 (25): 1	- 100 a: (-20): 2 (-25): 1	- 10 a: (-12): 2 (-25): 1	- 10 a: (-9): 2 (-25): 1
	- 1500 a: (1-23): 2 (-25): 1	- 200 a: (-18): 2 (-25): 1	- 15 a: (-11): 2 (-25): 1	- 15 a: (-7): 2 (-25): 1
	- 2500 a: (1-22): 2 (-25): 1	- 500 a: (-17): 2 (-25): 1	⋮	- 20 a: (-4): 2 (-25): 1
	- 3000 a: (1-21): 2 (-25): 1	- 600 a: (-16): 2 (-25): 1	- 40 a: (-3): 2 (-25): 1	- 25 a: (-2): 2 (-25): 1
	- 3500 a: (-11): 3 (-21): 2 (-25): 1	⋮	- 45 a: (1): 1 (-25): 1	
	- 4000 a: (-12): 3 (-20): 2 (-25): 1	- 5000 a: (1): 2 (-25): 1	- 40.000 a: (1-25): 1	
	- 5500 a: (-14): 3 (-17): 2 (-25): 1	- 40.000 a: (1-25): 1		
	- 16.000 a: (-10): 3 (-16): 2 (-25): 1			
	- 40.000 a: (-11): 3 (-25): 1			

Tabelle 6.14: Zusammenstellung der Simulationen für mantelflächenabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.05 m Initialröhrendurchmesser und 1 % gleichmässig verteilter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
Form	konvex	humpback	linear	linear
Aufw. Quelle	1.1710 m	2.5410 m	0.9189 m	1.2670 m
arith. Mittel	1.7613 m	1.3642 m	0.8680 m	1.2377 m
Standard Abw.	0.9548 m	0.7316 m	0.0220 m	0.0132 m
chem. Entw.	5 a: (1,2):2 (-25):1	5 a: (-9):2 (-25):1	5 a: (-23):2 (-25):1	5 a: (-24):2 (25):1
	10 a: (-16):2 (-25):1	10 a: (-23):2 (-25):1	10 a: (-22):2 (-25):1	10 a: (-21):2 (-25):1
	15 a: (-24):2 (25):1	15 a: (-22):2 (-25):1	⋮	⋮
	20 - 500 a: (1-25):2	⋮	50 a: (-6):2 (-25):1	45 a: (-3):2 (-25):1
	1000 a: (-24):2 (25):1	6.500 a: (1):2 (-25):1	55 - 40.000 a: (1-25):1	50 - 40.000 a: (1-25):1
	1500 a: (-23):2 (-25):1	7.000 - 40.000 a: (1-25):1		
	2000 - 2500 a: (-22):2 (-25):1			
	3000 a: (-21):2 (-25):1			
	3500 a: (-10):3 (-21):2 (-25):1			
	4000 a: (-11):3 (-20):2 (-25):1			
	⋮			
	⋮			
	16.000 a: (-10):3 (-13):2 (-25):1			
	20.000 - 40.000 (-12):3 (-25):1			

Tabelle 6.15: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 1 % gleichmässig verteilter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
Form	humpback small	humpback	konkav	konkav
Aufw. Quelle	0.2252 m	0.1659 m	0.5511 m	0.6992 m
arith. Mittel	0.6256 m	0.9116 m	0.6382 m	0.8916 m
Standard Abw.	0.7115 m	0.5543 m	0.1153 m	0.1859 m
chem. Entw.	- 50 a: (1-25): 2	- 50 a: (-21): 2 (-25): 1	- 40.000 a: (1-25): 1	- 40.000 a: (1-25): 1
	- 100 a: (-3): 3 (-25): 2	- 100 a: (1): 3 (-20): 2 (-25): 1		
	- 150 a: (-6): 3 (-25): 2	- 150 a: (-3): 3 (-18): 2 (-25): 1		
	- 200 a: (-9): 3 (-25): 2	- 250 a: (-6): 3 (-17): 2 (-25): 1		
	- 250 a: (-11): 3 (-25): 2	- 500 a: (-8): 3 (-16): 2 (-25): 1		
	- 300 a: (-12): 3 (-25): 2	- 1000 a: (-10): 3 (-14): 2 (-25): 1		
	- 350 a: (-14): 3 (-25): 2	- 1500 a: (-10): 3 (-13): 2 (-25): 1		
	- 450 a: (-15): 3 (-25): 2	- 40.000 a: (-7): 3 (-25): 1		
	- 500 a: (-16): 3 (-25): 2			
	- 1000 a: (-20): 3 (-25): 2			
	- 1500 a: (-20): 3 (-24): 2 (25): 1			
	- 2000 a: (-21): 3 (-24): 2 (25): 1			
	- 3000 a: (-22): 3 (-24): 2 (25): 1			
	- 3500 a: (-23): 3 (-24): 2 (25): 1			
	- 6000 a: (-22): 3 (23): 2 (-25): 1			
	- 9500 a: (-21): 3 (22): 2 (-25): 1			
	- 12000 a: (-22): 3 (-25): 1			
	- 16.000 a: (-20): 3 (22): 2 (-25): 1			
	- 20.000 a: (-20): 3 (-25): 1			

Tabelle 6.16: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoeffizienten, 0,05 m Initialröhrendurchmesser und 0,1 % punktueller direkter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
Form	linear - roof	konvex	konkav	konkav
Aufw. Quelle	0.2162 m	0.1628 m	0.5491 m	0.6974 m
arith. Mittel	0.6663 m	0.9001 m	0.6367 m	0.8903 m
Standard Abw.	0.7787 m	0.5346 m	0.1158 m	0.1862 m
chem. Entw.	5 a: (-4):4 (-24):1 (25):2	5 a: (-22):1 (-25):2	5 a: (-4):1 (-25):2	5 a: (1-25):2
	10 a: (1-25):1	10 a: (-9):2 (-25):1	(-8):2 (-25):1 (-4):2 (-25):1	10 - 40.000 a: (1-25):1
	15 a: (-18):2 (-25):1	15 a: (-22):2 (-25):1	20 - 40.000 a: (1-25):1	
	20 - 30 a: (-24):2 (-25):1	20 - 50 a: (-21):2 (-25):1		
	35 - 150 a: (1-25):2	100 a: (-19):2 (-25):1		
	200 a: (-3):3 (-25):2	150 a: (-20):2 (-25):1		
	250 a: (-7):3 (-25):2	200 a: (1):3 (-20):2 (-25):1		
	⋮	250 a: (-1):3 (-18):2 (-25):1		
	2.000 a: (-23):3 (-25):2	300 a: (-5):3 (-18):2 (-25):1		
	2.500 - 5.500 a: (-23):3 (24):2 (25):1	⋮		
	6.000 - 8.500 a: (-22):3 (23):2 (-25):1	5.500 - 20.000 a: (-9):3 (10):2 (-25):1		
	9.000 - 10.500 (-23):3 (-25):1	20.500 - 40.000 a: (-7):3 (-25):1		
	11.000 a: (-19):3 (-22):2 (-25):1			
	11.500 - 12.000 a: (-20):3 (-22):2 (-25):1			
	12.500 - 15.000 a: (-21):3 (22):2 (-25):1			
	15.500 - 18.500 a: (-22):3 (-25):1			
	19.000 a: (-18):3 (-21):2 (-25):1			
	19.500 a: (-19):3 (-21):1 (-25):1			
	20.000 - 22.500 a: (-20):3 (21):2 (-25):1			
	23.000 - 40.000 a: (-21):3 (-25):1			

Tabelle 6.17: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoeffizienten, 0.005 m Initialröhrendurchmesser und 0.1 % punktueller direkter GWN in der Röhre.

Austauschkoeff.:	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
Form	humpback	konvex - konkav	konkav	leicht konkav
Aufw. Quelle	0.7544 m	3.0240 m	0.8810 m	1.2520 m
arith. Mittel	2.0864 m	1.7565 m	1.0159 m	1.3444 m
Standard Abw.	1.1485 m	0.8079 m	0.1439 m	0.0735 m
Bemerkungen	Abbruch nach 16.000 Jahren			
chem. Entw.	- 450 a: (1-25): 2	- 25 a: (-21): 2 (-25): 1	- 5 a: (-14): 2 (-25): 1	- 10 a: (1-25): 2
	- 1000 a: (-24): 2 (25): 1	- 50 a: (-20): 2 (-25): 1	- 10 a: (-12): 2 (-25): 1	- 25 a: (-22): 2
	- 1500 a: (-23): 2 (-25): 1	- 200 a: (-18): 2 (-25): 1	- 15 a: (-11): 2 (-25): 1	- 30 a: (-16): 2 (-25): 1
	- 2500 a: (-22): 2 (-25): 1	- 450 a: (-21): 2 (-25): 1	∴	- 35 a: (-9): 2 (-25): 1
	- 3000 a: (-21): 2 (-25): 1	- 500 a: (-20): 2 (-25): 1	50 - 40.000 a: (1-25): 1	- 40 a: (-3): 2 (-25): 1
	- 3500 a: (-11): 3 (-21): 2 (-25): 1	∴		45 - 40.000 a: (1-25): 1
	- 4000 a: (-12): 3 (-20): 2 (-25): 1	6000 - 40.000 a: (1-25): 1		
	∴			
	- 16.000 a: (-10): 3 (-13): 2 (-25): 1			

Tabelle 6.18: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoeffizienten, 0,05 m Initialröhrendurchmesser und 1 % punktueller GWN im Röhrensystem.

Austauschkoeff.:	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
Form	humpback	konvex - konkav	konkav	linear
Aufw. Quelle	0.7550 m	3.0230 m	0.0088 m	1.2520 m
arith. Mittel	2.0826 m	1.7563 m	1.0157 m	1.3441 m
Standard Abw.	1.1494 m	0.8080 m	0.1438 m	0.0734 m
Bemerkung	Abbruch nach 19.000 Jahren			
chem. Entw.	5 a: (1):4 (-20):1 (-25):2	5 a: (-7):1 (-25):2	5 - 40 a: (1-25):2	5 - 40 a: (1-25):2
	10 a: (-15):1 (-25):2	10 - 50 a: (1-25):2	45 a: (-23):2 (-25):1	45 a: (-23):2 (-25):1
	15 - 400 a: (1-25):2	55 a: (-23):2 (-25):1	50 a: (-21):2 (-25):1	50 a: (-16):2 (-25):1
	450 - 500 a: (-24):2 (25):1	60 a: (-21):2 (-25):1	100 a: (-4):2 (-25):1	100 - 40.000 a: (1-25):1
	1000 - 1500 a: (-23):2 (-25):1	∴	150 - 40.000 a: (1-25):1	
	2000 a: (-22):2 (-25):1	9.000 a: (1):2 (-25):1		
	2500 a: (-21):2 (-25):1	9.500 - 40.000 a: (1-25):1		
	3000 a: (-4):3 (-21):2 (-25):1			
	3500 a: (-5):3 (-20):2 (-25):1			
	∴			
	∴			
	15.500 a: (-5):3 (-11):2 (-25):1			
	16.000 a: (-2):3 (-10):2 (-25):1			
	16.500 a: (-3):3 (-10):2 (-25):1			
	17.000 a: (-4):3 (-10):2 (-25):1			

Tabelle 6.19: Zusammenstellung der Simulationen mit mantelflächenabhängigen Austauschkoeffizienten, 0,005 Initialröhrendurchmesser und 1 % punktueller GWN im Röhrensystem.

6.2 Numerische Verfahren

6.2.1 Gleichungssystem bei laminarer Strömung

Der Knoten i sei im betrachteten Röhrensystem mit den Knoten i_1, i_2, i_3, i_4 verbunden². Für die laminare Rohrströmung f_{lam} gilt nach dem Gesetz von Hagen-Poiseuille mit den Druckhöhen h_i und h_0 :

$$f_{lam}(h_i, h_0) = \frac{\pi d^4 g (h_i - h_0)}{128 l \nu} \quad (6.1)$$

Um das System der Druckhöhen h_i zu berechnen, wenden wir die Kirchhoff'sche Regel an und erstellen die Durchflußbilanzen für jeden Knoten i .

$$\sum_{j=1}^4 \alpha_{ij} (h_{ij} - h_i) = 0 \quad (6.2)$$

Hierbei sind die Konstanten α_{ij} den entsprechenden Röhren zugeordnete Faktoren $\pi d_j^4 g \nu / 128 L_j$. Im linearen Gleichungssystem $A * h = 0$ ergibt sich dann für jeden Knoten j variabler Druckhöhe die j -te Matrixzeile:

$$\dots, 0, \alpha_{j1}, 0, \dots, 0, \alpha_{j2}, 0, \dots, 0, \alpha_{j3}, 0, \dots, 0, \alpha_{j4}, 0, \dots, 0, -\sum_i \alpha_{ji}, 0, \dots = 0. \quad (6.3)$$

Die i -te Spalte ist hierbei dem i -tem Knoten und die j -te Zeile dem j -tem Knoten, für den die Gleichung aufgestellt wird, zugeordnet. Folglich ist nur der Spalteneintrag ungleich Null, wenn der entsprechende Knoten mit dem j -tem Knoten durch eine Röhre verbunden ist.

Ist die Druckhöhe h_i des Knotens bereits festgelegt (Festpotential), ist die Durchflußbilanz gleich Null. Um singuläre Matrizen in der Rechnung zu vermeiden, setzen wir:

$$h_i - h_i = 0 \quad (6.4)$$

In der Matrix A steht folglich für den i -ten Knoten in der i -ten Spalte der i -ten Zeile eine 1:

$$0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0 = h_i. \quad (6.5)$$

Eine Matrix A für den gesuchten Vektor $h = (h_1, \dots, h_9)$ der Druckhöhen des Beispiels in Abb. 6.2 ist dann:

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & = h_1 \\ \alpha_{21} & -(\alpha_{21} + \alpha_{23} & & & & & & & & \\ & +\alpha_{24} + \alpha_{25}) & \alpha_{23} & \alpha_{24} & \alpha_{25} & & & & & = 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & & & & & = h_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & & & & & = h_4 \\ 0 & \alpha_{52} & 0 & 0 & -(\alpha_{52} + \alpha_{56} + \alpha_{57} + \alpha_{58}) & \alpha_{56} & \alpha_{57} & \alpha_{58} & 0 & = 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{65} & -(\alpha_{65} + \alpha_{69}) & 0 & 0 & \alpha_{69} & = 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & = h_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & = h_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & = h_9 \end{array} \quad (6.6)$$

²O. B. d. A. gilt $i_1 < \dots < i_4 < i$, da die Nummerierung der Knoten nur die Reihenfolge der Gleichungen im Gleichungssystem, nicht aber das System an sich ändert!

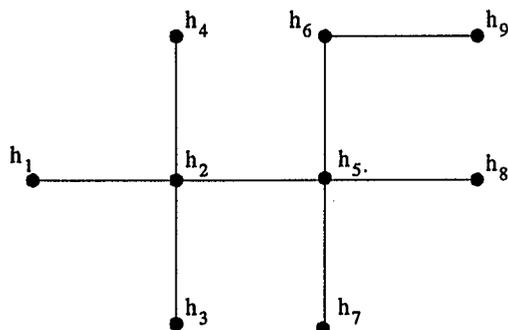


Abbildung 6.2: In dem einfachen Beispiel eines Röhrensystems sind die Knoten 1, 3, 4, 7, 8, 9 auf feste Potentiale gesetzt. Einzig die Potentialhöhen der Knoten 2, 5, 6 sind zu berechnen (siehe Matrix 6.6).

6.2.2 Gleichungssystem bei laminarer und turbulenter Strömung

Mit direkter GWN (Q_{dir}) und Austausch zwischen Matrix (mit Potential h_c) und Röhrenknoten ($\alpha(h_i - h_c)$) ergibt sich die Bilanzgleichung am Knoten h_i :

$$f(h_i, h_{i_1}, h_{i_2}, h_{i_3}, h_{i_4}) = - \sum_{j=1}^4 f_j(h_i, h_{i_j}) - \alpha(h_i - h_c) - Q_{dir} = 0.$$

Die Funktion f_j berechnet in Abhängigkeit von der Reynolds Zahl die laminare (s. Gl. 6.1) oder turbulente Rohrströmung (s. Gl. 6.7).

Eine n -mal in x differenzierbare Funktion f läßt sich zum Taylor-Polynom an der Stelle x mit Rest $R \in \mathcal{R}$ entwickeln (Hämmerlin und Hoffmann, 1989):

$$f(x_0) = \sum_{n=0}^m \frac{f^{(n)}(x)}{n!} (x_0 - x)^n + R.$$

Setzt man eine im Intervall $I \subset \mathcal{R}$ differenzierbare Funktion f voraus, so gilt für eine Nullstelle x_0 der Funktion näherungsweise:

$$0 = f(x_0) = f(x) + f'(x)(x_0 - x)$$

oder auch

$$-f(x) = f'(x)(x_0 - x) \iff -\frac{f(x)}{f'(x)} + x = x_0.$$

Definiert man $x_{n+1} = -\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} + x_n$, so erhält man eine Iterationsfolge, die unter bestimmten Kriterien gegen die gesuchte Nullstelle konvergiert (Newton-Raphson-Verfahren).

Im Modul CONDUIT (Funktion `itera_new`) wird zuerst die Gleichung $-f(x) = f'(x) * z$ nach $z = x_0 - x$ gelöst. Man erhält das gesuchte x_0 durch $z + x$. Als Iterationsfolge geschrieben:

$$-f(x_n) = f'(x_n) * z_n \implies x_{n+1} = z_n + x_n.$$

Eine (zeitaufwendige) Berechnung der inversen Matrix von $f'(x)$ ist so nicht nötig!

Für den turbulenten Fluß in einer Röhre gilt nach **Colebrook-White**:

$$\begin{aligned}
 f(h_o, h_i) &= (|h_o - h_i| \frac{g\pi^2 d^5}{8l})^{1/2} \\
 &\quad * (-2) \log\left(\frac{2.51/2\nu}{(|h_o - h_i|gd^3/2l)^{1/2}}\right) \\
 &\quad + \frac{k}{3.71 * d}.
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

Setzt man $\tilde{x} = |h_o - h_i|$, dann ergeben sich die partiellen Ableitungen ($\tilde{x} \neq 0$):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f}{\partial h_o} &= f'(\tilde{x}) * 1 \\
 \frac{\partial f}{\partial h_i} &= f'(\tilde{x}) * (-1)
 \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
 f'(\tilde{x}) &= \frac{1}{2} * \left(\frac{\tilde{x}g\pi^2 d^5}{8l}\right)^{-1/2} * \left(\frac{g\pi^2 d^5}{8l}\right) * (-2) \log\left(\frac{2.51/2\nu}{(\tilde{x}gd^3/2l)^{1/2}} + \frac{k}{3.71 * d}\right) \\
 &\quad + \frac{1}{2} * \left(\frac{\tilde{x}g\pi^2 d^5}{8l}\right)^{1/2} * \log(e) * \left(\frac{2.51/2\nu}{(\tilde{x}gd^3/2l)^{1/2}} + \frac{k}{3.71 * d}\right)^{-1} \\
 &\quad * \left(\frac{-2.51}{4\nu}\right) \left(\frac{\tilde{x}gd^3}{2l}\right)^{-3/2} * \left(\frac{gd^3}{2l}\right).
 \end{aligned}$$

Nach Voraussetzung sei h_i mit den Knoten $h_{i_1}, h_{i_2}, h_{i_3}, h_{i_4}$ verbunden. Somit steht in der i -ten Zeile der Jacobimatrix (F) in den i_j -ten Spalten die partielle Ableitung $\frac{\partial f(x)}{\partial h_{i_j}}$ und in der i -ten Spalte $-\frac{\partial f(x)}{\partial h_i} - \alpha$. Alle anderen Spalteneinträge dieser Zeile sind gleich Null!

Hat der i -te Knoten einen fest vorgegebenen Potentialwert (Festpotential) h_i im Röhrensystem, ist die Durchflußbilanz gleich Null. Um nichtsinguläre Matrizen zu erhalten, wurde bereits für das laminare Gleichungssystem der Ausdruck

$$x(i) - h_i = 0 \tag{6.8}$$

gewählt. Dieser Kunstgriff erweist sich auch für die nun zu betrachtende Funktionalmatrix als sinnvoll. Für Festpotentiale steht nach (6.8) an der i -ten Stelle eine 1 und auf der rechten Seite h_i .

Unter einem **Randknoten** verstehen wir einen Knoten, der nur eine Verbindung zu einem weiteren Knoten im Röhrensystem hat. Alle weiteren Knoten sind **innere Knoten**. Hat das Röhrensystem insgesamt n Knoten und m Randknoten, dann gibt es $n - m$ innere Knoten. Die Druckhöhen des Systems sind nur berechenbar, wenn zu jedem Randknoten entweder

1. ein Festpotential vorgegeben ist oder
2. Austausch mit der Matrix existiert (siehe Abb. 6.3) oder wenn
3. dem Knoten direkte Grundwasserneubildung zufließt.

Setzt man z. B. alle Austauschterme ungleich Null, ist das System auch ohne eine Festpotentialvorgabe lösbar (siehe Abb. 6.3).

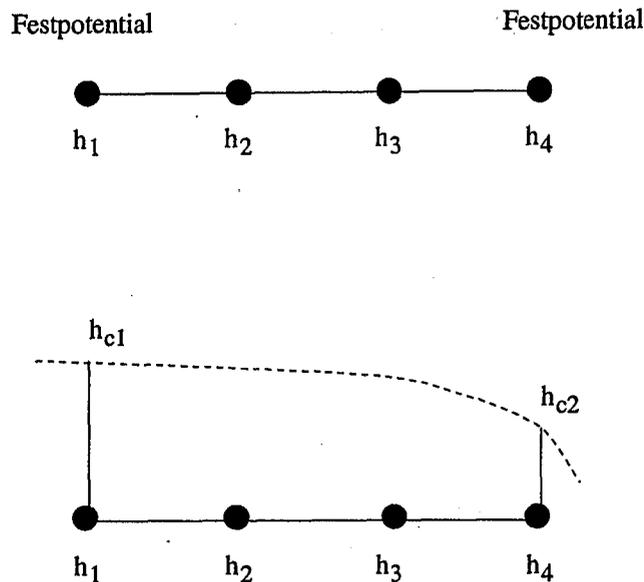


Abbildung 6.3: Zur Lösung des linearen Gleichungssystems kann das Festpotential durch das Potential des Feinkluftsystems 'ersetzt' werden. Dadurch ist eine Freiheit in der Wahl der Randbedingungen in den Simulationen möglich.

6.2.3 Der Backtracking-Algorithmus MESH_SEARCH

Die Berechnung der Lösung ist abhängig von der Konzentration des zu lösenden Stoffes und der Ionenkonzentration im Lösungsmittel. Die Konzentration ist aber eine Funktion des Ionen-transportes der oberstromigen Röhren, d. h. die Ionenkonzentration der oberstromigen Knoten muß bekannt sein, um die Berechnung durchzuführen. Weiterhin kann nur an dem unterstromigen Knoten die Konzentration berechnet werden, wenn alle Zuflüsse bereits berechnet wurden. Um diese Tatsache zu berücksichtigen, wurde der *mesh_search*-Algorithmus entwickelt!

Der in der Subroutine MESH_SEARCH verwirklichte Backtracking-Algorithmus basiert auf Versuch und Irrtum (trial and error). Er bildet den programmtechnischen Schwerpunkt der Berechnung der Kalzitlösung. Aufgrund seiner Komplexität und essentiellen Bedeutung wird er in diesem Abschnitt kurz vorgestellt.

Er stößt hierbei auf folgende Herausforderungen:

- Die Röhrenstruktur kann sehr unterschiedlich sein. So sind z. B. einzelne Röhren, Dendriten oder gar Maschen, sowie deren vielfältige Kombinationen möglich!
- Die im Röhrensystem berechneten Druckhöhen können mehrere lokale Maxima besitzen. Unter einem lokalen Maximum versteht man in diesem Fall einen Knoten, der keine Zuflüsse aus den angrenzenden Röhren erhält. Alle diese Maxima müssen gefunden werden, da für die Berechnung am Knoten alle Konzentrationen der oberstromigen Röhren bekannt sein müssen!
- Die Topologie des Röhrennetzes wird im Eingabefile nur durch Angabe der entsprechenden Nachbarknoten eines Knotens bestimmt. Weitere Einschränkungen wie z. B. 'höchste Nummer ist Quelle' wurden nicht getroffen. Damit sind aber auch dem Suchalgorithmus keine weiteren Regeln bekannt, um sein Ziel zu verfolgen. Diese Eingabefreiheit erzwingt daher ein Erkennen der Fließrichtung und führt damit zu einer zusätzlichen Fallunterscheidung.

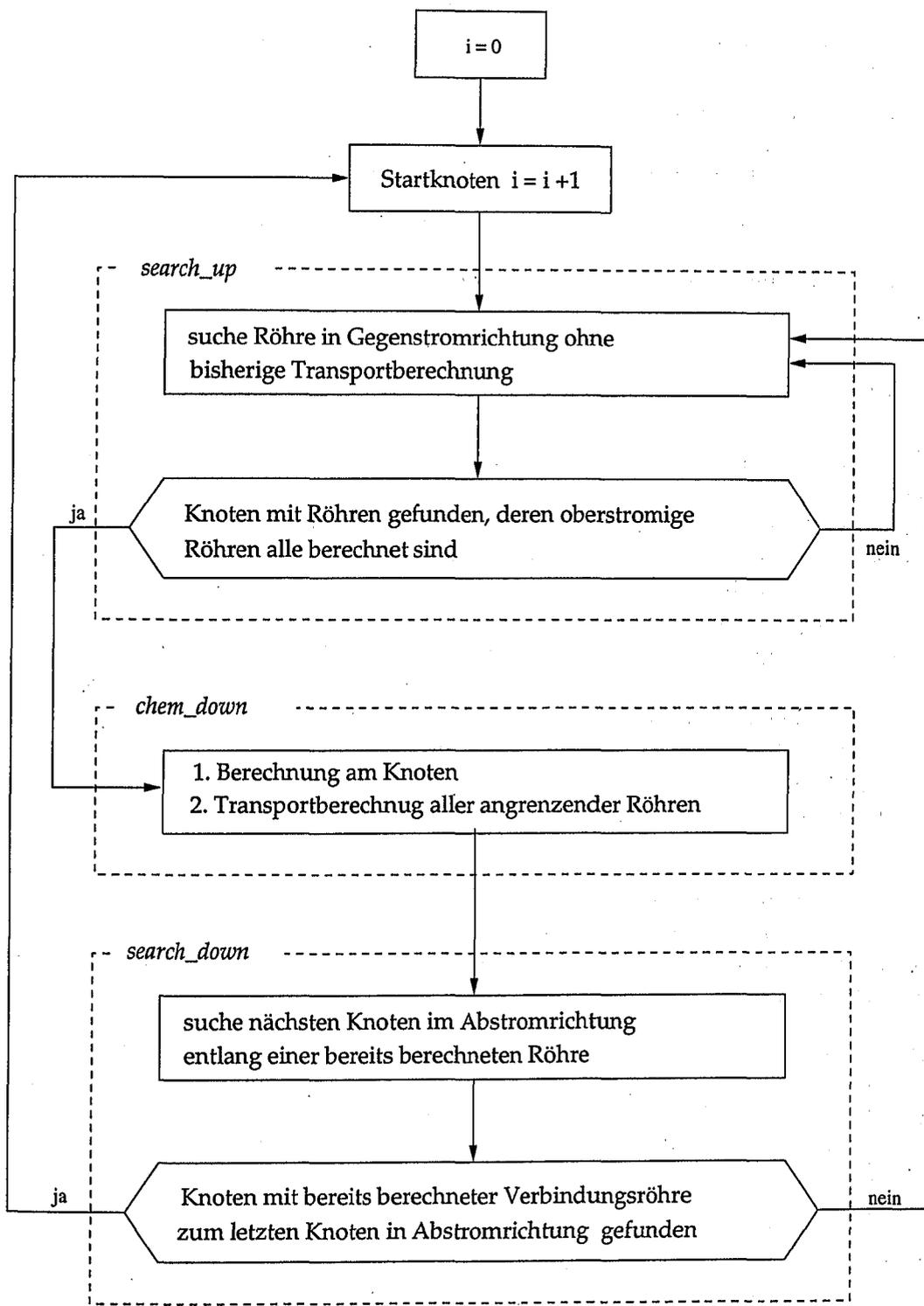


Abbildung 6.4: Der Algorithmus *mesh_search* ist ein klassischer Backtracking-Algorithmus und beruht damit auf *trial and error* (*i* Knotennummer).

- In jedem Zeitschritt können sich die Strömungsrichtungen in den Röhren ändern. Folglich ist die Durchflußrichtung in jedem Zeitschritt neu zu berechnen.

Der Algorithmus kann vereinfacht wie folgt beschrieben werden (siehe Abb. 6.4 und Abb. 6.5):

1. suche lokales Maximum: falls noch nicht alle Röhren berechnet (SEARCH_UP)
2. berechne Lösung in den angeschlossenen Röhren (CHEM_DOWN)
3. gehe in Stromrichtung bis keine abstromige Röhre mehr existiert (SEARCH_DOWN)
4. suche lokales Maximum, falls noch nicht alle Röhren berechnet (SEARCH_UP).

6.2.4 Das Temperatursignal

In der Zeitspanne der kleinsten Einheit in MODFLOW - dem TIMESTEP - wird ein stationärer Zustand berechnet. Während dieses Zeitraums ändert sich weder das Potential im Feinkluftsystem noch in den Röhren von CAVE. Würde man die Temperaturberechnung mit dem für die Aufweitung verwendeten Backtracking-Algorithmus (Kapitel 6.2.3, S. 110) unter Annahme einer festen Zeitspanne Δt durchführen, träte folgende Diskrepanz ein: Die Temperatur für den ersten unterstromigen Knoten wird für die Zeitspanne Δt berechnet. Unter Verwendung der eben berechneten Temperatur wird dann das Temperatursignal an den nächsten unterstromigen Knoten wieder nach der Zeitspanne Δt ermittelt. Setzt man diese Kalkulation für n Knoten fort, so wäre eine tatsächliche Zeit von $n * \Delta t$ für den Wärmetransport verstrichen. Folglich werden die Knoten zeitlich zu lange überströmt, bevor das Signal an den nächsten Knoten weitergegeben wird. Eine Verzerrung des Temperaturimpulses ist die Folge. Deutlich bemerkbar macht sich diese Abweichung beim Vergleich verschiedener Diskretisierungen einer Röhre.

Für diese Berechnung wird ein einzelner Röhrenstrang bestehend aus 9 Röhren (und damit 10 Knoten) verwendet. Die Strömungsgeschwindigkeit beträgt im gesamten Strang 5.1337 cm/s bei einem Durchmesser von 5.0 cm. Das Eingangssignal am Knoten 10 betrug 6.0 °C und die Initial- / Matrixtemperatur 8.0 °C.

Nach der Temperatúrausgabe durch CAVE wurden die 'tatsächlichen Temperaturen' der Knoten mit dem Programm SINGLE an einer Einzelröhre berechnet. Hierzu wurden je nach Entfernung vom Impulsort die entsprechenden Röhrenlängen in SINGLE eingegeben. Die Tabelle 6.20 zeigt die Abweichungen, die bis zu $3 * 10^{-2}$ °C betragen können, also deutlich im Bereich der Meßgenauigkeit der Datenlogger und Sonden liegen!

Im Programm SINGLE wird pro Temperaturberechnung nur eine Rücktransformation ausgeführt. In CAVE erfolgt diese an jedem Knoten, d. h. im obigen Beispiel neunmal. Es stellt sich nun die Frage, wie groß der Einfluß des numerischen Fehlers der Rücktransformation und deren Fortpflanzung an den Temperaturabweichungen ist. Hierzu betrachten wir den Einfluß variierender Impulstemperaturen (Tab. 6.21).

Die Tabelle zeigt entsprechende Abweichungen bei geringen Änderungen der Impulstemperaturen. Diese reichen allerdings nicht aus, obige Differenzen als Fehlerfortpflanzung zu erklären. Sie sind folglich skalenabhängig und auf die oben erwähnte Zeitdiskrepanz zurückzuführen.

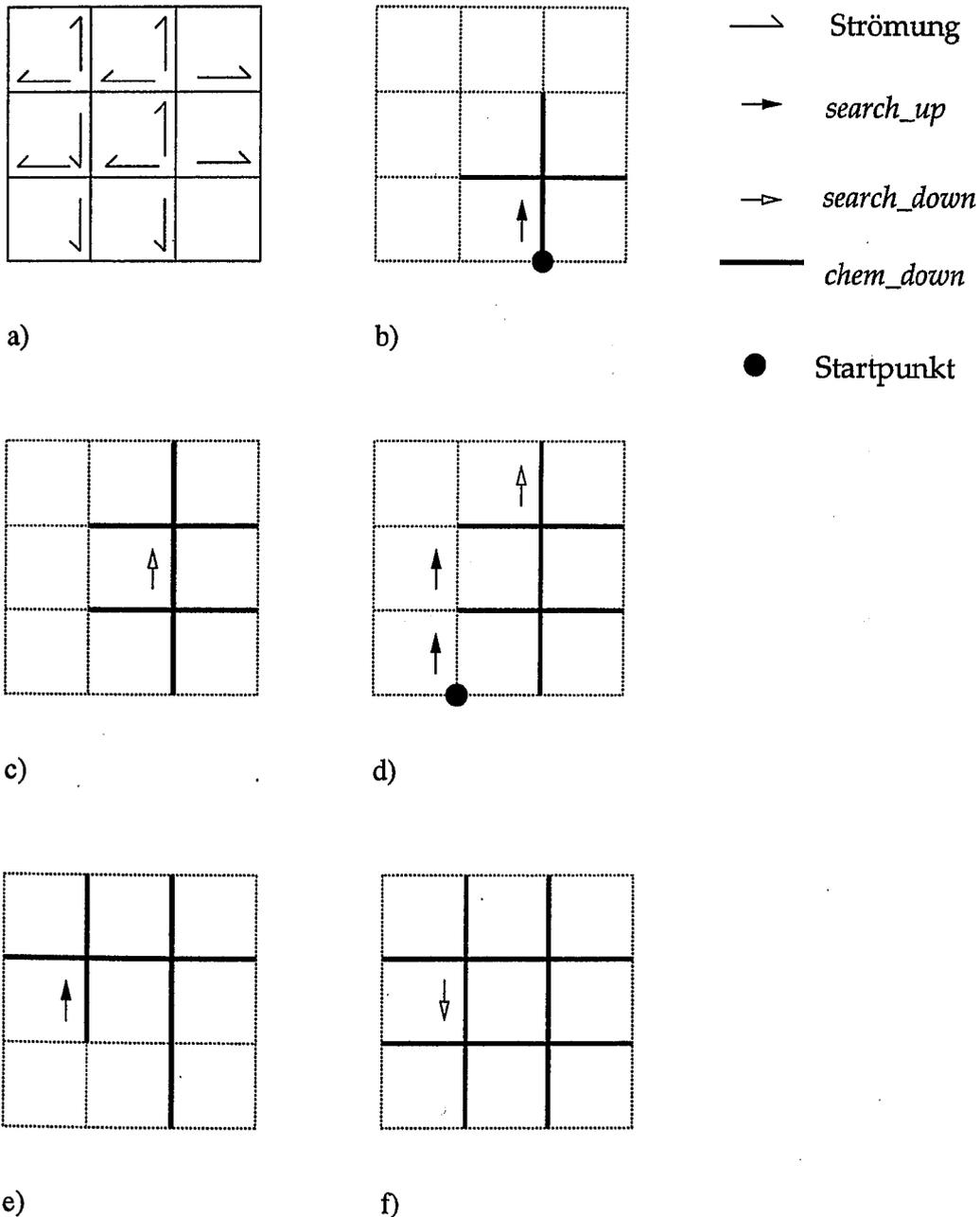


Abbildung 6.5: In (a) ist die Strömungsrichtung durch Pfeile vorgegeben. Ein lokales Maximum ist ein Knoten, bei dem kein Zufluß aus einer Röhre existiert, die noch nicht von der Routine CHEM_DOWN in dem augenblicklichen Zeitschritt berechnet wurde. Der Algorithmus für die Routine MESH_SEARCH beginnt bei einem nur von der Eingabedatei abhängigen Startpunkt. Er sucht sich zunächst ein lokales Maximum, um die Lösung in allen umliegenden Röhren mit der Routine CHEM_DOWN abzuarbeiten (b). Mit SEARCH_DOWN sucht er den nächsten Knoten in Strömungsrichtung und stellt dann ein lokales Maximum fest. Darauf werden alle umliegenden Röhren berechnet (c). Abhängig von der Reihenfolge in der Eingabedatei wird dann ein neuer Startpunkt gewählt und zunächst ein weiteres lokales Maximum gewählt (d). Von diesem aus wird wiederum die Lösung in allen umliegenden Röhren berechnet (e). In (f) wird mit SEARCH_DOWN der nächste Knoten gesucht, dessen zufließende Röhren bereits alle berechnet wurden. Die Berechnung der umliegenden Röhren erfolgt wiederum mit CHEM_DOWN.

Knoten	CAVE	SINGLE
1	7.99982	7.99999
2	7.99951	7.99999
3	7.99862	7.99993
4	7.99611	7.99948
5	7.98900	7.99692
6	7.96887	7.984936
7	7.91188	7.937553
8	7.750517	7.775978
9	7.293624	7.293624
10	6.0	6.0

Tabelle 6.20: Vergleich zwischen CAVE und SINGLE bei einer Einzelröhrenlänge von 100 cm, Röhrendurchmesser 5.0 cm und einer Strömungsgeschwindigkeit von 0.051337 m/s. Der Strang wird von Knoten 10 in Richtung Knoten 1 durchflossen.

Röhren:	1.0 m:	10.0 m:
Impuls:	Temperatur °C	Temperatur °C
6.0	7.29362446	7.99999990538
6.0001	7.29365978	7.99999990539
6.001	7.29397765	7.99999990543
6.01	7.29715634	7.99999990585
6.1	7.32894324	7.99999991011

Tabelle 6.21: Sensitivität der Impulstemperatur beim Durchfluß einer 5.0 cm dicken Röhre mit einer Geschwindigkeit von 5.1337 cm/s.

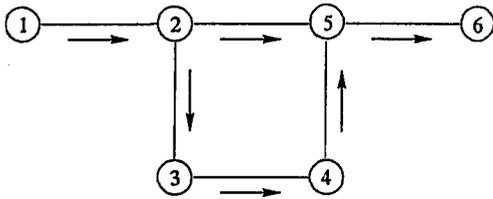


Abbildung 6.6: Setzt man dieselbe Strömungsgeschwindigkeit in allen Röhren voraus, treffen am Knoten 5 zwei unterschiedliche Temperatursignale zu zwei verschiedenen Zeiten ein.

Eine mögliche Vermeidung des Überströmungsproblems kann durch zusätzliche Zeiteinträge gekoppelt an die Impulse vermieden werden. Man läßt hierbei einfach eine 'innere Uhr' mit dem Impuls mitlaufen! Dann tritt jedoch ein anderes Problem auf: Treffen zwei oberstromige Röhren in einem Knoten zusammen, ist es sehr wahrscheinlich, daß man zwei verschiedene Impulse zu unterschiedlichen Zeitpunkten erhält (siehe Abb. 6.6).

Eine wirklichkeitsnahe Behandlung der zwei Impulse wäre nun eine zeitliche und quantitativ differenzierte Weitergabe der Temperaturimpulse. Dieser Ansatz wird in dem hier entwickelten Programm jedoch nicht verwirklicht! In einen Knoten können maximal drei oberstromige Röhren münden und damit folglich auch drei Temperatursignale mit zueinander versetzten Zeiten eintreffen. Beim nächsten unterstromigen Knoten treffen wiederum bis zu drei Signale ein, womit bereits neun Signale zu verarbeiten sind. Verfolgt man diese Rechnung weiter, so erhält man nach n unterstromigen Knoten eine Anzahl von 3^n Signalen. Im nächsten Zeitschritt müßten diese Signale auch weiterhin berücksichtigt werden! Eine Zahl, die schnell an die Grenzen der rechentechnischen Ressourcen stößt!

Um obige Schwierigkeiten zu verringern, wird in dem für stationäre Strömungsbedingungen verwirklichten Ansatz vorausgesetzt, daß

1. ein MODFLOW Zeitschritt größer ist als die längste Durchflußzeit jeder Röhre des Modells.
2. eine Zerlegung des MODFLOW-Zeitschritts in einzelne 'Wärmezeitschritte' erfolgt, sog. 'HEATSTEPS'.

Sei t_j die Durchflußzeit der j -ten Röhre. Dann ist $t_\mu = \min\{t_j\}$ die minimale Durchflußzeit aller Röhren in einem Zeitschritt Δt von MODFLOW.

Die Zerlegung des Zeitschrittes in weitere 'Wärmezeitschritte' Δt_{heat} (HEATSTEP) erfolgt nach der Anweisung:

```

IF  $\Delta t/t_\mu \in Integer$  THEN
   $\Delta t_{heat} = \Delta t/t_\mu$ 
ELSE
   $\Delta t_{heat} = INT(\Delta t/t_\mu) + 1$ 
ENDIF
  
```

Hiermit wird erreicht, daß in einem 'Wärmezeitschritt' (HEATSTEP) keine zwei verschiedenen Impulse einen Knoten aus derselben Röhre erreichen können. Folglich ist eine geringere

Buchhaltung nötig, und eine Approximation zweier oder mehrerer solcher Impulse durch einen einzigen wird vermieden! Mit diesem Ansatz erhöhen sich zwar Rechenzeit und Speicherbedarf, aber dafür ist eine distinktivere Ausgabe der Temperatursignale möglich.

Zu Beginn der Berechnung wird als Initialzustand in der Röhre die Matrixtemperatur angenommen. Diese Annahme lehnt sich an den Zustand der Natur an. Soweit keine Störung von außerhalb (Durchfluß von Wasser oder Luft) erfolgt, wird die Initialtemperatur dem natürlichen Temperaturgradienten folgen.

In der Temperaturberechnung wird zu jedem Wärmezeitschritt an jedem Knoten überprüft, ob ein Impuls aus einer der benachbarten Röhren eingetroffen ist. Ist dies der Fall, erfolgt eine nach Durchfluß gemittelte Temperaturmischung an dem Knoten. Konnte kein neuer Impuls festgestellt werden, wird die Temperatur dieses Zeitschrittes gleich der des vorigen gesetzt.

Ebenso erfolgt eine neue Wärmetransportberechnung innerhalb der Röhren und eines Zeitschrittes nur dann, wenn der Impuls den unterstromigen Knoten erreichen würde. Diese Abfrage erfolgt mit Hilfe interner Zähler, die für jede Röhre pro HEATSTEP erhöht und, wenn der Impuls den unterstromigen Knoten erreicht, auf den Anfangszustand 0 gesetzt werden. Erreicht der Impuls den Knoten in dem HEATSTEP nicht, dann fließt die Impulstempertur des vorigen Zeitschrittes in die Temperaturberechnung des Knotens ein.

Sei Δt die Laufzeit zwischen zwei Knoten und Δt_{heat} die Zeit eines einzelnen Wärmezeitschrittes, dann wird das Signal erst im n -ten HEATSTEP weitergegeben, wenn $n\Delta t_{heat} \geq \Delta t$ ist. Damit tritt aber ein Fehler ϵ auf, für den $n * \Delta t_{heat} - \epsilon = \Delta t$ gilt. Er drückt die Verzögerung der im Modell ermittelten Laufzeit gegenüber der 'tatsächlichen' aus. Für alle Zeiten t gilt dann: $t - \Delta t \geq t - n * \Delta t_{heat}$, womit nach Formel 3.27 auch eine Dämpfung des Temperatursignals zu erwarten ist. D. h. ein zu einer Abkühlung führendes Signal wird mit leicht erhöhter Temperatur und ein zu einer Erwärmung führendes Signal mit zu niedriger Temperatur berechnet.

Dieser Fehler ist jedoch nicht relevant, da die Temperatur in einem hydraulisch stationären Zeitschritt von MODFLOW instationär berechnet wird. Ohnehin stellt sich die Frage danach, welche Temperatursignale des Zeitintervalls die wesentlichen sind. Durch Erhöhung der Anzahl der Wärmezeitschritte läßt sich obiger Fehler verringern.

Zusammenfassung:

Für die Transportberechnung sind die Temperaturen der Impulse und der Zeitpunkte aller vorigen Ereignisse notwendig (Superpositionsprinzip). Die Speicherung der Werte erfolgt im Programm CAVE in drei Matrizen: *TIM_HEAT*, *TIMESTEP_TUBE* und *HEAT_TIME*. In *TIM_HEAT* werden die Temperaturen an den Knoten, in *TIMESTEP_TUBE* die der Röhren und in *HEAT_TIME* die Zeiten der Impulse gespeichert.

Durch den Versuch, in eine analytische instationäre Lösung eine (zeitliche) Diskretisierung einzupassen, tritt ein Fehler auf, der bei dem gewählten analytischen Ansatz nicht zu vermeiden ist. Bei einer numerischen Lösung der Wärmetransportgleichungen wäre dieses Problem in dieser Form nicht aufgetreten, dafür aber andere zum Teil gewichtigere Probleme (z. B. Rechenzeiten, Instabilitäten)!

6.2.5 Programmtechnische Umsetzung der Superposition

In der Subroutine HEAT_CAL (siehe Abb. 6.8) wird die Temperatur an einem bestimmten Knoten berechnet. Dafür ist die Kenntnis der einzelnen Wärmeimpulse und deren zeitliches

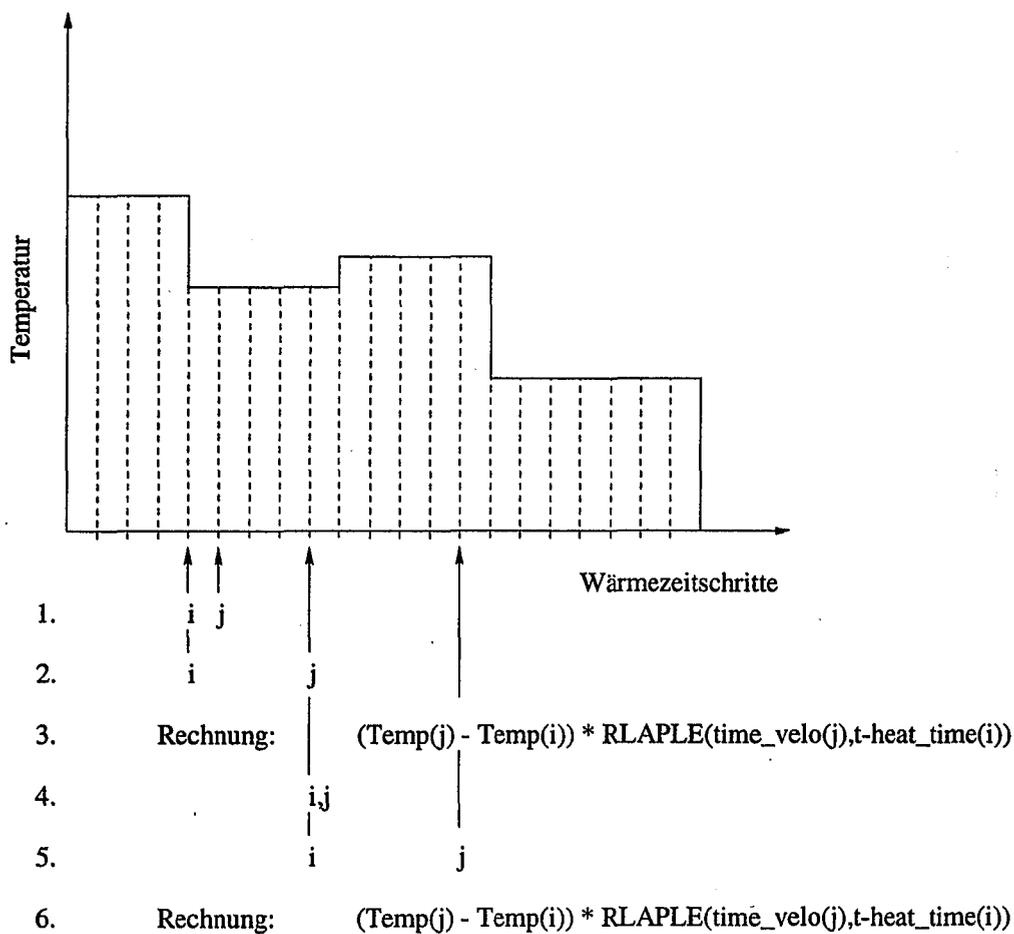


Abbildung 6.7: Schematische Umsetzung der Superposition im Programm CAVE. Sie wird unter stationären Strömungsbedingungen in CAVE verwirklicht. Für instationäre Strömung wird ein auf Finiten Differenzen beruhendes numerisches Verfahren verwendet.

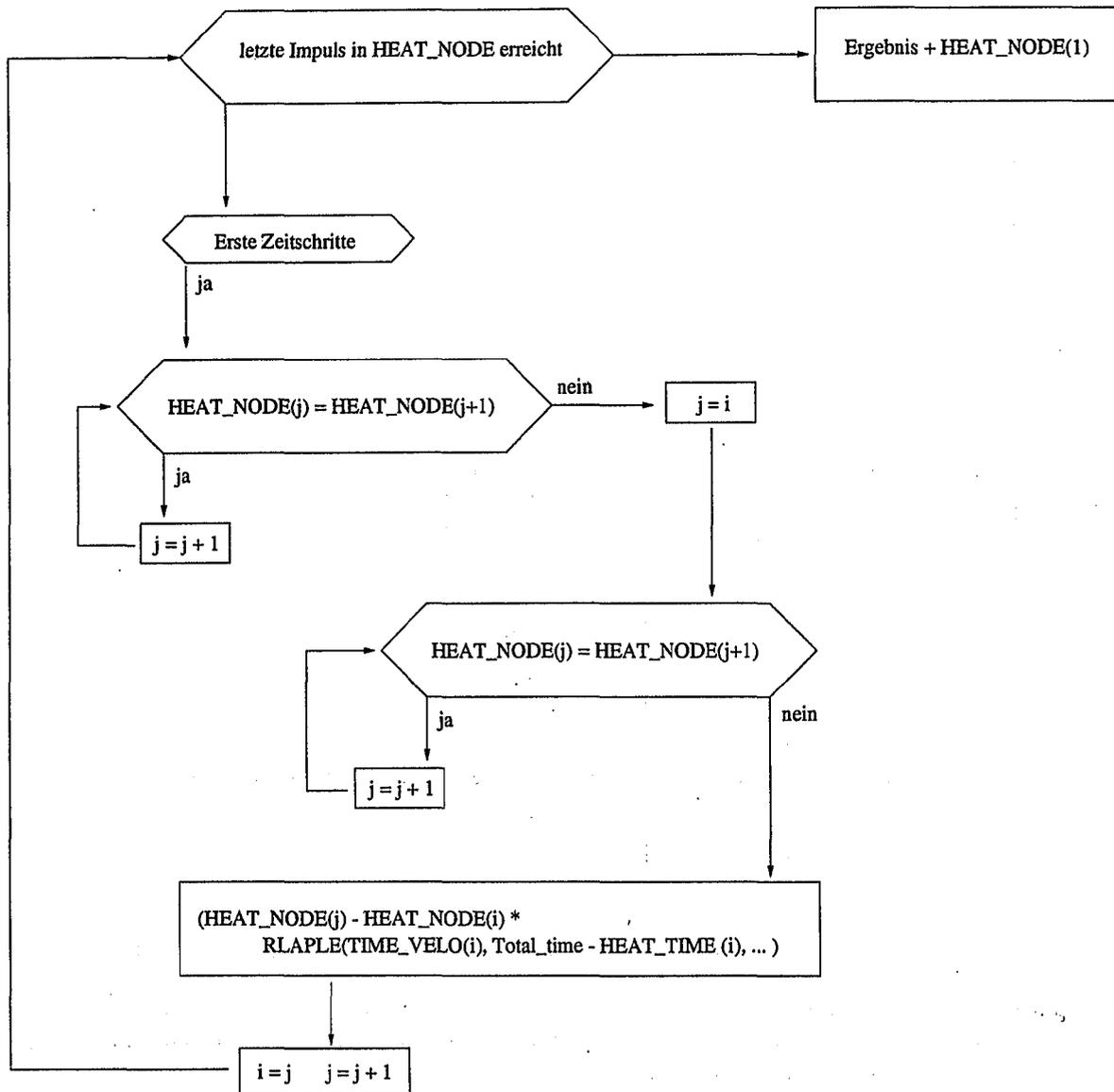


Abbildung 6.8: Vereinfachter Ablaufplan der Subroutine HEAT_CAL.

Eintreffen nötig. Um die entsprechenden Zeitlängen zu bestimmen, ist durch das Superpositionsverfahren die Suche nach einem Temperaturwechsel in der Vergangenheit nötig. Der Algorithmus ist anhand Abbildung 6.7 dargestellt:

1. Falls $i = 1$, dann suche erste Temperaturänderung.
2. Suche j mit $Temp(j) \neq Temp(j + 1)$ ($j > i$).
3. Berechne Temperaturdifferenz mit $(Temp(j) - Temp(i)) * RLAPLE(...)$.
4. Setze $i = j$ und dann $j = j + 1$.
5. Suche j mit $Temp(j) \neq Temp(j + 1)$.
6. Analog zu 3.

Die Funktion $RLAPLE(...)$ berechnet hierbei die Funktion u der Gleichung 3.35.

Kapitel 7

LITERATUR

- Abelin, H., Gidlund, J., Moreno, L., Neretnieks, I., (1982):** Migration in a single fissure in Granitic rock. Scientific Basis of Nuclear Waste Management VII, Elsevier Publishing Co., Boston, 239 S.
- Abramowitz, M., Stegun, I.,A., (1984):** Pocketbook of mathematical functions. Verlag Harri Deutsch - Thun - Frankfurt/Main, 468 S.
- Ashton, K., (1966):** The analysis of flow data from karst drainage systems. Trans. Cave Res. Group Gr. B., 7: S. 163-203.
- Atkinson, T.C., Smith, D.I., Lavis, J.J., Whitaker, R.J., (1973):** Experiments in tracing underground waters in limestones. J. Hydrol., Vol. 19, S. 323-349.
- Atkinson, T.C., (1977):** Diffuse flow and conduit flow in limestone terrain in the Mendip Hills, Somerset (Great Britain). J. Hydrol., 35: S. 93-110.
- Baehr, H.D., Stephan, K., (1996):** Wärme- und Stoffübertragung. Springer, 697 S.
- Bakalowicz, M., Mangin, A., (1980):** L'aquifère karstique. Sa définition, ses caractéristiques et son identification. Mem. H. Ser. Soc. Géol. France, 11, S. 71-79.
- Barenblatt, G.E., Zehel'tov, I.P., Kochina, I.N., (1960):** Basic concepts in the theory of homogeneous liquids in fissured rocks. J. Appl. Math. Mech. (USSR), 24: S. 1286-1303.
- Bear, J., (1972):** Dynamics of fluids in porous media. Elsevier, New York 764 S.
- Bear, J., Verruijt, A., (1987):** Modeling groundwater flow and pollution. Reidel, Dordrecht Boston Lancaster Tokyo, 414 S.
- Becker (1969):** Technische Strömungslehre, Teubner Verlag, Stuttgart.
- Benderitter, Y., B. Roy & A. Tabbagh, (1993):** Flow characterization through heat transfer evidence in a carbonate fractured medium: First approach. Water Resour. Res., Vol. 29, No. 11, 1993.
- Berkowitz, B., Naumann, C., Smith, L., (1994):** Mass transfer at fracture intersections: An evaluation of mixing models. Water Resour. Res., Vol. 30, N. 6, S. 1765-1773.

- Berner, R.A., Morse, J.W.**, (1974): Dissolution of calcium carbonate in sea water. IV Theory of calcite dissolution. *Am. J. Science*, 274: S. 108-134.
- Buhmann, D., Dreybrodt, W.**, (1985a): The kinetics of calcite dissolution and precipitation in geologically relevant situations of karst areas. 1. Open systems. *Chem. Geol.*, 48: S. 189-211.
- Buhmann, D., Dreybrodt, W.**, (1985b): The kinetics of calcite dissolution and precipitation in geologically relevant situations of karst areas. 2. Closed systems. *Chem. Geol.*, 53: S. 109-124.
- Carslaw, H.S. and Jaeger J.C.**, (1959) *Conduction of heat in soils*, Oxford University Press, 510 S.
- Clemens, T.**, (1997): *Simulation der Entwicklung von Karstaquiferen*. Dissertation Universität Tübingen.
- Clemens, T., Hückinghaus, D., Sauter, M., Liedl, R., Teutsch, G.** (1998): Simulation of the development of karst aquifers by using a pipe flow model coupled to a continuum model. - 2. Model verification and sensitivity analysis. *Water Resour. Res.*, (eingereicht).
- Dreiss, S.J.**, (1989a): Regional scale transport in a Karst Aquifer. 1. Component separation of spring flow hydrographs. *Water Resour. Res.*, Vol. 25, No. 1, S. 117-125.
- Dreiss, S.J.**, (1989b): Regional scale transport in a Karst Aquifer. 2. Linear Systems and time moment analysis. *Water Resour. Res.*, Vol. 25, No 1, S. 126-134.
- Dreybrodt, W.**, (1988): *Processes in karst systems*. Springer, Berlin Heidelberg New York: 288 S.
- Dreybrodt, W.**, (1990a): The role of dissolution kinetics in the development of karst aquifers in limestone: A model simulation of karst evolution. *J. Geology*, 98: S. 639-655.
- Dreybrodt, W.**, (1990b): Ein Modell der Entwicklung von Karst unter Berücksichtigung der Lösungskinetik auf Kalkstein: Anwendung auf die Verkarstung in der Schwäbischen Alb. *Laichinger Höhlenfreund*, 25: S. 47-82.
- Dreybrodt, W.**, (1996): Principles of early development of karst conduits under natural and man-made conditions revealed by mathematical analysis of numerical models. *Water Resour. Res.* 32(9): 2923-2935.
- Ford, D.C., Ewers, R.O.**, (1978): The development of limestone cave systems in the dimensions of length and depth. *Can. J. Earth Sci.*, 15: S. 1783-1798.
- Ford, D.C., Williams, P.**, (1989): *Karst geomorphology and hydrogeology*, Unwin, London: 601 S.
- Gale, S.J.**, (1984): The hydraulics of conduit flow in carbonate aquifers. *J. Hydrol.*, 70, S. 309-327.
- Genske, (1996):** Schadstoffausbreitung in geklüfteten Medien - Alternativen. Sven von Loga, 150 S.
- Gerthsen, C., Kneser, H.O., Vogel, H.**, (1989): *Physik: Ein Lehrbuch zum Gebrauch neben Vorlesungen*. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York, 920 S.

- Grisak, G.E., Pickens, J.F.**, (1980): Solute transport through fractured media, 1. The effect of matrix diffusion. *Water Resour. Res.*, Vol. 16 (4): S. 719-730.
- Grisak, G.E., Pickens, J.F.**, (1981): An analytical solution for solute transport through fractured media with matrix diffusion. *J. Hydrol.*, 52, S. 47-57.
- Groves, G.G., Howard, A.D.**, (1994a): Minimum hydrochemical conditions allowing limestone cave development. *Water Resour. Res.*, 30(3): S. 607-615.
- Groves, G.G., Howard, A.D.**, (1994b): Early development of karst systems: 1. Preferential flow path enlargement under laminar flow. *Water Resour. Res.*, 30 (10): S. 2837-2846.
- Häfner, F., Sames, D., Voigt, H.-D.**, (1992): *Wärme- und Stofftransport*. Springer Verlag, Heidelberg, 627 S.
- Hämmerlin, G., Hoffmann, K.-H.**, (1989): *Numerische Mathematik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 448 S.
- Hess, J.W., White, W.B.**, (1974): Hydrograph analysis of carbonate aquifers, Res. Pub. 83, Inst. Res. Land and Water Resource., Pa State University, 63 S.
- Horlacher, H.-B., Lüdecke, H.-J.**, (1992): *Strömungsberechnung für Rohrsysteme*. Expert Verlag.
- Howard, A.D., Groves, C.G.**, (1995): Early development of karst systems: 2. Turbulent flow. *Water Resour. Res.*, 31(1): S. 19-26.
- Hückinghaus, D., Clemens, T., Liedl, R., Sauter, M.**, (1998): Simulation of the development of karst aquifers by using a pipe flow model coupled to a continuum model - 1. Theory. *Water Resour. Res.*, (eingereicht).
- Hull, L.C., Miller, J., Clemo, T.**, (1987): Laboratory and simulations studies of solute transport in fracture networks. *Water Resour. Res.*, 23 (8): S. 1505-1513.
- Kaye, C.A.**, (1957): The effects of solvent motion on limestone solution. *J. of Geology*, 65: S. 35-46.
- Kiraly, L.**, (1984): Régularisation de l'Areuse (Jura Suisse) simulée par un modèle mathématique. In: Burger, A. & Dubertret, L., eds., *Hydrogeology of Karstic Terrains*, Int. Contributions to Hydrogeology, Heise, Hannover, S. 94-99.
- Kinzelbach, W.**, (1992): *Numerische Methoden zur Modellierung des Transports von Schadstoffen im Grundwasser*. Schriftreihe gwf Wasser, Abwasser (21), R. Oldenbourg Verlag GmbH, München, 343 S.
- Lang, U.**, (1995): *Simulation regionaler Strömungs- und Transportvorgänge in Karstaquiferen mit Hilfe des Doppelkontinuum-Ansatzes: Methodenentwicklung und Parameteridentifikation*. Dissertation am Institut für Wasserbau, Univ. Stuttgart.
- Lang, U., Mohrlök, U., Teutsch, G., Kobus, H.**, (1992): *Weißjura-Grundwasserbilanzmodell Stubersheimer Alb, Stationäre Modelleichung*. Technischer Bericht, Nr. 92/19 (HG 164), Institut für Wasserbau, Univ. Stuttgart.
- Long, J.C.S.**, (1983): *Investigation of Equivalent Porous Media Permeability in Networks of Discontinuous Fractures*. PhD thesis, Lawrence Berkeley Lab., University of California.

- MacQuarrie, K.T.B., Sudicky, E.A.,** (1996): On the incorporation of drains into three-dimensional variably saturated groundwater flow models. *Water Resour. Res.*, 32(2): S. 477-482.
- Maillet, E.,** (1905): *Essais hydraulique souterraine et fluviale*. Herman Paris: 218 S.
- Mangin, A.,** (1975): *Contribution à l'étude hydrodynamique des aquifères karstique*. - Thèse état, Dijon.
- McDonald, M.G., Harbaugh, A.W.,** (1984): A modular three-dimensional finite difference groundwater flow model. USGS: 527 p.
- Mercer, J.W., Thomas, S.D., Ross, B.,** (1982): Parameters and variables appearing in repository siting models. NUREG / CR 3066, U.S. Nuclear Regulatory Commission, Washington, D.C.
- Moench, A.F.,** (1984): Double-porosity for a fissured groundwater reservoir fracture skin. *Water Res. Research*, 20 (7), S. 831-846.
- Mohrlok, U.,** (1996): Parameter-Identifikation in Doppel-Kontinuum-Modellen am Beispiel von Karst-Aquiferen. *Tübinger Geowissenschaftliche Arbeiten, C 31*: S. 125.
- Moreno, L., Neretnieks, I., Eriksen, T.,** (1985): Analysis of some laboratory tracer runs in natural fissures. *Water Resour. Res.*, 21, S. 951-958.
- Moreno, L., Tsang, C.F., Tsang, Y.W., Hale, F., Neretnieks, I.,** (1988): Flow and tracer transport in a single fracture: A stochastic model and its relation to some field observations. *Water Resour. Res.*, 24, S. 2033-2048.
- Neretnieks, I., Eriksen, T., Tähtinen, P.,** (1982): Tracer movement in a single fracture in Granitic rock: Some experimental results and their interpretation. *Water Resour. Res.*, 18, 849 S.
- Padilla, A., Pulido-Bosch, A., Mangin, A.,** (1994): Relative importance of baseflow and quickflow from hydrographs of Karst spring. *Ground Water*, 32 (2): S. 267-277.
- Palmer, A.N.,** (1984): Geomorphic interpretation of karst features. In: LaFleur, R.G.: *Groundwater as a geomorphic agent*. Boston, Massachusetts, Allen and Unwin: 173-209.
- Palmer, A.N.,** (1991): Origin and morphology of limestone caves. *Geol. Soc. Am. Bull.*, 49: S. 50-66.
- Plummer, L.N., Busenberg, E.,** (1982): The solubilities of calcite, aragonite and vaterite in CO_2 - H_2O solutions between 0 and 90 °C, and an evaluation of the aqueous model for the system $CaCO_3$ - CO_2 - H_2O . *Geochim. et Cosmochim. Acta*, 40: 191-202.
- Plummer, L.N., Wigley, T.M.L.,** (1976): The dissolution of calcite in CO_2 -saturated solutions at 25 °C and 1 atm total pressure. *Geochim. et Cosmochim. Acta*, 40: S. 191-202.
- Plummer, L.N., Wigley, T.M.L., Parkhurst, D.L.,** (1978): The kinetics of calcite dissolution in CO_2 -water systems at 5 °C to 60 °C and 0.0 to 1.0 atm CO_2 . *Am. J. Science*, 278: S. 179-216.
- Renner, S.,** (1996): *Wärmetransport in Einzelklüften und Kluftaquiferen - Untersuchungen und Modellrechnungen am Beispiel eines Karstaquifers*. *Tübinger Geowissenschaftliche Arbeiten, C 30*: 89 S.

- Richtmyer, R.D., Morton, K.W.**, (1967): Difference methods for initial-value problems. Interscience tracts in pure applied mathematics, No. 4, Interscience Publishers, 2nd Ed.
- Robinson, J.W., Gale, J.E.**, (1990): A laboratory and numerical investigation of solute transport in discontinuous fracture systems, *Ground water*, 28, S. 25-26.
- Sauter, M.**, (1992): Quantification and forecasting of regional groundwater flow and transport in a karst aquifer (Gallusquelle, Malm, SW. Germany). Dissertation, *Tübinger Geowissenschaftliche Arbeiten*, C 13, 150 S.
- Shuster, E.T., White, W.B.**, (1971): Seasonal fluctuations in the chemistry of limestone springs: a possible means for characterizing carbonate aquifers. *Journal of Hydrology*. 14: S. 93-128.
- Smart, C.C., Ford, D.C.**, (1986): Structure and function of a conduit aquifer. *Can. J. Earth Sci.*, 23: S. 919-929.
- Smith, L., Schwartz, F.W.**, (1993): Solute transport through fracture networks, in: *Flow and contaminant transport in fractured rock*, Academic Press, San Diego.
- Stehfest, H.**, (1970): Numerical inversion of Laplace transform. *Communications of the ACM* 13, S. 47-49.
- Streeter, V.L., Wylie, E.B.**, (1983): *Fluid mechanics*. McGraw-Hill Intern., 562 S.
- Talbot, A.**, (1978): The accurate numerical inversion of Laplace Transformation. *J. Inst. Maths Applics* 23, S. 97-120.
- Teutsch, G.**, (1988): Grundwassermodelle im Karst: Praktische Ansätze am Beispiel zweier Einzugsgebiete im Tiefen und Seichten Malmkarst der Schwäbischen Alb. Dissertation am Geolog.-Paläont. Institut der Universität Tübingen, 220 S.
- Teutsch, G., Sauter, M.**, (1991): Groundwater modelling in karst terranes: scale effects, data acquisition and field validation. *Proc. Third Conference on Hydrogeology, Ecology, Monitoring and Management of Ground Water in Karst Terranes*, Nashville.
- Villinger, E.**, (1977): Über Potentialverteilung und Strömungssysteme im Karstwasser der Schwäbischen Alb (Ob. Jura, SW-Deutschland). *Geol. Jb.*, C18: 92 S.
- Villinger, E., Ufrecht, W.**, (1989): Ergebnisse neuer Markierungsversuche im Einzugsgebiet des Blautopfs (mittlere Schwäbische Alb). *Mitt. Verb. dt. Höhlen- u. Karstforscher*. 35: S. 25-38.
- Werner, A., Hötzl, H., Käss, W., Maloszewski, P.**, (1997): Interpretation of tracer experiments in the Danube-Aach-System (Western Swabian Alb, Germany) with analytical models. *Karst Waters & Environmental Impacts, Proceedings 5th International Symposium and Field Seminar on Karst and Environmental Impacts*, Balkema, Rotterdam.
- Weyl, P.K.**, (1958): The solution kinetics of calcite. *J. Geol.*, 66: S 163-176.
- White, W.B.**, (1977): Role of solutions kinetics in the development of karst aquifers. *Internat. Assoc. Hydrogeol., Memoir* 12: S. 503-517.
- Wilcock, J.D.**, (1968): Some developments in pulse-train Analysis: *Trans. Cave Res. Group Gr. B*. Vol. 10: S. 73-98.

- Williams, P.W.**, (1983): The role of the subcutaneous zone in karst hydrology. *Journal of Hydrology*. 61: S. 45-47.
- Wilson, C.R., Witherspoon, P.A.**, (1970): An investigation of laminar flow in fractured porous rocks. Publ. 70-6, Dept. Civ. Eng., Univ. of California, Berkeley.
- Wissbrun, K.F., French, D.M., Patterson, A.**, (1954): The true ionisation constant of carbonic acid in aqueous solutions from 5 to 45 °C. *J. Phys. Chem.*, 58: 693-695.
- Wollrath, J.**, (1990): Ein Strömungs- und Transportmodell für klüftiges Gestein und Untersuchungen zu homogenen Ersatzsystemen. Diss., Inst. f. Strömungsmechanik und Elektronisches Rechnen im Bauwesen. Univ. Hannover, Bericht Nr. 28/1990, S. 140.
- Wollrath, J., Helmig, R.**, (1992): Strömungsmodell für inkompressible Fluide. Institut für Strömungsmechanik und elektronisches Rechnen im Bauwesen, ROCKFLOW, Version 2.
- Yilin, C, Hongtao, W., Xinhui, X.**, (1988): Dual-media flow models of karst areas and their application in North China. *Karst Hydrology and Karst Environment Protection, Proc. of the 21st Congress of the Int. Assoc. Hydrogeologists*, Guilin, China.
- Yusun, C., Ji, B.**, (1988): The media and movement of Karst water. *Karst Hydrology and Karst Environment Protection, Proc. of the 21st Congress of the Int. Assoc. Hydrogeologists*, Guilin, China: S. 555-564.
- Zaltsberg, E.A.**, (1984): Forecast of karst water levels in: A. Burger und L. Dubertret eds., *Hydrology of karstic terranes, International Contributions to Hydrogeology*, Heise, Hannover: S. 40-42.

In der Reihe C der Tübinger Geowissenschaftlichen Arbeiten (TGA) sind bisher erschienen:

- Nr. 1: Grathwohl, Peter (1989): Verteilung unpolarer organischer Verbindungen in der wasserungesättigten Bodenzone am Beispiel der leichtflüchtigen aliphatischen Chlorkohlenwasserstoffe. 102 S.
- Nr. 2: Eisele, Gerhard (1989): Labor- und Felduntersuchungen zur Ausbreitung und Verteilung leichtflüchtiger chlorierter Kohlenwasserstoffe (LCKW) im Übergangsbereich wasserungesättigte/wassergesättigte Zone. 84 S.
- Nr. 3: Ehmman, Michael (1989): Auswirkungen atmogener Stoffeinträge auf Boden- und Grundwasser sowie Stoffbilanzierungen in drei bewaldeten Einzugsgebieten im Oberen Buntsandstein (Nordschwarzwald). 134 S.
- Nr. 4: Irouschek, Thomas (1990): Hydrogeologie und Stoffumsatz im Buntsandstein des Nordschwarzwaldes. 144 S.
- Nr. 5: Sanns, Matthias (1990): Experimentelle Untersuchungen zum Ausbreitungsverhalten von leichtflüchtigen Chlorkohlenwasserstoffen (LCKW) in der wassergesättigten Zone. 122 S. **(Vergriffen!)**
- Nr. 6: Seeger, Thomas (1990): Abfluß- und Stofffrachtseparation im Buntsandstein des Nordschwarzwaldes. 154 S.
- Nr. 7: Einsele, Gerhard & Pfeffer, Karl-Heinz (Hrsg.) (1990): Untersuchungen über die Auswirkungen des Reaktorunfalls von Tschernobyl auf Böden, Klärschlamm und Sickerwasser im Raum von Oberschwaben und Tübingen. 151 S.
- Nr. 8: Douveas, Nikon G. (1990): Verwitterungstiefe und Untergrundabdichtung beim Talsperrenbau in dem verkarsteten Nord-Pindos-Flysch (Projekt Pigai-Aoos, NW-Griechenland). 165 S.
- Nr. 9: Schlöser, Heike (1991): Quantifizierung der Silikatverwitterung in karbonatfreien Deckschichten des Mittleren Buntsandsteins im Nordschwarzwald. 93 S.
- Nr. 10: Köhler, Wulf-Rainer (1992): Beschaffenheit ausgewählter, nicht direkt anthropogen beeinflusster oberflächennaher und tiefer Grundwasservorkommen in Baden-Württemberg. 144 S.
- Nr. 11: Bundschuh, Jochen (1991): Der Aquifer als thermodynamisch offenes System. - Untersuchungen zum Wärmetransport in oberflächennahen Grundwasserleitern unter besonderer Berücksichtigung von Quellwassertemperaturen (Modellversuche und Geländebeispiele). 100 S.
- Nr. 12: Herbert, Mike (1992): Sorptions- und Desorptionsverhalten von ausgewählten polyzyklischen aromatischen Kohlenwasserstoffen (PAK) im Grundwasserbereich. 111 S.
- Nr. 13: Sauter, Martin (1993): Quantification and forecasting of regional groundwater flow and transport in a karst aquifer (Gallusquelle, Malm, SW-Germany). 150 S.
- Nr. 14: Bauer, Michael (1993): Wasserhaushalt, aktueller und holozäner Lösungsabtrag im Wutachgebiet (Südschwarzwald). 130 S.
- Nr. 15: Einsele, Gerhard & Ricken, Werner (Hrsg.) (1993): Eintiefungsgeschichte und Stoffaustag im Wutachgebiet (SW-Deutschland). 215 S.

- Nr. 16: Jordan, Ulrich (1993): Die holozänen Massenverlagerungen des Wutachgebietes (Südschwarzwald). 132 S.
- Nr. 17: Krejci, Dieter (1994): Grundwasserchemismus im Umfeld der Sonderabfalldeponie Billigheim und Strategie zur Erkennung eines Deponiesickerwassereinflusses. 121 S.
- Nr. 18: Hekel, Uwe (1994): Hydrogeologische Erkundung toniger Festgesteine am Beispiel des Opalinustons (Unteres Aalenium). 170 S.
- Nr. 19: Schüth, Christoph (1994): Sorptionskinetik und Transportverhalten von polyzyklischen aromatischen Kohlenwasserstoffen (PAK) im Grundwasser - Laborversuche. 80 S.
- Nr. 20: Schlöser, Helmut (1994): Lösungsgleichgewichte im Mineralwasser des überdeckten Muschelkalks in Mittel-Württemberg. 76 S.
- Nr. 21: Pyka, Wilhelm (1994): Freisetzung von Teerinhaltsstoffen aus residualer Teerphase in das Grundwasser: Laboruntersuchungen zur Lösungsrate und Lösungsvermittlung. 76 S.
- Nr. 22: Biehler, Daniel (1995): Kluftgrundwässer im kristallinen Grundgebirge des Schwarzwaldes - Ergebnisse von Untersuchungen in Stollen. 103 S.
- Nr. 23: Schmid, Thomas (1995): Wasserhaushalt und Stoffumsatz in Grünlandgebieten im württembergischen Allgäu. 145+ 92 S.
- Nr. 24: Kretzschmar, Thomas (1995): Hydrochemische, petrographische und thermodynamische Untersuchungen zur Genese tiefer Buntsandsteinwässer in Baden-Württemberg. 142 S.
- Nr. 25: Hebestreit, Christoph (1995): Zur jungpleistozänen und holozänen Entwicklung der Wutach. (SW-Deutschland). 88 S.
- Nr. 26: Hinderer, Matthias (1995): Simulation langfristiger Trends der Boden- und Grundwasserver-sauerung im Buntsandstein-Schwarzwald auf der Grundlage langjähriger Stoffbilanzen. 175 S.
- Nr. 27: Körner, Johannes (1996): Abflußbildung, Interflow und Stoffbilanz im Schönbuch Waldgebiet. 206 S.
- Nr. 28: Gewalt, Thomas (1996): Der Einfluß der Desorptionskinetik bei der Freisetzung von Trichlorethen (TCE) aus verschiedenen Aquifersanden. 67 S.
- Nr. 29: Schanz, Ulrich (1996): Geophysikalische Untersuchungen im Nahbereich eines Karstsystems (westliche Schwäbische Alb). 114 S.
- Nr. 30: Renner, Sven (1996): Wärmetransport in Einzelklüften und Kluftaquiferen - Untersuchungen und Modellrechnungen am Beispiel eines Karstaquifers. 89 S.
- Nr. 31: Mohrlök, Ulf (1996): Parameter-Identifikation in Doppel-Kontinuum-Modellen am Beispiel von Karstaquiferen. 125 S.
- Nr. 32: Merkel, Peter (1996): Desorption and Release of Polycyclic Aromatic Hydrocarbons (PAHs) from Contaminated Aquifer Materials. 76 S.
- Nr. 33: Schiedek, Thomas (1996): Auftreten und Verhalten von ausgewählten Phthalaten in Wasser und Boden. 112 S.
- Nr. 34: Herbert, Mike & Teutsch, Georg (Hrsg.) (1997): Aquifersysteme Südwestdeutschlands - Eine Vorlesungsreihe an der Eberhard-Karls-Universität Tübingen. 162 S.

- Nr. 35: Schad, Hermann (1997): Variability of Hydraulic Parameters in Non-Uniform Porous Media: Experiments and Stochastic Modelling at Different Scales. 233 S.
- Nr. 36: Herbert, Mike & Kovar, Karel (Eds.) (1998): GROUNDWATER QUALITY 1998: Remediation and Protection - Posters -.- Proceedings of the GQ'98 conference, Tübingen, Sept. 21-25, 1998, Poster Papers. 146 S.
- Nr. 37: Klein, Rainer (1998): Mechanische Bodenbearbeitungsverfahren zur Verbesserung der Sanierungseffizienz bei in situ Maßnahmen.- 106 S.
- Nr. 38: Schollenberger, Uli (1998): Beschaffenheit und Dynamik des Kiesgrundwassers im Neckartal bei Tübingen.- 74 S.
- Nr. 39: Rügner, Hermann (1998): Einfluß der Aquiferlithologie des Neckartals auf die Sorption und Sorptionskinetik organischer Schadstoffe.- 78 S.
- Nr. 40: Fechner, Thomas (1998): Seismische Tomographie zur Beschreibung heterogener Grundwasserleiter.- 113 S.
- Nr. 41: Kleineidam, Sybille (1998): Der Einfluß von Sedimentologie und Sedimentpetrographie auf den Transport gelöster organischer Schadstoffe im Grundwasser.- 82 S.